

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. ПЕТРА ВЕЛИКОГО

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5  
ЭМИССИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ ПЛАЗМЫ.  
РЕШЕНИЕ ИСЛАУ

4 КУРС, ГРУППА 3630102/60201

Студент

Д. А. Плаксин

Преподаватель

Баженов А. Н.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2019 г.

# Содержание

1. Список иллюстраций .....	3
2. Постановка задачи .....	4
3. Теория .....	4
4. Реализация .....	4
5. Результаты .....	4
5.1. Решение МНК .....	5
5.2. Функция <i>tolso</i> lvtу .....	5
5.3. Оценка числа обусловленности интервальной матрицы <i>A</i> .....	8
5.4. Оценка вариабельности <i>IVE</i> .....	8
6. Обсуждение .....	8
7. Список литературы .....	9
8. Приложения .....	9

## 1 Список иллюстраций

1	Гистограмма собственных чисел матрицы $A^t A$ .....	5
2	График первой попытки решения .....	6
3	График решения с расширенным интервалом .....	6
4	График полученного решения от $i$ .....	7
5	Гистограмма решения, полученного с помощью <i>tolsoivty</i> .....	7
6	Значение числа обусловленности при изменении числа итераций .....	8
7	Значение числа обусловленности при изменении радиуса элементов .....	8

## 2 Постановка задачи

Считать данные правой части – значения детектора

Решить полученную в лабораторной 4 СЛАУ различными способами:

1.  $x = (A^t A)^{-1} A^t b$
2. используя функцию *tolsvty* [4]

## 3 Теория

Для построение ИСЛАУ представим правую часть уравнения  $Ax = b$  как интервал  $Ax = [\underline{b}, \bar{b}]$

Рассматриваются показатели детектора во временные интервалы с "текущий" –  $K$  до "текущий" +  $K$

$\underline{b}$  – минимум  $b$  в некотором окне радиуса  $K$

$\bar{b}$  – максимум  $b$  в некотором окне радиуса  $K$

Матрицу  $A$  оставляем исходной

Функция *tolsvty* возвращает:

- *tolmax* – значение максимума распознающего функционала
- *argmax* – доставляющий его вектор значений аргумента, который лежит в допустовом множестве решений при  $tolmax \geq 0$ , (остальные возвращаемые значения нас сейчас не интересуют)

Если  $tolmax < 0$ , то допустовое множество решений интервальной линейной системы пусто.

Тогда ослабим условия. Для этого расширим интервал  $[\underline{b}, \bar{b}]$  так, чтобы допустовое решение было не пусто.

$$\underline{b} = \underline{b} - \Delta b$$

$$\bar{b} = \bar{b} + \Delta b$$

Для получения решения достаточно взять  $\Delta b = |tolmax|$

## 4 Реализация

Все задания были выполнены на языке программирования *Matlab* в среде разработки *MATLABR2014b* [1]

Данные о расположении и параметрах детектора взяты пособия к лабораторной работе [6]

Значения детектора записаны в файле, полученном от преподавателя

Функция *tolsvty* [4]

Для вычисления числа обусловленности интервальной матрицы используется функция *HeurMinCond*, полученная от преподавателя

## 5 Результаты

Рассматривается набор данных 37000, временной интервал 000162, матрица  $A$  размерности  $256 \times 174$

Число обусловленности матрицы  $A$ :  $cond(A) = 8.2719 \cdot 10^{31}$

Число обусловленности матрицы  $A^t A$ :  $cond(A^t A) = 5.2939 \cdot 10^{35}$

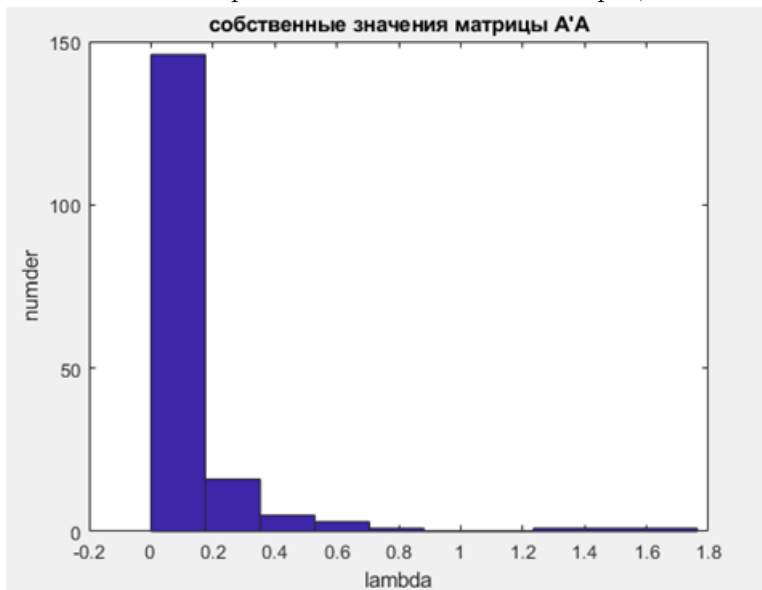
## 5.1 Решение МНК

Первый способ решения:

$$x = (A^t A)^{-1} A^t b$$

Так как матрица  $A$  сильно разрежена, собственные числа квадратной матрицы  $A^t A$  сконцентрированы около нуля.

Рис. 1: Гистограмма собственных чисел матрицы  $A^t A$



Всего 23 собственных числа больше 0.2 В качестве решения Matlab'ом получен вектор, состоящий из NaN (т.к. число обусловленности столь большое надежда на нахождение обратной матрицы почти отсутствует)

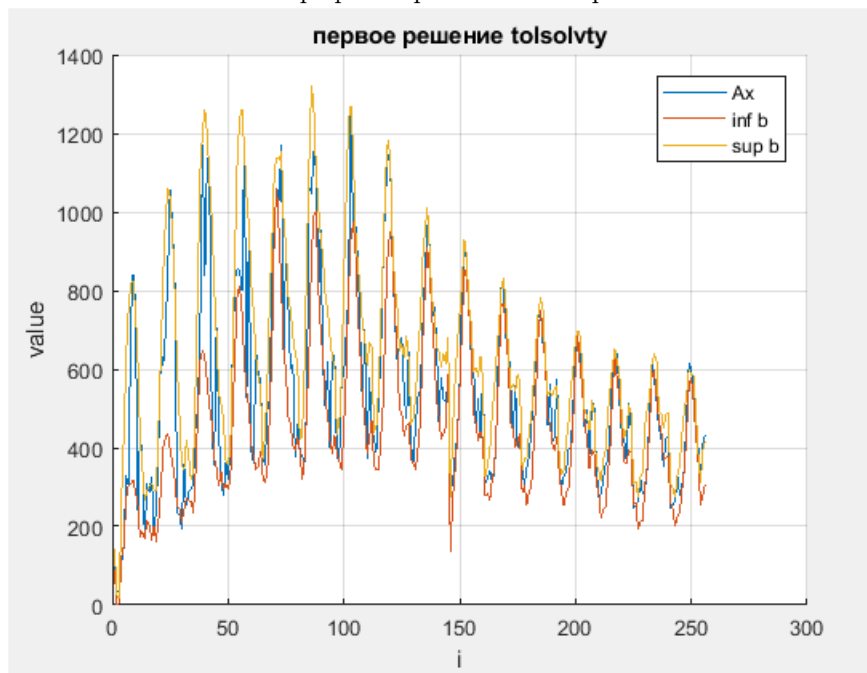
## 5.2 Функция *tolstolvt*

Для нахождения интервала  $b$  выбрано "окно" с радиусом  $K = 1$ .

При первой попытке нахождения решения было получено значение  $tolmax = -16.0667$ .

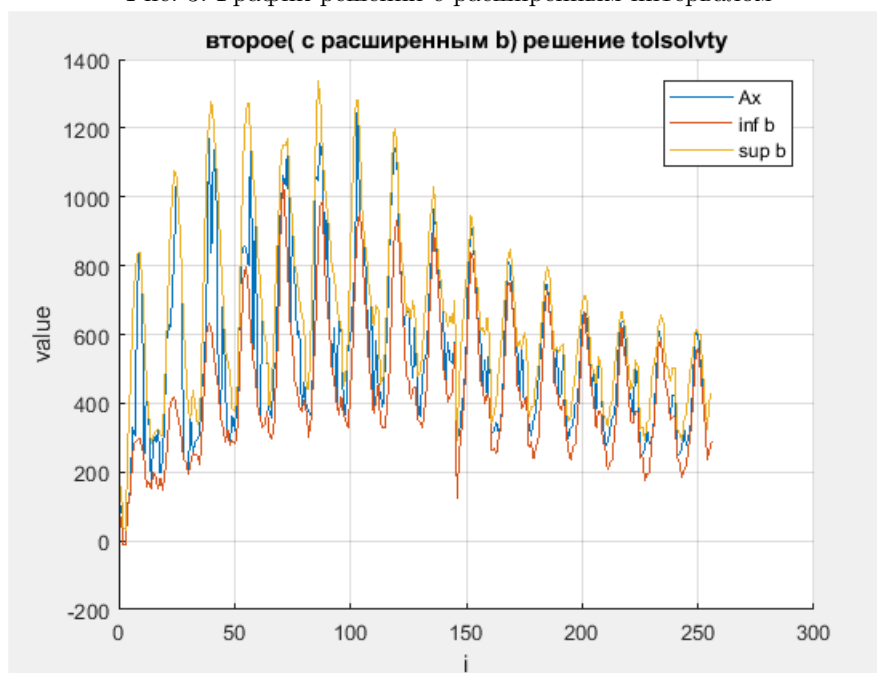
Так как  $tolmax < 0$ , то допустимое множество решений интервальной системы пусто.

Рис. 2: График первой попытки решения



Теперь выберем  $\Delta b = 16.0667$ , тем самым расширив границы  $b$ .  
 Для второй попытки нахождения решения получаем, что  $tolmax = 0$ , следовательно допустимое множество решений интервальной линейной системы непусто.

Рис. 3: График решения с расширенным интервалом



Полученное решение:

Рис. 4: График полученного решения от  $i$

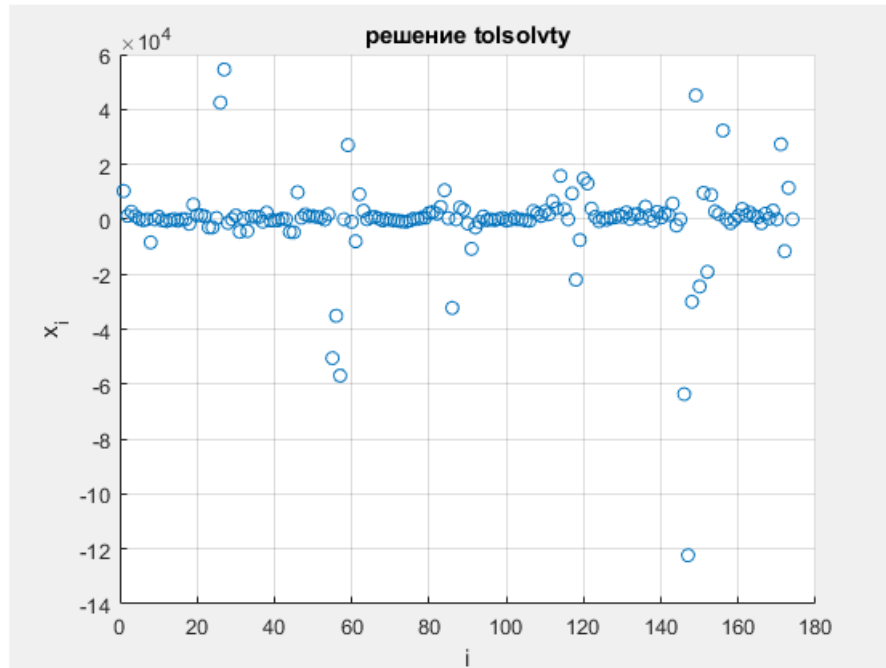
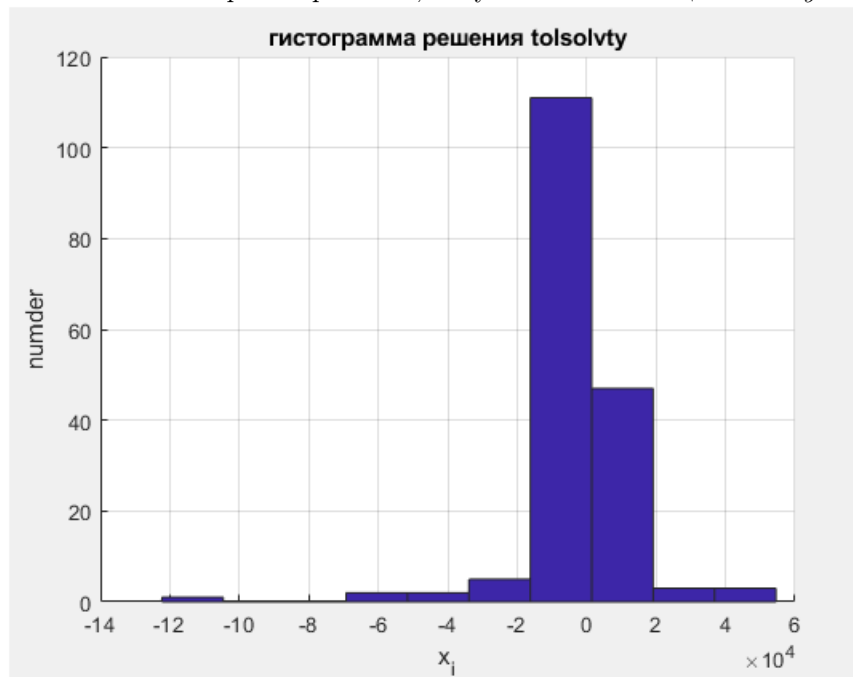


Рис. 5: Гистограмма решения, полученного с помощью *tol solvtv*



### 5.3 Оценка числа обусловленности интервальной матрицы $A$

В качестве оценки радиуса элементов матрицы возьмём 10% от их величины.

Выбор именно 10% обусловлен тем, что точность знания сепаратрисы, по которой построена матрицы около 10%.

Тогда оценка числа обусловленности интервальной матрицы  $A$  равна  $6.2114e + 31$

Рассмотрим значения оценки числа обусловленности для разного количества повторений про постоянном радиусе элементов 10%

Рис. 6: Значение числа обусловленности при изменении числа итераций

```
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 10) = 6.595030997534693e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 20) = 5.666081210988658e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 30) = 5.402263022831222e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 40) = 5.284609263907637e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 50) = 5.900367211873665e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 60) = 5.165786281829939e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 70) = 5.237570064608348e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 80) = 5.09626718190901e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 90) = 4.780679134726027e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 100) = 5.256962346985742e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 1000) = 4.295294384566447e+31
```

Рассмотрим значения оценки числа обусловленности для разных радиусов элементов  $A$  при постоянном числе итераций равным 100.

Рис. 7: Значение числа обусловленности при изменении радиуса элементов

```
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 100) = 4.30910776866434e+31
rad = 0.15 : HeurMinCond(A, 100) = 5.574673584792059e+31
rad = 0.2 : HeurMinCond(A, 100) = 5.676402349805232e+31
rad = 0.25 : HeurMinCond(A, 100) = 5.067168740298085e+31
rad = 0.3 : HeurMinCond(A, 100) = 5.179667387108424e+31
rad = 0.35 : HeurMinCond(A, 100) = 3.994031690403123e+31
rad = 0.4 : HeurMinCond(A, 100) = 5.177939716913563e+31
rad = 0.45 : HeurMinCond(A, 100) = 5.269911045127477e+31
rad = 0.5 : HeurMinCond(A, 100) = 5.249783143127363e+31
```

### 5.4 Оценка вариабельности $IVE$

$$IVE(A, b) = \sqrt{n} \max_{\mathbb{R}^n} Tol \cdot \left( \min_{A \in \mathbf{A}} cond_2 A \right) \cdot \frac{\|arg \max_{\mathbb{R}^n} Tol\|_2}{\|\hat{\mathbf{b}}\|_2}$$

## 6 Обсуждение

На сечениях 14, 15, 16 плоскость сечения  $\mathbf{H}$  меньше самой левой точки сепаратрисы, следовательно, область получается двусвязной. В случае двусвязной области считаем, что луч упирается в центральную ось токамака, и учитываем только левую (ближайшую к детектору) область.

СЛАУ представляет собой матрицу  $256 \times N$ , где  $N$  – это количество элементов разбиения. Каждая строка матрицы отвечает за свой луч, притом коэффициенты для каждого элемента разбиения – сумма длин хорд.



## 7 Список литературы

- [1] Документация по Матлаб: <https://www.mathworks.com/help/>
- [2] Код функции `g_file_extractor_1t`: <https://cloud.mail.ru/public/5o3T/4G4dD71hL>
- [3] Пособие к Лабораторным работам <https://cloud.mail.ru/public/4ra6/5wwqBzMBC/LabPractics.pdf>
- [4] Код функции `tolsolvty` <http://www.nsc.ru/interval/Programing/MCodes/>
- [5] Пособие к Лабораторным работам «Построение матриц СЛАУ»  
[https://vk.com/doc38035266\\_528474113?hash=8c9ddc720dfadef7b6&dl=48b180ef19a7dc0f33](https://vk.com/doc38035266_528474113?hash=8c9ddc720dfadef7b6&dl=48b180ef19a7dc0f33)
- [6] Выпускная квалификационная работа бакалавра «Исследование разрешимости обратных задач с помощью распознающего функционала»  
<https://cloud.mail.ru/public/4ra6/5wwqBzMBC/2019%20%D0%97%D0%B0%D1%82%D1%8B%D0%BB%D0%B>
- [7] О мере вариабельности оценки параметров в статистике интервальных данных»  
<http://www-sbras.nsc.ru/interval/shary/Papers/SShary-VariabMeasure-JCT.pdf>

## 8 Приложения

Код отчёта: [https://github.com/MisterProper9000/computing-complex/blob/Lab-5\(interval-linear-system\)/Lab\\_5\(interval\\_linear\\_system\)/texReport/lab4.tex](https://github.com/MisterProper9000/computing-complex/blob/Lab-5(interval-linear-system)/Lab_5(interval_linear_system)/texReport/lab4.tex)

Код лаборатрной: [https://github.com/MisterProper9000/computing-complex/blob/Lab-5\(interval-linear-system\)/Lab\\_5\(interval\\_linear\\_system\)](https://github.com/MisterProper9000/computing-complex/blob/Lab-5(interval-linear-system)/Lab_5(interval_linear_system))