PRACTICA 1

INTEGRACION NUMERICA

Fernando Javier Nossa Chaparro

Carlos Rizo Maciá

Estudiantes MSC. computing graphics and video game development.

Universidad Rey Juan Carlos

2019

***Resumen*—El contenido de este documento resume nuestra experiencia en la práctica de integración de funciones por medio de análisis numérico en el laboratorio. Esta práctica enseña a calcular áreas bajo curvas o rectas de manera numérica aplicando las fórmulas de Newton-Cotes, las cuales se derivan de los polinomios interpoladores de Lagrange.**

I. INTRODUCCION

En el transcurso de la práctica crearemos un programa en Matlab que aplique los métodos del rectángulo, Trapecio y Simpson ⅓ para una función especificada. Tras eso, analizaremos el resultado de las áreas obtenidas tanto de manera analitica como numerica.

$$\int_0^{2\pi} \cos(x^2 - 1)dx$$

Imagen 1: Integral a estudiar.

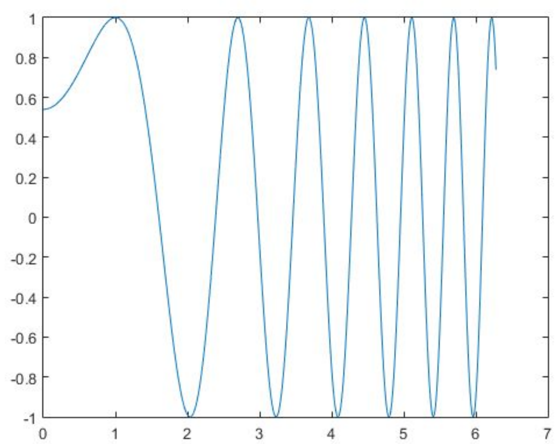

Imagen 2:Gráfica de $cos(x^2 -1)$

II. FORMULAS DE NEWTON-COTES

A. *Cálculo del área aproximada de la función a estudiar*

Al iniciar la práctica calculamos el área aproximada debajo de la función del ejercicio. Para esto utilizamos la función trapz de Matlab. Esto nos da:

```
El área aproximada es de 0.918701
```

Imagen 3:Resultado de la función trapz con la función objetivo

B. *Fórmulas del rectángulo*

Las fórmula del rectángulo se puede aplicar desde tres puntos distintos. En el caso de los extremos serán de manera cerrada y el medio será de manera abierta, siendo f(a) el extremo izquierdo y f(b) el extremo derecho, y un punto medio f((b-a)/2). De esta forma obtenemos tres áreas aproximadas bajo la curva pero con un margen de error muy grande debido a que el error que se calcula se hace sobre una función de grado $0(H^2)$.

Sabiendo todo esto, aplicamos las fórmulas del rectángulo a la función objetivo y obtenemos los valores:

```
Fun(x) = cos(x.^2 -1);

extremo_izq= Fun(a)*(b-a);
extremo_der= Fun(b)*(b-a);
punto_medio=Fun((a+b)/2)*(b-a);

punto izq: 3.394820
punto centro: 4.469868
punto der: -5.339507
```

Imagen 4: Código de la fórmula del rectángulo y resultado.

Lo cual se aleja bastante de nuestra predicción con el método de trapz de Matlab. Esto se repetirá a lo largo de la memoria debido a la curiosa forma de la función a estudiar.

Como podemos plantear, calcular el área en una línea recta desde los extremos o el punto medio conlleva a un error de cálculo grande.

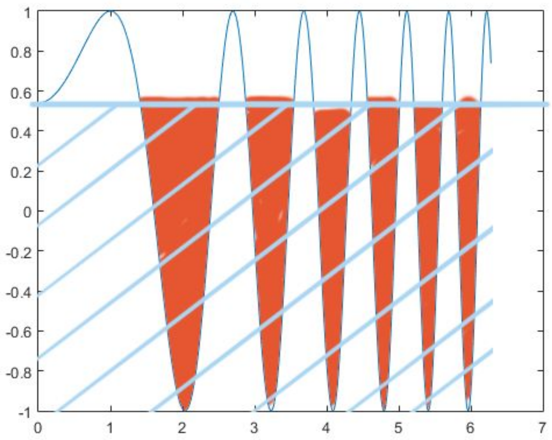

Imagen 5: Área de la fórmula del rectángulo punto izquierdo marcada en azul (las partes en rojo no se incluyen).

C. Formula del trapecio.

La fórmula del trapecio evalúa el área bajo la recta que forman dos puntos especificados. La idea de la fórmula es aproximar el área debajo de un intervalo de dos puntos al valor real de la integral de la curva entre esos dos puntos. .

El error de este método aunque es menor que el anterior también puede llegar a tener significancia ya que el cálculo también depende de la curvatura de la función y de la distancia de los extremos del intervalo.

Aplicar la fórmula del trapecio nos da el siguiente valor:

```
fa=Fun(a);
fb=Fun(b);
trapecio = ((b-a)/2)* (fa + fb);
```

```
El área del trapecio es 3.932344
```

Imagen 5: Código de la fórmula del trapecio y resultado.

Esto, aunque tiene un gran error comparado con el valor real, es coherente con lo obtenido en el anterior punto en el punto izquierdo: un área de 3.39. Esto se debe a que el punto izquierdo se calcula como una línea recta desde el inicio de la curva hasta el final. El trapecio se calcula desde el inicio del mismo punto al punto final de la curva dejando así su punto final un poco más arriba que el punto final del rectángulo. Por lo tanto el valor es coherente.

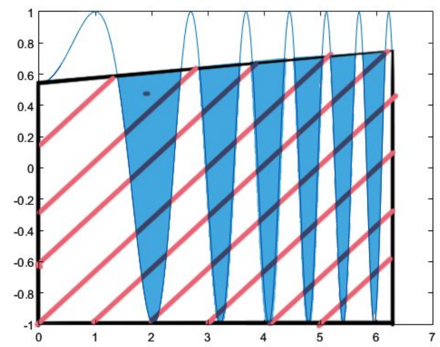

Imagen 5: Área de la fórmula del trapecio marcada en rojo(las partes en azul no se incluyen).

D. Fórmula de Simpson ⅓

La última fórmula a aplicar en este cálculo de áreas es la de Simpson ⅓ .Simpson ⅓ calcula el área debajo de una curva delimitada por tres puntos. Esta fórmula se da por el incremento de puntos del polinomio base de Lagrange.

Por lo tanto se genera una tabla basada en el número de puntos interpolados y sus iteraciones, también contienen los pesos (Ci), que son los resultados de las integrales de dichos polinomios y así mismo muestra cómo entre más puntos halla, el error sube de grado siendo mejor para la estimación del cálculo.

Sabiendo todo esto, aplicamos finalmente Simpson ⅓ a nuestra función:

```
c = [1,4,1];
x= [a, (a+b)/2, b];
D=6;
n = 3;
first_part= (b-a)/D;
n_c=0;
for i=1:n
      n_c = n_c + c(i)* Fun(x(i));
end
simpson = first_part * n_c;
```

```
El área por Simpson 1/3 es -2.248890
```

Imagen 6: Código de Simpson ⅓ y resultado

El área en valor negativo choca a primera vista pero si tenemos en cuenta como funciona Simpson⅓ tiene mucho sentido. Al aplicar la curva nos da que la mayoría del área debajo de esta está en la parte negativa de la función.

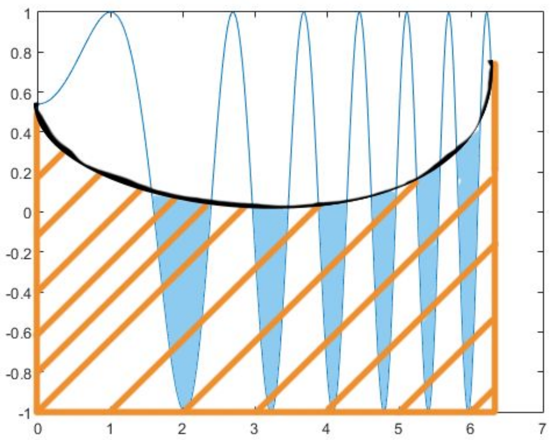

Imagen 7: Área aproximada calculada por Simpson ⅓ marcada en naranja (las partes en azul no se incluyen). El punto medio y la curvatura escogidas son orientativas, no coinciden con los valores reales

III. CONCLUSIONES

Los valores obtenidos están muy lejos del que realmente deseábamos al inicio de la práctica pero eso no significa que los métodos aplicados sean incorrectos.

Estamos evaluando un área que no se asemeja para nada a la curva real. Es debido a este caso que existe la fórmula del trapecio compuesta para ir estudiando la función por trozos. Para evaluar correctamente esta curva deberíamos primero calcular valores que nos ayuden a calcular curvas/rectas que se asemejen a nuestro objetivo por partes, calcular las áreas de estas y luego sumarlas.