Trabalho 2 - ICC

Matheus Pacheco dos Santos e Luzia Millena Santos Silva

13 de Dezembro de 2021

1 Estrutura de dados

Seja o sistema não linear de várias instâncias de *Função Triadiagonal de Broyden*:

$$\begin{cases} (3 - 2 \cdot x_1) \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 + 1 \\ (3 - 2 \cdot x_2) \cdot x_2 - x_1 - 2 \cdot x_3 + 1 \\ (3 - 2 \cdot x_3) \cdot x_3 - x_2 - 2 \cdot x_4 + 1 \\ (3 - 2 \cdot x_3) \cdot x_4 - x_3 + 1 \end{cases}$$

através desse sistema a matriz de derivadas parciais irá ficar da forma:

$$\begin{pmatrix} -2x_1 + 3 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -2x_2 + 3 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -2x_3 + 3 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -2x_4 + 3 \end{pmatrix}$$

ou seja, a matriz de derivadas parciais de um sistema de instâncias de *Função Triadiagonal de Broyden*, é uma matriz triadiagonal para qualquer que seja a dimensão desta matriz.

Note que podemos guardar essa matriz triadiagonal com apenas três vetores:

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 \end{bmatrix} \\ D_2 &= \begin{bmatrix} -2x_1 + 3 & -2x_2 + 3 & -2x_3 + 3 & -2x_4 + 3 \end{bmatrix} \\ D_3 &= \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

note que D_1 e D_3, tem $n - 1$ elementos no vetor, sendo $n = 3$.

Sendo assim, podemos descrever uma matriz de derivadas parciais de um sistema não linear de instâncias de *Função Triadiagonal de Broyden* com apenas 3 vetores da seguinte forma:

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 & \dots & -2 \end{bmatrix} \\ D_2 &= \begin{bmatrix} -2x_1 + 3 & -2x_2 + 3 & -2x_3 + 3 & -2x_4 + 3 & \dots & -2x_n + 3 \end{bmatrix} \\ D_3 &= \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

com D_2 com n elementos e D_1, D_3 com $n - 1$ elementos.

Portanto temos três fatos:

1. A matriz de derivadas parciais pode ser representada na forma de 3 diagonais

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 & \dots & -2 \end{bmatrix} \\ D_2 &= \begin{bmatrix} -2x_1 + 3 & -2x_2 + 3 & -2x_3 + 3 & -2x_4 + 3 & \dots & -2x_n + 3 \end{bmatrix} \\ D_3 &= \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. D_1 possui somente elementos -2 e D_3 possui somente elementos -1

3. Elemento x_i da diagonal D_2 é da forma $-2x_{i'} + 3$ sendo $x_{i'}$ o valor da aproximação anterior.

Mas veja que o valor de x_i pode ser descoberto da seguinte maneira:

$$x_i = \frac{2x_{i+1} + x_{i-1}}{-2x_{i'} + 3}$$

onde $x_{i'}$ é a aproximação anterior. Com exceção de x_1 e x_n, que são:

$$x_1 = \frac{2x_2}{-2x_{1'} + 3}$$
$$x_n = \frac{-x_{n-1}}{-2x_{n'} + 3}$$