

### Politechnika Wrocławska

#### Wydział Matematyki

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Specjalność: –

Praca dyplomowa – inżynierska

### TYTUŁ PRACY DYPLOMOWEJ

#### Michał Cerazy

słowa kluczowe: tutaj podajemy najważniejsze słowa kluczowe (łącznie nie powinny być dłuższe niż 150 znaków).

krótkie streszczenie:

Tutaj piszemy krótkie streszczenie pracy (nie powinno być dłuższe niż 530 znaków).

Opiekun pracy	dr hab. inż. Krzysztof Burnecki		
dyplomowej	Tytuł/stopień naukowy/imię i nazwisko	ocena	$\operatorname{podpis}$

Do celów archiwalnych pracę dyplomową zakwalifikowano do:\*

- a) kategorii A (akta wieczyste)
- b) kategorii BE 50 (po 50 latach podlegające ekspertyzie)

pieczątka wydziałowa

Wrocław, rok 2018

<sup>\*</sup> niepotrzebne skreślić

#### Faculty of Pure and Applied Mathematics

Field of study: Applied Mathematics

Specialty: -

#### Engineering Thesis

### TYTUŁ PRACY DYPLOMOWEJ W JĘZYKU ANGIELSKIM

#### Michał Cerazy

keywords:

tutaj podajemy najważniejsze słowa kluczowe w języku angielskim (łącznie nie powinny być dłuższe niż 150 znaków)

#### short summary:

Tutaj piszemy krótkie streszczenie pracy w języku angielskim (nie powinno być dłuższe niż 530 znaków).

Supervisor	dr hab. inż. Krzysztof Burnecki		
	Title/degree/name and surname	grade	signature

For the purposes of archival thesis qualified to:\*

- a) category A (perpetual files)
- b) category BE 50 (subject to expertise after 50 years)

stamp of the faculty

<sup>\*</sup> delete as appropriate

# Spis treści

W	$I_{ m step}$	3
1	Opis ligi NBA, jak wyglada sezon	5
2	Teoria, matematyka	9
3	Metodologia, algorytmy3.1 Model uśredniony3.2 Model rywalizacji3.3 Model symulacji fazy pucharowej	
4	Wyniki, porownanie modeli	15
5	Wnioski	17
Po	odsumowanie	19
D	odatek	21

### Wstęp

Dzięki powszechnemu dostępowi do internetu i rozpowszechnieniu kultury masowej amerykańska liga koszykarska NBA zyskała popularność na całym świecie, przyciągając do siebie najlepszych graczy i masy fanów. Dzięki nieprzewidywalności i złożoności tego sportu podejmowano wiele prób przewidywania wyników rozgrywek, które często toczyły się inaczej, niż by zakładano (najlepszym tego przykładem może być sezon 2003/2004, kiedy to nisko notowani Detroit Pistons pokonali faworytów w postaci Los Angeles Lakers). Najlepsi analitycy sportowi starają się ?analizować? każdy aspekt gry i jego wpływ na sytuację na boisku, lecz nikt do tej pory nie był w stanie zaproponować skutecznego modelu opisującego przebieg rozgrywek. W niniejszej pracy inżynierskiej podjęto próbę przewidzenia rezultatów wybranego sezonu ligi NBA przy pomocy informacji o wynikach poszczególnych drużyn w poprzednich sezonach.

### Opis ligi NBA, jak wyglada sezon

- Charlotte Hornets Charlotte Bobcats
- Brooklyn Nets New Jersey Nets
- Oklahoma City Thunder Seattle SuperSonics
- New Orleans Pelicans New Orleans Hornets

Sezon w NBA składa się z dwóch części: zasadniczej i następującej po niej pucharowej (playoffs). W sezonie zasadniczym każda drużyna rozgrywa 82 mecze, grając z każdym innym zespołem od 2 do 4 gier. Terminarz wyznaczany jest wedle następujących reguł:

- 1. drużyny z różnych konferencji grają ze sobą 2 spotkania (1 na wyjedzie i 1 na własnym boisku),
- 2. drużyny z tej samej dywizji grają ze sobą 4 spotkania (2 na wyjedzie i 2 na własnym boisku),
- 3. drużyny z tej samej konferencji oraz różnych dywizji grają ze sobą 3 albo 4 spotkania (przynajmniej po jednym na wyjedzie i własnym boisku).

Konferencja Wschodnia			
Atlantic Division	Southeast Division	Central Division	
Boston Celtics	Atlanta Hawks	Chicago Bulls	
Brooklyn Nets	Charlotte Hornets	Cleveland Cavaliers	
New York Knicks	Miami Heat	Detroit Pistons	
Philadelphia 76ers	Orlando Magic	Indiana Pacers	
Toronto Raptors	Washington Wizards	Milwaukee Bucks	

Konferencja Zachodnia				
Northwest Division	Southwest Division	Pacific Division		
Denver Nuggets	Dallas Mavericks	Golden State Warriors		
Minnesota Timberwolves	Houston Rockets	Los Angeles Clippers		
Oklahoma City Thunder	Memphis Grizzlies	Los Angeles Lakers		
Portland Trail Blazers	New Orleans Pelicans	Phoenix Suns		
Utah Jazztors	San Antonio Spurs	Sacramento Kings		

Mecze koszykówki nie mogą zakończyć się remisem (w razie remisu po regulaminowym czasie gry rozgrywa się dogrywki aż do wyłonienia zwycięzcy). Po zakończeniu sezonu następuje wspomniana wyżej faza pucharowa; wchodzi do niej po 8 najlepszych zespołów z każdej konferencji (w razie takiej samej ilości zwycięstw dla obu zespołów decydują mecze bezpośrednie pomiędzy nimi). W tej fazie drużyny grają ze sobą maksymalnie 7 meczów, czyli zespół, który pierwszy wygra 4 mecze, przechodzi do następnego etapu. W fazie Playoff jasno zdefiniowane są lokalizacje odgrywania spotkań — lepszy bilans zwycięstw w sezonie zasadniczym skutkuje przewagą parkietu. Seria spotkań grana jest w formacie 2–2–1–1–1, czyli mecze numer 1, 2, 5 i 7 grane są u lepszej z drużyn. Przy doborze przeciwników w tej fazie bierze się pod uwagę pozycję w tabeli konferencji: drużyna z miejsca pierwszego gra z zespołem o ósmym bilansie w danej konferencji, druga z siódmą, i tak dalej. Zwycięzca serii przechodzi do następnego etapu z czterema drużynami, po którym następują finały konferencji — najlepsze drużyny ze swoich konferencji spotykają się w finałach NBA. Dla lepszego zrozumienia systemu rozgrywek Playoff ZAMIESZCZONO DRZEWKO PONIŻEJ!!!!!!!!!!!!!!!!!!

CZY ZAMIEŚCIĆ OPIS GRY? PODSTAWOWE ZASADY ITP? Wyniki z sezonu regularnego 2015/2015 prezentują się następująco: Playoffs 2015:

Golden State Warriors67Atlanta Hawks60Houston Rockets56Los Angeles Clippers56Memphis Grizzlies55San Antonio Spurs55Cleveland Cavaliers53Portland Trail Blazers51Chicago Bulls50Dallas Mavericks50Toronto Raptors49Washington Wizards46New Orleans Pelicans45Oklahoma City Thunder45Milwaukee Bucks41Boston Celtics40Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17Minnegeta Timboryushys16	Drużyna	Ilość zwycięstw
Houston Rockets Los Angeles Clippers 56 Memphis Grizzlies 55 San Antonio Spurs 55 Cleveland Cavaliers 53 Portland Trail Blazers 51 Chicago Bulls 50 Dallas Mavericks 50 Toronto Raptors 49 Washington Wizards 46 New Orleans Pelicans 60klahoma City Thunder 45 Milwaukee Bucks 41 Boston Celtics 40 Phoenix Suns 39 Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz 38 Miami Heat 7 Charlotte Hornets 32 Detroit Pistons 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings 7 Clarlodo Magic 25 Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks	Golden State Warriors	67
Los Angeles Clippers  Memphis Grizzlies  San Antonio Spurs  Cleveland Cavaliers  53  Portland Trail Blazers  Chicago Bulls  Dallas Mavericks  Toronto Raptors  Washington Wizards  New Orleans Pelicans  Oklahoma City Thunder  Milwaukee Bucks  Boston Celtics  Phoenix Suns  Brooklyn Nets  Indiana Pacers  Utah Jazz  Miami Heat  Charlotte Hornets  Derver Nuggets  Sacramento Kings  Orlando Magic  Los Angeles Lakers  New York Knicks  13  Detroit Pistons  Sacramento Kings  Piss  New York Knicks  17	Atlanta Hawks	60
Memphis Grizzlies55San Antonio Spurs55Cleveland Cavaliers53Portland Trail Blazers51Chicago Bulls50Dallas Mavericks50Toronto Raptors49Washington Wizards46New Orleans Pelicans45Oklahoma City Thunder45Milwaukee Bucks41Boston Celtics40Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Houston Rockets	56
San Antonio Spurs Cleveland Cavaliers 53 Portland Trail Blazers 51 Chicago Bulls 50 Dallas Mavericks 50 Toronto Raptors 49 Washington Wizards Afe New Orleans Pelicans Oklahoma City Thunder Milwaukee Bucks 41 Boston Celtics Phoenix Suns 39 Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz 38 Miami Heat Charlotte Hornets 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings Orlando Magic Los Angeles Lakers New York Knicks 17	Los Angeles Clippers	56
Cleveland Cavaliers Portland Trail Blazers 51 Chicago Bulls 50 Dallas Mavericks 50 Toronto Raptors 49 Washington Wizards New Orleans Pelicans Oklahoma City Thunder 45 Milwaukee Bucks 41 Boston Celtics 40 Phoenix Suns 39 Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz 38 Miami Heat 37 Charlotte Hornets 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings Orlando Magic Los Angeles Lakers 17	Memphis Grizzlies	55
Portland Trail Blazers Chicago Bulls 50 Dallas Mavericks 50 Toronto Raptors 49 Washington Wizards A6 New Orleans Pelicans Oklahoma City Thunder 45 Milwaukee Bucks 41 Boston Celtics 40 Phoenix Suns Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz 38 Miami Heat Charlotte Hornets 32 Denver Nuggets Orlando Magic 25 Los Angeles Lakers Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 19	San Antonio Spurs	55
Chicago Bulls50Dallas Mavericks50Toronto Raptors49Washington Wizards46New Orleans Pelicans45Oklahoma City Thunder45Milwaukee Bucks41Boston Celtics40Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Cleveland Cavaliers	53
Dallas Mavericks Toronto Raptors 49 Washington Wizards A6 New Orleans Pelicans Oklahoma City Thunder 45 Milwaukee Bucks Boston Celtics 40 Phoenix Suns Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz Miami Heat 37 Charlotte Hornets 32 Detroit Pistons 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings Orlando Magic Los Angeles Lakers Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Portland Trail Blazers	51
Toronto Raptors 49 Washington Wizards 46 New Orleans Pelicans 45 Oklahoma City Thunder 45 Milwaukee Bucks 41 Boston Celtics 40 Phoenix Suns 39 Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz 38 Miami Heat 37 Charlotte Hornets 33 Detroit Pistons 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings 29 Orlando Magic 25 Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Chicago Bulls	50
Washington Wizards46New Orleans Pelicans45Oklahoma City Thunder45Milwaukee Bucks41Boston Celtics40Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Dallas Mavericks	50
New Orleans Pelicans45Oklahoma City Thunder45Milwaukee Bucks41Boston Celtics40Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Toronto Raptors	49
Oklahoma City Thunder45Milwaukee Bucks41Boston Celtics40Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Washington Wizards	46
Milwaukee Bucks41Boston Celtics40Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	New Orleans Pelicans	45
Boston Celtics 40 Phoenix Suns 39 Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz 38 Miami Heat 37 Charlotte Hornets 33 Detroit Pistons 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings 29 Orlando Magic 25 Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Oklahoma City Thunder	45
Phoenix Suns39Brooklyn Nets38Indiana Pacers38Utah Jazz38Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Milwaukee Bucks	41
Brooklyn Nets 38 Indiana Pacers 38 Utah Jazz 38 Miami Heat 37 Charlotte Hornets 33 Detroit Pistons 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings 29 Orlando Magic 25 Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Boston Celtics	40
Indiana Pacers  Utah Jazz  38  Miami Heat  37  Charlotte Hornets  33  Detroit Pistons  32  Denver Nuggets  30  Sacramento Kings  Orlando Magic  Los Angeles Lakers  Philadelphia 76ers  New York Knicks  38  39  37  29  29  30  Sacramento Kings  29  18	Phoenix Suns	39
Utah Jazz 38 Miami Heat 37 Charlotte Hornets 33 Detroit Pistons 32 Denver Nuggets 30 Sacramento Kings 29 Orlando Magic 25 Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Brooklyn Nets	38
Miami Heat37Charlotte Hornets33Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Indiana Pacers	38
Charlotte Hornets 33  Detroit Pistons 32  Denver Nuggets 30  Sacramento Kings 29  Orlando Magic 25  Los Angeles Lakers 21  Philadelphia 76ers 18  New York Knicks 17	Utah Jazz	38
Detroit Pistons32Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Miami Heat	37
Denver Nuggets30Sacramento Kings29Orlando Magic25Los Angeles Lakers21Philadelphia 76ers18New York Knicks17	Charlotte Hornets	33
Sacramento Kings 29 Orlando Magic 25 Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Detroit Pistons	32
Orlando Magic 25 Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Denver Nuggets	30
Los Angeles Lakers 21 Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17	Sacramento Kings	29
Philadelphia 76ers 18 New York Knicks 17		25
New York Knicks 17	Los Angeles Lakers	21
New York Knicks 17	Philadelphia 76ers	18
Minnogota Timborwolyog 16		17
willing of a Tilling worker 10	Minnesota Timberwolves	16

Zwycięzca	Przegrany	Wynik		
]	Eastern Conference First Rour	nd		
Atlanta Hawks	Brooklyn Nets	4-2		
Chicago Bulls	Milwaukee Bucks	4-2		
Cleveland Cavaliers	Boston Celtics	4-0		
Washington Wizards	Toronto Raptors	4-0		
	Western Conference First Roun	nd		
Golden State Warriors	New Orleans Pelicans	4-0		
Houston Rockets	Dallas Mavericks	4-1		
Los Angeles Clippers	San Antonio Spurs	4-3		
Memphis Grizzlies	Portland Trail Blazers	4-1		
	Eastern Conference Semifinal	5		
Atlanta Hawks	Washington Wizards	4-2		
Cleveland Cavaliers	Chicago Bulls	4-2		
	Western Conference Semifinal	S		
Golden State Warriors	Memphis Grizzlies	4-2		
Houston Rockets	Los Angeles Clippers	4-3		
	Eastern Conference Finals			
Cleveland Cavaliers	Atlanta Hawks	4-0		
Western Conference Finals				
Golden State Warriors	Houston Rockets	4-1		
Finals				
Golden State Warriors	Cleveland Cavaliers	4-2		

## Teoria, matematyka

Monte Carlo, rozkład jednostajny, bootstrap, rozkład, estymacja, metod nieparametryczne, boxplot, dystrybuanta, wartość oczekiwana?

CZY BADAMY NORMALNOŚĆ? test shapiro-wilka, gęstość rozkładu, rozklad normalny, qqplot?

### Metodologia, algorytmy

Czy znając wyniki zakończonych rozgrywek jesteśmy w stanie przewidzieć rezultaty przyszłych zawodów?

Dane, które będą wykorzystywane do symulacji sezonu zostały zebrane ze strony sportowej basketballreference.com.

Na potrzeby tej pracy zebrano wyniki starć pomiędzy drużynami począwszy od sezonu 2004/2005 aż do 2017/2018. Początkowo symulowano rozgrywki w sezonie 2014/2015 w celu wybrania najlepszego modelu, a następnie skorzystano z niego, aby przewidzieć wyniki rozgrywek we wciąż trwającym sezonie 2018/2019. Posiadając ilość wygranych jednej drużyny z drugą na przestrzeni lat dokonano następujących transformacji danych: W zależności od interwału czasowego, jaki będziemy rozpatrywać, zebrano wyniki w określonych rozgrywkach (na przykład, przy wyznaczaniu wyników sezony 2014/2015 i interwale 5 lat, używać będziemy danych z lat 2009 do 2014). Dzięki uzyskanej w ten sposób liczbie wygranych w możemy stosunek zwycięstw do porażek dla wybranych zespołów (przykład: Boston Celtics i Atlanta Hawks grały ze sobą 10 razy, Jastrzębie wygrały zaledwie 4 razy, dlatego też w starciu z Celtami ich stosunek wygranych do przegranych wynosi 0.4). Po zastosowaniu tej metody dla wszystkich zespołów uzyskano macierz o rozmiarze 30 wierszy i kolumn zawierającą prawdopodobieństwa na wygraną z każdym zespołem w lidze.

Podczas prób symulacji dokonano intuicyjnego założenia, wedle którego największy wpływ na postawę sezonu mają rozgrywki bezpośrednio go poprzedzające. W tym celu dobrano system wag — z powodu dynamicznych zmian w lidze, najstarsze sezony otrzymują najmiejszą rangę, która stopniowo zwiększa się, im bliżej do zawodów rozpatrywanych w symulacji. Ważona ilość zwycięstw  $Z_i$  i-tej drużyny  $D_i$  z j-tą drużyną  $D_j$  wynosi

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (1 + x \cdot k) \cdot R_{ijk}, \tag{3.1}$$

gdzie n to ilość sezonów, z których zaciągamy dane, x ustalona waga kolejnych rozgrywek, a  $R_{ijk}$  to wynik starć drużyny  $D_i$  z drużyną  $D_j$  w k-tym sezonie. Podczas testowania skuteczności modeli dobierano różne wagi w celu znalezienia tego zwracającego najlepsze predykcje.

Podczas symulacji program przechodzi przez dokładnie określony terminarz rozgrywek — drużyna gra z przeciwnikiem tyle razy, ile spotkań wyznaczono w rozkładzie. Algorytmy losowania opisano szczegółowo w ROZDZIALE Z MODELAMI.

### 3.1 Model uśredniony

Pierwszy ze stworzonych modeli polega na obliczeniu ogólnego stosunku zwycięstw do porażek dla każdej drużyny w wybranym okresie — wszystkie wygrane zespołu zostają podzielone przez łączną liczbę rozegranych spotkań, wynikiem czego jest liczba z przedziału [0,1] określana jako  $P_i$ , gdzie i to i-ta drużyna. Algorytm symulowania wyników spotkań między drużynami wygląda następująco:

- 1. wstaw i=1
  - (a) wstaw j = i
  - (b) znajdź drużyny  $D_i$  i  $D_j$
  - (c) odczytaj średnie ilości zwycięstw  $W_i$  i  $W_j$  dla drużyn  $D_i$  i  $D_j$
  - (d) wyznacz prawdopodobieństwo zwycięstwa  $W_{ij}$  przez drużynę  $D_i$  równe  $W_{ij} = \frac{W_i}{W_i + W_i}$
  - (e) w terminarzu znajdź liczbę spotkań  $S_{ij}$  pomiędzy drużynami  $D_i$  i  $D_j$ 
    - i. symuluj liczbę U z rozkładu jednostajnego  $U \sim U[0,1]$
    - ii. jeżeli  $W_{ij} \leq U$ , to zwiększ licznik zwycięstw drużyny  $D_i$ , w przeciwnym razie zwiększ licznik zwycięstw drużyny  $D_i$
    - iii. powtórz  $S_{ij}$  razy
  - (f) wstaw j = j + 1
- 2. wstaw i = i + 1
- 3. jeżeli i > 30, to zakończ algorytm

Przy testowaniu skuteczności tego modelu

#### 3.2 Model rywalizacji

Drugi z zaproponowanych modeli zakłada zwracanie uwagi na historyczne wyniki przeciwko konkretnej drużynie. W zawodowym sporcie niejednokrotnie można trafić na zażarte rywalizacje między dwoma klubami lub zwykłą łatwość w pokonaniu szczególnego przeciwnika. Algorytm symulowania wyników spotkań między drużynami wygląda następująco:

- 1. wstaw i=1
  - (a) wstaw j = i
  - (b) znajdź drużyny  $D_i$  i  $D_i$
  - (c) odczytaj z macierzy wyników stosunek zwycięstw  $W_{ij}$  drużyny  $D_i$  przeciw drużynie  $D_j$
  - (d) w terminarzu znajdź liczbę spotkań  $S_{ij}$  pomiędzy drużynami  $D_i$  i  $D_j$ 
    - i. symuluj liczbę U z rozkładu jednostajnego  $U \sim U[0,1]$
    - ii. jeżeli  $W_{ij} \leq U$ , to zwiększ licznik zwycięstw drużyny  $D_i$ , w przeciwnym razie zwiększ licznik zwycięstw drużyny  $D_i$
    - iii. powtórz  $S_{ij}$  razy

- (e) wstaw j = j + 1
- 2. wstaw i = i + 1
- 3. jeżeli i > 30, to zakończ algorytm

### 3.3 Model symulacji fazy pucharowej

Po symulacji całego sezonu, czyli 1230 spotkań, 8 najlepszych drużyn z każdej konferencji przechodzi do fazy Playoff, gdzie toczy rozgrywki zgodnie z systemem opisanym we WSTĘPIE. Na tym etapie rozgrywek symulacja spotkań różni się od części zasadniczej: zamiast jednego z zasugerowanych wcześniej modeli korzysta się ze wcześniejszej symulacji fazy zasadniczej. W celu oddania trendów panujących w wygenerowanych rozgrywkach (a mianowicie potencjalnych kontuzjach, spadkach lub zwyżkach formy), użyta zostaje jedynie informacja o ilości wygranych przed rozpoczęciem Playoffów. Algorytm symulowania tej fazy jest postaci:

- 1. wybierz drużyny  $D_i$  i  $D_j$
- 2. odczytaj symulowane ilości zwycięstw  $W_i$  i  $W_j$  dla wybranych drużyn  $D_i$  i  $D_i$
- 3. wyznacz prawdopodobieństwo zwycięstwa  $W_{ij}$  przez drużynę  $D_i$  równe  $W_{ij} = \frac{W_i}{W_i + W_i}$
- 4. wstaw liczniki zwycięstw  $Z_i = 0$  i  $Z_j = 0$ 
  - (a) symuluj liczbę U z rozkładu jednostajnego  $U \sim U[0,1]$
  - (b) jeżeli  $W_{ij} \leq U$ , wstaw  $Z_i = Z_i + 1$ , w przeciwnym razie wstaw  $Z_j = Z_j + 1$
  - (c) powtarzaj dopóki  $Z_i = 4$  lub  $Z_i = 4$
- 5. jeżeli  $Z_i=4$ , to przenieś drużynę  $D_i$  do następnego etapu, w przeciwnym razie przenieś drużynę  $D_j$

Ilości zwycięstw drużyn w kolejnych symulowanych rozgrywkach są zapisywane i zapamiętywane, podobnie jak informacje o przejściach do kolejnych faz rozgrywek pucharowych.

# Wyniki, porownanie modeli

modelowanie okresem, sezonem, wagami, długością próbki? symulacja dla 2018-19?

## Wnioski

gęstości symulacji powinny mieć rozkład normalny?

## Podsumowanie

## Dodatek

tabele z prawdopodobieństwami, terminarz sezonu