Afsluitende opdracht Module 5 Towerdefence

Jelle Sjollema

25 oktober 2022

Samenvatting

Hier volgen een aantal opgaven die inzicht moet geven van het leerproces van Module 5 Towerdefence. De opdrachten moeten individueel worden ingeleverd.

1 Gebruikte afspraken

De objecten hebben een naam in Uppercase (hoofdletter), zoals: A, B, C, enz.
De positie van het object wordt aangegeven met een vector, met dezelfde naam als het object, maar met dan in lowercase. Om aan geven dat het een vector is, worden deze namen voorzien van een pijl boven de naam. Dus posities hebben namen zoals $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ enz.
Alle afstanden in Unity worden weergegeven in meters, de tijd in seconden

2 De basis

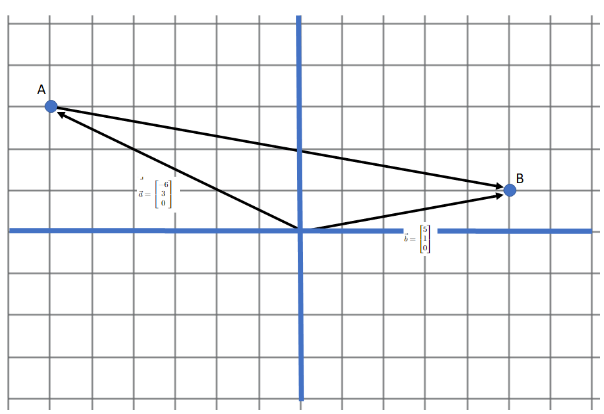
2.1 de basisobjecten

Maak een 2d Unity project aan.

Plaats de camera op $\vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

Plaats de GameObject A op $\vec{a} = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

Plaats de GameObject B op $\vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$



De variabele $\vec{d}$ is de vector van A naar B

1. bereken de verschilvector $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$
2. bereken de lengte van de verschilvector $\left\|\vec{d}\,\right\|$

   De genormeerde vector van van A naar B heet $\hat{d}$

3. bereken de genormeerde eenheidsvector $\hat{d}$

2.2 de enemy

Voeg een GameObject E (enemy) toe en plaats deze op dezelfde plaats als A.
Maak een variabele float v_e aan, dit is de snelheid (speed) van E
Maak ook de variabele Vector3 $\vec{v_e}$ aan, dit is de vectorsnelheid (velocity) van E

Zet de waarde van $v_e = 1$

de snelheid van E definieren wij als $\vec{v_e} = v_e\hat{d}$

1. Wat is de waarde van $\vec{v_e}$?
2. wat is de waarde van $\|\vec{v_e}\|$?

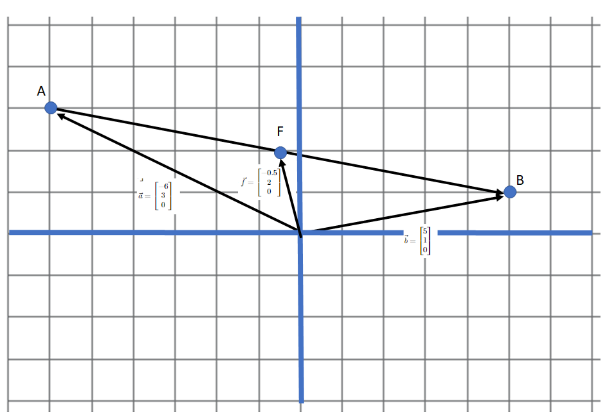
   laat in de Update-functie object E van A naar B bewegen via $\vec{v_e}\Delta t$ De engine is standaard ingesteld op een refreshrate van 60 frames per seconde. In dat geval probeert de engine de update-functie $\Delta t = \frac{1}{60}s$, te laten duren. Dit gegeven is voor de berekeningen verder niet nodig, maar zorgt ervoor de snelheden in m/s zijn

3. hoe lang duurt de beweging van E van A naar B?
4. verander de waarde van $v_e = 2$. Wat is nu de waarde van $\|\vec{v_e}\|$?
5. hoe lang duurt nu de beweging van E van A naar B?

3 het afleggen van de weg van A naar B

3.1 Punt op de weg

1. beschouw het speelveld als een plat vlak, waarbij de enemy door de punten A(-6,3) en B(5,1) gaat. Wat is de lineaire vergelijking van lijn l(x) die door punten A en B gaat?



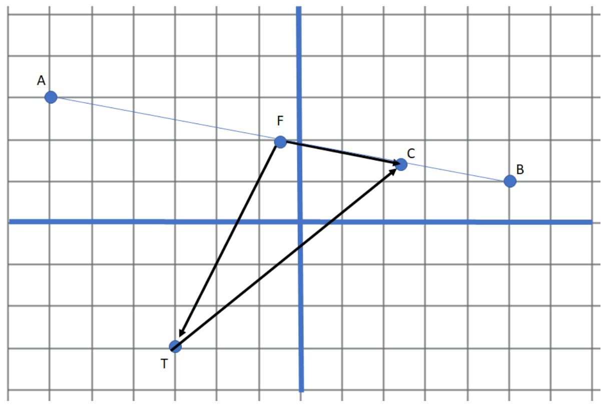
Onderweg komt de enemy op punt F op positie $\vec{f} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

2. Onderzoek of de enemy daadwerkelijk langs dit punt komt
3. hoe snel na het verlaten van A is E bij punt F bij een snelheid van $v_e = 2$?

4 De toren

4.1 het plaatsen van de toren

plaats een toren T op positie $\vec{t} = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

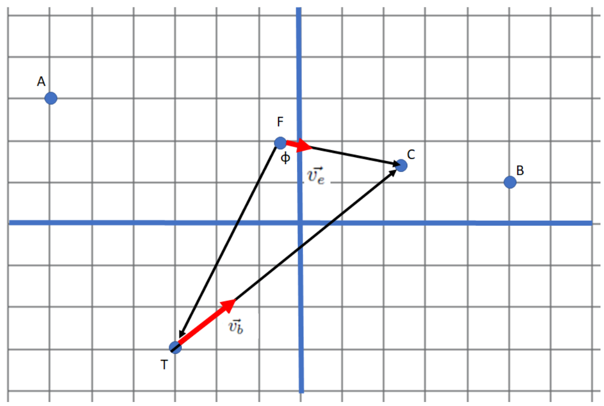


1. Wat is de waarden van de differencevector naar T van F: $\vec{tf}$?
2. wat is de afstand naar T van F (de magnitude van difference vector $\left\|\vec{tf}\right\|$?
3. Om toren T te laten richten op punt F moeten wij weten welke hoek deze maakt t.o.v. de wereld. Daarvoor gebruiken wij de tegenovergestelde differencevector naar F van T $\vec{ft} = -\vec{tf}$ Wat is de hoek van $\vec{ft}$ t.o.v. de wereld (0°)?

5 shoot

5.1 the bullet

Als enemy E in punt F is aangekomen, vuurt de toren een bullet af. De bullet vertrekt uit T op position $\vec{t}$ en heeft velocity $\vec{v_b}$
De vraag is onder welke hoek τ moet de bullet worden afgeschoten en hoe lang zal de bullet er over doen om de enemy op positie C te raken



Om dit probleem op te lossen heb je 4 wiskundige technieken nodig

- het dotproduct (inproduct) van twee vectoren
- d.m.v. het dotproduct de hoek tussen twee vectoren bepalen
- de cosinus-regel om een hoek van een driehoek te vinden als van de driehoek alleen de lengtes van de 3 zijden bekend is
- de abc-formule voor het oplossen van kwadratische vergelijkingen

5.2 het dotproduct of scalarproduct

Het dotproduct van twee vectoren $\vec{u}$ en wordt gegeven door $\vec{u}\cdot\vec{v}$. Het wordt ook wel het 'scalarproduct' genoemd, omdat het dotproduct van twee vectoren een getal oplevert (een 'gewoon' getal wordt bij vectoren aangeduid als een 'scalar'). Het dotproduct van twee vectoren is te berekenen door de x-componenten onderling te vermenigvuldigen, net zoals de y en z componenten en deze bij elkaar op te tellen

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$$
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$$

1. Wat is het inproduct van $\vec{v_e} \cdot \vec{tf}$ bij een $v_e = 1$ m/s ?

5.3 verband inproduct van vectoren en hoek tussen vectoren

het inproduct kan ook weergegeven worden als

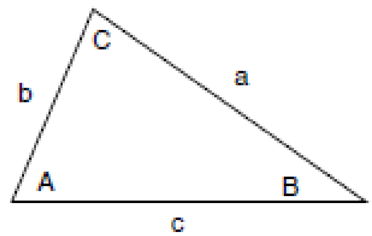
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\,cos(\beta)$$

waarbij β de hoek tussen de vectoren $\vec{u}$ en $\vec{u}$ is.

1. schrijf bovenstaande formule om in de vorm van $cos(\beta) =$
2. pas deze formule om de hoek $cos(\phi)$ tussen de vectoren $\vec{v_e}$ en $\vec{tf}$ uit te drukken

5.4 de cosinusregel

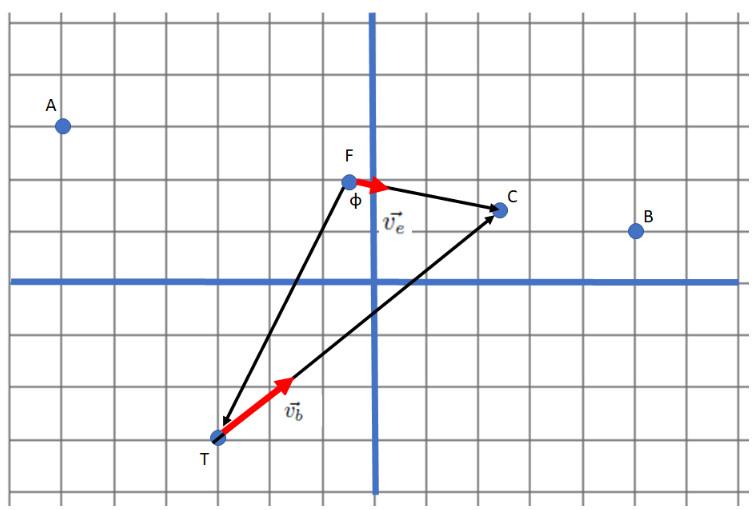
in het boek Mathematics voor computergraphics wordt de cosine rule gegeven.



Bij hoeken A, B en C met tegenoverliggende zijden a, b en c geldt voor iedere (willekeurige) driehoek:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos(A)$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\ \cos(B)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos(C)$$

in het geval van bullet-prediction gebruiken wij de volgende driehoek



1. pas de Cosine Rule toe op de driehoek met hoek ϕ en zijden $\overline{FT}, \overline{FT}en\overline{TF}$
2. vervang $\overline{FC}$ door $\|\vec{e_v}t\|$, $\overline{TC}$ door $\|\vec{e_b}t\|$, $\overline{FT}$ door $\left\|\vec{f}t\right\|$
3. vervang $\cos(\phi)$ door $\frac{\vec{e_v}\cdot\vec{tf}}{\|\vec{v_e}\|\left\|\vec{tf}\right\|}$