

Prak.: P1 Semester: WS19/20 Wochentag: Di Gruppennr.: 11

Name: Hohenstein Vorname: Michael

Name: Michel Vorname: Alexis

Emailadresse(n): alexis.michel@gmx.de, michael.hohenstein@gmx.de

Versuch: Elektrische Messverfahren (P1-6) Fehlerrech.: Nein

Betreuer: Jasper Krieg Durchgeführt am: 26.11.19

Wird vom Betreuer ausgefüllt.

1. Abgabe am: \_\_\_\_\_

Rückgabe am: \_\_\_\_\_ Begründung:

2. Abgabe am: \_\_\_\_\_

Ergebnis: + / 0 / - Fehlerrechnung: Ja / Nein

Datum: \_\_\_\_\_ Handzeichen: \_\_\_\_\_

Bemerkungen:



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabe</b>	<b>1</b>
1.1	Messen des Innenwiderstands $R_i^I$ des $\mu A$ -Multizets im 1 mA-Bereich . . . . .	1
1.2	Berechnung des Innenwiderstands $R_i^U$ des $AV\Omega$ -Multizets im 0,3 V-Bereich .	2
1.3	Bestimmung eines unbekannten Widerstandes aus Strom- und Spannungsmessung . . . . .	3
1.3.1	Berechnen des Widerstandes $R_x$ ohne Berücksichtigung der Widerstände der Messinstrumente . . . . .	3
1.3.2	Auswertung der Spannungsrichtigen Messungen . . . . .	4
1.3.3	Auswertung der Stromrichtigen Messungen . . . . .	4
1.3.4	Ergebnisse der Auswertungen mit Berücksichtigung der Widerstände der Messinstrumente . . . . .	4
1.3.5	Vergleich der berechneten Widerstände mit dem bekannten wert für $R_x$	5
1.4	Messen eines unbekannten Widerstandes $R_x$ in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung . . . . .	5
1.5	Messen des Widerstandes $R_x$ mit Hilfe des $\Omega$ -Messbereichs von $\mu A$ -Multizets	6
1.6	Messen der Ursprung einer Trockenbatterie mit Hilfe einer Kompensationschaltung . . . . .	7
1.7	Messen des Innenwiderstandes einer Trockenbatterie bei mäßigen Belastungen	8
1.8	Ausblick . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Aufgabe</b>	<b>10</b>
2.1	Messen des Gleichstromwiderstandes einer Spule mit Hilfe des $\Omega$ -Messbereichs von $\mu A$ -Multizets . . . . .	10
2.2	Messen der Induktivität und des Verlustwiderstandes einer Spule bei kleinen Frequenzen . . . . .	10
2.3	Bestimmung der Induktivität $L$ , des Verlustwiderstandes $R$ und der Kapazität $C$ eines Parallelschwingkreises aus seinem Resonanzverhalten . . . . .	12
2.4	Bestimmung der Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator einzeln bei einer Frequenz $\omega_0$ jeweils durch Messung von Strom und Spannung	16
2.5	Bestimmung des reell angenommenen Innenwiderstandes des Sinusgenerators	17

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Schaltpläne zur Versuchsdurchführung links: ohne zusätzliches Spannungsmessgerät rechts: mit zusätzlichem Spannungsmessgerät . . . . .	1
-----	--	---

1.2	Schaltpläne zur Spannungs- und Stromrichtigen Messung links: Stromrichtige Messung rechts: Spannungsrichtige Messung . . . . .	3
1.3	Schaltplan zur Wheatstoneschen Brückenschaltung . . . . .	6
1.4	Kompensationsschaltung zum Messen der Spannung einer Trockenbatterie .	7
1.5	center . . . . .	8
2.1	Zeigermodell zu Versuch 2.2 . . . . .	11
2.2	Schaltung von Versuch 2.3 . . . . .	12
2.3	Spannung $U_{RC}$ über $f$ aufgetragen . . . . .	14
2.4	Phase $\Delta\phi$ über $f$ aufgetragen . . . . .	15
2.5	Zeigermodell im Fall der Resonanz . . . . .	17

## Tabellenverzeichnis

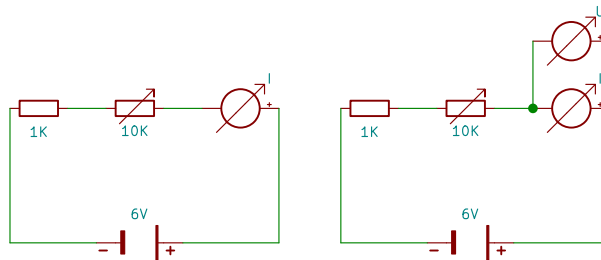
1.1	Messwerte zur bestimmung eines unbekannten Widerstandes . . . . .	3
1.2	Berechnung der Widerstandes ohne Korrektur durch Berücksichtigung der Widerstände der Messinstrumente . . . . .	4
1.3	Ergebnisse des zu bestimmenden unbekannten Widerstandes . . . . .	5
1.4	Abweichungen der Ergebnisse vom bekannten Widerstandswert . . . . .	5
1.5	gemessene Spannungsdifferenz für verschiedene Lastwiderstände . . . . .	8
1.6	Innenwiderstände der Trockenbatterie . . . . .	9
2.1	Messwerte für Versuch 2.3 . . . . .	13

# 1. Aufgabe

Mithilfe von Strom- und Spannungsmessgeräten ist es möglich, innerhalb eines elektrischen Stromkreises entweder eine an einem elektrischen Bauteil abfallende Spannung oder einen dadurch fließenden Strom zu bestimmen. Beides gleichzeitig zu messen erweist sich als etwas schwieriger. Dies liegt daran, dass die Innenwiderstände der Messinstrumente die Messung beeinflussen.

## 1.1 Messen des Innenwiderstands $R_i^I$ des $\mu\text{A}$ -Multizets im 1 mA-Bereich

Das Ziel des ersten Versuches ist es, den Innenwiderstand des  $\mu\text{A}$ -Multizets zu bestimmen. Dafür wurde dieses zuerst an eine 6 V Gleichstromquelle in Reihe mit einem 1 K $\Omega$ -Widerstand und einem 10 K $\Omega$ -Potentiometer angeschlossen. Das Potentiometer wurde so eingestellt, dass ein Strom von 1 mA auf dem Strommessgerät angezeigt wurde. Der dazugehörige Schaltplan ist im Linken Teil von Abbildung 1.1 zu sehen. An dieser Stelle wurde an der Skala des Potentiometers ein eingestellter Wert von 4,44 K $\Omega$  abgelesen. Nachträglich wurde nun dem Stromkreis das AV $\Omega$ -Multizet zur Spannungsmessung parallel zum Strommessgerät geschaltet. Dargestellt wird das im rechten Teil von Abbildung 1.1. Daraufhin wurden an dem Strommessgerät ein Strom von 0,64 mA und an dem Spannungsmessgerät eine Spannung von 115 mV gemessen.



**Abbildung 1.1:** Schaltpläne zur Versuchsdurchführung  
links: ohne zusätzliches Spannungsmessgerät  
rechts: mit zusätzlichem Spannungsmessgerät

Mithilfe dieser Angaben kann nun der Innenwiderstand des  $\mu\text{A}$ -Multizets im 1 mA Messbereich berechnet werden. Dies wird mithilfe des Ohmsches Gesetzes realisiert. Der Innenwiderstand des  $\mu\text{A}$ -Multizets ist demzufolge:

$$R_i^I = \frac{U^I}{I} = \frac{115 \text{ mV}}{0,64 \text{ mA}} \approx 179,68 \Omega \quad (1.1)$$

Aus der Vorbereitungshilfe ist zu entnehmen, dass das Messgerät im 1 mA Messbereich einen Innenwiderstand von 180  $\Omega$  haben sollte. Der berechnete Wert weicht nur minimal um  $\approx 0,1\%$  davon ab. In diesem Fall wurde wohl sehr genau gemessen.

## 1.2 Berechnung des Innenwiderstands $R_i^U$ des AV $\Omega$ -Multizets im 0,3 V-Bereich

Für die Berechnung des Innenwiderstandes  $R_i^U$  des AV $\Omega$ -Multizets wird zuerst angenommen, dass das Parallelschalten des Spannungsmessgerätes zu dem vorher installierten Strommessgerät und somit dem Parallelschalten von  $R_i^I$  und  $R_i^U$  den Gesamtstrom im Stromkreis nur minimal verändert. Über das Ohmsche Gesetz in Gleichung 1.1 kann die Gleichung nach dem Gesamtstrom umstellen zu:

$$I_{\text{gesamt}} = \frac{U}{R} \quad (1.2)$$

Im in Abschnitt 1.1 beschriebenen durchgeführten Versuch wurde der Strom durch das Strommessgerät von dem Strommessgerät gemessen. Der Strom durch das Spannungsmessgerät berechnet sich somit aus der Differenz von  $I_{\text{gesamt}} - I_{\text{Messgerät}}$ . Der Strom  $I_{\text{gesamt}}$  wurde vor Anlegen des Spannungsmessgerätes gemessen. Eingesetzt in Gleichung 1.2 folgt daraus

$$R_i^U = \frac{U_{\text{Messung}}}{I_{\text{gesamt}} - I_{\text{Messgerät}}} \quad (1.3)$$

was sich weiter umformen lässt zum Gesamtwiderstand des Stromkreises:

$$R_{\text{gesamt}} = R_1 + R_2 + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I} \quad (1.4)$$

Mit diesem Gesamtwiderstand lässt sich nun ein „korrigierter Strom“ bestimmen. Dieser „korrigierte Strom“ ist näher an dem Strom, der eigentlich durch den Stromkreis geflossen ist, als die Annahme, dass das Hinzufügen des Spannungsmessgerätes den Gesamtstrom in der Schaltung nicht beeinflusst hat.

$$I_{\text{gesamt}} = \frac{U_{\text{Stromquelle}}}{R_{\text{gesamt}}} \quad (1.5)$$

$U_{\text{Stromquelle}}$  lässt sich aus der Messung des Stromes vor anlegen des Spannungsmessgerätes bestimmen:  $U_{\text{Stromquelle}} = I \cdot (R_1 + R_2 + R_i^I) \approx 5,62 \text{ V}$  Mit dem „korrigierten Strom“ können nun erneut der Widerstand  $R_i^U$  und daraus erneut ein Gesamtwiderstand berechnet werden. Dieses Verfahren wird solange weiter fortgeführt, bis das Endergebnis konvergiert.

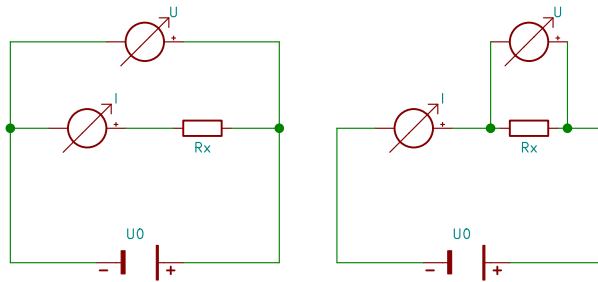
Die Rechnung dazu wurde mit einem Python-Skript durchgeführt. Dieses rechnet so lange, bis die Differenz zum vorher errechneten Wert minimal klein wird. Das Skript konvergiert nach 10 Iterationen und liefert einen Wert für den Ersatzwiderstand von  $5553,64 \Omega$  und einen Wert für den Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes von  $309,18 \Omega$ . Dieses Skript wurde diesem Praktikumsprotokoll als Anhang beigelegt.

Aus der Vorbereitungshilfe für das AV $\Omega$ -Multizet im 0,3 V Messbereich ein Widerstand von  $300 \Omega$  entnommen werden. Der berechnete Wert weicht davon um 3,1 % ab.

Die Abweichungen lassen sich dadurch erklären, dass die Messinstrumente schon ein wenig alt sind und dadurch verkalibriert sein könnten. Außerdem kann sich ein Fehler beim Ablesen des Wertes auf der Skala eingeschlichen haben.

### 1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes aus Strom- und Spannungsmessung

Ein elektrischer Widerstand folgt dem Ohmschen Gesetz aus Gleichung 1.1. Um einen unbekannten elektrischen Widerstand zu bestimmen, kann man diesen in einen elektrischen Stromkreis einsetzen und den durch ihn fließenden Strom sowie die durch ihn fließende Spannung messen. Bei der Berechnung des Widerstandes müssen aber die Innenwiderstände der Messgeräte mit berücksichtigt werden. Dies ist auch davon abhängig, wo die Messgeräte positioniert sind. Abbildung 1.2 zeigt, wie man Spannungs- und Stromrichtig messen kann. Das heißt, dass die Spannung, bzw. die Stromstärke bei der Messung von den Innenwiderständen der Messinstrumente nicht beeinflusst werden.



**Abbildung 1.2:** Schaltpläne zur Spannungs- und Stromrichtigen Messung  
links: Stromrichtige Messung  
rechts: Spannungsrichtige Messung

Die Aufgabe dieses Versuches war es, einen unbekannten Widerstand durch gleichzeitige Spannungs- und Strommessungen zu bestimmen. Dabei wurden sowohl die Spannungs- als auch die Stromrichtige Messmethode verwendet. Außerdem wurden für beide Messmethode die Multizets Nachträglich getauscht, wodurch zwei weitere Messreihen anfielen.

Die bei der Durchführung des Versuchs gemessenen Werte sind in Tabelle 1.1 zu finden.

**Tabelle 1.1:** Messwerte zur bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Messverfahren	Messreihe	Messgröße	Messgerät	Wert	Messbereich
Spannungsrichtig	1	Spannung	AVΩ-Multizet	105 mV	300 mV
		Strom	μA-Multizet	0,54 mA	1 mA
	2	Spannung	μA-Multizet	260 mV	300 mV
		Strom	AVΩ-Multizet	0,56 mA	1 mA
Stromrichtig	3	Spannung	AVΩ-Multizet	117,5 mV	300 mV
		Strom	μA-Multizet	0,17 mA	1 mA
	4	Spannung	μA-Multizet	0,31 V	1 V
		Strom	AVΩ-Multizet	0,56 mA	1 mA

#### 1.3.1 Berechnen des Widerstandes $R_x$ ohne Berücksichtigung der Widerstände der Messinstrumente

Eine Berechnung des Widerstandes  $R_x$  mit Berücksichtigung der Widerstände der Messinstrumente wird in den hierrauf folgenden Abschnitten durchgeführt. Die Berechnung der Widerstände erfolgt in diesem Abschnitt mit dem Ohmschen Gesetz:

$$R = \frac{U}{I} \quad (1.6)$$

Die berechneten Ergebnisse sind in Tabelle 1.2 zu sehen. Dabei wurde die Nummerierung der Messreihen aus Tabelle 1.1 wiederverwendet.

**Tabelle 1.2:** Berechnung der Widerstandes ohne Korrektur durch Berücksichtigung der Widerstände der Messinstrumente

Messreihe	Widerstand
1	194,4 $\Omega$
2	464,4 $\Omega$
3	691,2 $\Omega$
4	553,5 $\Omega$

### 1.3.2 Auswertung der Spannungsrichtigen Messungen

Bei der Spannungsrichtigen Messung befinden sich der Widerstand  $R_x$  und der Widerstand des Spannungsmessgerätes parallel zueinander, was die Messung des Stromes beeinflusst. Diese Beeinflussung muss im Ohmschen Gesetz mitberücksichtigt werden, indem der über das Messgerät fließende Strom von dem gemessenen Gesamtstrom angezogen wird. Der über das Messgerät fließende Strom lässt sich über die gemessene Spannung und den Innenwiderstand des Messgerätes bestimmen.

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i}} \quad (1.7)$$

### 1.3.3 Auswertung der Stromrichtigen Messungen

Bei der Stromrichtigen Messung befinden sich der Widerstand  $R_x$  in Reihe mit dem Widerstand des Strommessgerätes. Diese Reihenschaltung ist parallel zum Spannungsmessgerät angeordnet, was die Messung der an dem Widerstand abfallenden Spannung beeinflusst. Diese Beeinflussung muss im Ohmschen Gesetz mitberücksichtigt werden, indem die am Strommessgerät abfallende Spannung von der gemessenen Gesamtspannung angezogen wird. Die über das Messgerät abfallende Spannung lässt sich über den gemessenen Strom und den Innenwiderstand des Messgerätes bestimmen.

$$R_x = \frac{U - R_i^I \cdot I}{I} \quad (1.8)$$

### 1.3.4 Ergebnisse der Auswertungen mit Berücksichtigung der Widerstände der Messinstrumente

Die für die Berechnung benötigten Widerstandswerte konnten der Vorbereitungshilfe entnommen werden. Alle ausgerechneten Ergebnisse sind in Tabelle 1.3 zu finden. Zur einfacheren Darstellung wurden die Messreihen in Tabelle 1.1 durchnummeriert. Auf diese Nummerierung wird in Tabelle 1.3 zurückgegriffen. Die in der Tabelle aufgelisteten Widerstände sind dem bei der Messung verwendeten Messbereich entsprechend.



**Tabelle 1.3:** Ergebnisse des zu bestimmenden unbekannten Widerstandes

Messreihe	Widerstand AV $\Omega$ -Multizet	Widerstand $\mu$ A-Multizet	$R_x$
1	300 $\Omega$	180 $\Omega$	552,63 $\Omega$
2	100 $\Omega$	30 000 $\Omega$	471,58 $\Omega$
3	300 $\Omega$	180 $\Omega$	511,17 $\Omega$
4	100 $\Omega$	100 000 $\Omega$	453,57 $\Omega$

### 1.3.5 Vergleich der berechneten Widerstände mit dem bekannten wert für $R_x$

Ein Vergleich der berechneten Werte mit dem bekannten Widerstand von  $R_x = 470 \Omega$  ist in Tabelle 1.4 zu sehen. Darin sind die Abweichungen aufgelistet. "Korrektur" bedeutet, dass die Widerstände der Messinstrumente mitberücksichtigt wurden.

**Tabelle 1.4:** Abweichungen der Ergebnisse vom bekannten Widerstandswert

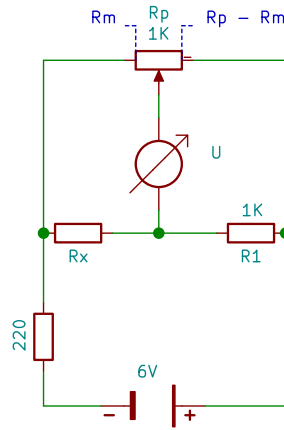
Messreihe	Abweichung ohne Korrektur	Abweichung mit Korrektur
1	59,2 %	17,5 %
2	1,19 %	0,33 %
3	47,0 %	8,75 %
4	17,7 %	3,49 %

Die zweite Messreihe mit Korrektur hat ein sehr präzises Ergebnis geliefert, während die erste und die dritte Messreihe Korrektur eine signifikante Abweichung haben. Die Ergebnisse ohne Korrektur weisen in allen Messreihen eine größere Abweichung auf als die Messergebnisse mit Korrektur.

Die Abweichungen lassen sich hierbei wieder dadurch erklären, dass die Messgeräte schon alt sind und kalibriert werden müssten. Auch in diesem Fall kann ein Fehler beim Ablesen der Skala aufgetreten sein.

### 1.4 Messen eines unbekannten Widerstandes $R_x$ in einer Wheatstone-schen Brückenschaltung

Um die Rechnung bei dem Ermitteln eines unbekannten Widerstandes zu umgehen, kann die Messung mithilfe einer Wheatstoneschen Brückenschaltung durchgeführt werden. Abbildung 1.3 skizziert den dazugehörigen Schaltplan



**Abbildung 1.3:** Schaltplan zur Wheatstoneschen Brückenschaltung

Dabei wird das Potentiometer so eingestellt, dass das Spannungsmessgerät möglichst genau 0 V misst. An dem Potentiometer wird dann die Spannung zwischen den Widerständen  $R_m$  sowie dem aus dem Gesamtwiderstand der Potentiometers resultierenden Widerstand  $R_{\text{pot}} - R_m$  abgegriffen. Außerdem verfügt die Schaltung über einen Vorwiderstand von  $220\ \Omega$ , der zur Strombegrenzung dient.

Der Vorteil an einer Wheatstoneschen Brückenschaltung liegt darin, dass kein Strom durch das Messinstrument fließt und somit der Innenwiderstand des Messinstrumentes nicht berücksichtigt werden muss.

Nachdem das Potentiometer in dem Versuch auf einen Wert von  $317\ \Omega$  eingestellt wurde, sodass keine Spannungsdifferenz vom Spannungsmessgerät gemessen wurde, gilt folgender Zusammenhang:

$$\frac{R_x}{R_m} = \frac{R_1}{R_{\text{pot}} - R_m} \quad (1.9)$$

$$R_x = \frac{R_1}{R_{\text{pot}} - R_m} \cdot R_m \quad (1.10)$$

Der Vorwiderstand in der Schaltung hat auf das Verhältnis der zwei parallelen Reihenschaltungen der Widerstände keinen Einfluss. Aus den bekannten Widerständen  $R_1$ ,  $R_{\text{pot}}$  und  $R_m$  kann nun der Widerstand  $R_x$  berechnet werden. Dieser beträgt:  $R_x = 587,3\ \Omega$

Ein Vergleich mit dem bekannten Widerstand von  $R_x = 470\ \Omega$  liefert eine Differenz von 24,9 %.

Der große Fehler in dieser Messung lässt sich auch in diesem Fall dadurch erklären, dass die Messgeräte schon veraltet sind und eine Kalibrierung nötig haben. Des weiteren könnte das Potentiometer nicht richtig eingestellt oder abgelesen worden sein. Eventuell wäre die Messung präziser verlaufen, wenn das Messgerät eine feinere Auflösung unterstützt hätte. Dann wäre es möglich gewesen, das Potentiometer genauer einzustellen.

### 1.5 Messen des Widerstandes $R_x$ mit Hilfe des $\Omega$ -Messbereichs von $\mu\text{A}$ -Multizets

Das  $\mu\text{A}$ -Multizet verfügt über die Möglichkeit, Widerstände direkt zu messen. Dies wird realisiert, indem das Messgerät eine konstante Spannung anlegt und den Strom misst,

der durch den Widerstand fließt. Dabei muss beachtet werden, dass dieses Verfahren fehleranfällig wird, wenn die Batterien des Messgerätes nicht mehr ganz voll sind.

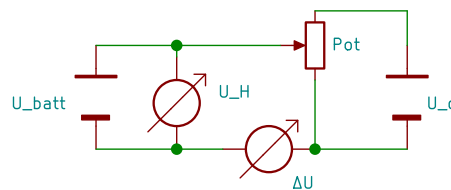
Eine Messung des Widerstandes mit dem  $\mu\text{A}$ -Multizet liefert einen Wert von  $\approx 370\ \Omega$ . Dabei ist anzumerken, dass die Skala auf dem Gerät nicht linear, sondern logarithmisch verlief. Dies liegt daran, dass der Zusammenhang  $R = \frac{U}{I}$  aus dem Ohmschen Gesetz nicht linear ist. Vergleich man den gemessenen Widerstand mit seinem bekannten Wert von  $470\ \Omega$ , so ergibt sich eine Abweichung von 19 %.

Hierbei sei anzumerken, dass ein sehr großer Messfehler von der logarithmischen Skala des Messinstrumentes kommen kann. Das ablesen eines genauen Wertes wurde dadurch mehr zu einem Ratespiel als zu einer Messung. Außerdem wurde vorher nicht überprüft, ob die Batterie in dem Messgerät voll ist. Wenn diese schon alt und abgenutzt ist, verliert sie an Spannung wodurch durch den Widerstand ein geringerer Strom fließt als erwartet. Dies führt dazu, dass der gemessene Widerstand größer ausfällt als er eigentlich ist.

Ein Ohmmeter mit linearer Skala ließe sich realisieren, indem man einen Konstanten Strom anlegt und die abfallende Spannung misst.

## 1.6 Messen der Ursprungsspannung einer Trockenbatterie mit Hilfe einer Kompensationsschaltung

Bei der Ursprungsspannung einer Trockenbatterie handelt es sich um die Spannung, die anliegt, wenn kein Strom fließt. Diese kann mit einem Spannungsmessgerät nicht gemessen werden, weil die Batterien durch den Innenwiderstand des Strommessgerätes belastet wird. Stattdessen soll dieses Vorgehen mit einer Kompensationsschaltung durchgeführt werden.



**Abbildung 1.4:** Kompensationsschaltung zum Messen der Spannung einer Trockenbatterie

Dabei wird wieder eine externe Spannungsquelle verwendet. Das Potentiometer wird so eingestellt, dass die Differenzspannung  $\Delta U = 0\ \text{V}$  beträgt. In diesem Zustand gilt:  $U_H = U_{\text{batt}}$ . Die über das Potentiometer angelegte Hilfsspannung ist nun identisch zur Batteriespannung. Wird nun die Batterie wieder entfernt, so liegt immernoch die Hilfsspannung an. Diese wurde nämlich mit Berücksichtigung des Widerstandes des Spannungsmessgerätes eingestellt. An dieser Stelle wurde für die Trockenbatterie eine Spannung von  $1,46\ \text{V}$  gemessen. Die Messung der Hilfsspannung wurde mit dem  $\text{AV}\Omega$ -Multizet durchgeführt und die Messung der Spannungsdifferenz  $\Delta U$  mit dem  $\mu\text{A}$ -Multizet getätigt.

Ein Vergleich mit der auf der batterie notierten Spannung von  $1,5\ \text{V}$  liefert eine Abweichung von 2,6 %. Hier kann auch wieder ein Messfehler durch die nicht kalibrierten Messgeräte oder einem nicht korrekten Ablesen von den Messwerten vorliegen. Außerdem kann die Batterie schon ein wenig leer sein, wodurch ihre Spannung unter die angegebenen  $1,5\ \text{V}$  gesunken ist.

Dieses Verfahren ist notwendig, um die Spannung von Spannungsquellen zu messen, bei denen die Spannung bei geringen Lasten schon zusammenbricht.

## 1.7 Messen des Innenwiderstandes einer Trockenbatterie bei mäßigen Belastungen

Für die Messung der Spannung einer Trockenbatterie unter mäßiger Belastung wurde wieder die Kompensationsschaltung mit einem zugeschalteten Lastwiderstand verwendet. Der Schaltplan davon ist in Abbildung 1.5 zu sehen.

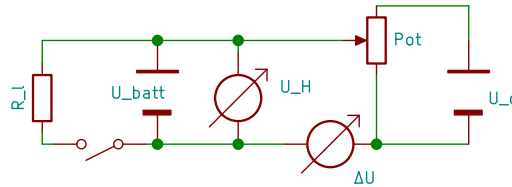


Abbildung 1.5: Kompensationsschaltung mit mäßiger Belastung

Bei diesem Versuch wurde das Potentiometer wieder so eingestellt, dass  $\Delta U = 0 \text{ V}$  beträgt. Danach wurden nacheinander die verschiedenen Lastwiderstände kurzzeitig dazugeschaltet gemessen wurde währenddessen die Spannungsdifferenz  $\Delta U$ , weil durch die Last ein Teil der Spannung an der Batterie abgefallen ist. Die Messergebnisse sind in Tabelle 1.5 zu sehen.

Tabelle 1.5: gemessene Spannungsdifferenz für verschiedene Lastwiderstände

Lastwiderstand	Spannungsdifferenz
220 $\Omega$	9,5 mV
110 $\Omega$	26 mV
47 $\Omega$	40 mV
22 $\Omega$	67 mV

Die Spannung, die die Batterie zur Verfügung stellt, ist dann die Differenz aus der Ursprungsspannung und der gemessenen Spannungsdifferenz  $\Delta U$ :

$$U = U_0 - \Delta U \quad (1.11)$$

Die an dem Innenwiderstand abfallende Spannung ist die gemessene Spannungsdifferenz  $\Delta U = R_i \cdot I$ . Die am Lastwiderstand abfallende Spannung ist dann die Batteriespannung  $U = U_0 - \Delta U = R_L \cdot I$ . Aus diesen Gleichungen lässt sich der Innenwiderstand der Batterie bestimmen:

$$R_i = \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U} \cdot R_L \quad (1.12)$$

Die aus den vier Messungen berechneten Werte für die Batteriespannung sind in Tabelle 1.6 notiert.

**Tabelle 1.6:** Innenwiderstände der Trockenbatterie

Lastwiderstand	Innenwiderstand
220 $\Omega$	1,44 $\Omega$
110 $\Omega$	1,99 $\Omega$
47 $\Omega$	1,32 $\Omega$
22 $\Omega$	1,05 $\Omega$
Mittelwert	1,45 $\Omega$

Der Lastwiderstand scheint stark zu variieren, was an dem Unterschied des Messergebnisses von der zweiten und der vierten Messung bemerkbar wird. Dies lässt wieder auf Messfehler schließen, die sich durch die alten und nicht kalibrierten Messgeräte oder einem fehlerhaften Ablesen erklären lassen. Außerdem erscheinen die berechneten Werte für den Innenwiderstand relativ groß. Dies könnte ein Hinweis auf eine leere Batterie sein.

## 1.8 Ausblick

Bei vielen der Messungen lagen die Werte etwas neben den zu erwartenden Ergebnissen. Dies kann insbesondere daran gelegen haben, dass die Messgerät schon ein wenig veraltet sind und eventuell mal kalibriert werden müssten. Die Differenzen bei der Widerstandsmessung lassen sich durch eine nicht mehr ganz volle Batterie erklären. Außerdem war es bei der Widerstandsmessung aufgrund der logarithmischen Skala nicht einfach, den Wert abzulesen. Die Widerstandsmessung mit dem Multizet wurde so mehr zu einem Ratespiel als zu einer genauen Messung.

Vor der nächsten Durchführung der Versuche sollte die Trockenbatterie durch eine volle ersetzt werden. Die im Versuch verwendete zeigt deutliche Anzeichen darauf, dass sie demnächst leer sein wird.

## 2. Aufgabe

### 2.1 Messen des Gleichstromwiderstandes einer Spule mit Hilfe des $\Omega$ -Messbereichs von $\mu\text{A}$ -Multizets

Bei diesem Versuch wurde der Gleichstromwiderstand  $R_{\text{gleich}}$  der Spule mit Induktivität  $L$  mit dem  $\Omega$ -Messbereich des  $\mu\text{A}$ -Multizets gemessen. Da bei der Verwendung von Gleichstrom mit konstanter Spannung nur anfangs ein  $B$ -Feld aufgebaut wird, verändert sich dieses nicht; der gemessene Widerstand entspricht deshalb nur den Widerstand des Drahtes, aus dem die Spule an sich aufgebaut ist. Mit dem Multizet wurde dieser Wert zu ca.  $45\,\Omega$  bestimmt, wobei das Multimeter auf die Stufe  $1\,\Omega$  eingestellt ist. Allerdings war es relativ schwer, diesen Wert abzulesen, da das Multimeter nicht viele Werte eingetragen hat und die Skala nicht linear verläuft.

Da das Vertrauen in das antiquierte Multizet, welches vermutlich sogar noch über ein Hitzdrahtmesswerk verfügt, nicht wirklich gegeben war, wurde mit dem zur Verfügung stehenden modernen Multimeter nochmals gemessen. Diese hat mit seiner digitalen Anzeige einen Wert von  $78,9\,\Omega$  geliefert, war vermutlich verlässlicher als der Werte des Multizets ist. Sowohl das Multizet als auch das Multimeter verwenden vermutlich dasselbe Verfahren, um den Widerstand zu bestimmen: Beim Anlegen einer bekannten Spannung wird die Stromstärke intern im Messgerät bestimmt. Mittels des Ohmschen Gesetzes kann das Messgerät dann den gesuchten Widerstand bestimmen.

### 2.2 Messen der Induktivität und des Verlustwiderstandes einer Spule bei kleinen Frequenzen

Bei diesem Versuch soll die Induktivität  $L$  und der Verlustwiderstand  $R$  der Spule bei kleinen Frequenzen gemessen werden. Dafür wurde die Spule in Reihe mit einem Vorwiderstand  $R = 110\,\Omega$  an einen Sinusgenerator mit der Frequenz  $f = 30\,\text{Hz}$  angeschlossen. Zunächst wurde dann die Spannung am belasteten Ausgang des Sinusgenerators auf  $U_G = 0,2\,\text{V}$  eingestellt. Anschließend wurden die Spannung am Widerstand und an der Spule gemessen. Es ergaben sich die Werte  $U_W = 78,9\,\text{mV}$  am Vorwiderstand  $R_V$  und  $U_S = 0,158\,\text{V}$  an der Spule.

Aus diesen Werten soll nun der Verlustwiderstand  $R$  und die Induktivität  $L$  der Spule ermittelt werden.

Da alle Bauteile in Reihe geschaltet sind, ist der effektive Strom  $I$  in allen Bauteilen identisch. Deshalb reicht es hier, die Spannungen zu betrachten. Theoretisch müsste man die Widerstände betrachten, aber da diese nach den Ohmschen Gesetz zu  $R = U/I$  werden, sind diese proportional zu  $U$ .

Um die Verlustleistung  $R$  und die Induktivität  $L$  zu ermitteln, hilft es, sich den Zusammenhang in der Gaußschen Zahlenebene zu verdeutlichen und alle Spannungen als komplexe Größen aufzufassen.

Der Widerstand  $R_V$  des Vorwiderstandes ist eine rein reelle Größe, ebenso wie die Spannung, die dort abfällt. Der Verlustwiderstand  $R$  verhält sich wie  $R_V$ , wird also auch als reell

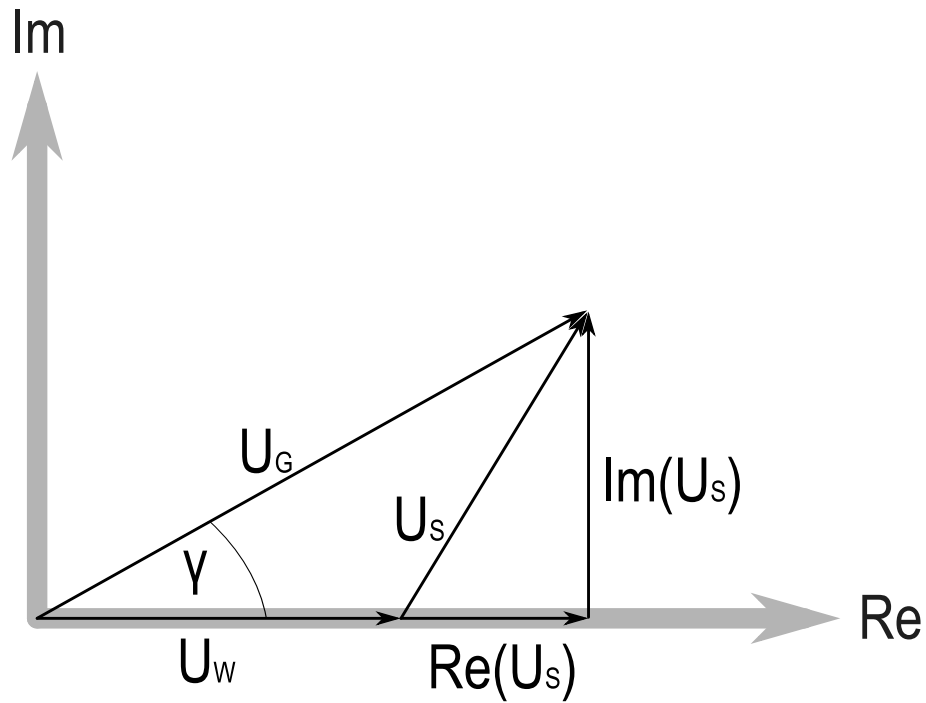


Abbildung 2.1: Zeigermodell zu Versuch 2.2

aufgefasst. Er ist der Realteil des Widerstands der Spule, von dem nur der Betrag bekannt ist. Nur der Imaginärteil des Spulenwiderstandes ist imaginär. Der Gesamtwiderstand ergibt sich als Kombination der Realteile und Imaginärteile der auftretenden Widerstände. In Abbildung 2.1 ist der Zusammenhang in der Gaußschen Zahlenebene verdeutlicht.

Es gilt in der Gaußschen Zahlenebene für die komplexen Größen:

$$U_G = U_W + U_S \quad (2.1)$$

Umgestellt, quadriert und mit Verwendung des Kosinussatzes folgt:

$$U_S^2 = (U_G - U_W)^2 = U_G^2 + U_W^2 - 2U_W U_G \cos(\gamma) \quad (2.2)$$

Eine Betrachtung des großen Dreiecks liefert:

$$U_G \cos(\gamma) = U_W + \operatorname{Re}(U_S) = \frac{U_G^2 + U_W^2 - U_S^2}{2U_W} \quad (2.3)$$

Da der Realteil von  $U_S$  gerade die gesuchte Spannung ist, lässt sich alles nach  $\operatorname{Re}(U_S)$  umstellen:

$$\operatorname{Re}(U_S) = \frac{U_G^2 - U_W^2 - U_S^2}{2U_W} \quad (2.4)$$

Damit lässt sich über doppelte Anwendung des Ohmschen Gesetzes final der gesuchte Widerstand ausrechnen:

$$R = \frac{\operatorname{Re}(U_S)}{I} = \frac{U_G^2 - U_W^2 - U_S^2}{2U_W^2} \cdot R_W \approx 77,84 \, \Omega \quad (2.5)$$

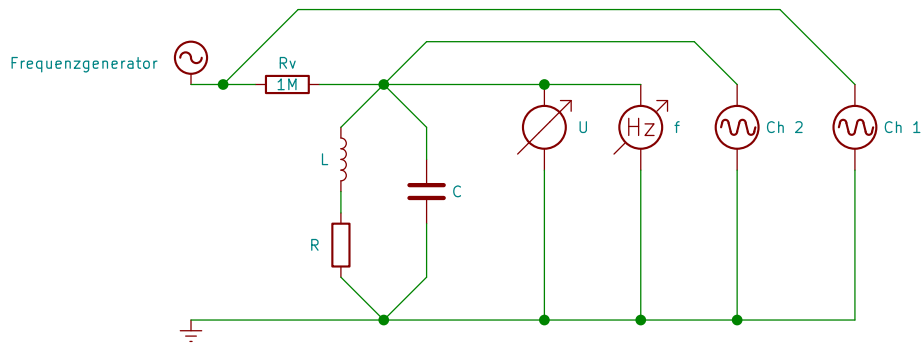


Abbildung 2.2: Schaltung von Versuch 2.3

Der Wert ist höher, als mit dem Multizet gemessen, aber liegt sehr nahe an dem Wert, der mit dem neuen Multimeter gemessen wurde und ist deshalb realistisch.

Die Induktivität lässt sich jetzt mithilfe des Satzes von Pythagoras bestimmen:

$$L = \frac{1}{\omega U_W} \cdot \sqrt{U_S^2 R_W^2 - U_W^2 R_S^2} \approx 1,093 \text{ H} \quad (2.6)$$

Der bestimmte Wert liegt im erwarteten Bereich, da der Literaturwert für die Spule 1 H mit einer Toleranz von 10% ist.

### 2.3 Bestimmung der Induktivität $L$ , des Verlustwiderstandes $R$ und der Kapazität $C$ eines Parallelschwingkreises aus seinem Resonanzverhalten

Für diesen Versuch wird mit der Spule mit Induktivität  $L$  und dem Kondensator mit Kapazität  $C$  ein RC-Schwingkreis aufgebaut. Über einen Vorwiderstand  $R_v = 1 \text{ M}\Omega$  wird das RC-Glied mit den Frequenz-Generator verbunden.

Das Oszilloskop wird mit einem Kanal an die Ausgänge des Frequenzgenerators verbunden. Der andere Kanal des Oszilloskops wird an die Ausgänge des RC-Gliedes angeschlossen. Das Keithley-Multimeter wird ebenfalls an die Ausgänge des RC-Gliedes angeschlossen. Die Schaltung ist nochmals in Abbildung 2.2 zu sehen.

Am Oszilloskop kann man anhand der Differenz der Nulldurchgänge der beiden Signale die Phasenverschiebung  $\Delta T$  bestimmen. Das wurde durch zählen der Kästchen auf dem Display realisiert, da das verwendete Oszilloskop leider nur analog war. An dem Keithley-Multimeter wurde die Spannung  $U_{RC}$  am RC-Glied gemessen, ebenso wie die genaue Wechselstromfrequenz  $f$ , da der Frequenzgenerator nur über ein relativ grobes Potentiometer zum einstellen der Frequenz verfügt.

Zunächst wurde die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  zu 220 Hz ermittelt. Die Messreihe wurde dann zwischen 180 Hz und 260 Hz in Schritten von 5 Hz durchgeführt, in den anderen Bereichen betrug die Schrittweite der Frequenz 20 Hz. Insgesamt wurde zwischen 100 und 400 Hz gemessen.

Bei jeder Messung wurde die Frequenz  $f$  über das Potentiometer am Frequenzgenerator eingestellt. Die Phasenverschiebung  $\Delta t$  und die Spannung  $U_{RC}$  wurden dann am jeweiligen Messgerät wie oben beschreiben ausgelesen. Die sich ergebenden Rohdaten sind in Tabelle 2.1 abgebildet.

Ausgehend von diesen Daten sollten die Spannung und die Phase  $\Delta\phi$  über der Frequenz  $f$  aufgetragen werden. Die Spannung lässt sich direkt aus den Rohdaten verwenden. Die Phase  $\Delta\phi$  lässt sich aus  $f$  und  $\Delta t$  bestimmen:

$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t = 2\pi f \cdot \Delta t \quad (2.7)$$



**Tabelle 2.1:** Messwerte für Versuch 2.3

Frequenz in Hz	Spannung in mV	Zeitdifferenz in ms
100.01	7.88	2.20
120.01	10.61	1.90
140.00	14.54	1.60
160.00	20.83	1.40
180.00	32.90	1.20
185.00	37.88	1.10
190.00	44.32	1.05
195.00	52.96	1.00
200.00	65.21	0.90
205.00	83.65	0.80
210.00	112.86	0.65
215.00	157.14	0.40
220.00	191.45	0.00
225.00	164.66	-0.40
230.00	121.47	-0.60
235.00	91.70	-0.75
240.00	72.72	-0.80
245.00	60.03	-0.85
250.00	51.08	-0.85
255.00	44.50	-0.85
260.00	39.43	-0.85
280.00	27.37	-0.80
300.00	21.18	-0.80
320.00	17.42	-0.75
340.00	14.87	-0.70
360.00	13.03	-0.65
380.00	11.64	-0.60
400.00	11.53	-0.60

Zum Plotten der Daten wurde jeweils Python verwendet.

In Abbildung 2.3 ist die Spannung  $U_{RC}$  über der Frequenz  $f$  aufgetragen. Es lässt sich gut erkennen, dass die Resonanz bei rund 220 Hz ist, da hier die Amplitude ihren maximalen Wert annimmt. Für viel größere und viel kleinere Frequenzen ist die Spannung nahe 0.

In Abbildung 2.4 ist die Phase  $\Delta\phi$  über der Frequenz  $f$  aufgetragen. Hier lässt sich erkennen, dass die Phase für kleine Werte von  $f$  rund bei  $-\pi/2$  liegt. Für große Werte von  $f$  nimmt die Phase etwa den Wert  $\pi/2$  an. Dazwischen, im Fall der Resonanz, ist die Phase 0. Der Verlauf der Phase ist in einer Näherung punktsymmetrisch um den Fall der Resonanzfrequenz, mit der steilsten Steigung an der 0 und zunehmen flacherem Verlauf an den Rändern.

Die Anfängliche Phase von  $-\pi/2$  entspricht der Phasenverschiebung der Spule. Für kleine Frequenzen (oder für Gleichstrom) ist der Widerstand der Spule nahe 0 und der Widerstand des Kondensators sehr hoch. Deshalb ist der Strom durch die Spule viel größer als der Strom durch den Kondensator und die Spule dominiert die Phase.

Umgekehrt, für hohe Frequenzen, hat die Spule einen sehr hohen Widerstand und der Widerstand des Kondensators geht gegen 0. Hier fließt der größte Teil des Stroms durch den Kondensator, weshalb die Phase der Phasenverschiebung des Kondensators ( $\pi/2$ ) entspricht.

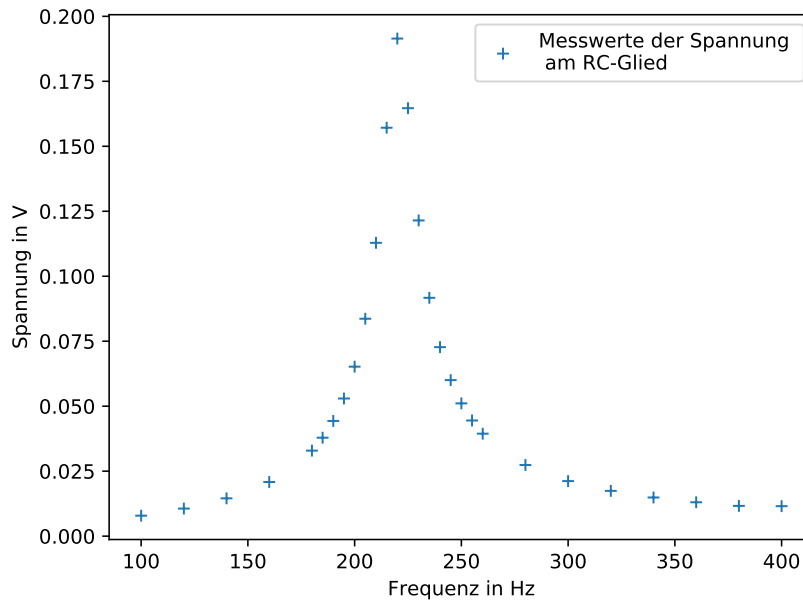


Abbildung 2.3: Spannung  $U_{RC}$  über  $f$  aufgetragen

Im Resonanzfall gleichen sich beide Beiträge zur Phase der Bauteile genau aus, weshalb hier die Phase 0 ist.

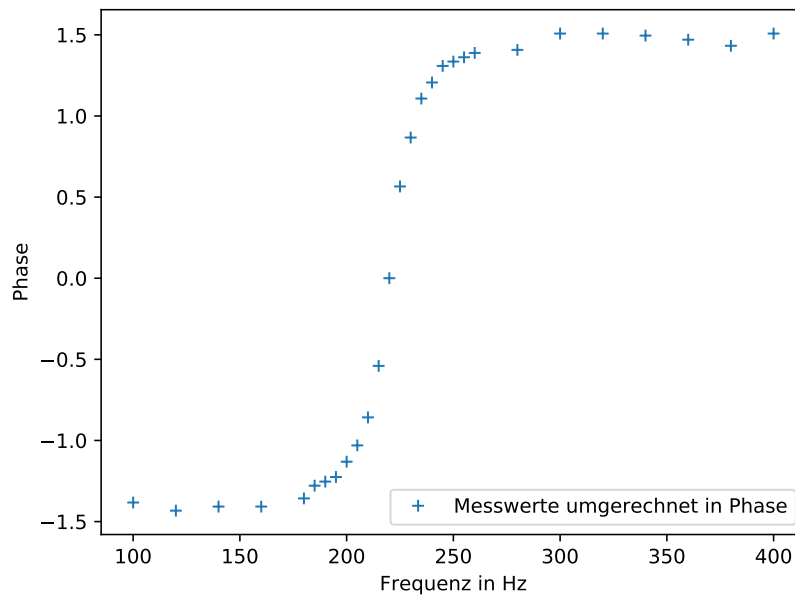
Außerdem berechnet werden sollen auch noch die Resonanzkreisfrequenz  $\omega_0$ , die Halbwertsbreite  $\Delta\omega$  und der Resonanzwiderstand  $R_r$ , sowie die Kapazität  $C$ , die Induktivität  $L$  und der Verlustwiderstand  $R$  der Spule.

Die Resonanzkreisfrequenz  $\omega_0$  lässt sich einfach aus der Resonanzfrequenz  $f_{res}$  berechnen, durch  $\omega_0 = 2\pi \cdot f_{res} \approx 1382,3 \text{ Hz}$ .

Die Breite wird wieder mit der Hilfe von Python bestimmt: das Programm wird so erweitert, dass es die beiden Frequenzen bestimmt, die als letzte und als erste einen zugehörigen Spannungswert haben, der unterhalb der Hälfte des Maximums liegt. Diese Frequenzen sind  $f_{min} = 205 \text{ Hz}$  und  $f_{max} = 235 \text{ Hz}$ . Die Differenz  $\Delta f$  dieser beiden Werte ist offensichtlich  $\Delta f = f_{max} - f_{min} = 30 \text{ Hz}$ . Die Umrechnung in die Halbwertsbreite  $\Delta\omega$  erfordert wieder einen zusätzlichen Faktor  $2\pi$ , da die Differenz der Kreisfrequenzen gesucht ist. Die Breite  $\Delta\omega$  berechnet sich zu  $\Delta\omega = 2\pi \cdot 30 \text{ Hz} \approx 188,5 \text{ Hz}$ . Die so gefundene Abschätzung liegt etwas unter dem eigentlichen Wert von  $\Delta\omega$ , allerdings hätte man für eine genauere Angabe an den beiden kritischen Stellen häufiger messen müssen oder die Messwerte irgendwie interpolieren müssen, was jedoch auch nicht wirkliche wirklich präzise und aufwendig ist. Der Resonanzwiderstand  $R_r$  lässt sich mit der Hilfe des Ohmschen Gesetztes bestimmen. Der Widerstand ist gegeben durch  $R_r = U_{RC}/I$  im Resonanzfall. Die Spannung  $U_{RC}$  im Resonanzfall ist bekannt und beträgt  $191,45 \text{ mV}$ . Die Stromstärke  $I$  ist nicht direkt bekannt, jedoch ist der Vorwiderstand  $R_v$  bekannt. Es wird zudem angenommen, dass die Spannung des Frequenzgenerators  $U_G = 9,15 \text{ V}$  komplett am Vorwiderstand abfällt, da der gesuchte Widerstand des RC-Gliedes verhältnismäßig viel kleiner ist. Eine erneute Anwendung des Ohmschen Gesetztes liefert:

$$R_r = \frac{U_{RC}}{I} = R_v \cdot \frac{U_{RC}}{U_G} \approx 20,9 \text{ k}\Omega \quad (2.8)$$

Betrachtet man das Ergebnis für  $R_r$ , fällt auf, dass die Annahme, den Widerstand zu vernachlässigen, gerechtfertigt war. Der Widerstand  $R_r$  beträgt nur ca. 2% des Widerstandes  $R_v$ , dessen alleinige Toleranz 1% beträgt. In den Fällen außer dem Resonanzfall ist der

Abbildung 2.4: Phase  $\Delta\phi$  über  $f$  aufgetragen

Widerstand kleiner, da der Widerstand der Spule für kleine Frequenzen gegen 0 geht und der Widerstand des Kondensators für hohe Frequenzen gegen 0 geht.

Mit den nun bekannten Werten und den Formeln aus der Aufgabenstellung lassen sich jetzt auch  $C$ ,  $L$  und  $R$  bestimmen:

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega \cdot R_r} \approx 439,6 \text{ nF} \quad (2.9)$$

Der Literaturwert für  $C$  beträgt 470 nF, mit einer Toleranz von 5%. Berücksichtigt man diese, liegt der gemessene Wert nur sehr knapp neben dem Literaturwert.

Mit diesem Wert lässt sich jetzt auch  $L$  bestimmen:

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} = 1,19 \text{ H} \quad (2.10)$$

Der Literaturwert für  $L$  beträgt 1 H mit einer Toleranz von 10%. Die etwas größere Abweichung kommt vermutlich daher, dass mit dem bereits fehlerbehafteten Wert für  $C$  gerechnet wurde. Rechnet man mit dem Literaturwert von  $C$ , 470 nF, so ergibt sich ein Wert von  $H = 1,11 \text{ H}$ , was wesentlich näher am Literaturwert mit Toleranz ist.

Mit diesem Wert lässt sich nun auch der Verlustwiderstand  $R$  der Spule bestimmen, der wie ein separater Widerstand, der mit der Spule in Reihe geschaltet ist, betrachtet wird:

$$R = \frac{\Delta\omega \cdot L}{\sqrt{3}} = 129,5 \Omega \quad (2.11)$$

Dieser Widerstand ist etwas größer als der in den vorherigen Aufgaben bestimmte. Das könnte daran liegen, dass die Spule sich etwas erwärmt hat und deshalb der Widerstand des Drahtes angestiegen ist.

## 2.4 Bestimmung der Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator einzeln bei einer Frequenz $\omega_0$ jeweils durch Messung von Strom und Spannung

Bei diesem Versuch sollen die Wechselstromwiderstände der Spule und des Kondensators sowie die Werte für die Induktivität  $L$  und die Kapazität  $C$  der Bauteile bestimmt werden. Dafür werden die Bauteile direkt an den Frequenzgenerator angeschlossen. Gemessen werden die Spannung  $U$ , die am jeweiligen Bauteil abfällt, sowie die Stromstärke  $I$ , die durch das jeweilige Bauteil fließt, indem ein Strommessgerät zwischen Bauteil und Frequenzgenerator geschaltet wird.

Bei der Spule wurden so die Wert von  $U = 8,35 \text{ V}$  und  $I = 5,4 \text{ mA}$  gemessen. Die Werte des Kondensators waren  $U = 8,33 \text{ V}$  und  $I = 5,5 \text{ mA}$ .

Der Widerstand lässt sich wieder über das Ohmsche Gesetz bestimmen

$$R = \frac{U}{I} \implies R_{\text{Spule}} \approx 1546,3 \Omega, R_{\text{Kondensator}} \approx 1514,5 \Omega. \quad (2.12)$$

An dieser Stelle wird wieder angenommen, dass der Kondensator keinen reellen Widerstand hat. Die Spule wird wieder mit reellem Verlustwiderstand  $R$  angenommen, sodass diese, visualisiert in der Gaußschen Zahlenebene, eine Komponente in Richtung der imaginären Achse hat, und eine Komponente in Richtung der reellen Achse.

Da es sich um den Fall der Resonanz handelt, in dem sich die Imaginärteile beider Bauteile genau ausgleichen, lässt sich der Verlustwiderstand an der Spule direkt mit dem Satz von Pythagoras bestimmen (siehe Abbildung 2.5):

$$R = \sqrt{R_{\text{Spule}}^2 - R_{\text{Kondensator}}^2} \approx 312 \Omega. \quad (2.13)$$

Der Wert des Verlustwiderstandes der Spule ist also folglich rund  $312 \Omega$ . Da hier der Fall der Resonanz betrachtet wird, ist eine Untersuchung nach Aufgabe 2.2 nicht mehr notwendig. Der Wert für den Verlustwiderstand der Spule ist nun deutlich höher als bei den vorherigen Versuchen, was vermutlich daran liegt, dass sich die Spule deutlich erwärmt hat, was den Widerstand des Drahtes radikal steigert. Der Grund für die deutliche Temperatursteigerung sind vermutlich deutlich erhöhte Ströme, da nun auf den großen Vorwiderstand verzichtet wird.

Zur Bestimmung von  $L$  und  $C$  muss man nun in beiden Fällen mit dem Widerstand des Kondensators rechnen, da der eben ermittelte reelle Verlustwiderstand der Spule nicht mit der Induktivität der Spule zusammenhängt und die Spule und der Kondensator nach dem Argument der Resonanz denselben Imaginärteil des Widerstandes haben (im Betrag, jedoch entgegen gerichtet):

$$R_{\text{Kondensator}} = \frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L. \quad (2.14)$$

Umgestellt nach den beiden Größen  $L$  und  $R$  ergibt sich:

$$C = \frac{1}{R_{\text{Kondensator}} \cdot \omega_0} \approx 477,6 \text{ nF}, \quad (2.15)$$

$$L = \frac{R_{\text{Kondensator}}}{\omega_0} \approx 1,095 \text{ H}. \quad (2.16)$$

Beide Werte liegen extrem nah an den Literaturwerten ( $C = 470 \text{ nF}$  und  $L = 1 \text{ H}$ ) und in deren jeweiligem Toleranzbereich.

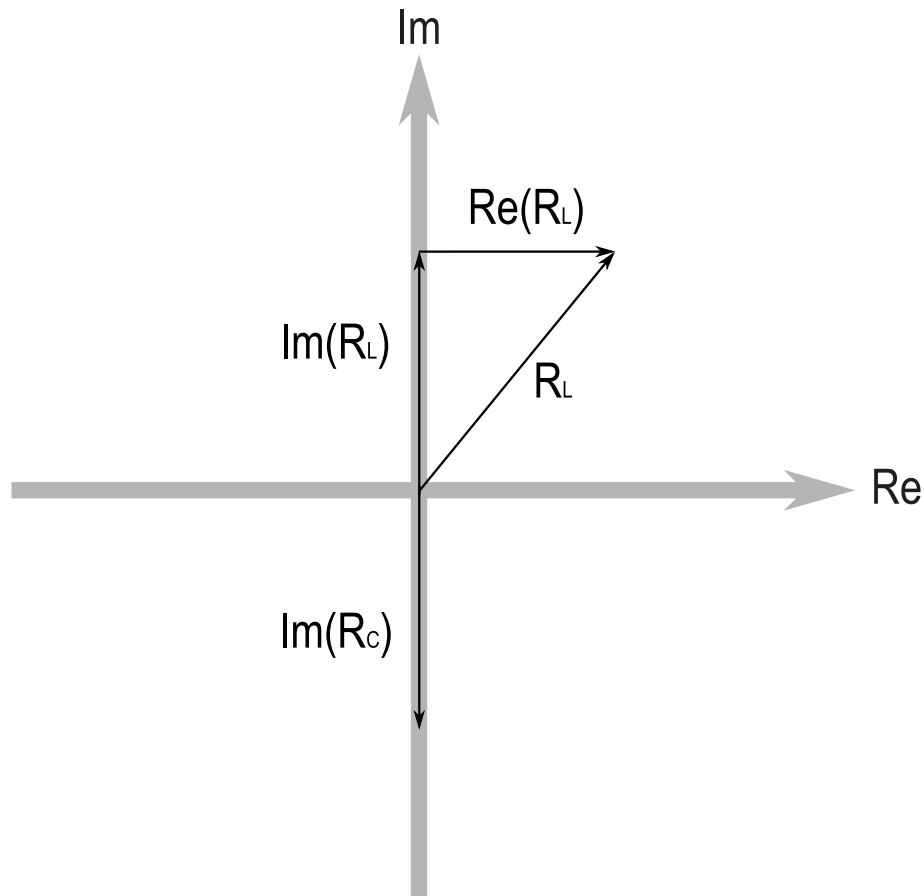


Abbildung 2.5: Zeigermodell im Fall der Resonanz

## 2.5 Bestimmung des reell angenommenen Innenwiderstandes des Sinusgenerators

Bei diesem Versuch soll der Innenwiderstand des Sinusgenerators bestimmt werden, der bei den vorherigen Versuchen verwendet wurde. Dafür wird zunächst die Spannung ohne Last des Frequenzgenerators zu 9,15 V bestimmt. Als Frequenz wurde immer noch 220 Hz verwendet, allerdings ist diese Größe irrelevant für den Versuch, da die Spannung effektive Spannung unabhängig von der Frequenz ist.

Anschließend wurde an das 1 k $\Omega$ -Potentiometer an den Frequenzgenerator angeschlossen, während weiterhin die Spannung gemessen wurde. Das Potentiometer wurde anfangs auf den größten möglichen Wert eingestellt und dann langsam runtergedreht, bis die gemessene Spannung exakt den halben Wert der ursprüngliche Spannung entspricht (also 4,575 V). Das Potentiometer hatte dann einen Widerstand von  $R = 601 \Omega$  eingestellt. Dieser Widerstand entspricht dann genau dem gesuchten Innenwiderstand des Sinusgenerators, da ein Spannungsteiler vorliegt, der an zwei Widerständen, dem Innenwiderstand und dem Widerstand des Potentiometers genau die Spannung halbiert; an beiden Widerständen fällt also dieselbe Spannung ab und, da sie in Reihe geschaltet sind, fließt in beiden Widerständen derselbe Strom. Nach dem Ohmschen Gesetz sind dann beide Widerstände identisch und der Innenwiderstand des Frequenzgenerators beträgt  $R_{\text{innen}} = 601 \Omega$ .

Die Ausgangsleistung  $P$ , die an einen Lastwiderstand  $R_{\text{Last}}$  abgegeben wird, ist:

$$P = U_{\text{Last}} \cdot I = R_{\text{Last}} I^2 = R_{\text{Last}} \frac{U_0^2}{(R_{\text{innen}} + R_{\text{Last}})^2} = \frac{U_0^2}{\frac{R_{\text{innen}}^2}{R_{\text{Last}}} + 2R_{\text{innen}} + R_{\text{Last}}} \quad (2.17)$$

Um das Maximum der Leistung  $P$  zu bestimmen, muss man diese nach  $R_{\text{Last}}$  ableiten und mit 0 gleichsetzen:

$$\frac{dP}{dR_{\text{Last}}} = \frac{U_0^2(R_{\text{innen}} - R_{\text{Last}})}{(R_{\text{Last}} + R_{\text{innen}})^3} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.18)$$

Die Forderung, dass die Ableitung von  $P$  0 wird, ist erfüllt, für  $R_{\text{innen}} = R_{\text{Last}}$ . In diesem Fall wird  $P$  zu:

$$P = \frac{U_0^2}{4R_{\text{innen}}} \approx 34,8 \text{ mW} \quad (2.19)$$

Der Sinusgenerator hat folglich eine maximale Ausgangsleistung von etwa 34,8 mW.