

Gruppe Nr. 164

Kurs: ☐ Mo ☐ Mi  
zutreffendes bitte ankreuzen

SS 2020

Versuch: Hyperfeinstruktur

Namen: Alexis Michel (alexis.michel@gmx.de)

Michael Hohenstein (michael.hohenstein@spice-space.de)

Assistent: Gerda Fischer

durchgeführt am: 02.12.2020

Protokollabgabe am: 16.12.2020

vom Betreuer auszufüllen

Note gesamt

☐ +

☐ 0

☐ -

Anerkannt:

(Datum Unterschrift)

**Datum Rückgabe:**

Bemerkung:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Vorbereitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung und Versuchsaufbau</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
3.1	Laser 1 . . . . .	7
3.2	Sichtbares Licht . . . . .	10
3.3	Laser 2 . . . . .	13
3.4	UV-Licht . . . . .	14
3.5	Bestimmung des Kernspin . . . . .	18

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufbau eines Fabry-Perot-Interferometers <sup>1</sup> . . . . .	4
2.1	Aufbau des Versuches aus der Vorbereitung . . . . .	6
3.1	Ringe und Diagonalen . . . . .	7
3.2	Suche nach Peaks und Regression . . . . .	8
3.3	Ringe und Diagonalen für sichtbares Licht . . . . .	10
3.4	Auswertung der sichtbaren Ringe . . . . .	10
3.5	Ringe und Diagonalen . . . . .	13
3.6	Suche nach Peaks und Regression . . . . .	14
3.7	Ringe und Diagonalen . . . . .	15

3.8	Untersuchen des UV-Lichts . . . . .	16
-----	-------------------------------------	----

# Tabellenverzeichnis

3.1	Berechnete Werte für die Durchmesserquadrate . . . . .	11
3.2	Berechnete Werte für die Durchmesserquadrate . . . . .	15

# Vorbereitung

## Hyperfeinstruktur

Werden die Spektrallinien Wasserstoff Atoms betrachtet, so ist zu erwarten, dass, bei Annahme eines Coulomb-Potentials wegen der vernachlässigbaren Größe des Atomkerns, für jeden Energiezustandsübergang eine Spektrallinie beobachtet werden kann. Bei einer höheren Auflösung der Linien fällt jedoch auf, dass die Entartung aufgelöst ist und mehrere dicht beieinander liegende Linien zu erkennen sind. Dieses Verhalten wird als Feinstruktur und bei noch höherer Auflösung als Hyperfeinstruktur bezeichnet.

Um die Energien der Elektronen im Feld eines Atomkerns zu berechnen, wird zunächst die Schrödingergleichung unter der Annahme, dass der Kern punktförmig ist, gelöst. Dabei wird angenommen, dass der Atomkern mit einem Coulomb-Potential angenähert werden kann. Dies lässt sich damit begründen, dass der Kern viel kleiner als die von sich um den Kern bewegenden Elektronen gefüllte Schale ist. Daraus resultiert, dass die Bindungsenergien nur von der Hauptquantenzahl  $n$  abhängen und den Zusammenhang  $E_n = \frac{E_\infty}{n^2}$  verfolgen, woraus auf die Atomorbitale geschlossen werden kann. Weiterhin sind Spin-Bahn-Kopplung und relativistische Korrekturen zu berücksichtigen. Die Spin-Bahn-Kopplung beschreibt die Wechselwirkung zwischen dem spinmagnetischen Moment des Elektrons und dem Magnetfeld aufgrund seiner Bewegung um den geladenen Kern. Unter relativistischen Korrekturen berücksichtigen die Erhöhung der relativistischen Masse der Elektronen, wenn diese dem Kern näher kommen, da sie dabei über eine höhere kinetische Energie verfügen.

Unter einer Hyperfeinstruktur wird eine weitere Aufspaltung der Energieniveaus und damit der Spektrallinien der Atomspektren verstanden. Diese Aufspaltung kommt durch Wechselwirkungen der Elektronen mit dem Spin und dem elektrischen Quadrupolmoment des Kerns oder durch Korrekturen aufgrund der Beweglichkeit des Kerns zustande. Dabei spielen verschiedene Effekte zum Zustandekommen der Hyperfeinstruktur eine Rolle. Das Ziel dieses Versuches ist es, die Hyperfeinstruktur von Thallium 205 zu bestimmen.

Die magnetische Hyperfeinstruktur kommt aufgrund von Wechselwirkungen zwischen Gesamtdrehimpuls  $J$  des Hüllenelektrons mit dem Kernspin  $I$  zustande. Die dazugehörige Energiekorrektur beträgt  $\Delta E = \vec{\mu}_I \vec{B}_J$ . Dies wird der einzige in diesem Versuch beobachtbare Hyperfeinstruktureffekt sein, woraus der Kernspin bestimmt werden kann.

Einige Atomkerne verfügen aufgrund ihrer Struktur über ein elektrisches Quadrupolmoment, welches mit dem Feldgradienten des elektrischen Feldes der Elektronen wechselwirken kann. Dieses Quadrupolmoment bringt eine Energieverschiebung mit sich. Da Thallium 205 aber laut Aufgabenstellung über kein Quadrupolmoment verfügt, wird dieser Effekt bei dem Versuch nicht auftreten.

Von einem Atom können unterschiedliche Isotope existieren, welche sich in Masse und Volumen unterscheiden. Der Schwerpunkt der Atomkerne kann bei unterschiedlichen Isotopen an unterschiedlicher Stelle ausfallen und eine Volumenabweichung des Kerns wirkt sich auf das elektrische Feld des Kerns aus. Dieser Effekt wird in diesem Versuch nicht auftreten, da nur das Isotop Thallium 205 verwendet wird.

## Fabry-Perot-Interferometer

Beim Fabry-Perot-Interferometer sind zwei halbseitig hochverspiegelte Platten parallel montiert. Diese sind für die Herleitung links und rechts montiert. In Abbildung 1.1 ist der Aufbau des Interferometers

gezeigt.

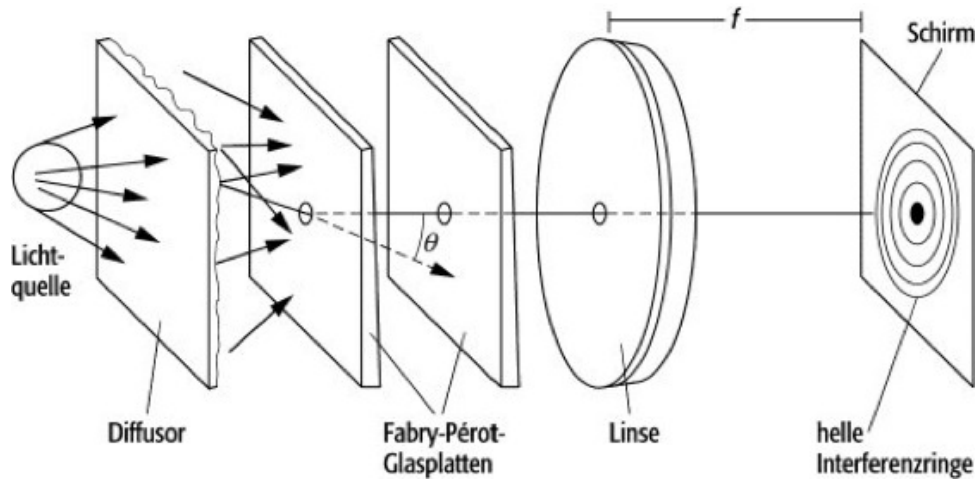


Abbildung 1.1: Aufbau eines Fabry-Pérot-Interferometers <sup>1</sup>

Ein von links einfallender Strahl wird größtenteils reflektiert, ein Teil des Strahls gelangt jedoch in den Zwischenraum der Spiegel. Hier wird der Strahl hin- und herreflektiert. Bei jeder Reflexion am rechten (und linken) Spiegel wird ein Teil des Lichts transmittiert. Die Interferenz dieser Strahlen wird bei diesem Interferometer am Schirm (hier ein Photosensor) auf der rechten Seite betrachtet. Der Unterschied der Strecke zwischen den Strahlen, die unter einem Winkel  $\theta$  transmittiert werden, ist gerade  $\delta l = 2d \cos \theta$ . Hier ist  $d$  der Abstand der Spiegel. Bei den sichtbaren Ringen tritt konstruktive Interferenz auf. Das bedeutet, dass der  $\delta l$  ein ganzzahliges Vielfaches von  $\lambda$  sein muss. Es gilt also

$$\delta l = n\lambda = 2d \cos \theta \approx 2d \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right). \quad (1.1)$$

Hinter dem rechten Spiegel befindet sich noch eine Linse, die die Strahlen auf den Fotosensor bündelt. Auf dem Sensor haben die Ringe zur Ordnung  $n$  dann den Durchmesser  $D_n$  (und den Winkel  $\theta_n$ ). Hier gilt

$$D_n = 2f \tan \theta_n \approx 2f \theta_n. \quad (1.2)$$

Zusammen ergibt sich

$$n\lambda \approx 2d \left(1 - \frac{D_n^2}{8f^2}\right) \Rightarrow \lambda \approx \frac{2d}{n} \left(1 - \frac{D_n^2}{8f^2}\right). \quad (1.3)$$

Umgestellt nach  $D_n^2$  ergibt sich

$$D_n^2 = 8f^2 - n \frac{4\lambda f^2}{d}. \quad (1.4)$$

Wird  $D_n^2$  über  $n$  aufgetragen, lässt sich durch einen linearen Fit mit der Geradentsteigung die Wellenlänge  $\lambda$  bestimmen.

Das spektrale Auflösungsvermögen  $U$  ist definiert als Wellenlänge  $\lambda$  dividiert durch die Halbwertsbreite  $\Delta\lambda$  (Breite, bei der nur noch die halbe Amplitude beobachtet wird)

$$U = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (1.5)$$

<sup>1</sup>Quelle: <https://www.spektrum.de/lexika/images/physik/fff3585-w.jpg>, letzter Zugriff am 23.12.2020

Der freie Spektralbereich  $\delta\lambda$  ist ebenfalls eine wichtige Größe und gibt den Bereich an, indem man zwei Interferenzstreifen voneinander unterscheiden kann. Es gilt

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nd}. \quad (1.6)$$

Die Finesse  $F$  des Interferometers verknüpft  $\Delta\lambda$  und  $\delta\lambda$ . Es gilt

$$F = \frac{\delta\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{4R}{(1-R)^2}}. \quad (1.7)$$

Hier ist  $R$  der Reflexionskoeffizient der Spiegel.

Eingesetzt ergibt sich für das Auflösungsvermögen  $U$

$$U = \frac{\lambda}{\delta\lambda} F = \frac{n\pi d}{\lambda} \sqrt{\frac{4R}{(1-R)^2}}. \quad (1.8)$$

Für  $R \rightarrow 1$  geht  $U$  gegen unendlich, d.h. je besser die Spiegel reflektieren, desto besser ist die Auflösung. Aus diesem Grund werden hochverspiegelte Platten als Spiegel eingesetzt, da hier  $R$  möglichst groß ist. Zum Vergleich ist die Auflösung  $U$  am Gitter gegeben durch

$$U = nN \quad (1.9)$$

mit der betrachteten Ordnung  $n$  und der Anzahl der beleuchteten Spalten  $N$ .

# Durchführung und Versuchsaufbau

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung beschrieben durchgeführt. Der Aufbau aus der Vorbereitung ist in Abbildung 2.1 zu sehen.

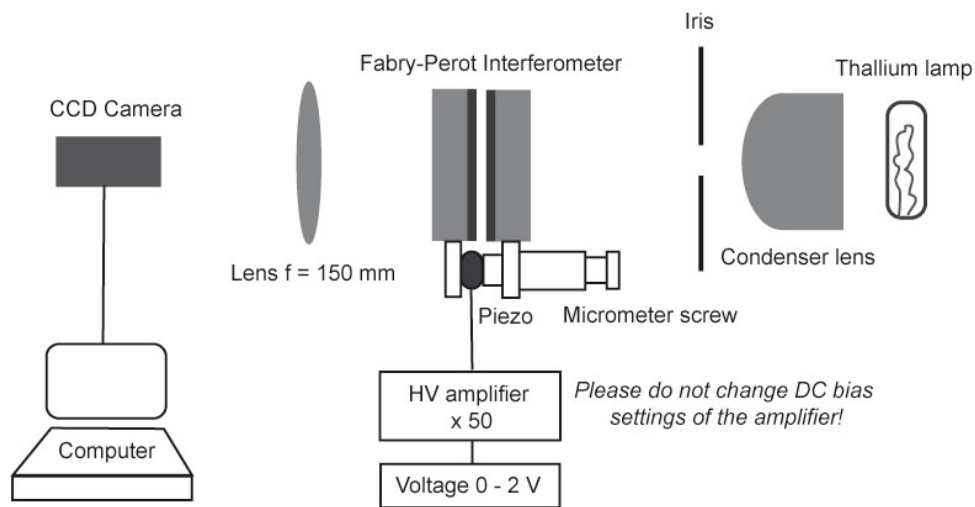


Abbildung 2.1: Aufbau des Versuches aus der Vorbereitung

Nachdem die Lampe für eine Weile eingeschaltet ist, wird der Plattenabstand des Fabry-Perot-Interferometers eingestellt. Dafür wird beim ersten Mal das sichtbare Licht der Thallium-Lampe verwendet. Über die drei Potentiometer werden die Spannungen an den Piezokristallen eingestellt, die die eine Platte bewegen. Die Spannungen werden so eingestellt, dass sich ein möglichst gutes Bild der Interferenzringe ergibt. Anschließend erfolgt die Aufnahme der Ringe des sichtbaren Lichts.

Direkt im Anschluss wird der Laser eingebaut, um den Plattenabstand  $d$  des Interferometers zu bestimmen. Dafür werden die Ringe augenommen und ausgemessen.

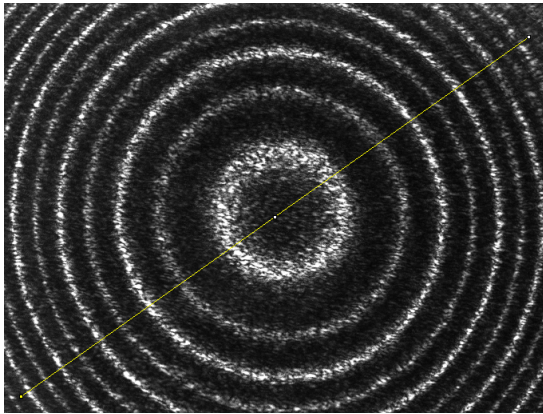
Das komplette Vorgehen wird für die unsichtbaren UV-Linien wiederholt.

Um die Ringe auszumessen, werden auf den Bildern Diagonalen gezogen, die die Helligkeit in Abhängigkeit der Pixel auf der Diagonale angeben. Es werden jeweils beide Diagonalen des Bildes ausgewertet, wobei die Diagonalen von Hand so gezogen werden, dass auf beiden Seiten möglichst gleich viele Ordnungen zu sehen sind und die Diagonale durch die Mitte des Interferenzmusters geht.

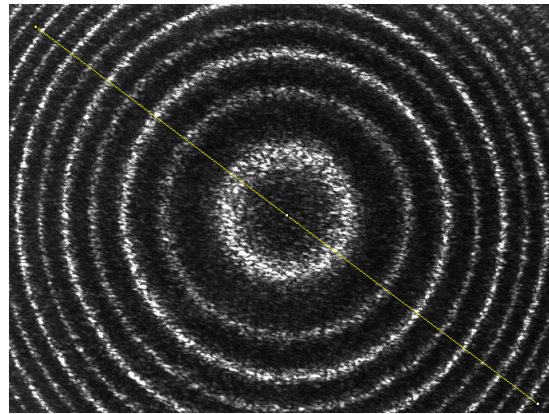
# Auswertung

## 3.1 Laser 1

Die für diesen Versuch aufgenommenen Bilder und Diagonalen sind in den Abbildungen 3.1a und 3.1b zu sehen.



(a) Ringe und Diagonale



(b) Ringe und weitere Diagonale

Abbildung 3.1: Ringe und Diagonalen

Zu beachten ist, dass im Bild noch Ringe der ersten Oberschwingung des Lasers zu sehen sind. Der Oberschwingung ist jeder zweite Ring zuzuordnen. Beim Filtern der Peaks über `scipy.signal.find_peaks` werden die Parameter so eingestellt, dass nur die Peaks der Grundschwingung des Lasers gefunden werden. Die Helligkeit auf den Diagonalen und die gefundenen Peaks sind in Abbildung 3.2 zu sehen.

Über den Fotosensor Sony ICX285AL ist bekannt, dass auf der Diagonale 155 Pixel rund 1 mm entsprechen. Mit dieser Information werden die in Pixeln gemessenen Abstände in mm umgerechnet.

Für beide Messreihen werden für jede Ordnung der Mittelwert und die Standardabweichung der Quadrate der Durchmesser  $D_n^2$  bestimmt. Es gilt die in der Vorbereitung hergeleitete Formel

$$D_n^2 = 8f^2 - n \frac{4\lambda f^2}{d}. \quad (3.1)$$

Im Folgenden werden die Quadrate der Durchmesser der Ringe  $D_n^2$  über  $n$  aufgetragen. Zudem wird eine lineare Regression der Form  $y(x) = mx + c$  mit den Werten gemacht, wobei die Standardabweichungen der Durchmesserquadrate als Fehler in y-Richtung angesehen werden. Der Plot  $D_n^2$  über  $n$  mit der Regressionsgerade ist in Abbildung 3.6 zu sehen.

Die Regression liefert die Parameter  $m = 22.9(2)$  mm und  $c = -18.9(7)$  mm, jeweils mit den statistischen Fehlern aus der Regression.



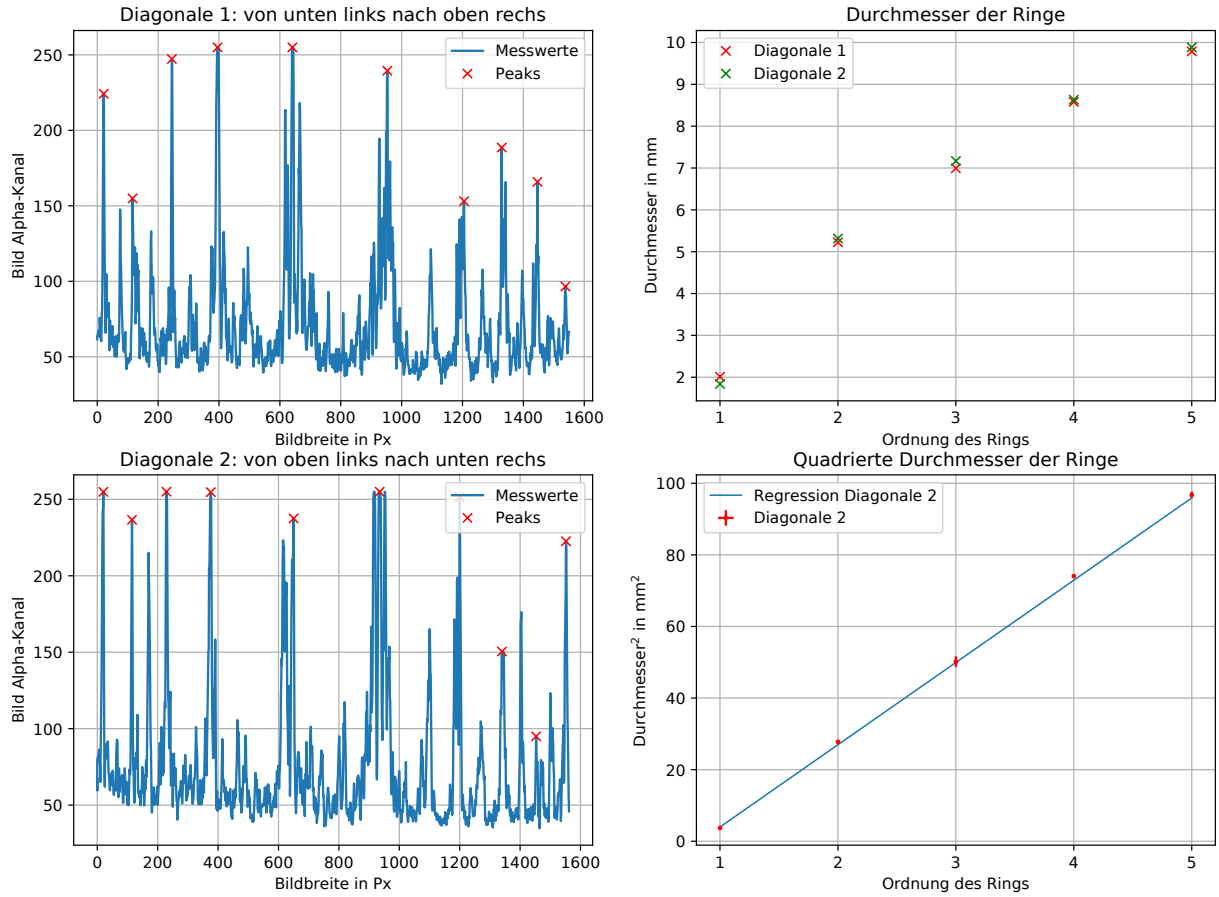


Abbildung 3.2: Suche nach Peaks und Regression

Nach Formel 3.1 identifizieren wir die Geradensteigung  $m$  aus der Regression als

$$m = \frac{4\lambda f^2}{d}, \quad (3.2)$$

wobei das negative Vorzeichen aus Gleichung 3.1 durch umgedrehte Zählen der  $n$  ausgeglichen wird. Die Brennweite der Linse  $f$  ist mit  $f = 150$  mm gegeben, die Wellenlänge des Lasers  $\lambda$  ist hier bekannt und lautet  $\lambda = 650$  nm. Um den gesuchten Abstand  $d$  zu bestimmen, wird die Formel 3.2 nach  $d$  umgestellt. Es ergibt sich

$$d = \frac{4\lambda f^2}{m} = 2.546(26) \text{ mm}. \quad (3.3)$$

Laut Vorbereitung ist der Plattenabstand des Interferometers rund  $d = 3$  mm. Der gemessene Wert liegt etwas unter dem angegeben Wert, allerdings scheint der Wert trotzdem realistisch, da die Größenordnung passt und der Abstand des Interferometers auch etwas kleiner eingestellt werden kann, ohne die Funktionsweise und das Interferenzbild zu beeinträchtigen.

Zusätzlich soll noch ein systematischer Fehler berechnet werden. Dafür wird auf die Brennweite  $f$  der Linse ein systematischer Fehler von 0.5 cm angenommen, da die Position der Linse nicht genau bekannt ist.

Aus den Messungen soll über die Breite der Peaks ebenfalls ein systematischer Fehler bestimmt werden. Dafür wird die Summe der Halbwertsbreiten aller Peaks bestimmt und durch die Anzahl der Peaks geteilt. Hier ergibt sich ein Wert für die mittlere Halbwertsbreite von  $H = 12.9$  Pixel, was  $H = 0.0832$  mm entspricht.

Den maximalen Einfluss auf die Steigung  $m$  hat dieser Fehler, wenn der erste Peak um halbe Halbwertsbreite  $H/2$  nach oben (oder unten) verschoben wird und der letzte Peak entgegengesetzt. Da nur die

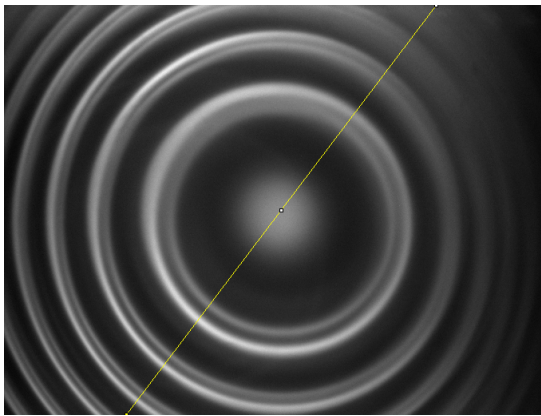
Steigung betrachtet wird, entspricht das auch dem Fall, in dem der erste Peak konstant gehalten wird und der letzte um die volle Halbwertsbreite  $H$  nach oben oder unten verschoben wird. In diesem Fall ändert sich die Steigung maximal um  $H/\Delta n$  mit der Differenz zwischen letzter und erster Ordnung  $\Delta n$ . Der so berechnete Wert ist der systematische Fehler auf die Steigung  $m$ . Diese lautet jetzt mit systematischem Fehler  $m = 22.979(21)$  mm.

Da die systematischen Fehler unabhängig sind, kann mit Gauss'scher Fehlerfortpflanzung der systematische Fehler auf den Plattenabstand  $d$  bestimmt werden. Es ergibt sich  $d = 2.546(17)$  mm.

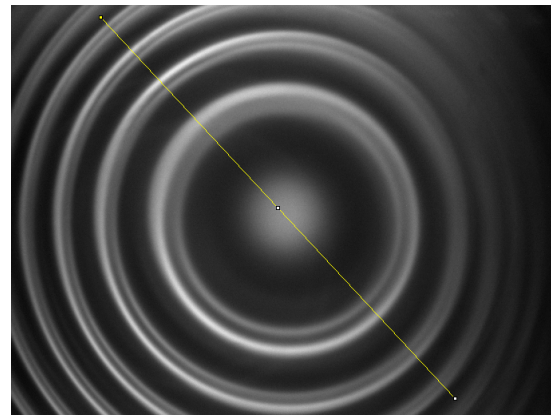
Final ergibt sich  $d$  also zu  $d = 2.546 \text{ mm} \pm 0.026 \text{ mm} \pm 0.017 \text{ mm}$ .

## 3.2 Sichtbares Licht

Nun wird ein Filter in den Strahlengang gebracht, der das UV-Licht absorbiert. Die für das sichtbare Licht aufgenommenen Ringe und Diagonalen sind in Abbildung 3.3 zu sehen.



(a) Ringe und Diagonale



(b) Ringe und weitere Diagonale

Abbildung 3.3: Ringe und Diagonalen für sichtbares Licht

Die Helligkeitsverläufe auf den Diagonalen sind in Abbildung 3.4 in den Bildern links zu sehen.

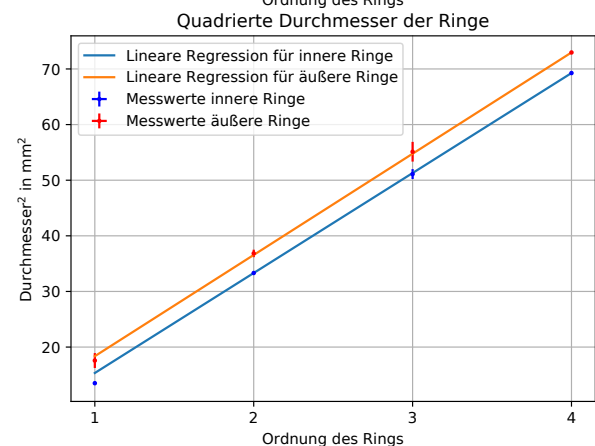
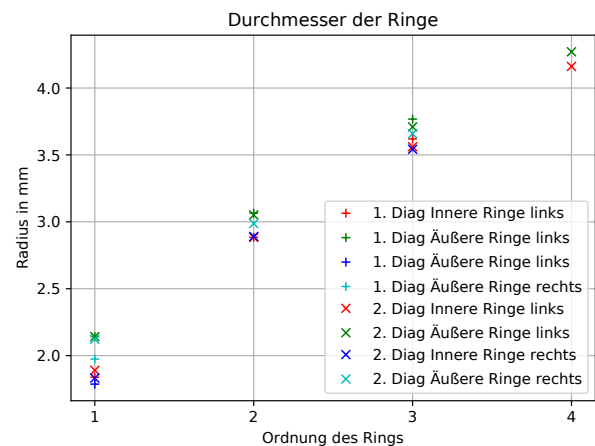
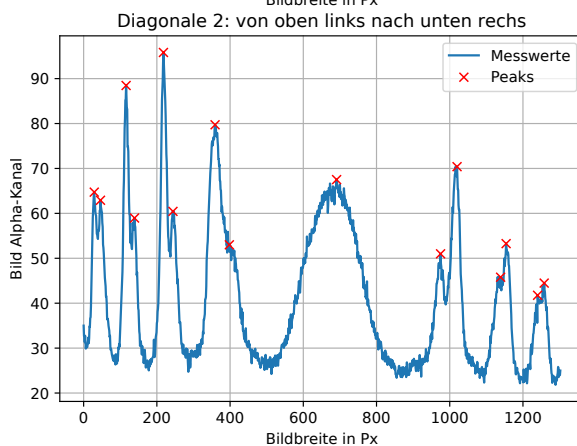
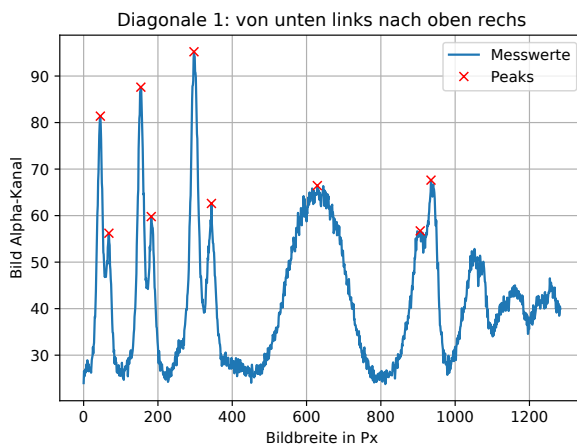


Abbildung 3.4: Auswertung der sichtbaren Ringe

Die Auswertung erfolgt sehr analog zum vorherigen Teil. Zunächst werden wieder die Durchmesser

in Pixeln bestimmt, indem die Peaks der Helligkeitsverteilungen gefunden werden. Leider sind hier die Messwerte nicht so klar wie in der vorherigen Berechnung, weshalb es leider nicht möglich ist, den Durchmesser eines Rings durch Peaks von 2 Seiten zu bestimmen. Auf der rechten Seite sind häufig Ordnungen unscharf. Deshalb wird hier die Mitte des Interferenzbildes bestimmt und damit die Distanz zur Mitte ausgerechnet. Damit erhält man den Radius der Ringe. Alle gemessenen Radien sind in Abbildung 3.4 oben rechts zu sehen, aufgetrennt nach Ordnung, Diagonale, linker oder rechter Seite und der Zuordnung innerer oder äußerer Ring.

Für die inneren und äußeren Ringe, deren Wellenlängen sich durch die Hyperfeinstrukturaufspaltung unterscheiden wird für jede Ordnung aus den verfügbaren Werten ein Mittelwert und eine Standardabweichung gebildet. Die Werte sind in der Tabelle 3.1 notiert.

Tabelle 3.1: Berechnete Werte für die Durchmesserquadrate

Ordnung n	$D_n^2$ innen in mm <sup>2</sup>	$D_n^2$ außen in mm <sup>2</sup>
1	13.5(3)	17.6(14)
2	33.317(5)	36.8(7)
3	51.1(9)	55.1(18)
4	69.265	72.965

Diese Werte sind als Fehlerbalken in Abbildung 3.4 unten rechts zu sehen. Zusätzlich sind dort auch wieder Fitgeraden der Form  $y(x) = mx + c$  für beide Fälle bestimmt. Die Regression liefert hier die Parameter  $m = 17.974(6)$  mm und  $c = -2.63(3)$  mm für die inneren Ringe und  $m = 18.2004(10)$  mm und  $c = 0.163(4)$  mm für die äußeren Ringe, jeweils mit den statistischen Fehlern aus der Regression. Analog zum vorherigen Teil identifizieren wir die Geradensteigung  $m$  mit

$$m = \frac{4\lambda f^2}{d}. \quad (3.4)$$

Hier ist im Unterschied zur vorherigen Aufgabe  $d$  bekannt, dafür ist  $\lambda$  gesucht. Umgestellt nach  $\lambda$  ergibt sich aus Gleichung 3.12

$$\lambda = \frac{md}{4f^2}. \quad (3.5)$$

Mit dem Plattenabstand  $d$  aus dem vorherigen Teil und den Parametern aus der Regression berechnen sich die Wellenlängen zu  $\lambda = 508(5)$  nm für die inneren Ringe und  $\lambda = 515(5)$  nm für die äußeren Ringe. Dabei ist der angegebene Fehler der statistische Fehler, der sich aus der Fortpflanzung der Fehler der Regressionsparameter und des statistischen Fehlers von  $d$  bestimmt.

Ähnlich zur letzten Aufgabe soll aus der Breite der Peaks noch ein systematischer Fehler bestimmt werden. Dafür wird wieder die mittlere Halbwertsbreite der Peaks bestimmt. Allerdings funktioniert das wegen der Form der Peaks nicht immer, weshalb bei einem Ansteigen der Messwerte ebenfalls abgebrochen wird.

Es ergibt sich so eine mittlere Ringbreite von  $13.417 \text{ px} \approx 0.0866$  mm. Beim Weiterrechnen ist darauf zu achten, mit den Ergebnissen aus der Regression für den Abstand und nicht mit dem Abstand direkt zu rechnen, da sonst die Fehler wegen dem Fehler auf die Brennweite nicht mehr unkorreliert sind. Final ergeben sich die Wellenlängen mit statistischem und systematischem Fehler zu

$$\lambda_{\text{innen}} = 508 \text{ nm} \pm 5 \text{ nm}(\text{stat}) \pm 34 \text{ nm}(\text{syst}), \quad (3.6)$$

$$\lambda_{\text{außen}} = 515 \text{ nm} \pm 5 \text{ nm}(\text{stat}) \pm 35 \text{ nm}(\text{syst}). \quad (3.7)$$

$$(3.8)$$

Der Literaturwert von  $\lambda = 535$  nm liegt im Fehlerbereich.

Diese hohen Fehler erlauben es leider nicht, die Hyperfeinstukturaufspaltung direkt zu berechnen, da diese kleiner ist als die Fehler.

Allerdings kann man trotzdem aus den sichtbaren Differenzen die HFS-Aufspaltung bestimmen. Aus der Vorbereitung kann man den Literaturwert für die HFS-Aufspaltung bestimmen. Der Übergang für sichtbares Licht ist von  $7^2S_{1/2}$  zu  $6^2P_{3/2}$ . Im Zustand  $7^2S_{1/2}$  ist die HFS-Aufspaltung mit der spektroskopischen Wellenzahldifferenz von  $0.41\text{ cm}^{-1}$  angegeben. Das entspricht einer Differenz der Wellenlängen von etwa  $\Delta\lambda \approx 11.73\text{ pm}$ .

Durch Umstellen von Gleichung 1.3 aus der Vorbereitung ergibt sich die Differenz zweier eng zusammenliegender Wellenlängen zu

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{8f^2}(D_{1,n}^2 - D_{2,n}^2), \quad (3.9)$$

mit der groben Wellenlänge  $\lambda$ , um die die beiden anderen Wellenlängen liegen. Hier wird mit dem Literaturwert von  $\lambda = 535\text{ nm}$  gerechnet. Die Differenz der  $D^2$  wird mit den Werten aus Tabelle 3.1 gebildet. Ein statistischer Fehler ergibt sich aus dem Mitteln der 4 Ordnungen, ein systematischer Fehler ergibt sich durch  $f$  und die mittlere Peakbreite, die als Fehler auf die Durchmesser betrachtet wird. Es ergibt sich ein Wert für die HFS-Aufspaltung von

$$\Delta\lambda = 11.4\text{ pm} \pm 0.7\text{ pm}(\text{stat}) \pm 6\text{ pm}(\text{syst}). \quad (3.10)$$

Der Literaturwert für die HFS-Aufspaltung wurde folglich gut getroffen und liegt im Fehlerbereich.

Eine präzisere Messung, vor allem für die einzelnen Wellenlängen, wird möglich, wenn der Plattenabstand und die Linse besser eingestellt werden. Dann lassen sich mehr Ordnungen betrachten, was den fit besser macht. Zudem wäre es, wie im vorherigen Teil, möglich, die Durchmesser über 2 Punkte auf dem Kreis statt über einen Punkt und den Mittelpunkt zu bestimmen, was auch die Präzision verbessert.

Zudem wurde ein systematischer Fehler gemacht, der nicht beachtet wurde. Der angegeben Umrechnungsfaktor von 155 Pixel pro mm gilt nur auf der Diagonalen von einer Ecke zur anderen. Da die Diagonalen freihand so gezogen wurden, dass möglichst die Ordnungen gut sichtbar sind, verlaufen diese nicht auf den Hauptdiagonalen und benötigen einen anderen Umrechnungsfaktor. Da das nicht berücksichtigt wird, leidet hier weiter die Präzision der Messung.

### 3.3 Laser 2

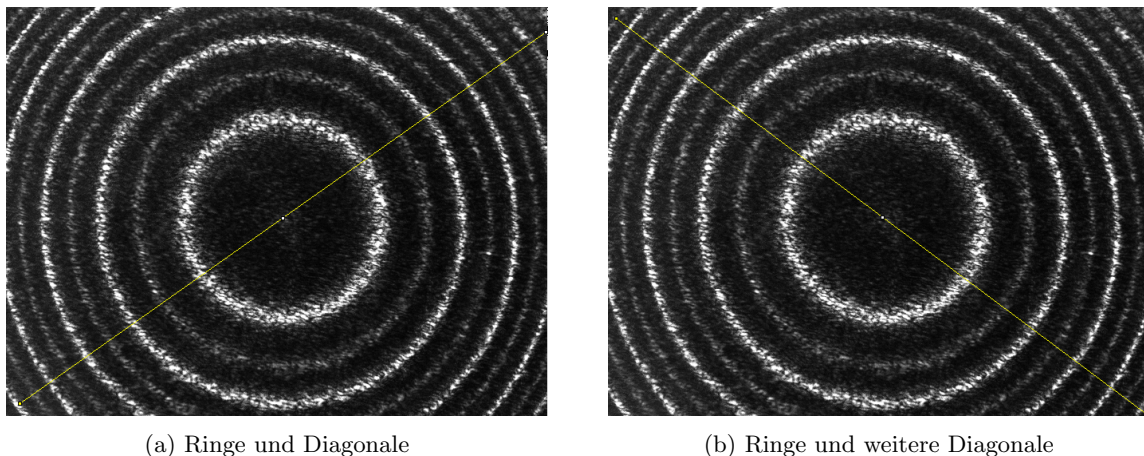
Um ein gutes Bild der Hyperfeinstrukturzerlegung des Lichts im ultravioletten Spektrum aufnehmen zu können, wurden die Linse und die Piezo-Kristalle am Interferometer nach der Installation eines Filters für das sichtbare Licht erneut verstellt. Daraufhin muss der Abstand der Platten des Interferometers erneut bestimmt werden. Die Durchführung und Auswertung dazu erfolgt identisch wie in Abschnitt 3.1 beschrieben. Die Bilder der Ringe mit den zur Analyse hergezogenen Diagonalen sind in Abbildung 3.5a und 3.5b zu sehen. Die Helligkeit entlang der Diagonalen und die gefundenen Peaks sind in Abbildung 3.6 zu sehen.

Die Regression liefert die Parameter  $m = 23.0(1)$  mm und  $c = -12.0(5)$  mm, jeweils mit den statistischen Fehlern aus der Regression.

Um den gesuchten Abstand  $d$  zu bestimmen, wird die Formel 3.2 nach  $d$  umgestellt. Es ergibt sich

$$d = \frac{4\lambda f^2}{m} = 2.536(17) \text{ mm.} \quad (3.11)$$

Laut Vorbereitung ist der Plattenabstand des Interferometers rund  $d = 3$  mm. Der gemessene Wert liegt etwas unter dem angegeben Wert, allerdings scheint der Wert trotzdem realistisch, da die Größenordnung passt und der Abstand des Interferometers auch etwas kleiner eingestellt werden kann, ohne die Funktionsweise und das Interferenzbild zu beeinträchtigen.



(a) Ringe und Diagonale

(b) Ringe und weitere Diagonale

Abbildung 3.5: Ringe und Diagonalen

Weiterhin soll noch ein systematischer Fehler berechnet werden. Dieser wird ebenfalls wie in Abschnitt 3.1 beschrieben ermittelt und ergibt sich zu  $d = 2.536(17)$  mm.

Final ergibt sich  $d$  also zu  $d = 2.536 \text{ mm} \pm 0.017 \text{ mm} \pm 0.017 \text{ mm}$ .

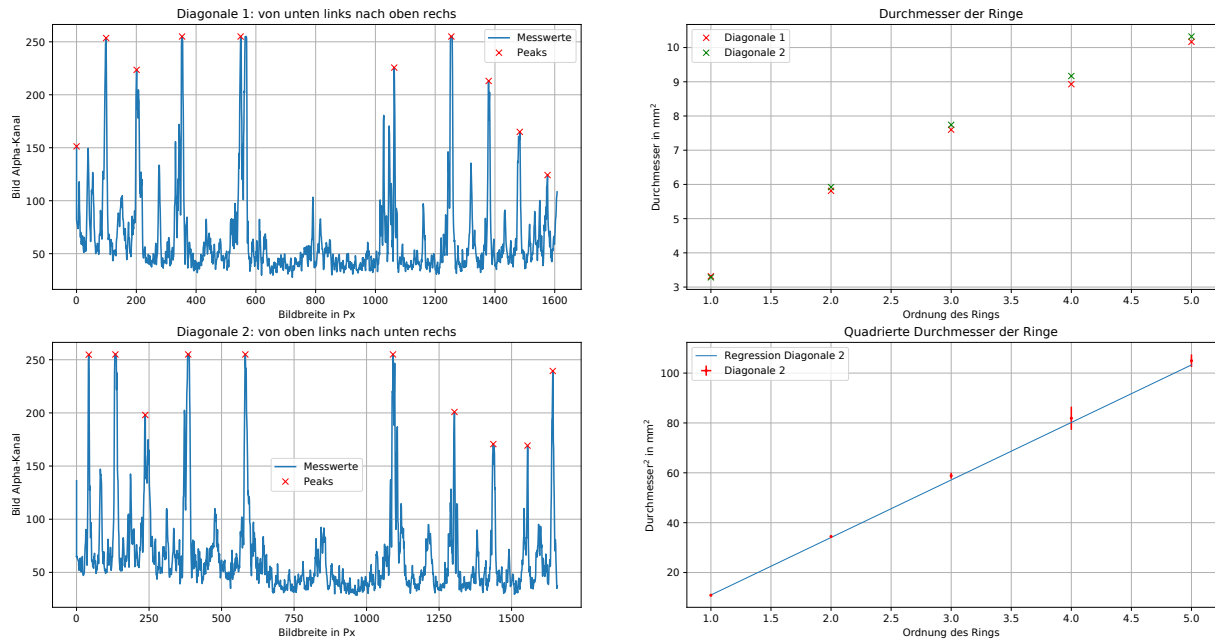
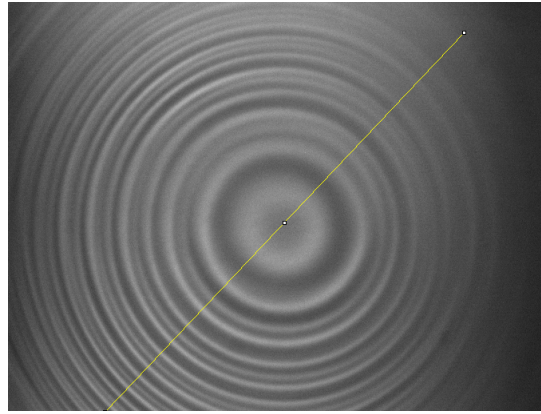


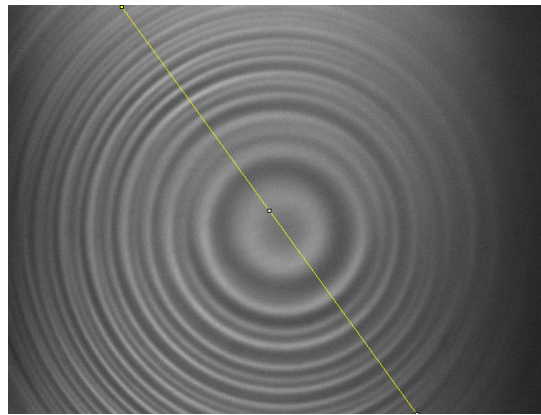
Abbildung 3.6: Suche nach Peaks und Regression

### 3.4 UV-Licht

Nun werden die Ringe für UV-Licht aufgenommen. Dafür wird ein Filter in den Strahlengänge gebracht, der das sichtbare Licht entfernt. Bei dem aufgenommenen Bild werden wieder 2 Geraden auf den Diagonalen gezogen, bei denen die Helligkeit auf den Geraden angegeben wird. Die beobachteten Ringe und die gezogenen Diagonalen sind in Abbildung 3.7 zu sehen.



(a) Ringe und Diagonale



(b) Ringe und weitere Diagonale

Abbildung 3.7: Ringe und Diagonalen

Die Helligkeitsverläufe auf den Diagonalen sind in Abbildung 3.8 in den Bildern links zu sehen. Die Auswertung erfolgt sehr analog zum vorherigen Teil. Da der Bildbereich, in dem sich die rechten Hälften der Kurven befinden, nicht scharf aufgenommen werden konnte und sich die Kurven von Rauschen nur schwer unterscheiden lassen, wurde anstelle von der Bestimmung von Durchmessern die Bestimmung des Mittelpunktes und der Radien der Ringe vom Mittelpunkt aus versucht. Für die Bestimmung des Mittelpunktes wurden die in den Bildern sichtbaren verwendet, indem über die Mittelpunkte zwischen zwei zugehörigen Peaks eines Kreises gemittelt wurde. Im nächsten Schritt werden die Peaks in der linken Bildhälfte verwendet, um die Radien der Ringe zu bestimmen. Werden die rechten Bildhälften mit einbezogen, werden die Fehler sehr groß, da die daraus ermittelten Werte um bis zu 30 % von den in den linken Bildhälften ermittelten Werten liegen. Für die mittlere der drei Wellenlängen sind die Werte wieder sehr nah beieinander. Aus diesem Grund werden die aus der rechten Bildhälfte ermittelten Werte für die mittlere Wellenlänge verwendet. Die Durchmesserquadrate für die unterschiedlichen Ringe sind in Tabelle TODO 3.2 zu sehen.

Tabelle 3.2: Berechnete Werte für die Durchmesserquadrate

Ordnung n	$D_n^2$ innen in mm <sup>2</sup>	$D_n^2$ mitte in mm <sup>2</sup>	$D_n^2$ außen in mm <sup>2</sup>
1	10.4(2)	14.0(5)	19.3(4)
2	23.35(6)	26.4(2)	31.57(7)
3	35.3(2)	38.7(2)	44.1(1)
4	47.6(3)	50.9(5)	56.1(4)

Für die inneren, äußeren und dazwischen liegenden Ringe, deren Wellenlängen sich durch die Hyperfe-



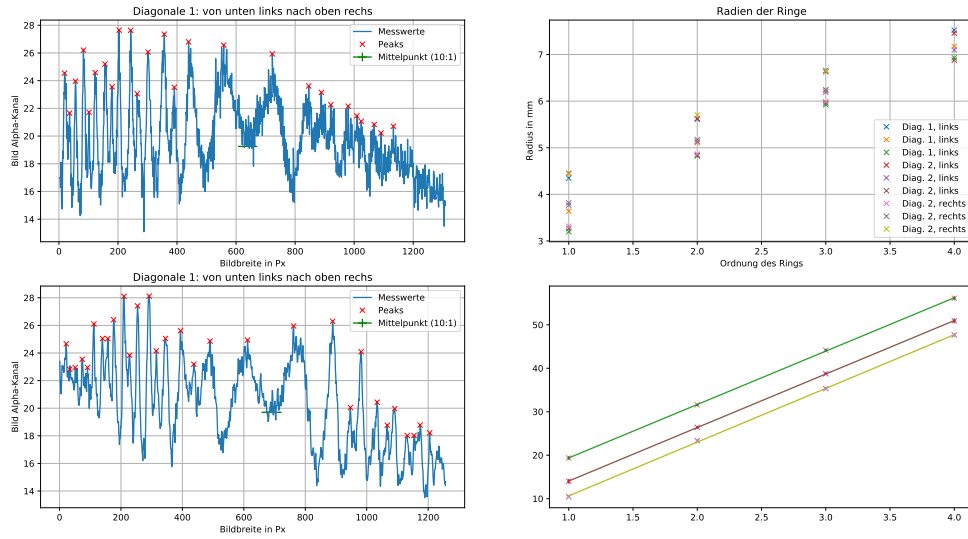


Abbildung 3.8: Untersuchungen des UV-Lichts

instrukturaufspaltung unterscheiden, wird für jede Ordnung aus den verfügbaren Werten ein Mittelwert und eine Standardabweichung gebildet. Diese Werte sind als Fehlerbalken in Abbildung 3.8 unten rechts zu sehen. Zusätzlich sind dort auch wieder Fitgeraden der Form  $y(x) = mx + c$  für beide Fälle bestimmt. Die 3 Regressionen lieferten die Parameter für die Steigung und den Y-Achsen Abschnitt der Geraden, jeweils mit den dazugehörigen statistischen Fehlern

Analog zum vorherigen Teil identifizieren wir die Geradensteigung  $m$  mit

$$m = \frac{4\lambda f^2}{d}. \quad (3.12)$$

Hier ist im Unterschied zur vorherigen Aufgabe  $d$  bekannt, dafür ist  $\lambda$  gesucht. Umgestellt nach  $\lambda$  ergibt sich aus Gleichung 3.12

$$\lambda = \frac{md}{4f^2}. \quad (3.13)$$

Mit dem Plattenabstand  $d$  aus dem vorherigen Teil und den Parametern aus der Regression berechnen sich folgende Wellenlängen:

$$\lambda_{\text{außen}} = 346.1(33) \text{ nm} \quad (3.14)$$

$$\lambda_{\text{mitte}} = 346.7(25) \text{ nm} \quad (3.15)$$

$$\lambda_{\text{innen}} = 348(4) \text{ nm}. \quad (3.16)$$

Dabei ist der angegebene Fehler der statistische Fehler, der sich aus der Fortpflanzung der Fehler der Regresionsparameter und des statistischen Fehlers von  $d$  bestimmt. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass  $\lambda_3$  dem inneren,  $\lambda_2$  dem mittleren und  $\lambda_1$  dem äußeren der drei sich wiederholenden Ringe entspricht.

Für die Untersuchung der systematischen Fehler wurde die mittlere Halbwertsbreite der Peaks zu  $12.53 \text{ px} \approx 0.08 \text{ mm}$  bestimmt. Damit wurden, wie bei der Auswertung des sichtbaren Lichts, die systematischen Fehler berechnet. Die daraus resultierenden Wellenlängen betragen:

$$\lambda_{\text{außen}} = 346.1 \text{ nm} \pm 3.3 \text{ nm} \pm 2.4 \text{ nm} \quad (3.17)$$

$$\lambda_{\text{mitte}} = 346.7 \text{ nm} \pm 2.5 \text{ nm} \pm 2.4 \text{ nm} \quad (3.18)$$

$$\lambda_{\text{innen}} = 348 \text{ nm} \pm 4 \text{ nm} \pm 2.5 \text{ nm}. \quad (3.19)$$

In der Vorbereitung wurde die Wellenlänge mit  $\lambda_{\text{lit}} = 377.6 \text{ nm}$  angegeben. Dieser befindet sich nicht innerhalb des hier berechneten Fehlerbereichs.

Zuletzt ist die Hyperfeinstrukturaufspaltung zu bestimmen. Der Übergang für UV-Licht findet von  $7^2S_{1/2}$  zu  $6^2P_{1/2}$  statt. Wie bei der Auswertung des sichtbaren Lichts wird hier ebenfalls die Hyperfeinstrukturaufspaltung berechnet. Dabei wird ebenfalls mit dem Literaturwert von  $\lambda_{\text{lit}}$  gerechnet. Die beiden Wellenlängendifferenzen betragen:

$$\Delta\lambda_1 = 7 \text{ pm} \pm 0.4 \text{ pm} \pm 3.5 \text{ pm} \quad (3.20)$$

$$\Delta\lambda_2 = 11 \text{ pm} \pm 0.2 \text{ pm} \pm 6 \text{ pm} . \quad (3.21)$$

Die Literaturwerte lägen bei

$$\Delta\lambda_1 = 5.7 \text{ pm} \quad (3.22)$$

$$\Delta\lambda_2 = 10.30 \text{ pm} . \quad (3.23)$$

Die hier bestimmten Werte liegen innerhalb des Tolleranzbereichs der Fehlergröße. Dies liegt daran, dass die Fehler ungefähr die Hälfte des berechneten Wertes betragen und daher auch relativ groß sind.

Eine präzisere Messung wird möglich, wenn der Plattenabstand und die Linse besser eingestellt werden. Dann lassen sich mehr Ordnungen betrachten, was den fit besser macht. Zudem wäre es, wie im vorherigen Teil, möglich, die Durchmesser über 2 Punkte auf dem Kreis statt über einen Punkt und den Mittelpunkt zu bestimmen, was auch die Präzision verbessert. Dafür sind die rechten Bildhälften der Aufnahmen leider Weiterhin wurde ein systematischer Fehler gemacht, der nicht beachtet wurde. Der angegeben Umrechnungsfaktor von 155 Pixel pro mm gilt nur auf der Diagonalen von einer Ecke zur anderen. Da die Diagonalen freihand so gezogen wurden, dass möglichst die Ordnungen gut sichtbar sind, verlaufen diese nicht auf den Hauptdiagonalen und benötigen einen anderen Umrechnungsfaktor. Da das nicht berücksichtigt wird, leidet hier weiter die Präzision der Messung.

### 3.5 Bestimmung des Kernspin

Auch wenn es leider aus den Messwerten nicht möglich war, die Wellenlängen gut zu bestimmen, kann man doch aus den beobachteten Aufspaltungen Aussagen über den Kernspin treffen.

Im UV-Bereich (Übergang  $7^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$ ) konnten 3 Linien beobachtet werden. Das bedeutet, dass der Kernspin  $I$  nicht 0 sein darf, da sonst keine Aufspaltung zu sehen wäre. Zudem gilt  $I \geq J$ ,  $J$  ist in beiden Fällen  $1/2$ . Das bedeutet, dass jeder Zustand in zwei Terme ( $F = I \pm 1/2$ ) aufgespalten wird. Das bedeutet, dass hier 4 Übergänge möglich sind, die die Auswahlregel  $\Delta F = 0, \pm 1$  erfüllen. Drei Übergänge lassen sich nur erklären, wenn der Übergang  $F = 0 \rightarrow F = 0$  verboten ist. Das bedeutet, dass der Kernspin  $I = 1/2$  ist, für das untersuchte Isotop  $\text{Tl}^{205}$ .