

## FAKULTÄT FÜR PHYSIK Praktikum Klassische Physik

Prak.: P1 Semester: WS19/20	Wochentag: Di Gruppennr.: 11
Name: Hohenstein	Vorname: Michael
Name: Michel	Vorname: Alexis
Emailadresse(n): alexis.michel@gmx.de, michael	l.hohenstein@gmx.de
Versuch: Ferromagnetische Hysteres Betreuer: Corina Wieber	Fehlerrech.: Nein  Durchgeführt am: 12.11.19
Wird vor	m Betreuer ausgefüllt.
1. Abgabe am:	
Rückgabe am: Begr	ündung:
2. Abgabe am:	
Ergebnis: + / 0 / - Datum: Handz	Fehlerrechnung: Ja / Nein zeichen:
Bemerkungen:	

# Inhaltsverzeichnis

1	1.1 1.2 1.3	Messung der Spannungen an Spule und Widerstand	1 3 4
2	Aufg senk 2.1 2.2	gabe: Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisern  Messung der Spannungen an Spule und Widerstand mit einem Eisenkern  Berechnen der Spuleninduktivität und des Drahtwiderstandes mit einem Eisenkern	6 6 7 8
3	Aufg 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5	Bestimmen des Integrals Eichen der Achsen  Vergleich zu Aufgabe 2	9 10 11 12 13
4	•	gabe: Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, gleich Eisen-Ferrit  Aufbau	14 14 14
		oildungsverzeichnis	17
	1.1	Plots der aus dem Oszillographen entnommenen Daten	2
	2.1	Plots der aus dem Oszillographen entnommenen Daten	7
	3.1 3.2 3.3	Aufbau der Schaltung für Versuch 3	9 10 11
	4.1	Hysterese für Eisen	15

4.2 Hysterese für Ferrit
--------------------------

# Tabellenverzeichnis

1.1	Messwerte, die mit der Oszillographen-Software bestimmt wurden	1
1.2	aus dem Experiment ermittelte Werte für den Verlustwiderstand und die	
	Induktivität der Spule	3
1.3	Daten der Spule aus der vorherigen Teilaufgabe	3
1.4	Gegenüberstellung der Endergebnisse	4
2.1	Messwerte, die mit der Oszillographen-Software bestimmt wurden	6
2.2	aus dem Experiment ermittelte Werte für die Induktivität der Spule und die	
	Permeabilität des Eisenkerns	8
2.3	Verlustleistungen der Spule mit dem Eisenkern	8

## 1. Aufgabe: Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

#### 1.1 Messung der Spannungen an Spule und Widerstand

Ziel dieses Versuches war es, die Induktivität und die Verlustleistung einer Spule zu bestimmen. Dabei wurde mit einem Oszillographen die Spannung zwischen den Spulenenden und den Enden des  $10\,\Omega$  Widerstandes gemessen und aufgezeichnet.

Für die Messung wurde eine Spule mit 1000 Windungen verwendet. Die Messung wurde einmal mit einem Strom von  $I=300\,\mathrm{mA}$  und einem Strom von  $I=30\,\mathrm{mA}$  durchgeführt. Die mit dem Oszillographen gemessenen Daten für die Messreihe mit einem Strom von  $I=300\,\mathrm{mA}$  sind in Abbildung 1.1 zu sehen. Für einen Strom von  $I=30\,\mathrm{mA}$  sieht die Messreihe identisch aus, mit dem Unterschied, dass sie auf der Y-Achse gestaucht ist.

Aus den beiden Messreihen sollten nun folgende Daten entnommen werden: Die Spannungsdifferenz der Maxima und Minima beider Oszillographenkanäle sowie die Phasenverschiebung. Dabei wurde die Phasenverschiebung an vier verschiedenen Stellen im Oszillographendiagramm ermittelt um deren Mittelwert zu bestimmen. Die gemessenen Ergebnisse sind Tabelle 1.1 zu entnehmen.

Tabelle 1.1: Messwerte, die mit der Oszillographen-Software bestimmt wurden

,	0 1	
Messwert	$I=300\mathrm{mA}$	$I=30\mathrm{mA}$
Phasenverschiebung 1	$2,658\mathrm{ms}$	$2,783{ m ms}$
Phasenverschiebung 2	$2{,}617\mathrm{ms}$	$2{,}741\mathrm{ms}$
Phasenverschiebung 3	$2{,}700\mathrm{ms}$	$2{,}700\mathrm{ms}$
Phasenverschiebung 2	$2{,}700\mathrm{ms}$	$2{,}783\mathrm{ms}$
$\langle$ Phasenverschiebung $\rangle$	$2{,}668\mathrm{ms}$	$2{,}751\mathrm{ms}$
Spitzenspannungsdifferenz Widersta	and $8,528\mathrm{V_{SS}}$	$867.4\mathrm{mV_{SS}}$
Spitzenspannungsdifferenz Spule	$12,31\mathrm{V_{SS}}$	$1{,}255\mathrm{V_{SS}}$

Nun soll aus den Messwerten in Tabelle 1.1 die Spuleninduktivität und der Verlustwiderstand bestimmt werden. Dies lässt sich über die Impedanz der Spule realisieren:

$$Z = R_s + i \cdot \omega \cdot L \tag{1.1}$$

Bei dem Verlustwiderstand handelt es sich um den Realteil der Impedanz und bei der Induktivität um den Imaginärteil der Impedanz dividiert durch die Kreisfrequenz  $\omega$ .

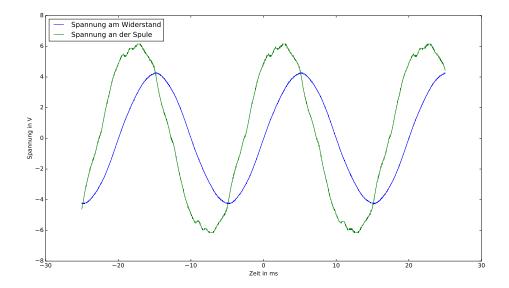


Abbildung 1.1: Plots der aus dem Oszillographen entnommenen Daten

$$R_s = \Re(Z)$$
$$L = \Im(Z)$$

Weitere Beziehungen folgen aus dem Betrag der Impedanz.

$$|Z| = \sqrt{R_s^2 + \omega^2 \cdot L^2} = \frac{\hat{\mathbf{U}}_S}{\hat{\mathbf{I}}} = \frac{\hat{\mathbf{U}}_S \cdot R}{\hat{\mathbf{U}}_R}$$
(1.2)

Dabei handelt es sich bei  $\hat{\mathbb{U}}_S$  und  $\hat{\mathbb{I}}$  um die Spitzenspannung an der Spule sowie die Spitzenströme. Zweite können auch über die am  $10\,\Omega$  Widerstand (R) abfallende Spannung  $\hat{\mathbb{U}}_R$  bestimmt werden.

Für die Phasenverschiebung  $\phi$  gilt:

$$\phi = \omega \cdot \Delta T$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$f = 50 \,\text{Hz}$$

$$\tan(\phi) = \frac{\Im(Z)}{\Re(Z)} = \frac{\omega \cdot L}{R_s}$$

Durch Massieren und Umformen der obigen Gleichungen lässt sich nun der Widerstand bestimmen. Dabei muss für  $\hat{U}_S$  und  $\hat{U}_R$  die hälfte von gemessenen Wert aus Tabelle 1.1 verwendet werden, weil es sich dabei um Spitzenspannungen handelt, während in der Gleichung nur nach den Spannungsamplituden gefragt wird.

$$R_s = \Re(Z) = |Z| \cdot \cos(\phi)$$

$$= \frac{\hat{U}_S}{\hat{I}} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta T)$$

$$= \frac{\hat{U}_S \cdot R}{\hat{U}_R} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta T)$$

Die Induktivität berechnet sich ähnlich wie der Verlustwiderstand:

$$\begin{split} \omega \cdot L &= \Im(Z) = |Z| \cdot \sin(\phi) \\ L &= \frac{|Z|}{\omega} \cdot \sin(\phi) \\ &= \frac{\hat{\mathbf{U}}_S \cdot R}{\hat{\mathbf{U}}_R} \cdot \frac{\sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta T)}{2 \cdot \pi \cdot f} \end{split}$$

Die Ergebnisse für beide Messreihen sind in Tabelle 1.2 zu finden.

**Tabelle 1.2:** aus dem Experiment ermittelte Werte für den Verlustwiderstand und die Induktivität der Spule

Messreihe	$I=300\mathrm{mA}$	$I=30\mathrm{mA}$
Verlustwiderstand	$9,\!65\Omega$	$9,39\Omega$
Induktivität	$0{,}034\mathrm{H}$	$0{,}035\mathrm{H}$

#### 1.2 Berechnen der Spuleninduktivität und des Drahtwiderstandes

Aus den in Tabelle 1.3 zu entnehmenden Spulendaten können die Induktivität und der Drahtwiderstand der Spule auch rechnerisch ermittelt werden.

Tabelle 1.3: Daten der Spule aus der vorherigen Teilaufgabe

	$\operatorname{Wert}$
Windungszahl (N)	1000
mittlerer Wickelradius (r)	$3{,}4\mathrm{cm}$
Verhältnis äußerer Wickelradius (p)	1,5
Wickellänge $(l_S)$	$6.8\mathrm{cm}$
Kupferdrahtdurchmesser (d)	$0.7\mathrm{mm}$

Aus der Formel für die Induktionsspannung und für das Magnetfeld einer langgestreckten Spule kann die Induktivität hergeleitet werden.

$$U_{ind} = -N \cdot \dot{\Phi}$$

$$\Phi = A \cdot B$$

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I \cdot \frac{N}{l}$$

$$\Phi = A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I \cdot \frac{N}{l}$$

$$\dot{\Phi} = A \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \dot{I} \cdot \frac{N}{l}$$

$$L = \frac{-U_{ind}}{\dot{I}}$$

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l}$$

Die Induktivität berechnet sich mittels Formel 1.3. Einzusetzen sind die Windungszahl N, die Spulenoberfläche A und die Spulenlänge l. Die Spulenoberfläche A berechnet sich aus dem mittleren Spulenradius:  $A = \pi \cdot r^2$ . Die magnetische Permeabilität von Luft beträgt  $\mu_r \approx 1$  und wird somit in der Formel durch  $\mu_r = 1$  ersetzt. Der Faktor k = 0,55, der bei kurzen Spulen als Korrektur mit einbezogen werden muss, ist in der Vorbereitungshilfe gegeben.

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} \cdot k \approx 0.0369 \,\mathrm{H}$$
 (1.3)

Der Gesamtwiderstand lässt sich über den spezifischen Widerstand von Kupfer, dem verwendeten Spulenmaterial, bestimmen. Dieser beträgt  $R_{Cu}=0.0171\,\frac{\Omega\cdot\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$  laut [Wik19b].

$$R = R_{Cu} \cdot \frac{l}{A}$$

$$= R_{Cu} \cdot \frac{2 \cdot N \cdot \pi \cdot r}{\pi \cdot \frac{d^2}{4}}$$

$$= R_{Cu} \cdot \frac{2 \cdot N \cdot r}{\frac{d^2}{4}}$$

$$= 0.0172 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 1000 \cdot 0.034 \,\text{m}}{\frac{(0.7 \,\text{mm})^2}{4}}$$

$$\approx 9.5 \,\Omega$$

#### 1.3 Ausblick

In Tabelle 1.4 werden die gemessenen Ergebnisse aus Abschnitt 1.1 mit den berechneten Ergebnissen aus Abschnitt 1.2 gegenübergestellt.

Tabelle 1.4: Gegenüberstellung der Endergebnisse

		-
Messreihe	Verlustwiderstand	Induktivität
$\overline{I=300\mathrm{mA}}$	$9,65\Omega$	$0,034{\rm H}$
$I=30\mathrm{mA}$	$9,39\Omega$	$0{,}035\mathrm{H}$
Berechneter Wert	$9{,}5\Omega$	$0{,}0369\mathrm{H}$

Die theoretischen Werte liegen nur knapp neben den Werten aus den beiden Messreihen. Dies kann daran liegen, dass die theoretische Formel für die Induktivität mit dem Korrekturfaktor angenähert wurde und dass bei dem Widerstand der spezifische Widerstand des Kupfers von der genauen Materialverarbeitung abhängen kann.

## 2. Aufgabe: Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

#### 2.1 Messung der Spannungen an Spule und Widerstand mit einem Eisenkern

Die Durchführung dieses Versuches verlief beinahe wie in Abschnitt 1.1, mit dem Unterschied, dass sich in der Spule ein geschlossener Eisenkern befand. Diesmal wurde der Versuch mit Strömen von  $I=23,6\,\mathrm{mA}$  und  $I=10\,\mathrm{mA}$  durchgeführt. Die Messreihe mit  $I=30\,\mathrm{mA}$  konnte wegen dem Limit der Stromquelle nur bei  $I=23,6\,\mathrm{mA}$  durchgeführt werden. Die Messergebnisse sind in Tabelle 2.1 zu sehen. Außerdem wurde vor den Oszilloskop-Eingang an der Spule ein  $9\,\mathrm{M}\Omega$ -Widerstand davor geschaltet, um den Oszilloskop-Eingang um den Faktor 10 unempfindlicher zu machen. Für die Berechnungen werden die Spannungen also mit dem Faktor 10 multipliziert.

Tabelle 2.1: Messwerte, die mit der Oszillographen-Software bestimmt wurden

Messwert	$I=10\mathrm{mA}$	$I=23,6 \mathrm{mA}$
Phasenverschiebung 1	$3{,}987\mathrm{ms}$	$3{,}115\mathrm{ms}$
Phasenverschiebung 2	$3{,}987\mathrm{ms}$	$3{,}032\mathrm{ms}$
Phasenverschiebung 3	$3{,}987\mathrm{ms}$	$3{,}032\mathrm{ms}$
Phasenverschiebung 2	$3{,}987\mathrm{ms}$	$3{,}074\mathrm{ms}$
$\langle$ Phasenverschiebung $\rangle$	$3{,}987\mathrm{ms}$	$3{,}063\mathrm{ms}$
Spitzenspannungsdifferenz Widerstand	$287,\!6\mathrm{mV_{SS}}$	$643,\!6\mathrm{mV_{SS}}$
Spitzenspannungsdifferenz Spule	$4{,}197\mathrm{V_{SS}}$	$18{,}3\mathrm{V_{SS}}$

Ein Plot der mit der Oszillographen-Software aufgenommenen Daten ist in Abbildung 2.1 für einen Effektivstrom von  $I=23,6\,\mathrm{mA}$  zu sehen. Die Messwert für einen Effektivstrom von  $I=10\,\mathrm{mA}$  sehen identisch dazu aus, mit dem Unterschied, dass sie auf der Y-Achse gestaucht sind.

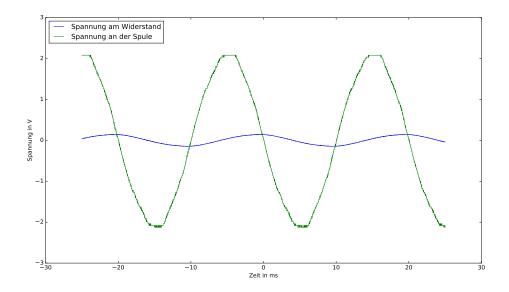


Abbildung 2.1: Plots der aus dem Oszillographen entnommenen Daten

## 2.2 Berechnen der Spuleninduktivität und des Drahtwiderstandes mit einem Eisenkern

In Abschnitt 1.2 wurde Gleichung 1.3 zum Berechnen der Induktivität einer Spule hergeleitet:

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{I} \cdot k \tag{2.1}$$

Durch die Existenz des Eisenkerns wird das magnetische Feld ausgedehnt. Der Korrekturfaktor K für kurze Spulen kann vernachlässigt werden.

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{I} \tag{2.2}$$

Diese Gleichung kann nach der Permeabilität umgestellt werden.

$$\mu_r = \frac{L \cdot l}{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A} \tag{2.3}$$

Dabei ist  $A=(0.039\,\mathrm{m})^2$  die Querschnittsfläche des Eisenkerns und  $l=0.48\,\mathrm{m}$  die mittlere Feldlinienlänge im geschlossenen Eisenkern. Mithilfe von Formel für die Induktivität aus Abschnitt 1.1 kann die Induktivität der Spule und daraus die Permeabilität des Eisenkerns bestimmt werden.

$$L = \frac{|Z|}{\omega} \cdot \sin(\phi)$$

$$= \frac{\hat{\mathbf{U}}_S \cdot R}{\hat{\mathbf{U}}_R} \cdot \frac{\sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta T)}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

$$\mu_r = \frac{\frac{\hat{\mathbf{U}}_S \cdot R}{\hat{\mathbf{U}}_R} \cdot \frac{\sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta T)}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot l}{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}$$

Die berechneten Werte für die Induktivität und die Permeabilität sind in Tabelle 2.2 zu finden.

Tabelle 2.2: aus dem Experiment ermittelte Werte für die Induktivität der Spule und die Permeabilität des Eisenkerns

Messreihe	$I=10\mathrm{mA}$	$I=23,6 \mathrm{mA}$
Induktivität	4,411 H	$7,4260{ m H}$
Permeabilität	1107,77	1864,961

Dieses Verhalten ist auch zu erwarten, weil aufgrund der ferromagnetischen Hysterese die magnetische Permeabilität nicht konstant ist sondern bei steigenden Strömen auch größer werden muss.

Nun muss nur noch die Verlustleistung bestimmt werden. Die dazugehörige Formel lautet:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \Re(U(t)) \cdot \Im(I(t)) dt = \frac{1}{2} \cdot \hat{I}^2 \cdot R_S = R_S \cdot I_{\text{eff}}^2$$
 (2.4)

Dabei ist  $R_S$  der Verlustwiderstand der Spule. Dieser lässt sich, wie in Abschnitt 1.1 schon gezeigt, mit folgender Formel berechnen:

$$R_s = \frac{\hat{\mathbf{U}}_S \cdot R}{\hat{\mathbf{U}}_R} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta T) \tag{2.5}$$

Die Ergebnisse für die Verlustleistung sind in Tabelle 2.3 zu finden.

Tabelle 2.3: Verlustleistungen der Spule mit dem Eisenkern

Messreihe	$I=10\mathrm{mA}$	$I=23,6 \mathrm{mA}$
Verlustwiderstand	$456{,}6\Omega$	$1645{,}1\Omega$
Verlustleistung	$0{,}0456\mathrm{W}$	$0{,}9162\mathrm{W}$

#### 2.3 Ausblick

Vergleicht man die Ergebnisse des Verlustwiderstandes und der Induktivität mit denen der Luftspule aus Abschnitt 1.1 und 1.2, so zeigt sich, dass die Werte für eine Spule mit einem Eisenkern deutlich größer ausfallen als die einer Luftspule. Dies ist auch das zu erwartende Ergebnis bedingt durch die ferromagnetisch Hysterese.

Recherchen bei [Wik19a] ergeben, dass der Wert für die magnetische Permeabilität von Eisen ungefähr zwischen 300 und 10.000 liegen sollte. Der in dem versuch bestimmte Wert lag deutlich darunter. Die kann zum einen daran gelegen haben, dass der Spulenstrom nicht sonderlich groß war und die Permeabilität vom Strom abhängig ist, und zum anderen an dem verwendeten Material gelegen haben, weil jeder Eisenkern diesbezüglich ein individuelles Permeabilitätsverhalten aufweißt.

# 3. Aufgabe: Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

#### 3.1 Hysteresekurve von Eisen

Bei diesem Versuch soll die Hysteresekurve von Eisen bestimmt werden. Dafür wird der Versuchsaufbau von Aufgabe 2 etwas modifiziert. An dem Eisenkern wird dafür eine weitere Spule, die Sekundärspule mit 50 Windungen angebracht, in der eine Spannung induziert wird. Die Primärspule mit 1000 Windungen wird beibehalten, ebenso wie der  $10\,\Omega$  Widerstand R, der mit der Primärspule und dem Strommessgerät in Reihe geschaltet ist.

Es wird weiter mit der mittleren Länge der Feldlinien im Eisenkern  $l=0,48\,\mathrm{m}$  und der Querschnittfläche  $A=(0,039\,\mathrm{m})^2$  des Eisenkerns gerechnet.

Die in die Sekundärspule induzierte Spannung  $U_{\rm ind}$  wird über ein RC-Glied mit Widerstand  $R_1$  und Kapazität C integriert. Dafür wurden die Bauteile mit  $R_1 = 10\,\mathrm{k}\Omega$  und  $C = 10\,\mu\mathrm{F}$  verwendet. Die Eingänge des Picoscope wurden dann auf der Seite der Primärspule mit R verbunden und auf der Seite der Sekundärspule wurde am Kondensator C die Spannung abgegriffen. Die ganze Schaltung ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

Die mit dem Picoscope gemessenen Rohdaten wurden als CSV-Datei abgespeichert und sind auf dem Praktikumsserver einsehbar. Die Rohdaten sind wenig anschaulich, allerdings kann man, nach Aufgabe 3.4, die Messwerte auf H und B bringen die Hysteresekurven plotten. Das wurde für die Stromstärke  $I_1 = 10 \,\mathrm{mA}$  in der Abbildung 3.2 gemacht.

Die zweite geplante Stromstärke von  $30\,\mathrm{mA}$  konnten wir mit dem verwendeten Versuchsaufbau leider nicht erreicht werden. Die maximale erreichbare Stromstärke, bei der die zweite Messung aufgezeichnet wurde, beträgt  $I_2=23.9\,\mathrm{mA}$ . Die Messwerte sind in Abbildung 3.3 aufgetragen.

In den Abbildungen sind oben links jeweils die Rohdaten der beiden Kanäle des Oszilloskops aufgetragen. Im Fenster oben rechts und in den beiden unteren Fenstern ist die

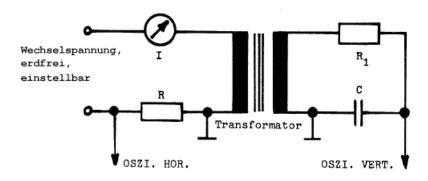
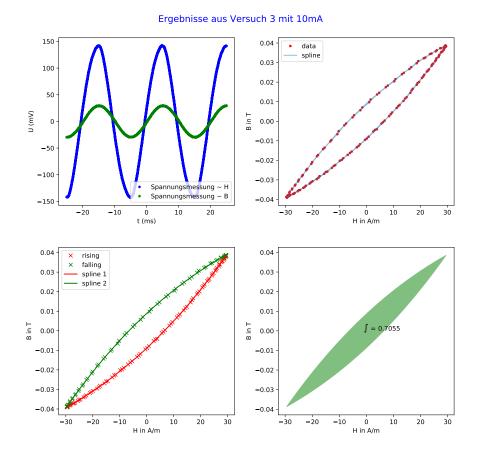


Abbildung 3.1: Aufbau der Schaltung für Versuch 3



**Abbildung 3.2:** Hysterese für  $I_1$ 

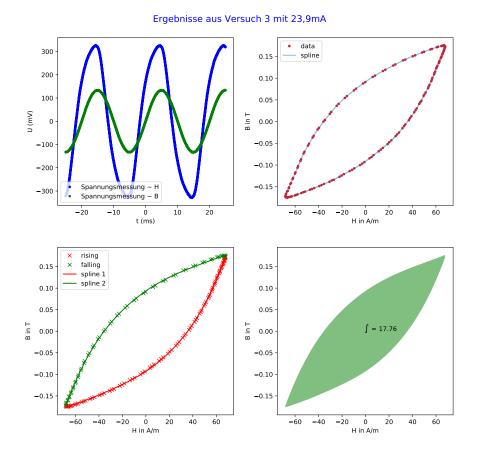
Hysteresekurve zu sehen. Da die über 4000 Messwerte pro Messreihe die Auswertung etwas überlasten, werden Mittelwerte einzelner Rechnungen gebildet. Diese Werte werden durch eine glatte Kurven (kubische Splines) interpoliert, was im Fenster oben rechts zu sehen ist. Die Punkte werden anschließend nach aufsteigender und absteigendem H-Feld sortiert und farblich hervorgehoben, was im Fenster unten links dargestellt ist. Anschließend werden Spline-Funktionen integriert und die Differenz gebildet, um die Fläche der Hysteresekurve zu erhalten. Das ist im Fenster unten rechts gemacht. Benötigt wird dieser Wert später für die Aufgabe 3.3. Das alles wurde mit einem Python-Skript basierend auf dem Skript Beispiel\_Hysterese aus dem Python-Paket PhyPraKit realisiert. Es wurde durchgehend alles mit SI-Basiseinheiten gerechnet.

#### 3.2 Bestimmung der relativen Wechselfeld-Permeabilität

Bei dieser Aufgabe soll die relative Wechselfeld-Permeabilität  $\mu$  bestimmt werden. Diese ist im Allgemeinen bei ferromagnetischen Materialien nicht linear vom Äußeren Magnetfeld abhängig, weshalb eigentlich eine Funktion abhängig vom äußeren Feld gesucht ist. Das beste, was in diesem Versuch bestimmt werden kann, ist die Steigung zum Punkt maximaler Sättigung. An diesem ist  $H=H_1$  und  $B=B_1$ . Für die Permeabilität  $\mu$  gilt dann:

$$\mu = \frac{B_1}{\mu_0 H_1} \tag{3.1}$$

mit der Naturkonstante  $\mu_0$ . Da die Hysterese-Funktion punktsymmetrisch um dem Ursprung ist, wurde dasselbe für den Punkt mit minimalem H-Feld gemacht und die Werte in einem



#### **Abbildung 3.3:** Hysterese für $I_2$

Python-Skript gemittelt. Die Punkte wurden jeweils als das Maximum und Minimum aller über 4000 Messwerte bestimmt. Für die Stromstärke  $I_1$  hat sich so ein Wert von  $\mu = 1053,1$  ergeben, für die Stromstärke  $I_2$  war der resultierende Wert  $\mu = 2051,7$ . Es ist anzumerken, dass es sich bei  $\mu$  um einen dimensionslosen Wert handelt.

#### 3.3 Bestimmen des Integrals

Hier soll zunächst die Fläche der Hysteresekurve bestimmt werden. Mathematisch lässt sich diese als Integral  $\oint B \cdot dH$  ausdrücken.

In den Abbildungen 3.2 und 3.3 sind die Integrale über die in Aufgabe 3.1 beschriebene Methode numerisch mit Python bestimmt worden. Da in SI-Einheiten gerechnet wurde, ergeben sich die Einheiten der Integrale zu  $\frac{TA}{m} = \frac{J}{m^3}$ . Als Wert für die Integrale erhält man also bei  $I_1$  also  $0,7055\,\mathrm{Jm}^{-3}$  und bei  $I_2$  erhält man den Wert  $17,76\,\mathrm{Jm}^{-3}$ . Für die Verlustleistung gilt:

$$P_{\text{mag}} = \frac{W_{\text{mag}}}{T_{\text{Zyklus}}} = \frac{W_{\text{mag}}}{V} \frac{V}{T_{\text{Zyklus}}} = \frac{W_{\text{mag}}}{V} V f$$
 (3.2)

wobei der Faktor  $\frac{W_{\text{mag}}}{V}$  der bereits bestimmten Fläche der Hysteresekurve entspricht, das Volumen V des Eisenkerns sich aus  $A \cdot l$  (Querschnittsfläche A, mittlere Feldlinienlänge l) bestimmen lässt und die Frequenz  $f = 50\,\text{Hz}$  der Netzfrequenz entspricht, da das Netzteil diese lediglich transformiert hat.

Ausgerechnet ergeben sich die Verlustleistungen zu  $0.0258\,\mathrm{W}$  für  $I_1$  und zu  $0.6482\,\mathrm{W}$  für

 $I_2$ . Mit diesen Werten und der effektiven Stromstärke  $I_{\text{eff}}$  kann ein Verlustwiderstand  $r_{\text{mag}}$ , der dieselbe Leistung  $P_{\text{mag}}$  wie die Spule umsetzt, berechnet werden:

$$r_{\text{mag}} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}^2} = \frac{P_{\text{mag}}}{I_{\text{eff}}^2}$$
(3.3)

Hier ergeben sich ausgerechnet die Verlustwiderstände von  $r_{\rm mag}=257,\!53\,\Omega$  für  $I_1$  und  $r_{\rm mag}=1134,\!70\,\Omega$  für  $I_2$ 

#### 3.4 Eichen der Achsen

Das Eichen der Achsen (bzw. Umrechnen auf B und H) ist eigentlich der erste Schritt in der Auswertung. Das Oszilloskop misst lediglich Spannungen, mit einem Kanal am Widerstand R, der mit der Primärspule in Reihe geschaltet ist, mit dem anderen Kanal an dem Kondensator des RC-Gliedes, das an die Sekundärspule angeschlossen ist. Für die Primärspule, die das Feld H erzeugt, gilt:

$$H = n_1 \cdot I \cdot \frac{1}{I} \tag{3.4}$$

mit der Windungszahl  $n_1$  der Primärspule, I dem Strom, der durch die Spule fließt, und der mittleren Länge l der Feldlinien im Eisenkern. Da die Primärspule und der Widerstand R in Reihe geschaltet sind, ist der Strom identisch. Nach dem Ohmschen Gesetzt kann der Strom deshalb umgeschrieben werden zu:

$$I = \frac{U_R}{R} \implies H = \frac{n_1 U_R}{Rl} \tag{3.5}$$

Der Zusammenhang an der Sekundärspule ist etwas komplizierter. Für die Induzierte Spannung  $U_{\rm ind}$ gilt:

$$U_{\rm ind} = n_2 \cdot A \cdot \dot{B} \tag{3.6}$$

wobei  $n_2$  die Windungszahl der Sekundärspule ist, A die Querschnittfläche des Kerns, und  $\dot{B}$  die zeitliche Ableitung des gesuchten B-Feldes ist. Dieses muss folglich integriert werden. Das leistet das RC-Glied. Für die Abgegriffene Spannung am Kondensator  $U_C$  gilt:

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{C} \int \frac{U_{\text{ind}} - U_C}{R_1} dt$$
 (3.7)

Sind  $R_1$  und C genügend groß gewählt, wie in diesem Fall, ist  $U_{\text{ind}} \gg U_C$  und es gilt:

$$U_C = \frac{1}{CR_1} \int U_{\text{ind}} dt = \frac{n_2 AB}{CR_1}$$
(3.8)

Die letzte Formel lässt sich nach B umstellen:

$$B = \frac{CR_1U_C}{n_2A} \tag{3.9}$$

Was die finale Formel ist, mit der sich die gemessene Spannung am Kondensator in eine magnetische Flussdichte umzurechnen.

Alle hier verwendeten Plots und Berechnungen, bis auf den Rohdatenplot des Oszilloskops, sind von Anfang an auf H und B umgerechnet.

#### 3.5 Vergleich zu Aufgabe 2

Vergleicht man die Verlustleistungen der Aufgaben 1 und 2 und 3, fällt auf, dass die Verlustleistungen in Aufgabe 3 und 1 kombiniert (Hystereseverlust und Verlust am Widerstand des Drahtes) kleiner sind als die in Aufgabe 2 (Gesamtverlust); als Grund hierfür wird bereits in der Aufgabenstellung genannt, dass trotz der Lammelierung des Eisenkerns verlustreiche Wirbelströme auftreten. Für gleiche Ströme ergibt sich der Zusammenhang:

$$\begin{split} I &= 10\,\mathrm{mA} \Rightarrow 0.0258\,\mathrm{W} + 9.5\,\Omega \cdot (10\,\mathrm{mA})^2 = 0.026\,75\,\mathrm{W} < 0.0456\,\mathrm{W} \\ I &= 23.6\,\mathrm{mA} \Rightarrow 0.6482\,\mathrm{W} + 9.5\,\Omega \cdot (23.6\,\mathrm{mA})^2 = 0.6534\,\mathrm{W} < 0.9162\,\mathrm{W} \\ &\qquad\qquad\qquad P_{\mathrm{Aufgabe3}} + P_{\mathrm{Drath}} < P_{\mathrm{Aufgabe2}} \end{split}$$

## 4. Aufgabe: Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit

#### 4.1 Aufbau

Aufgabe 4 wurde grundsätzlich zunächst mit leichten Modifikation an Aufgabe 3 durchgeführt. Die Primärspule, welche zuvor 1000 Windungen hatte, wurde durch eine mit 250 Windungen ausgetauscht. Die sonstige Verkabelung war identisch zu Versuch 3. Betrieben wurde diese Spule dann mit  $I_{\rm eff}=0.2\,{\rm A}.$  Mit dem Picoscope wurden dann wieder die Spannungen an R und C abgegriffen.

Um den bis dahin verwendeten Eisen-Kern mit einem Kern aus Ferrit zu vergleichen, wurde dasselbe Experiment nochmal durchgeführt, jedoch mit einem fertigen Ferrit-Transformator. Dieser hat ebenfalls 250 Windungen in der Primärspule und 50 Windungen in der Sekundärspule. Er wurde identisch zum Transformator mit dem Eisenkern angeschlossen. Hier durfte die Primärspule jedoch nur mit  $I_{\rm eff}=0.015\,{\rm A}$  betrieben werden. Auch hier wurden wieder dieselben Spannungen aufgezeichnet und in einer CSV-Datei gespeichert.

#### 4.2 Auswertung

Die Auswertung erfolgte über das Python-Skript von Aufgabe 3, welches leicht modifiziert wurde, um die hier zu ermittelnden Werte zusätzlich mit auszugeben.

Als Remanenz wir der Betrag des Wertes von B ausgegeben, bei dem H am nächsten an der 0 ist. Die Koerzitivkraft wird analog dazu als zugehöriger H-Wert vom B-Wert, der am nächsten an der 0 ist, angegeben. Da hier über 4000 Messwerte auf ca. 3 vollen Durchläufen der Hystereseschleife vorliegen, ist dieses Verfahren ausreichend präzise.

Die Sättigungsinduktion wird über den maximalen B-Wert abgeschätzt.

Zur Berechnung wurden wieder die Werte der mittleren Feldlinienlänge im Kern l und die Querschnittsfläche A des Kerns benötigt. Für den Eisenkern wurde mit denselben Werten wie bei der letzten Aufgabe gerechnet, für den Ferritkern waren diese Werte gegeben durch  $A=6,25\,\mathrm{cm}^2$  und  $l=0,105\,\mathrm{m}$ .

Für Eisen ergeben sich Werte von  $P_{\rm mag}=4{,}923\,{\rm W}$ , die Remanenz ergibt sich zu 0,366 T, die Koerzitivkraft wird zu 76,01 Am $^{-1}$  und die Sättigung ist 0,557 T. In Abbildung 4.1 ist, wie bei Aufgabe 3, die Hystereseschleife mit den in Aufgabe 3 beschriebenen Schritten abgebildet.

Die Messung für den Ferritkern wurde identisch ausgewertet. Hier sind die ausgerechneten Werte  $P_{\rm mag} = 0,004\,92\,\mathrm{W}$ , die Remanenz ergibt sich zu  $0,0128\,\mathrm{T}$ , die Koerzitivkraft wird zu  $4,37\,\mathrm{Am}^{-1}$  und die Sättigung ist  $0,134\,\mathrm{T}$ . In Abbildung 4.2 sind die entsprechenden Plots zu sehen.

Es fällt auf, dass die Hysteresekurve von Ferrit deutlich schmaler ist als die von Eisen,



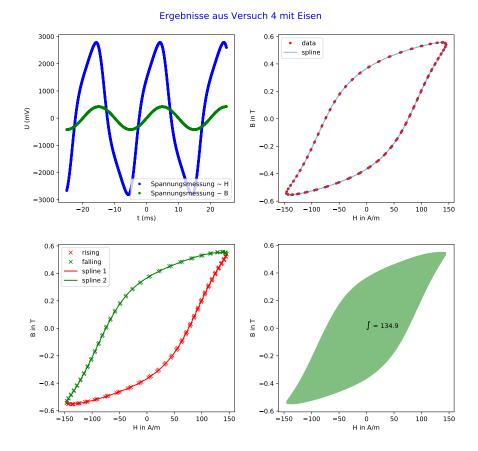


Abbildung 4.1: Hysterese für Eisen

deshalb sind die Remanenz, die Koerzitivkraft und die Verlustleistung, die proportional zur Fläche der Hysteresekurve ist, deutlich kleiner als bei Eisen. Die Sättigung ist bei Eisen allerdings rund um das 5-Fache größer.

Deshalb bietet es sich bei Transformatoren, die eine hohe Leistung haben sollen, an, Eisen zu nehmen, da die Sättigung größer ist. Soll ein Transformator möglichst effizient werden, ist es besser, Ferrit zu verwenden, da hier die Verlustleistung viel geringer ist.

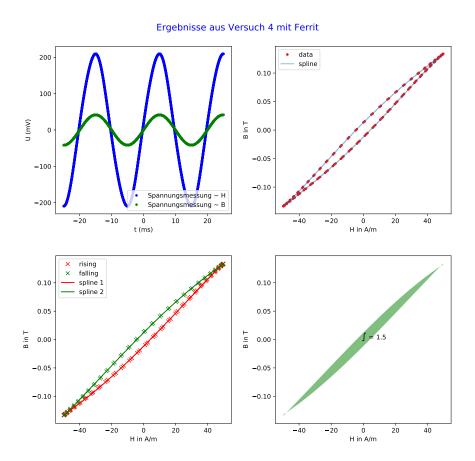


Abbildung 4.2: Hysterese für Ferrit

### Literaturverzeichnis

- [Wik19a] Wikipedia: Magnetische Permeabilität Wikipedia, The Free Encyclopedia. http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Magnetische% 20Permeabilit%C3%A4t&oldid=193814063, 2019. [Online; accessed 18-November-2019].
- [Wik19b] Wikipedia: Spezifischer Widerstand Wikipedia, The Free Encyclopedia. http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Spezifischer% 20Widerstand&oldid=193844408, 2019. [Online; accessed 18-November-2019].