

Prak.: P1 Semester: WS19/20 Wochentag: Di Gruppennr.: 11

Name: Hohenstein Vorname: Michael

Name: Michel Vorname: Alexis

Emailadresse(n): alexis.michel@gmx.de, michael.hohenstein@gmx.de

Versuch: Lichtgeschwindigkeit (P1-10) Fehlerrech.: Nein

Betreuer: Dario Manuel Mekle Durchgeführt am: 14.01.202

Wird vom Betreuer ausgefüllt.

1. Abgabe am: _____

Rückgabe am: _____ Begründung:

2. Abgabe am: _____

Ergebnis: + / 0 / - Fehlerrechnung: Ja / Nein

Datum: _____ Handzeichen: _____

Bemerkungen:

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabe: Drehspiegelmethode	1
1.1	Vorbereitung	1
1.2	Justierung der Apparatur und Messung	4
1.3	Auswertung	4
1.4	Ausblick	5
2	Aufgabe: Phasenvergleichsmethode	6
2.1	Vorbereitung	6
2.1.1	multiplikative Mischung hochfrequenter Signale	7
2.2	Justierung der Apparatur	7
2.3	Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessung	8
2.3.1	Lichtgeschwindigkeitsmessung	8
2.3.2	Bestimmung der Brechzahlen von Wasser und Plexiglas	9
2.3.3	Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit mithilfe von Lissajous-Figuren	11
2.4	Ausblick	12
3	Aufgabe: Brechzahlbestimmung mit modernem Laserentfernungsmesser	14
3.1	Einführung	14
3.2	Ermittlung der Brechzahl von Glas	15
3.3	Ermittlung der Brechzahl von Wasser	16
3.4	Brechzahl von Silikon-Öl	17
3.5	Berechnung der Brechzahlen	17
3.6	Ausblick	17
	Literaturverzeichnis	19

Abbildungsverzeichnis

1.1	Skizze: Versuchsaufbau Drehspiegel	2
1.2	Regression der Messwerte	5
2.1	Skizze des Versuchsaufbaus	6
2.2	Regression der Messwerte	9
2.3	Mit dem Oszillographen ermittelte Lissajous-Figuren	12
2.4	Oszillographensoftware: Abbildung ähnelt einer Geraden	12
2.5	Oszillographensoftware: Abbildung ähnelt einem gestreckten Kreis (Ellipse)	13

3.1	Versuchsskizze	14
-----	--------------------------	----

Tabellenverzeichnis

1.1	Parameter Versuchsaufbau Drehspiegel	1
1.2	Messungen der Position des Laserstrahles für unterschiedliche Rotationsgeschwindigkeiten	4
2.1	Messungen der Phasenverschiebung für verschiedene Abstände	8
2.2	Zeitdifferenzen für verschiedene Materialien	10
2.3	Berechnete Brechzahlen für verschiedene Materialien	11
3.1	Laserabstandsmessgerätmessungen	15
3.2	Berechnete Brechzahlen aus den Versuchsergebnissen	17
3.3	Berechnete Brechzahlen aus den Versuchsergebnissen	17

1. Aufgabe: Drehspiegelmethode

1.1 Vorbereitung

Bei diesem Versuch soll die Lichtgeschwindigkeit mithilfe der Drehspiegelmethode bestimmt werden. Dabei wird ein Laserstrahl in Richtung eines Strahlteilers geschickt. Dieser bewegt sich dahinter entlang seiner ursprünglichen Bewegungsrichtung weiter, bis er auf einen Drehspiegel trifft. Beim Auftreffen auf diesen Drehspiegel wird der Lichtstrahl reflektiert und bewegt sich weiter. Dabei durchquert er eine Linse, wird erneut durch einen Umlenkspiegel abgelenkt und landet auf dem Endspiegel. Da der Lichtstrahl senkrecht auf diesen Endspiegel auftrifft, wird er dort in seine ursprüngliche Herkunftsrichtung zurück reflektiert und bewegt sich erneut aber in umgekehrte Richtung vom Umlenkspiegel weg und passiert dabei wieder die Linse. In der Zeit, in der der Lichtstrahl vom Umlenkspiegel bis zum Endspiegel und wieder zurück gewandert ist, hat sich der Drehspiegel ertedreht und befindet sich nun an einer anderen Position. Aus diesem Grund wird er leicht versetzt zu dem ursprünglichen Lichtstrahl ein weiteres mal vom Drehspiegel reflektiert und über den Strahlteiler auf den Schirm geschickt. Abbildung 1.1 skizziert den Versuchsaufbau.

Gemessen wird bei diesem Versuchsaufbau der Abstand a auf der Millimeterskala des Schirms für unterschiedliche Drehfrequenzen. Da dieser Versuchsaufbau schon aufgebaut im Versuchsraumvorgefunden wurde, waren einige Informationen über den Aufbau vorgegeben. Diese werden in Tabelle 1.1 festgehalten.

Tabelle 1.1: Parameter Versuchsaufbau Drehspiegel

Abstand	Symbol	Wert
Abstand Endspiegel - Umlenkspiegel	d	6,57 m
Abstand Umlenkspiegel - Drehspiegel	b	7,23 m
Maximalabstand Drehspiegel - Laseraustrittsöffnung	l_{\max}	6,80 m
Brennweite Linse	f	5 m
Brennweite Lupe	f_l	10 cm
Rotationsfrequenz Drehspiegel	f_{rot}	500 Hz

Die Sammellinse wird verwendet, damit sowohl am Dreh- als auch am Endspiegel ein scharfer Punkt zu erkennen ist. Damit dies der Fall ist, muss einerseits der Abstand zwischen Drehspiegel und Linse identisch zur Brennweite sein und somit einen Wert von 5 m annehmen. Dies hat zur Folge, dass das Licht hinter der Linse parallel verläuft. Dieses Verhalten lässt sich durch das Verhalten von linsenpassierenden Lichtstrahlen aus der geometrischen Optik erklären. Auf dem Weg zurück zum Drehspiegel wird das Licht wieder am Drehspiegel fokussiert. Damit der Punkt am Endspiegel scharf ist, muss der Abstand l

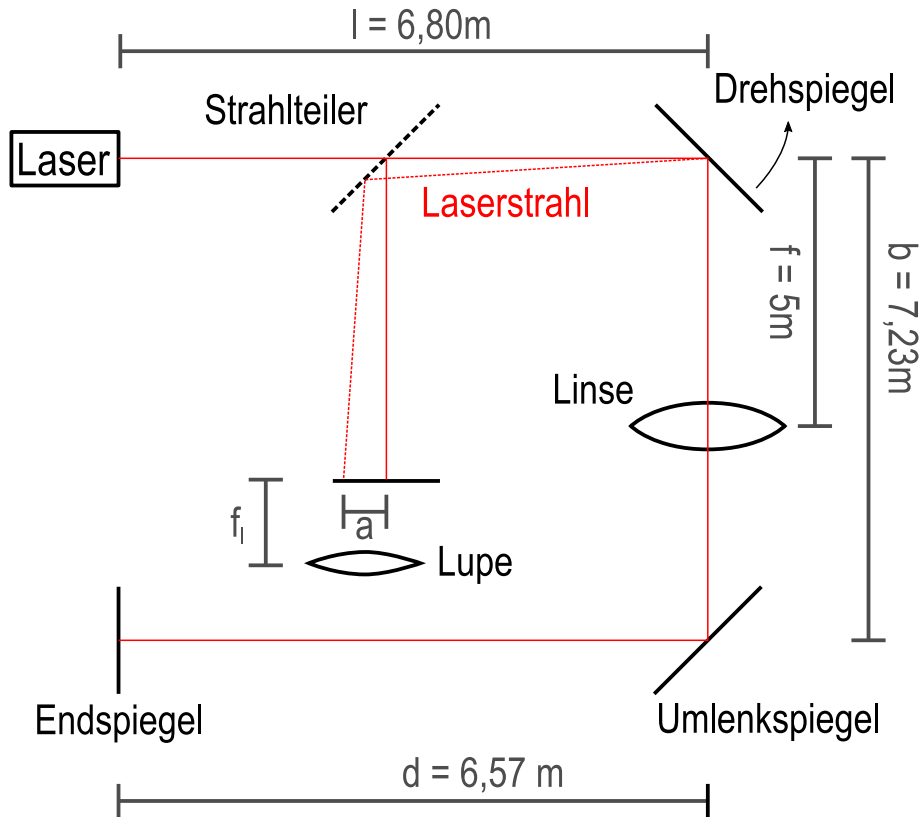


Abbildung 1.1: Skizze: Versuchsaufbau Drehspiegel

richtig eingestellt werden. Dieser lässt sich über die Linsengleichung berechnen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b'} + \frac{1}{g'} = \frac{1}{l+f} + \frac{1}{b-f+d}. \quad (1.1)$$

Da in der Aufgabenstellung l gesucht wird, muss die Formel danach umgestellt werden:

$$l = \frac{f^2}{b+d-2 \cdot f} \approx 6,578 \text{ m}. \quad (1.2)$$

Der hier errechnete Wert ist kleiner als der Maximalabstand $l_{\max} = 6,80 \text{ m}$ und somit in diesem Versuch einstellbar. Weiterhin muss beachtet werden, dass der Abstand zwischen Drehspiegel und Strahlteiler identisch zu dem Abstand zwischen Endspiegel und Strahlteiler ausfällt. Der Strahlteiler erfüllt den Zweck, zu verhindern, dass das Licht nach der zweiten Reflexion am Drehspiegel sich zurück zum Laser bewegt. Durch den Einsatz des Strahlteilers kann der Auftreffpunkt des Lasers auf den Schirm abgelenkt werden.

Damit der Auftreffpunkt des Lasers auf dem Schirm mit einer aufgetragenen Millimeterskala auch abgelesen werden kann, befindet sich dahinter eine Lupe mit einer Brennweite von $f_l = 10 \text{ cm}$. Um diese effektiv einsetzen zu können, muss diese im selben Abstand wie ihre Brennweite vom Schirm entfernt sein. Der Abstand zwischen Lupe und Schirm beträgt somit 10 cm .

Damit mit den ermittelten Messwerten auch etwas angefangen werden kann, muss aus dem Abstand a auf die Lichtgeschwindigkeit geschlossen werden können. Dieser Abstand a ist abhängig von dem Winkel α , um den sich der Drehspiegel in der Zeit bewegt, die der Laserstrahl vom Drehspiegel zum Endspiegel und wieder zurück benötigt:

$$\Delta t = \frac{s}{c} = 2 \cdot \frac{b+d}{c}. \quad (1.3)$$

Dabei ist zu beachten, dass bei einer Drehung des Drehspiegels um den Winkel α zwischen dem einfallenden und dem ausfallenden Lichtstrahl ein Winkel von $2 \cdot \alpha$ zustande kommt. Die Drehung um den Winkel α lässt sich aus der Lichtgeschwindigkeit und der bekannten Strecke sowie der Umdrehungsdauer bzw. der Rotationsfrequenz des Drehspiegels berechnen:

$$\alpha = \omega \cdot \Delta t = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta t = 4 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{b+d}{c}. \quad (1.4)$$

Zudem gilt in den Bereichen zwischen Laseraustrittsöffnung und Drehspiegel sowie Schirm und Drehspiegel, dass diese Abstände identisch sind. Die Länge dieser beiden Abstände ist die berechnete Länge von $l = 6,578 \text{ m}$. Somit gilt für die abgelenkt:

$$\tan(2 \cdot \alpha) = \frac{a}{l} \quad (1.5)$$

was sich nach dem Winkel α umstellen lässt zu:

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{a}{l}\right). \quad (1.6)$$

Die beiden Gleichungen für den Winkel α können nun gleichgesetzt werden zu:

$$\frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{a}{l}\right) = 4 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{b+d}{c}. \quad (1.7)$$

Diese Gleichung lässt sich nun nach der Lichtgeschwindigkeit umformen zu:

$$c = 8 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{b+d}{\arctan\left(\frac{a}{l}\right)}. \quad (1.8)$$

Weiterhin kann ausgenutzt werden, dass für kleine Winkel der Arkustangens nahezu identisch zu seinem Argument ist, wodurch sich die Formel vereinfacht zu:

$$c = 8 \cdot \pi \cdot l \cdot (b+d) \cdot \frac{f}{a}. \quad (1.9)$$

In dieser Gleichung sind nun alle Werte bis auf die von f und a bekannt, von denen beide während der Durchführung dieses Versuches gemessen werden.

Weiterhin soll zu Vorbereitungszwecken die Größe dieses Effektes im Voraus berechnet werden. Dazu wird der Abstand a bei maximaler Rotationsfrequenz von $f = 500 \text{ Hz}$ untersucht. Die Umstellung von Gleichung 1.9 nach dem Abstand a lautet:

$$a = 8 \cdot \pi \cdot l \cdot (b+d) \cdot \frac{f}{c}. \quad (1.10)$$

Um nun einen Wert für a bestimmen zu können, wird der Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit aus [Mes15], Seite 519, verwendet, welcher einem Wert von $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ entspricht. Durch Einsetzen der Werte resultiert ein Ergebnis von

$$a \approx 3,93 \text{ mm}. \quad (1.11)$$

Zuletzt sollte in der Vorbereitung noch erklärt werden, warum trotz drehendem Spiegel nur ein sichtbarer Punkt auf dem Schirm abgebildet wird. Dies kommt dadurch zustande, dass der Drehspiegel nur in sehr kurzen Zeiten die Position erreicht, in denen der Laserstrahl auf den Umlenkspiegel reflektiert wird und somit erst die Möglichkeit hat, zurück zum Drehspiegel zu gelangen. Dadurch würde auf dem Schirm ein hochfrequentes Flimmern abgebildet werden. Da dieses Flimmern zu schnell für das Auge ist, reduziert sich die Wahrnehmung auf die eines abgebildeten Punktes.

1.2 Justierung der Apparatur und Messung

Der Versuchsaufbau wurde in dem Versuchsraum schon fertig aufgebaut vorgefunden, wodurch die Justierung und das Nachmessen der Positionen der Spiegel und weiterer Objekte entfiel.

Bei der Durchführung des Versuches wird die Ablenkung a in Abhängigkeit von der Rotationsfrequenz des Drehspiegels notiert. Die Messwerte sind in Tabelle 1.2 zu finden.

Tabelle 1.2: Messungen der Position des Laserstrahles für unterschiedliche Rotationsgeschwindigkeiten

Rotationsgeschwindigkeiten in $\frac{\text{U}}{\text{m}}$	Laserstrahlaufftreffposition in mm
2100	19,2
3830	19,4
6095	19,6
8075	19,9
10 080	20,3
12 020	20,5
14 020	20,6
16 050	20,9
17 960	21,2
20 050	21,5
22 020	21,7
24 080	21,9
26 080	22,2
28 120	22,5

Weiterhin soll die Rotationsfrequenz des Motors bei $f \approx 440 \text{ Hz}$ mit einer Stimmgabel überprüft werden. Dazu wird die Stimmgabel angeschlagen und auf akkustische Schwebungen geachtet. Trotz der Lautstärke des Drehspiegels ist es möglich, die akkustische Schwebungen zu hören. Bei der Durchführung dieses Versuches fällt auf, dass in der Nähe der Rotationsfrequenz von 440 Hz die Schwebungsdauer schnell abnimmt. Trotz aller Bemühungen ist es nicht möglich, die Schwebung weitestgehend zu eliminieren, indem die Rotationsfrequenz von 440 Hz erreicht wird, da sich das präzise Einstellen der Rotationsfrequenz als schwierig erwies.

1.3 Auswertung

Die sich in Tabelle 1.2 befindenden Messwerte werden geplottet und einer linearen Regression unterzogen. Das Ergebnis des Plots ist in Abbildung 1.2 zu sehen.

Die Regression wird mit einer linearen Funktion der Form

$$f(x) = m \cdot x + c \quad (1.12)$$

durchgeführt. Dabei können folgende Parameter für die Regressionsgerade ermittelt werden:

$$m = (7881 \pm 212) \frac{1}{\text{mm} \cdot \text{min}} \quad (1.13)$$

$$c = (-149\,015 \pm 4423) \frac{1}{\text{min}} \quad (1.14)$$

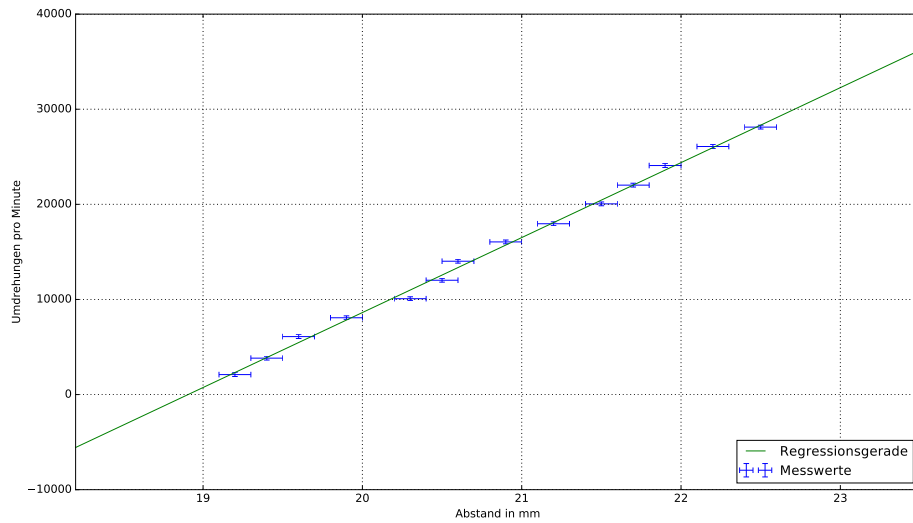


Abbildung 1.2: Regression der Messwerte

Aus der Drehzahl U lässt sich über folgenden Zusammenhang die Rotationsfrequenz berechnen:

$$f = \frac{U}{60} \quad (1.15)$$

Dadurch lässt sich die Geradensteigung anpassen, sodass nicht mehr die Drehzahl, sondern die daraus resultierende Frequenz darin vertreten ist:

$$m = (131,3 \pm 3,5) \frac{1}{\text{mm} \cdot \text{s}}. \quad (1.16)$$

Diese Geradensteigung m kann nun in Formel 1.9 anstelle von $\frac{f}{a}$ eingesetzt werden. Daraus ergibt sich ein Wert für die Lichtgeschwindigkeit von:

$$c_0 = 308\,957\,793 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (1.17)$$

1.4 Ausblick

Ein Vergleich mit dem Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit aus [Mes15], Seite 519, welcher einem Wert von $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ entspricht, zeigt, dass bei dieser Messung eine Abweichung von 2,98 % vom Literaturwert vorliegt. Hierfür kann eine Reihe von Fehlerquellen verantwortlich sein. Zum einen können Fehler in den Positionierungen der Spiegel, des Lasers, des Strahlteilers oder der Linse zustandegekommen sein. Weiterhin sind Ungenauigkeiten in der Brennweite der Linse nicht auszuschließen. Außerdem ist das Ablesen des Auftreffpunktes des Laserstrahles an der Millimeterskala auf dem Schirm nicht einfach. Zu guter letzt kann noch eine Ungenauigkeit beim Ablesen der eingestellten Drehzahl des Drehspiegels ihre Auswirkungen auf das Ergebnis gehabt haben.

2. Aufgabe: Phasenvergleichsmethode

2.1 Vorbereitung

Bei diesem Versuch wird eine Leuchtdiode mit einer Wechselspannung betrieben, wodurch deren Intensität periodisch moduliert wird. Das Licht dieser Diode wird ausgesandt und mithilfe einer Fotodiode detektiert. Ein Oszillograph wird verwendet, um die Wechselspannung der Leuchtdiode auf einem Kanal und die in der Fotodiode durch die Lichtreflexion induzierte Spannung auf einem weiteren kanal graphisch darzustellen. Weiterhin kann mit dem Oszillographen die Zeitdifferenz zwischen der Wechselspannung und der induzierten Spannung in der Fotodiode ermittelt werden. Abbildung 2.1 skizziert den Versuchsaufbau.

Weiterhin befindet sich an der Position der Leuchtdiode ein Laserentfernungsmessgerät, welches in Abbildung 2.1 aus Platzgründen nicht eingezeichnet ist. Die Linse mit einer Brennweite von $f = 15\text{ cm}$ ist vorhanden, damit die Fotodiode optimal beleuchtet wird.

In der Vorbereitung für diesen Versuch sollten Überlegungen dazu angestellt werden, mit welcher Frequenz die Modulation des Lichts erfolgen sollte. Dabei wurde die Aufgabe mit Zahlenwerten präzisiert: bei einem Laufweg von 1 m sollte eine Verschiebung von $\frac{1}{10}$ der Periodendauer auftreten. Bei einer Verschiebung von einem Meter bewegt sich das Licht in einer Zeit von $t = \frac{1\text{ m}}{c_l} = \frac{1\text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 3 \cdot 10^{-9}\text{ s}$ mehr oder weniger als ohne die Verschiebung. Hierbei wurde der Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit aus [Mes15], Seite 519, entnommen. Diese Zeit soll nun einem Zehntel der Periodendauer der Intensitätsmodulation der Leuchtdiode entsprechen. Die gesuchte Periodendauer beträgt dementsprechend $3 \cdot 10^{-8}\text{ s}$. Die gesuchte Frequenz beträgt somit:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-8}\text{ s}} = 33\text{ MHz} . \quad (2.1)$$

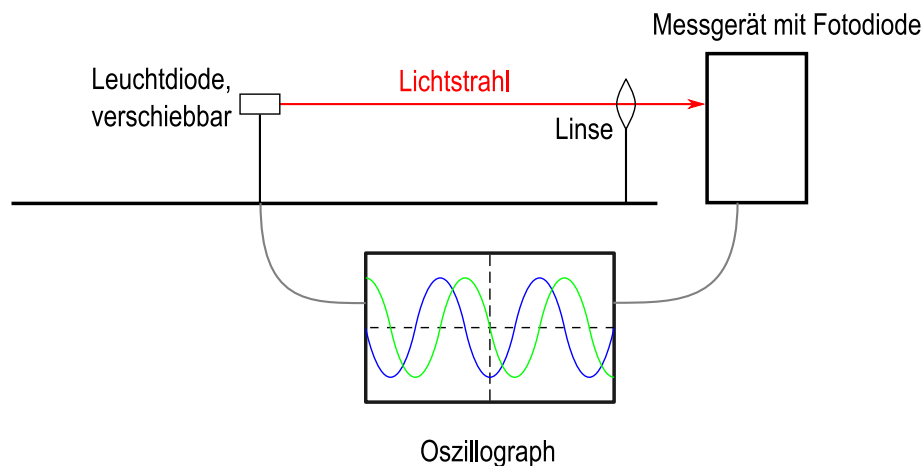


Abbildung 2.1: Skizze des Versuchsaufbaus

Des weiteren sollte eine Ablenkgeschwindigkeit für das Oszilloskop ermittelt werden, sodass die Verschiebung von 1 m in einer Verschiebung von 5 mm auf dem Oszilloskopschirm resultiert. Da für diesen Versuch ein digitales Oszilloskop verwendet wird, ist dies für die Qualität der Messung nicht erforderlich. Da dies aber in der Aufgabenstellung gefragt wird, wird dies dennoch durchgeführt. Die Ablenkgeschwindigkeit lässt sich einfach berechnen:

$$v = 0,5 \text{ cm} \cdot f \approx 166 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}} \quad (2.2)$$

2.1.1 multiplikative Mischung hochfrequenter Signale

Manche Oszilloskope sind nicht darauf ausgelegt, Frequenzen in dem gewünschten Messbereich von 33 MHz messen zu können. Bei der Durchführung dieses Versuches trifft das auf das verwendete Oszilloskop zu. Dieses wurde auch künstlich gedrosselt, um das Verfahren der multiplikativen Mischung kennen zu lernen. Um dies dennoch realisieren zu können, wird hier das Verfahren der multiplikativen Mischung angewandt. Die dazugehörige Vorrichtung ist in das Messinstrument mit der Fotodiode eingebaut. Dazu wird ein weiteres hochfrequentes Signal mit bekannter Frequenz benötigt. Dieses Signal wird mit dem zu messenden Eingangssignal multipliziert:

$$a \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \cdot A \cdot \cos(\Omega \cdot t) . \quad (2.3)$$

Die der Term $a \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$ beschreibt das zu messende Eingangssignal, während der Term $A \cdot \cos(\Omega \cdot t)$ das zusätzlich angelegte hochfrequente Signal beschreibt. Die Phasenverschiebung ϕ wird dabei relativ zum zusätzlich angelegten hochfrequenten Signal gewählt. Die Multiplikation dieser Signale lässt sich über ein Additionstheorem ausdrücken:

$$a \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \cdot A \cdot \cos(\Omega \cdot t) = \frac{a \cdot A}{2} \cdot [\cos((\omega - \Omega) \cdot t + \phi) + \cos((\omega + \Omega) \cdot t + \phi)] . \quad (2.4)$$

Durch den Einsatz eines Tiefpassfilter kann der Term mit der höheren Frequenz unterdrückt werden, sodass am Ende nur noch das Signal

$$\frac{a \cdot A}{2} \cdot \cos((\omega - \Omega) \cdot t + \phi) \quad (2.5)$$

gemessen wird. Da die gewünschten Messwerte in diesem Versuch nur aus der Phasenverschiebung und nicht der Amplitude der Schwingungen bestehen, ist der Vorfaktor von $\frac{a \cdot A}{2}$ für die Messung irrelevant. Die Umrechnung der Zeitdifferenz von der Messung nach dem verfahren der multiplikativen Mischung erfolgt folgendermaßen:

$$\phi = \omega \cdot \Delta t = (\omega - \Omega) \cdot \Delta t' . \quad (2.6)$$

Da sowohl $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ MHz}$ als $\Omega = 2 \cdot \pi \cdot 59,9 \text{ MHz}$ in der Aufgabenstellung gegeben sind, ergibt sich für die Zeit ein Vergrößerungsfaktor von

$$\Delta t = \frac{\omega}{\omega - \Omega} \cdot \Delta t' = \frac{1}{600} \cdot \Delta t' . \quad (2.7)$$

2.2 Justierung der Apparatur

Vor Verwenden der Versuchsanlage wird eine Referenzmessung durchgeführt, um sich von der Richtigkeit der berechneten Werte zu versichern. Weiterhin soll die Apparatur verkabelt und justiert werden, was aber zum Eintreffen am Versuchsaufbau schon erledigt war. Gemessen wird mit der Picoscope Software eine Periodendauer von $t = 9,968 \mu\text{s}$.

Umgerechnet entspricht dies einer Frequenz von 101,2 KHz. Bei bekannten Frequenzen von $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ MHz}$ und $\Omega = 2 \cdot \pi \cdot 59,9 \text{ MHz}$ wäre ein Wert von

$$\omega - \Omega = 100 \text{ KHz} \quad (2.8)$$

zu erwarten. Der gemessene Wert hat davon eine Abweichung von 1,2 %, die auf Ungenauigkeiten der internen Oszillatoren der Vorrichtung für die multiplikative Mischung zurückzuführen ist.

Daraus lässt sich ein Vergrößerungsfaktor von

$$V = \frac{\omega}{\omega - \Omega} = \frac{60 \text{ MHz}}{101,2 \text{ KHz}} = 592,88 \quad (2.9)$$

berechnen.

2.3 Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessung

2.3.1 Lichtgeschwindigkeitsmessung

In dieser Messreihe soll nun die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden. Dazu wird die Leuchtdiode an unterschiedliche Positionen im Abstand von 15 cm positioniert. Dabei wird jedes mal die Zeitdifferenz mit der Picoscope-Software ermittelt. Die Messwerte befinden sich in Tabelle 2.1. Weiterhin werden die Messwerte geplottet und einer linearen Regression unterzogen. Der Plot ist in Abbildung 2.2 zu finden.

Tabelle 2.1: Messungen der Phasenverschiebung für verschiedene Abstände

Abstand in cm	Zeitdifferenz in μs
20	1,478
35	1,76
50	2,059
65	2,342
80	2,624
95	2,973
110	3,239
125	3,555
140	3,837
155	4,07
170	4,352
185	4,668
200	4,967
215	5,266
230	5,582
245	5,864
259,8	6,18

Die Regression wird mit einer linearen Funktion der Form

$$f(x) = m \cdot x + c \quad (2.10)$$

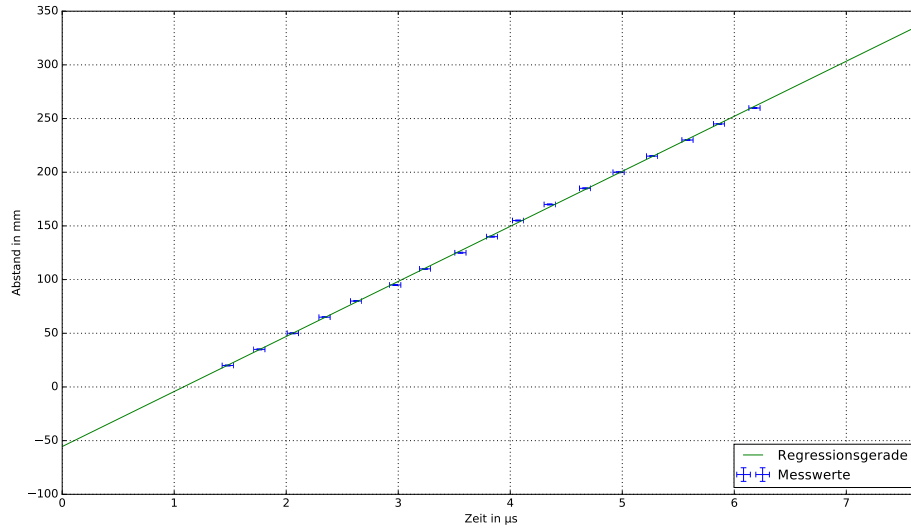


Abbildung 2.2: Regression der Messwerte

durchgeführt. Dabei konnten folgende Parameter für die Regressionsgerade ermittelt werden:

$$m = (51,2 \pm 0,4) \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}} \quad (2.11)$$

$$c = (-55 \pm 1) \text{ cm} . \quad (2.12)$$

Da die Zeit aber mit einem Vergrößerungsfaktor von $\frac{1}{592,88}$ aufgenommen wird, müssen diese Parameter dementsprechend umgerechnet werden:

$$m = 30\,355 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}} \quad (2.13)$$

$$c = -32\,608 \text{ cm} . \quad (2.14)$$

Der Offset von $c = (648 \pm 12) \mu\text{s}$ ist in diesem Fall irrelevant, da dieser nur davon abhängig ist, an welcher Stelle das Laserentfernungsmessgerät positioniert war. Die Lichtgeschwindigkeit lässt sich durch den Zusammenhang

$$c_0 = \frac{d}{\Delta t} = m \quad (2.15)$$

ermitteln. Somit beträgt die Lichtgeschwindigkeit:

$$c_0 = m = 30\,355 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}} = 30\,355 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{10^6}{10^2} = 303\,550\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}} . \quad (2.16)$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit aus [Mes15], Seite 519, welcher $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ entspricht, liefert eine Abweichung von 1,1 %.

2.3.2 Bestimmung der Brechzahlen von Wasser und Plexiglas

Hierbei wird die Leuchtdiode an eine unbekannten Position x geschoben und die Phasendifferenz zwischen den beiden Schwingungen bestimmt. Danach wird ein lichtdurchlässiges, nicht-diffuses Material in den Weg des von der Leuchtdiode ausgesandten Lichtstrahles positioniert, sodass das Licht dieses durchquert bevor es an der Fotodiode ankommt. Daraufhin wird erneut die Zeitdifferenz der beiden Schwingungen ermittelt. Die Messwerte für

drei unterschiedliche Materialien mit unterschiedlich langen Lichtwegen in diesen Materialien sind Tabelle 2.2 zu entnehmen. Dabei wird jede Messung mit drei unterschiedlichen Messwerten durchgeführt, um diese später auf Unsicherheiten analysieren zu können.

Tabelle 2.2: Zeitdifferenzen für verschiedene Materialien

Material	Zeit ohne Material μs	Zeit mit Material in μs
Wasser (1 m)	2,118	1,462
	3,273	2,558
	4,103	3,422
Plexiglas (30 cm)	0,7224	0,4234
	1,894	1,611
	3,445	3,148
Plexiglas (8 cm)	0,955	0,8968
	2,45	2,409
	3,829	3,779

Die Brechzahl eines dieser Materialien lässt sich nun mit diesen Messwerten bestimmen. Dazu wird zuerst nur die Zeitmessung ohne zusätzliches Material betrachtet, welche aus der zurückgelegten Strecke s_l und der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_l zusammengesetzt werden kann. In diesem Fall wird die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum mit der Lichtgeschwindigkeit in Luft gleichgesetzt. Eine Erklärung, warum dies möglich ist, ist in Abschnitt 3.1 zu finden. Die gemessene Zeit setzt sich nun folgendermaßen zusammen:

$$t'_o = \frac{s_l}{c_l}. \quad (2.17)$$

Die Zeit aus der Messung mit dem zusätzlichen Material setzt sich wie folgt zusammen:

$$t'_m = \frac{s_l - s_m}{c_l} + \frac{s_m}{c_m}. \quad (2.18)$$

Dabei ist c_m die Lichtgeschwindigkeit in dem Material und s_m die Länge des Lichtwegs in diesem Material. Die Differenz dieser beiden Zeitmessungen lautet:

$$t'_m - t'_o = \frac{s_m}{c_m} - \frac{s_m}{c_l}. \quad (2.19)$$

An dieser Stelle kann der Streckungsfaktor für die Zeiten noch mitberücksichtigt werden:

$$\frac{1}{592,88 \cdot s_m} \cdot (t_m - t_o) = \frac{1}{c_m} - \frac{1}{c_l}. \quad (2.20)$$

Diese Gleichung kann nun durch intensive Massage umgeformt werden, um die Brechzahl

$$n_m = \frac{c_l}{c_m} \quad (2.21)$$

des verwendeten Materials zu erhalten.

$$\frac{1}{c_m} = \frac{(t_m - t_o)}{592,88 \cdot s_m} + \frac{1}{c_l} = \frac{(t_m - t_o) \cdot c_l + s_m}{592,88 \cdot s_m \cdot c_l} \quad (2.22)$$

$$n_w = \frac{c_l}{c_m} = \frac{(t_m - t_o) \cdot c_l}{592,88 \cdot s_m} + 1. \quad (2.23)$$

Hierbei wird für die Berechnung der Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit aus [Mes15], Seite 519, verwendet, welcher einem Wert von $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ entspricht. Die Ergebnisse der Berechnungen der Brechzahlen sind Tabelle 2.3 zu entnehmen.

Tabelle 2.3: Berechnete Brechzahlen für verschiedene Materialien

Messung	Wasser (1 m)	Plexiglas (30 cm)	Plexiglas (8 cm)
1. Messung	1,342	1,515	1,379
2. Messung	1,373	1,488	1,271
3. Messung	1,356	1,529	1,327
Mittelwert	1,35		1,41
Standardabweichung	0,015		0,09

Vergleicht man die hier bestimmten Werte mit dem jeweiligen Literaturwert für die verwendeten Materialien von [Wik20], welcher für Wasser einen Wert von 1,33 und für Plexiglas einen Wert von 1,49 annimmt, so ergibt sich für die Bestimmung der Brechzahl von Wasser eine Abweichung von 1,5 % und für Plexiglas eine Abweichung von 5,3 %.

2.3.3 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit mithilfe von Lissajous-Figuren

Eine weitere Methode, die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen, lässt sich über Lissajous-Figuren realisieren. Bei Lissajous-Figuren handelt es sich um Kurvengraphen, die aus zwei senkrecht zueinander stehenden, harmonischen Schwingungen zueinander stehen. Ein Beispiel für zwei Lissajous-Figuren ist in Abbildung 2.3 zu sehen. In diesem Versuchsabschnitt wird die Leuchtdiode an eine Position in der Nähe der Fotodiode gebracht. Daraufhin wird mit einem Drehregler am Messapparat, der die Fotodiode beherbergt, die Phasenverschiebung auf $\phi = 0$ eingestellt. Das Oszilloskop wird für diese Messungen im X-Y-Modus betrieben mit der Spannung an der Leuchtdiode an der X-Achse und der induzierten Spannung an der Fotodiode an der Y-Achse. Der Graph sieht somit aus wie eine Gerade. Hierbei befindet sich die Fotodiode in einem Abstand von 151 mm vor einer in der Nähe der Linse fest angebrachten Markierung. Danach wird die Leuchtdiode auf einen Abstand von 1399 mm zurück geschoben, bis das Schaubild in dem Oszillographen einem Kreis entspricht. Die beiden Schaubilder, die auf dem Oszillographen sind, sehen den Schaubildern in Abbildung 2.3 sehr ähnlich, bis auf den Unterschied, dass der Kreis aufgrund der Skalierungen der Achsen kein perfekter Kreis ist. Stattdessen wird versucht, die Leuchtdiode an eine Position zu fahren, auf der die Ellipse möglichst symmetrisch zu den Achsen $x = 0$ und $Y = 0$ aussah. Zur Validierung der Vorhandenheit dieser Symmetrie wird in der Oszillographensoftware die X- und Y-Achse mit einer gestrichelten Linie markiert. Abbildung 2.4 und Abbildung 2.5 zeigen die Schaubilder, die mit der Oszillographen-Software aufgenommen wurden.

In diesem Fall beträgt die Phasenverschiebung zwischen der Gerade und dem Kreis $\phi = \frac{\pi}{2}$, was einer Verschiebung von $\frac{\lambda}{4}$ entspricht. Für die gemessene Wegdifferenz von 1,248 m gilt:

$$\Delta s = \frac{\lambda}{4}. \quad (2.24)$$

Die Lichtgeschwindigkeit beträgt somit:

$$c = 2 \cdot \lambda \cdot f = 4 \cdot f \cdot \Delta s = 299\,520\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (2.25)$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit aus [Mes15], Seite 519, verwendet, welcher einem Wert von $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ entspricht, liefert eine Abweichung von 0,16 %.

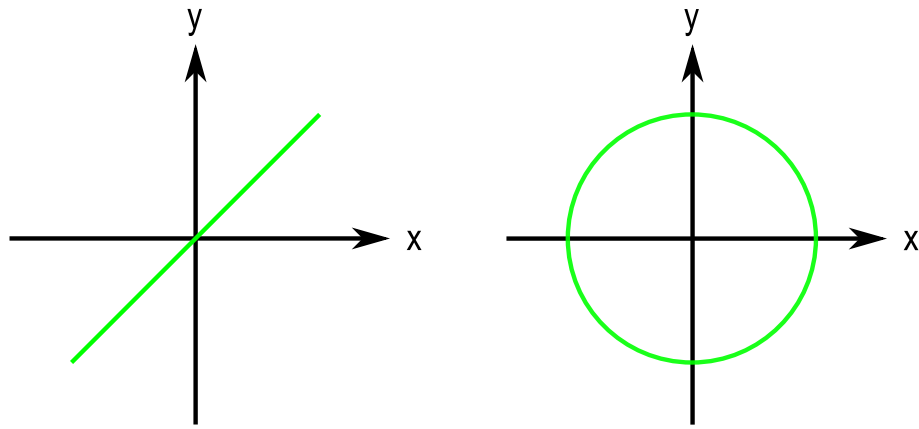


Abbildung 2.3: Mit dem Oszillographen ermittelte Lissajous-Figuren

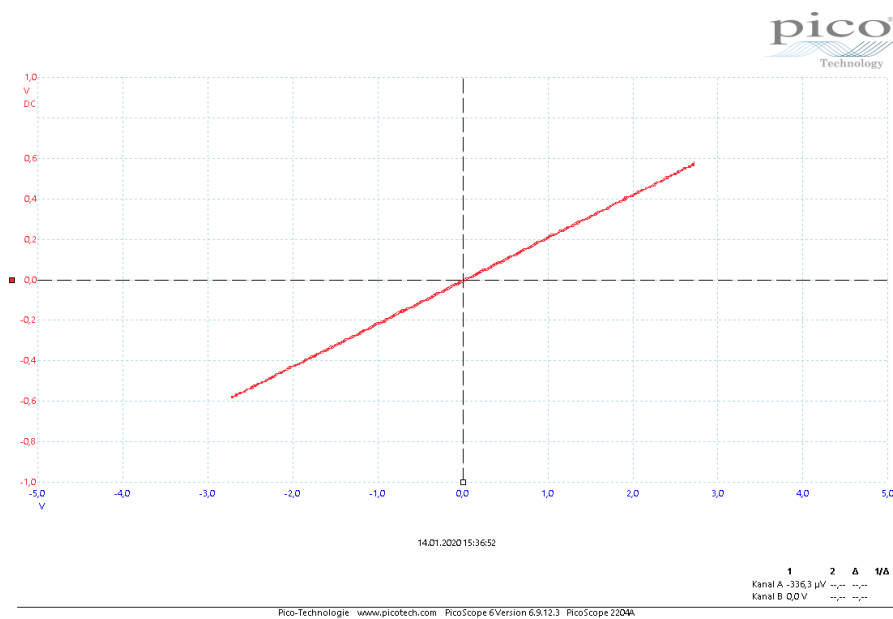


Abbildung 2.4: Oszillographensoftware: Abbildung ähnelt einer Gerade

2.4 Ausblick

Die verschiedenen Messmethoden liefern unterschiedlich präzise Ergebnisse. Dabei können unterschiedliche Faktoren Einfluss auf die Richtigkeit der Messung nehmen.

Bei der Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit und der Brechzahlen der drei Materialien über die Phasenvergleichsmethode können Ungenauigkeiten der internen Oszillatoren der Vorrichtung für die multiplikative Mischung für eine fehlerhafte Messung der Zeitverschiebung zwischen den zwei Oszillatoren verantwortlich sein. Die Bestimmung der Entfernungen mit dem Laserabstandsmessgerät sollte laut Herstellerangaben keine allzugroßen Fehler haben, weshalb hier eine maximale Abweichung von 1,5 mm angenommen werden kann. Weiterhin wird für die Bestimmung der Brechzahlen die Längen der Materialien nicht vermessen. Stattdessen wird die in der Aufgabenstellung angegebenen Längen als richtig angenommen. Bei dem 1 m langen Rohr wird die Existenz zweier dünner gläserner Scheiben an dessen Ende auch vernachlässigt. Für die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit mit den Lissajous-Figuren lassen sich keine Fehler auf Ungenauigkeiten der internen Oszillatoren

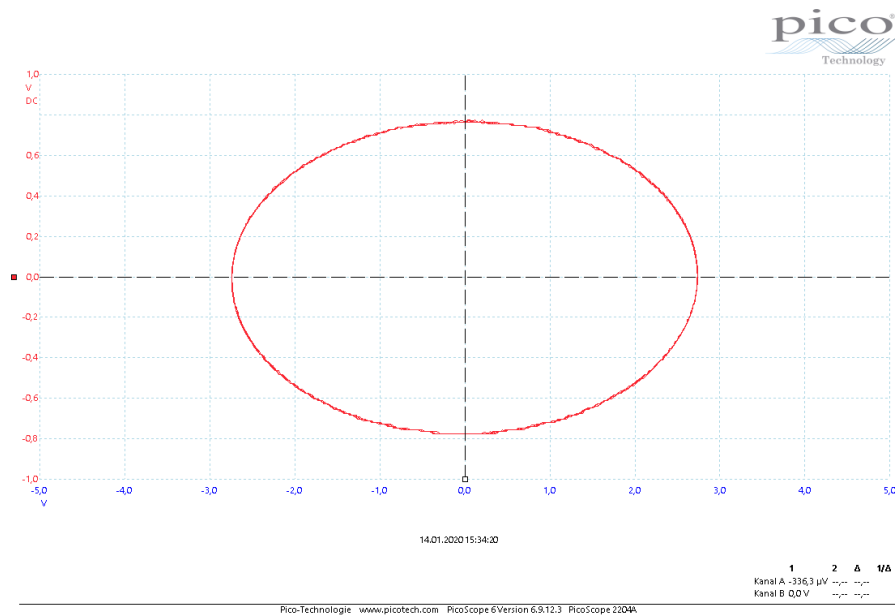


Abbildung 2.5: Oszillographensoftware: Abbildung ähnelt einem gestreckten Kreis (Ellipse)

der Vorrichtung für die multiplikative Mischung zurückführen, weil diese sich in dieser Anordnung eliminieren.

3. Aufgabe: Brechzahlbestimmung mit modernem Laserentfernungsmesser

3.1 Einführung

In diesem Fall wird das Laserabstandsmessgerät verwendet, um die Brechzahl von diversen lichtdurchlässigen nicht-diffusen Materialien zu bestimmen. Dies ist möglich, da das Laserentfernungsmessgerät die Lichtgeschwindigkeit als konstant annimmt. Wird nun ein Material mit einer anderen Brechzahl in den Weg des Lichts positioniert, so bewegt sich das Licht in diesem Material für gewöhnlich langsamer, was zur Folge hat, dass das Licht später wieder am Laserabstandsmessgerät ankommt. Das Messgerät zeigt daraufhin mit Material eine größere gemessene Distanz an als ohne Material. Diese Zeitdifferenz ermöglicht es, die Brechzahl des Materials zu bestimmen, welche durch den Zusammenhang $n = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Material}}}$ definiert wird. Hierbei wird der Einfachheit halber angenommen, dass $c_{\text{Luft}} = c_{\text{Vakuum}}$ und somit $n_{\text{Luft}} = 1$ gelten. Andernfalls müsste für die exakte Berechnung der Brechzahl des Materials die Brechzahl der Luft bekannt sein oder bestimmt werden um den Fehler in der Auswertung zu eliminieren. Bei genauerem Betrachten der Brechzahl der Luft, deren Literaturwert in [Mes15], Seite 502, als $n_L = 1,000\,272$ angegeben ist, so liefert ein Vergleich mit der Vakuumbrechzahl von $n_V = 1,0$, dass bei der Verwendung der Brechzahl im Vakuum an der Stelle der Brechzahl der Luft nur ein Fehler von 0,272 % zustandekommt. Dieser Fehler ist so gering, dass er vernachlässigt werden kann.

Abbildung 3.1 skizziert den Versuchsaufbau. Dabei sei anzumerken, dass die Küvette mit dem Probematerial nicht quadratisch ist. Deren rechteckige Form erlaubt es, zwei Messungen für unterschiedliche Materialien durchzuführen, bei denen sich die Küvette quer oder längs im Strahlengang befindet. In Tabelle 3.1 sind die Messwerte aus der Versuchsdurchführung zu sehen.

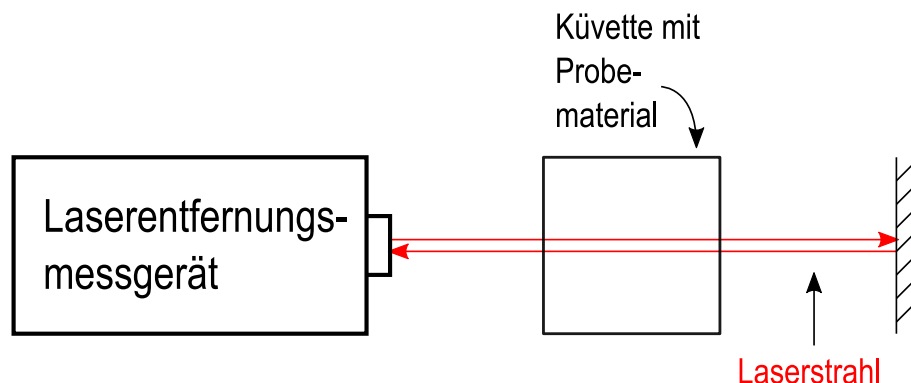


Abbildung 3.1: Versuchsskizze

Tabelle 3.1: Laserabstandsmessgerätmessungen

Material	Konfiguration	Abstand in mm
Nichts	-	351
Glas	quer	355
	längs	357
Silikonöl	quer	373
	längs	397
Wasser	quer	367
	längs	389

3.2 Ermittlung der Brechzahl von Glas

Aus der ersten Messung geht hervor, dass der Abstand vom Lasermessgerät zur Wand eine Länge von $(351,0 \pm 0,5)$ mm ausmacht. Der Fehlerbereich von $\pm 0,5$ mm ergibt sich dadurch, dass das Lasermessgerät laut Herstellerangaben auf 1 mm genau sein soll. Normalerweise misst das Licht die doppelte Zeit, da nur die Reflexion des Lichts am Gegenstand in der gemessenen Entfernung ermittelt werden kann, woraufhin aber der Wert im Messgerät korrigiert wird sodass das Ergebnis am Ende korrigiert wird. Dies lässt sich einrichten, indem die Zeit nach jeder Messung halbiert wird oder eine nur halb so schnelle Lichtgeschwindigkeit als Konstante in dem Gerät eingespeichert ist. Für die erste Messung gilt folgender Zusammenhang:

$$s = c_l \cdot t. \quad (3.1)$$

Stellt man diese Gleichung nach der Zeit um, die das Licht braucht, um die Strecke zu bewältigen, lautet diese:

$$t_1 = \frac{s_l}{c_l}. \quad (3.2)$$

Der Index l soll vermerken, dass es sich hier um Bewegungen in Luft handelt. Die darauffolgende Messung werde mit einer leeren Küvette durchgeführt. Dennoch nehmen die gläsernen Wände der Küvette einen Einfluss auf die Messung. In diesem Fall setzt sich die Zeit, die das Licht braucht, um dieselbe Strecke zurückzulegen aus der Summe der Zeiten für unterschiedlichen Streckenabschnitte mit unterschiedlichen Brechzahlen zusammen:

$$t_2 = \frac{s_l - s_g}{c_l} + \frac{s_g}{c_g} = \frac{s_l}{c_l} - \frac{s_g}{c_l} + \frac{s_g}{c_g}. \quad (3.3)$$

Subtrahiert man nun Gleichung 3.2 von Gleichung 3.3, ergibt dies folgendes:

$$t_2 - t_1 = \frac{s_l}{c_l} - \frac{s_g}{c_l} + \frac{s_g}{c_g} - \frac{s_l}{c_l} = \frac{s_g}{c_g} - \frac{s_g}{c_l}. \quad (3.4)$$

Die Zeiten für die jeweilige Messung lassen sich aus der gemessenen Strecke und der von dem Gerät als in jeder Messung identischen Lichtgeschwindigkeit, der Lichtgeschwindigkeit in Luft, berechnen:

$$t_i = \frac{s_i}{c_l}. \quad (3.5)$$

Wendet man nun dies an, um die Zeiten in Gleichung 3.4 zu ersetzen, erhält man eine Gleichung, mit der man die Brechzahl von Glas bestimmen kann:

$$t_2 - t_1 = \frac{s_2 - s_1}{c_l} = \frac{s_g}{c_g} - \frac{s_g}{c_l} \quad (3.6)$$

$$\frac{s_2 - s_1}{c_l} = \frac{s_g \cdot (c_l - c_g)}{c_g \cdot c_l} \quad (3.7)$$

$$s_2 - s_1 = s_g \cdot \left(\frac{c_l}{c_g} - 1 \right) \quad (3.8)$$

$$s_g \cdot \frac{c_l}{c_g} = s_2 - s_1 + s_g \quad (3.9)$$

$$n_g = \frac{c_l}{c_g} = \frac{s_2 - s_1}{s_g} + 1. \quad (3.10)$$

Da aber die Dicke s_g des Glases der Küvetten nicht bekannt ist, kann an dieser Stelle kein Wert für die Brechzahl von oder die Lichtgeschwindigkeit in Glas ermittelt werden. Stattdessen kann dieses Ergebnis verwendet werden, um in den weiteren Verfahren zur Bestimmung der Brechzahlen von Wasser und Silikon-Öl die Glasschicht aus der Messung eliminieren zu können.

3.3 Ermittlung der Brechzahl von Wasser

Dieselbe Küvette, die bei der im vorherigen Abschnitt analysierten Messung verwendet wird, wird nun mit Wasser gefüllt und in denselben Versuchsaufbau eingesetzt woraufhin zwei weitere Messwerte zustande kommen. In diesem Fall setzt sich die Zeit, die das Licht für das Passieren seiner Strecke benötigt, folgendermaßen zusammen:

$$t_3 = \frac{s_l - s_g - s_w}{c_l} + \frac{s_g}{c_g} + \frac{s_w}{c_w} = \frac{s_l}{c_l} - \frac{s_g}{c_l} - \frac{s_w}{c_l} + \frac{s_g}{c_g} + \frac{s_w}{c_w}. \quad (3.11)$$

Wird Gleichung 3.2 von Gleichung 3.11 subtrahiert, so kann auch der in Luft zurückgelegte Streckenabschnitt eliminiert werden:

$$t_3 - t_1 = \frac{s_g}{c_g} - \frac{s_g}{c_l} + \frac{s_w}{c_w} - \frac{s_w}{c_l} = t_2 - t_1 + \frac{s_w}{c_w} - \frac{s_w}{c_l}, \quad (3.12)$$

$$t_3 - t_2 = \frac{s_w}{c_w} - \frac{s_w}{c_l}. \quad (3.13)$$

Die Zeiten lassen sich über Gleichung 3.5 durch die Messwerte ersetzen:

$$t_3 - t_2 = \frac{s_3 - s_2}{c_l} = \frac{s_w}{c_w} - \frac{s_w}{c_l}. \quad (3.14)$$

Eine Umstellung dieser Gleichung nach der Brechzahl von Wasser lautet:

$$s_3 - s_2 = s_w \cdot \left(\frac{c_l}{c_w} - 1 \right) \quad (3.15)$$

$$n_w = \frac{c_l}{c_w} = \frac{s_3 - s_2}{s_w} + 1. \quad (3.16)$$

Da die Längen der Kanten des Innenraums der Küvetten und somit s_w für die Messreihen gegeben sind, lässt sich mit dem hier erarbeiteten Zusammenhang die Brechzahl von Wasser bestimmen.

3.4 Brechzahl von Silikon-Öl

Die Brechzahl von Silikon-Öl lässt sich auf identischem Wege wie die von Wasser bestimmen. Es gelten sogar dieselben Zusammenhänge und Formeln, da in diesem Praktikumsversuch der die durchgeführten Versuche identisch sind. Somit ist es möglich, die Formel 3.16 zu verwenden und die gemessenen Werte von Wasser durch die von Silikon-Öl zu ersetzen. Die daraus resultierende Formel lautet:

$$n_o = \frac{c_l}{c_o} = \frac{s_4 - s_2}{s_o} + 1. \quad (3.17)$$

3.5 Berechnung der Brechzahlen

Mithilfe der Messwerte in Tabelle 3.1 sowie der Gleichungen 3.16 und 3.17 können nun die Brechzahlen von Wasser und Silikon-Öl ermittelt werden. Dazu werden zusätzlich noch die Maße der verwendeten Küvetten benötigt. Bei einer Längsstellung der Küvette durchquert der Laserstrahl eine Strecke von 100 mm und bei einer Querstellung der Küvette durchquert dieser eine Strecke von 50 mm. Da nicht garantiert werden kann, dass die Glasdicke auf der Längsseite identisch zu der Glasdicke auf der Querseite ist, werden diese Messreihen einzeln untersucht. Durch Einsetzen aller bekannten Werte resultieren Werte für die Brechzahlen von Wasser und Silikon-Öl, welche Tabelle 3.2 zu entnehmen sind.

Tabelle 3.2: Berechnete Brechzahlen aus den Versuchsergebnissen

Material	Brechzahl längs	Brechzahl quer	Mittelwert
Wasser	1,32	1,24	1,274
Silikon-Öl	1,4	1,36	1,427

3.6 Ausblick

Erweitert man Tabelle 3.2 um die Standardabweichungen der Messwerte, so erhält man ein ungefähres Maß für die Auswirkungen der Fehler auf die Messungen. Diese Erweiterung ist in Tabelle 3.3 zu sehen.

Tabelle 3.3: Berechnete Brechzahlen aus den Versuchsergebnissen

Material	Mittelwert	Standardabweichung
Wasser	1,274	0,04
Silikon-Öl	1,427	0,02

Die Messwerte für die Bestimmung der Brechzahl von Wasser scheinen einer leichten Fluktuation zu unterliegen, während die Messwerte für die Bestimmung der Brechzahl des Silikon-Öls eindeutiger ausfallen. Mögliche Fehlerursachen könnten hier durch den Toleranzbereich des Messgerätes zustandegekommen sein, welcher bei einer Abweichung von 0,5 mm und einer Distanz von 351 mm für den Weg, den das Laserlicht durchquert, eine Abweichung von 0,14 % hervorrufen kann. Weiterhin sei anzumerken, dass Verunreinigungen in den Küvetten nicht berücksichtigt wurden. Die Näherung der Lichtgeschwindigkeit in Luft mit der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist eine weitere mögliche Fehlerursache. Zu

guter letzt sei noch anzumerken, dass die Versuchsanordnung nicht sehr stabil war und durch Aufbringen einer leichten Kraft das Metall-Stück, an dem der Laserstrahl reflektiert wurde, ein wenig gebogen werden konnte, wodurch die Messwerte anders ausfielen.

Literaturverzeichnis

- [Mes15] Meschede, Dieter: *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 25. Aufl. Auflage, 2015, ISBN 978-3-662-45977-5.
- [Wik20] Wikipedia: *Brechungsindex* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Brechungsindex&oldid=195538996>, 2020. [Online; accessed 03-February-2020].