

Prak.: P2 Semester: SS20 Wochentag: B Gruppennr.: 12

Name: Hohenstein Vorname: Michael

Name: Michel Vorname: Alexis

Emailadresse(n): alexis.michel@gmx.de, michael.hohenstein@gmx.de

Versuch: Ideales und Reales Gas (P2-33, 34) Fehlerrech.: Ja

Betreuer: Jannis Weinacker Durchgeführt am: 05.08.202

Wird vom Betreuer ausgefüllt.

1. Abgabe am: \_\_\_\_\_

Rückgabe am: \_\_\_\_\_ Begründung:

2. Abgabe am: \_\_\_\_\_

Ergebnis: + / 0 / - Fehlerrechnung: Ja / Nein

Datum: \_\_\_\_\_ Handzeichen: \_\_\_\_\_

Bemerkungen:



# Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
0.1	Ideale und reale Gase . . . . .	1
0.2	Hauptsätze der Thermodynamik . . . . .	1
0.3	der absolute Nullpunkt . . . . .	2
<b>1</b>	<b>Spannungskoeffizient <math>\alpha</math> von Luft</b>	<b>3</b>
1.1	Jollysches Gasthermometer . . . . .	3
1.2	Fehleranalyse . . . . .	4
1.3	Ausblick . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten <math>\kappa</math> nach der Methode von Clément-Desormes</b>	<b>5</b>
2.1	Methode von Clément-Desormes . . . . .	5
2.2	Versuchsdurchführung . . . . .	7
2.3	Ausblick . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten <math>\kappa</math> mit einer Schwingungsmethode</b>	<b>9</b>
3.1	Schwingungsmethode mit Kolben . . . . .	9
3.1.1	Einführung und Messung . . . . .	9
3.1.2	Auswertung . . . . .	9
3.1.3	Fehlerbetrachtung . . . . .	11
3.1.4	Zusammenfassung und Ausblick . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Messen des Dampfdrucks einer Flüssigkeit</b>	<b>13</b>
4.1	Einführung und Messung . . . . .	13
4.2	Auswertung . . . . .	13
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>16</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Skizze: Versuchsaufbau . . . . .	5
2.2	P-V-Diagramm . . . . .	6
3.1	Messwerte mit Fitfunktion für Luft und Argon . . . . .	10
4.1	Dampfdruckkurve von n-Hexan . . . . .	14

4.2	linearisierte Messwerte zur Bestimmung von $Q_V$ . . . . .	15
-----	--	----

## Tabellenverzeichnis

1.1	Messwerte: Gasthermometer . . . . .	3
2.1	Messwerte: Methode von Clément-Desormes . . . . .	7
2.2	systematische Fehler der Koeffizienten . . . . .	8
2.3	Koeffizienten mit Fehlern . . . . .	8
3.1	Fitparameter Luft . . . . .	10
3.2	Fitparameter Argon . . . . .	10

# 0. Einführung

## 0.1 Ideale und reale Gase

Bei einem Gas handelt es sich um eine Substanz im gasförmigen Aggregatzustand. Dabei können sich die Teilchen im großen Abstand zueinander frei bewegen und füllen den verfügbaren Raum gleichmäßig aus. Um gase mathematisch beschreiben zu können, wird das vereinfachte Modell des „idealen Gases“ zur Hilfe genommen. Ein ideales Gas erfüllt folgende Eigenschaften:

- Zwischen den Teilchen des Gases treten keine Wechselwirkungen auf. Lediglich elastische Stöße zwischen den Gasteilchen untereinander oder den Gasteilchen mit den Gefäßwänden finden statt.
- Die Teilchen werden als punktförmig angenommen und verfügen über keinerlei Ausdehnung.

Solche Gase erfüllen die ideale Gasgleichung:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T. \quad (0.1)$$

Weiterhin wird in reversiblen adiabatischen Prozessen die Adiabatengleichung

$$p \cdot V^\kappa = \text{const.} \quad (0.2)$$

eingehalten. Bei  $\kappa$  handelt es sich um den Materialspezifischen Adiabatenexponenten. Dieser lässt sich über die Anzahl an Freiheitsgraden  $f$  des Gases berechnen und wird bei den folgenden Versuchen experimentell ermittelt. In der Realität existieren ideale Gase nicht und Experimente werden mit realen Gasen durchgeführt. Dennoch gibt es einatomige Gase wie z.B. Edelgase, die diesen Annäherungen sehr nahe kommen.

## 0.2 Hauptsätze der Thermodynamik

0. Satz des Thermischen Gleichgewichts: Es steht ein System A im thermischen Gleichgewicht mit einem System B. Steht das System B nun im Thermischen Gleichgewicht mit einem System C, so steht das System A auch im thermischen Gleichgewicht mit dem System C.
1. Energieerhaltungssatz der Thermodynamik: In einem geschlossenen System liegt Energieerhaltung vor. Energieänderungen kommen durch Wärmeänderungen und Änderungen der Arbeit zustande.

$$dU = \partial Q + \partial W \quad (0.3)$$

2. Entropiesatz: Thermische Energie kann nicht beliebig in andere Energieformen umgewandelt werden. Über die Zustandsgröße „Entropie“ (S) lässt sich festlegen, welche Prozesse zulässig sind: Das System strebt den Zustand maximaler Entropie an.

$$dU = -PdV + TdS \quad (0.4)$$

3. Nerstsches Wärmetheorem: Nahe dem Absoluten Nullpunkt strebt die Entropie gegen 0.

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Delta S = 0 \quad (0.5)$$

### 0.3 der absolute Nullpunkt

Die Temperatur eines Gases ist ein Maß für die mittlere kinetische Energie der Gasteilchen. Diese ist definiert durch:

$$\overline{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{3}{2} \cdot K_B \cdot T. \quad (0.6)$$

Da die Energie keine negativen Werte annehmen kann, muss es eine minimale Temperatur geben, die nicht unterschritten werden kann. Diese Temperatur nennt man den „absoluten Nullpunkt“. Er befindet sich bei

$$T_0 = -273,16^\circ\text{C}. \quad (0.7)$$

Die Atome und Moleküle befinden sich bei dieser Temperatur in absoluter Ruhe. Nach dem 3. Hauptsatz der Thermodynamik kann dieser Zustand allerdings nie erreicht werden.

# 1. Spannungskoeffizient $\alpha$ von Luft

## 1.1 Jollysches Gasthermometer

Bei einem Gasthermometer handelt es sich um ein Instrument, welches Temperaturmessungen über die Messung des Drucks eines Gases durchführt. Da Gase sich bei steigender Temperatur ausdehnen, kann ausgenutzt werden, dass bei konstantem zur Verfügung stehendem Volumen der Druck im Inneren des Gases steigt. Wird nun der Druck mit einem Manometer gemessen, kann daraus die Temperatur ermittelt werden. In diesem Versuch wurde für das Manometer eine Quecksilber-Säule verwendet.

Also nach Versuchsbeginn die in dem Glaskolben eingeschlossene Luft auf 0 deg C befand, wurde der bewegliche mit Quecksilber gefüllte Schlauch so positioniert, dass sich die Quecksilber-Säule in dem eingeschlossenen Bereich, in dem sich das zu untersuchende Gas befand, auf der Höhe eines Glas-Zapfens befand. Nachdem die Höhendifferenz der Quecksilber-Säulen notiert wurde, wurde die eingeschlossene Luft in einem Wasserbad auf die Siedetemperatur von Eiswasser erwärmt. Als dieser Prozess abgeschlossen war, wurde das Manometer erneut so eingestellt, dass die Höhe im eingeschlossenen Volumen sich auf der Höhe des Glaszapfens befand. Wieder wurde die Höhendifferenz zwischen den Quecksilber-Säulen links und rechts gemessen. Die Messwerte sind Tabelle 1.1 zu entnehmen.

**Tabelle 1.1:** Messwerte: Gasthermometer

Temperatur	Höhendifferenz
Eiswasser:	78 mm
kochendes Wasser	339 mm

Für die Temperatur von Eiswasser wird eine Temperatur von 0 °C bzw. für die von siedendem Wasser 100 °C verwendet. Aus den gemessenen Höhendifferenzen lässt sich die jeweilige Druckdifferenz zum Umgebungsdruck ermitteln. Der Umgebungsdruck wurde mit einem Barometer auf 1000 mBar gemessen. Für die Quecksilberdichte wird aus [Wik20c] der Wert von  $\rho = 13,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  und für den Ortsfaktor aus [Wik20d] der Wert von  $g \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  verwendet. Der Luftdruck im Rezipienten berechnet sich folgendermaßen:

$$p = p_0 + \Delta p = p_0 + \rho \cdot g \cdot \Delta h. \quad (1.1)$$

Die beiden Drücke sind also:

$$p_1 = 11,03 \cdot 10^4 \text{ mBar}$$

$$p_2 = 14,48 \cdot 10^4 \text{ mBar}$$

Der Spannungskoeffizient  $\alpha$  berechnet sich folgendermaßen:

$$\alpha = \frac{p_2 - p_1}{p_1} \cdot \frac{1}{t} + \frac{p_2}{p_1} \cdot \gamma. \quad (1.2)$$

Hierbei wird die Ausdehnung des Glases in die Berechnung mit einbezogen werden.  $\gamma = 2,5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$  übernimmt die Rolle des Ausdehnungskoeffizienten von Glas.

Aus den Messwerten berechnet sich ein Spannungskoeffizient von  $31,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ .

Zuletzt muss noch der absolute Nullpunkt über folgende Formel bestimmt werden:

$$t_0 = -\frac{1}{\alpha} = -316,445^\circ\text{C}. \quad (1.3)$$

## 1.2 Fehleranalyse

Für die Ermittlung der Fehler der Drücke wird der systematische Fehler auf die Millimeter-Skala von  $\sigma_{\Delta h} = 0,5 \text{ mm}$  bei der Höhenmessung der Quecksilber-Säule verwendet. Dieser berechnet sich, da für die Messung der Höhendifferenz aus zwei Höhenmessungen erfolgte und bei dieser auf beiden Seiten dasselbe Lineal verwendet wurde, über die Größtfehlerabschätzung:

$$\sigma_p = 2 \cdot |\rho \cdot g \cdot \sigma_{\Delta h}| = 1,324 \text{ mBar}. \quad (1.4)$$

Der Fehler auf den Spannungskoeffizienten muss ebenfalls mit der Größtfehlerabschätzung berechnet werden:

$$\sigma_\alpha = \left| \frac{\partial \alpha}{\partial p_1} \cdot \sigma_p \right| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial p_2} \cdot \sigma_p \right| = 6,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}. \quad (1.5)$$

Dabei wird der Fehler für die Temperatur und den Ausdehnungskoeffizienten von Glas vernachlässigt. Der Fehler auf den absoluten Nullpunkt beträgt letztendlich:

$$\sigma_{t_0} = \left| \frac{1}{\alpha^2} \cdot \sigma_\alpha \right| = 10,14^\circ\text{C}. \quad (1.6)$$

## 1.3 Ausblick

Vergleicht man den absolute Nullpunkt mit dem Literaturwert von  $-273,15^\circ\text{C}$  aus [Mes15], so fällt auf, dass eine riesige Abweichung von 15,7% vorliegt. Dies lässt sich durch Ungenauigkeiten bei der Messung der Höhen der Quecksilbersäulen, der Temperaturen des Wassers und der Messung des Umgebungsdrucks erklären. Weiterhin ist ein Fehler bei der Auswertung nicht auszuschließen.



## 2. Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten $\kappa$ nach der Methode von Clément-Desormes

### 2.1 Methode von Clément-Desormes

Bei der Methode von Clément-Desormes wird zuerst ein Gas in einem geschlossenen Behälter unter Druck gesetzt. Über einen 3-Wege-Hahn wird dafür Luft mit einer Luftpumpe in eine 10 L Glasflasche gepumpt. Durch die Kompression erfährt das Gas in der Glasflasche einen leichten Temperaturanstieg. Dieser wird mit einer Wartezeit von 2 min kompensiert. Währenddessen kühlt das Gas wieder auf Raumtemperatur ab. Danach wird die Höhe des Öl-Standes eines an den Gasbehälter angeschlossenen Manometers abgelesen und notiert. Im nächsten Schritt wird ein Ventil an der Glasflasche geöffnet, welches die Luft entweichen lässt, bis sich der Druck im inneren an den Umgebungsdruck angleicht. Kurz nach dem Entweichen des Gases wird das dafür vorgesehene Ventil wieder geschlossen. Das Gas kühlt während dem Entweichen ab und erwärmt sich nun wieder auf Umgebungstemperatur. Nach weiteren 2 min Wartezeit wurde erneut die Höhe des Öl-Standes im Manometer gemessen. Aus den unterschiedlichen Höhen der Füllstände lässt sich der Adiabatenkoeffizient ermitteln. Abbildung 2.1 skizziert den Versuchsaufbau

Das Gas durchläuft dabei die in Abbildung 2.2 dargestellten Zustände im P-V-Diagramm:

1. Durch Hineinpumpen des Gases wird ein Überdruck erzeugt. Dieser Prozess läuft isochor und isotherm ab (Wartezeit, um den geringen Temperaturanstieg zu kompensieren). Ausgehend von Anfangstemperatur  $T_0$ , -druck  $p_0$  und -volumen  $V_0$  gilt für die Zustandsgrößen des Gases nach Ablauf dieses Prozessabschnitts:

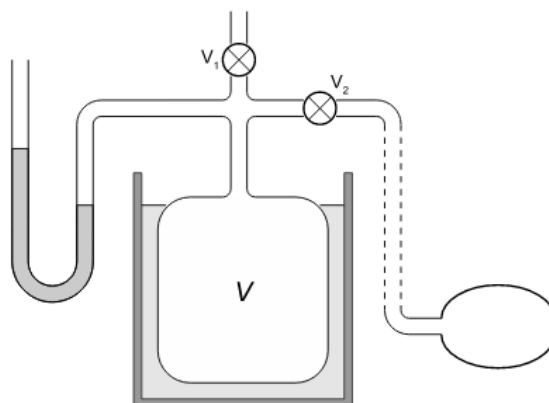


Abbildung 2.1: Skizze: Versuchsaufbau

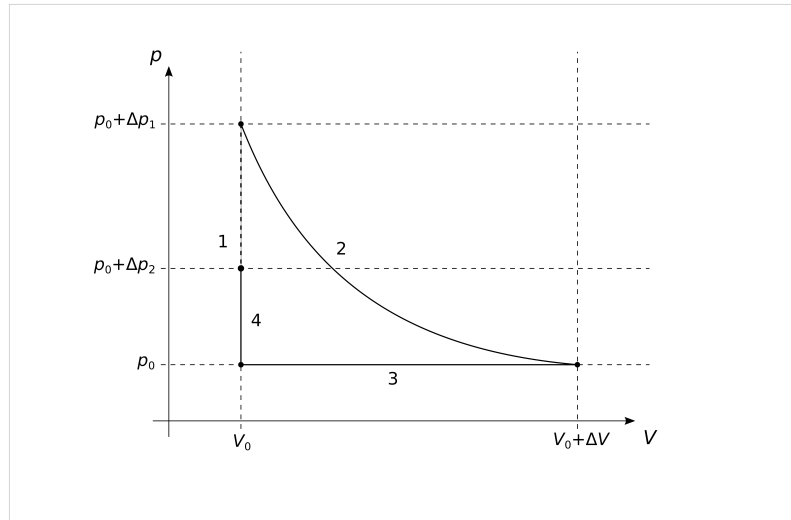


Abbildung 2.2: P-V-Diagramm

$$T = T_0 \quad V = V_0 \quad p = p_0 + \Delta p_1$$

2. Durch Öffnen des Ventils an dem Glasbehälter entweicht der Überdruck  $\Delta p$  und der Druck im Behälter gleich sich dem Umgebungsdruck an. Das Gas kann das Volumen annehmen, das es unter Umgebungsdruck einnehmen würde. Durch die Expansion kühlt das Gas ab. Der Prozess wird als adiabatisch angenommen.

$$T = T_0 - \Delta T \quad V = V_0 + \Delta V \quad p = p_0$$

3. Nach dem Druckausgleich wird das dafür vorgesehene Ventil geschlossen. Das Gasvolumen verringert sich schlagartig.

$$T = T_0 - \Delta T \quad V = V_0 \quad p = p_0$$

4. Die eingeschlossene Luft erwärmt sich auf Raumtemperatur. Dieser Prozess verläuft isochor. Dadurch kommt ein Überdruck  $\Delta p_2$  zustande.

$$T = T_0 \quad V = V_0 \quad p = p_0 + \Delta p_2$$

Mithilfe der Adiabatangleichung

$$p \cdot V^\kappa = \text{const} \quad (2.1)$$

lässt sich folgender Zusammenhang aufstellen:

$$(p_0 + \Delta p_1) \cdot V_0^\kappa = p_0 \cdot (V_0 + \Delta V)^\kappa \quad (2.2)$$

$$T_0 \cdot V_0^{\kappa-1} = (T_0 - \Delta T) \cdot (V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} \quad (2.3)$$

Weiterhin wird die Annahme getroffen, dass  $\Delta V \ll V_0$  gilt:

$$(V_0 + \Delta V)^\kappa = V_0^\kappa \cdot \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^\kappa \approx V_0^\kappa \cdot \left(1 + \kappa \cdot \frac{\Delta V}{V_0}\right). \quad (2.4)$$

Aus den Gleichungen 2.2, 2.3 und 2.4 sowie unter Verwendung der Annahme, dass

$$\frac{\Delta p_1}{p_0} \ll 1 \quad (2.5)$$

gilt, mit der Verwendung der Dichte des Öls  $\rho$  und der Schwerebeschleunigung  $g$  der Adiabatenexponent  $\kappa$  berechnen:

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} = \frac{\Delta h_1 \cdot \rho \cdot g}{(\Delta h_1 - \Delta h_2) \cdot \rho \cdot g} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2}. \quad (2.6)$$

## 2.2 Versuchsdurchführung

Bei dem zu untersuchenden Gas handelt es sich in diesem Fall um Luft. Der Versuch wurde dabei 3 mal durchgeführt, um daraus auf die statistischen Fehler der Messungen schließen zu können. Außerdem wurden die letzten zwei Messungen absichtlich falsch durchgeführt, um zu zeigen, dass die vorherigen Messreihen akkurat genug ausgeführt wurden und für den Druckausgleich angemessen viel Zeit zur Verfügung stand. Die während der Durchführung des Versuches ermittelten Messwerte sind dem Messprotokoll zu entnehmen. Aus der Position der Höhe des Ölstandes des Manometers unter Umgebungsdruck, welche bei 132 mm lag, lassen sich die Höhen  $\Delta h_1$  und  $\Delta h_2$  berechnen. Diese berechneten Werte sind Tabelle 2.1 zu entnehmen. Weiterhin wurden diese Werte verwendet, um mit Gleichung 2.6 dem Adiabatenkoeffizienten zu ermitteln.

**Tabelle 2.1:** Messwerte: Methode von Clément-Desormes

Messung	$h_1$ in mm	$h_2$ in mm	$\kappa$
1	119	30	1,337
2	102	24	1,308
3	99	29	1,414
4 (zu langsam)	24	119	1,137
5 (zu schnell)	22	44	5,000

Dabei ist erneut anzumerken, dass die Messwerte aus der vierten und fünften Messung nicht verwendet werden dürfen. Bei diesen Messungen wurde die Luft entweder zu schnell oder zu langsam abgelassen, wodurch der Prozess nicht adiabatisch genug verlief.

Der Füllstand der Öls im Manometer wurde mithilfe eines Lineals bestimmt, welches mit einer Millimeterskala versehen war. Aus diesem Grund wird für den systematischen Fehler der Messung der Höhendifferenzen ein halber Millimeter angenommen:

$$\sigma_h = 0,5 \text{ mm}. \quad (2.7)$$

Da die Fehler auf die beiden Höhendifferenzen korrelieren, muss der daraus folgende Fehler auf den Adiabatenkoeffizienten mit der Größtfehlerabschätzung berechnet werden:

$$\sigma_\kappa = \left( \left| \frac{\partial \kappa}{\partial \Delta h_1} \right| + \left| \frac{\partial \kappa}{\partial \Delta h_2} \right| \right) \cdot \sigma_{\Delta h} = \left( \left| \frac{\Delta h_2}{(\Delta h_1 - \Delta h_2)^2} \right| + \left| \frac{\Delta h_1}{(\Delta h_1 - \Delta h_2)^2} \right| \right) \cdot \sigma_{\Delta h}. \quad (2.8)$$

Für die ersten drei Messreihen sind die berechneten Werte für den Adiabatenkoeffizienten mit seinem systematischen Fehler in Tabelle 2.2 zu sehen.

**Tabelle 2.2:** systematische Fehler der Koeffizienten

Messung	$h_1$ in mm	$h_2$ in mm	$\kappa$
1	$119,0 \pm 0,5$	$30,0 \pm 0,5$	$1,337 \pm 0,009$
2	$102,0 \pm 0,5$	$24,0 \pm 0,5$	$1,308 \pm 0,010$
3	$99,0 \pm 0,5$	$29,0 \pm 0,5$	$1,414 \pm 0,013$

Für den statistischen Fehler für den Adiabatenexponenten wird aus den in Tabelle 2.2 berechneten Werte für die drei Adiabatenkoeffizienten die Standardabweichung verwendet. Der gemittelte Adiabatenkoeffizient für Luft beträgt demnach:

$$\kappa = 1,353 \pm 0,044. \quad (2.9)$$

Daraus lassen sich drei Werte für den Adiabatenkoeffizienten ermitteln. Diese sind in Tabelle 2.3 zu finden.

**Tabelle 2.3:** Koeffizienten mit Fehlern

Messung	$\kappa$
1	$1,33 \pm 0,05$
2	$1,30 \pm 0,05$
3	$1,41 \pm 0,05$

## 2.3 Ausblick

Vergleich man die in Tabelle 2.3 stehenden Ergebnisse mit dem Literaturwert für Luft, welcher laut [Wik20b] einen Wert von 1,40 beträgt, so fällt auf, dass dieser nur von der dritten Messung getroffen wird. Dies liegt daran, dass die adiabatische Expansion der Luft durch Öffnen des Ventils am Glasbehälter kein Prozess ist, der unter nahezu identischen Bedingungen wiederholt werden kann. Das Entweichen der Luft muss zeitlich gut abgestimmt sein. Die vierte und die fünfte Messreihe zeigen deutlich, dass bei einer falschen Einschätzung der Zeit, die das Gas zum Entweichen braucht, größere Abweichungen zustande kommen.

## 3. Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten $\kappa$ mit einer Schwingungsmethode

### 3.1 Schwingungsmethode mit Kolben

Der Versuch 3.1 (Stahlkugel auf Luftpolster) wurde nicht durchgeführt. Stattdessen wurde der alternative Versuch 3.2 (Kolbenschwingung) durchgeführt.

#### 3.1.1 Einführung und Messung

Bei diesem Versuch soll durch harmonische Schwingung eines Kolbens auf einem Gas der Adiabatenkoeffizient  $\kappa$  bestimmt werden.

Dafür wird in einem 100 ml Kolbenprober ein Gasvolumen  $V$  eingelassen. Der Kolben drückt dabei auf die Gassäule. Anschließend wird der Kolben durch einen kleinen Stoß zum Schwingen angeregt. Da die Schwingung relativ schnell stattfindet wird die Schwingfrequenz  $f$  elektronisch bestimmt. Am schwingenden Kolben ist dafür ein kleiner Magnet befestigt. Außerhalb der Glaswand des Kolbenprobers ist eine Spule, in die vom schwingenden Magneten eine Wechselspannung induziert wird. Die Frequenz der Wechselspannung entspricht gerade der Frequenz der Schwingung des Kolbens. Diese Frequenz  $f$  wird mit einem Hameg-HM8021-4 Frequenzzähler gemessen.

Der Versuch wird jeweils für die Volumina von 30 ml bis 100 ml in Schritten von 5 ml durchgeführt. Zu jedem Volumen wird die Frequenz 5-fach gemessen, um den statistischen Fehler zu minimieren. Der Versuch wurde mit den Gasen Luft und Argon durchgeführt. Die gemessenen Werte sind dem Messprotokoll im Anhang zu entnehmen.

#### 3.1.2 Auswertung

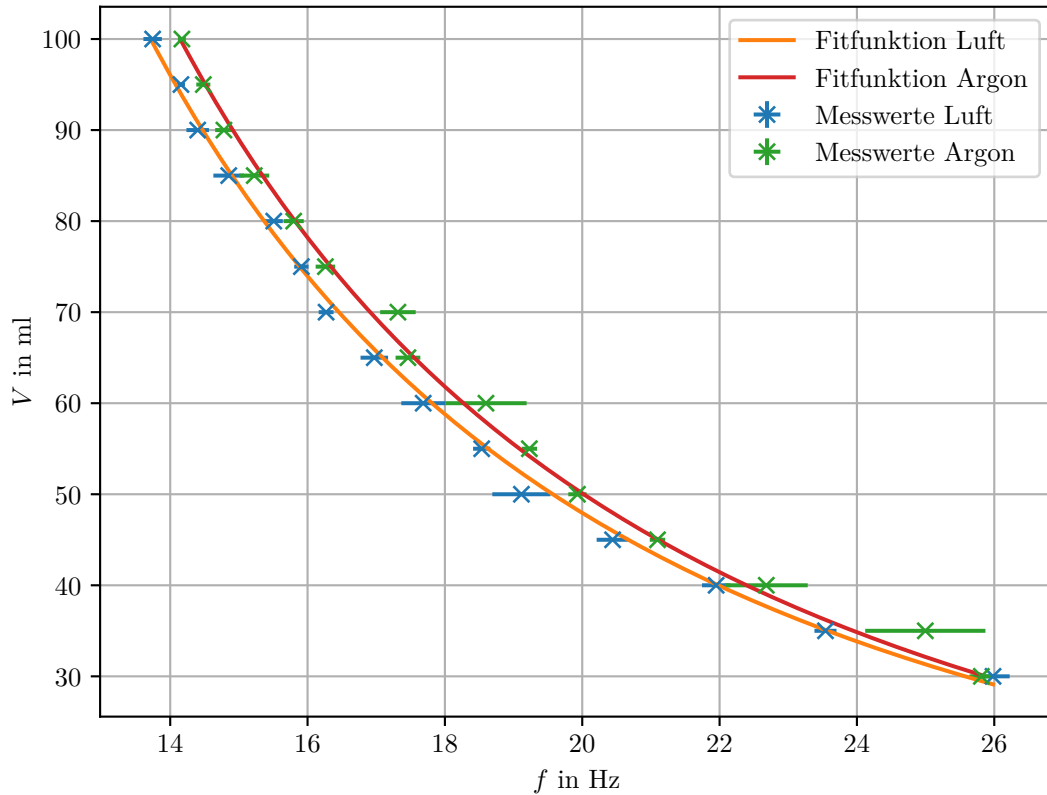
Der genaue Zusammenhang in harmonischer Näherung zwischen dem Volumen  $V$  und der Periodendauer  $T$  ist

$$V = \kappa \frac{A^2 p}{4\pi^2 m} T^2 = \kappa \frac{A^2 p}{4\pi^2 m} f^{-2}. \quad (3.1)$$

Hierbei ist  $A$  die Auflagefläche des Kolbens,  $p$  ist der Druck in der Gassäule im Ruhezustand, also der Atmosphärendruck und der Druck, den der Kolben auf die Gassäule ausübt,  $m$  ist die Masse des Kolbens.

An dieser Stelle ist es sinnvoll, mit dem gegebenen Zusammenhang und den Messwerten eine Regression zu machen. Diese hat die Form

$$V = \alpha f^{-2} + c. \quad (3.2)$$



**Abbildung 3.1:** Messwerte mit Fitfunktion für Luft und Argon

Aus dem Fitparameter  $\alpha$  und den anderen gegebenen Größen lässt sich später  $\kappa$  bestimmen. Der zusätzliche Fitparameter  $c$  ist nur eine konstante Verschiebung. Es ist jedoch sinnvoll, dem Fit diesen zusätzlichen Freiheitsgrad zu geben, da das Volumen der Luftsäule nicht ganz genau bekannt ist. Der Magnet, mit dem die Schwingungen gemessen werden, nimmt Gasvolumen weg, das Ventil und Zuleitungen haben ein schädliches Gasvolumen, da hier noch zusätzliches Gas vorhanden ist. Dieser Parameter liefert die Differenz zwischen gemessenem Volumen und tatsächlichem Volumen. Dieser Wert ist im Folgenden aber irrelevant.

Der Plot der Werte mit  $V$  über  $f$  ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Die eingezeichneten Werte mit denen auch die Regression gemacht wurde, sind jeweils die Mittelwerte der Messwerte, der Fehler ist die Standardabweichung der gemessenen Frequenzen.

Aus den Fits ergeben sich die folgenden Größen mit statistischen Fehler für die Fitparameter:

<b>Tabelle 3.1:</b> Fitparameter Luft	
$\kappa$	$c$ in ml
$0,018\,49 \pm 0,000\,19$	$1,74 \pm 0,55$

<b>Tabelle 3.2:</b> Fitparameter Argon	
$\kappa$	$c$ in ml
$0,019\,97 \pm 0,000\,17$	$0,17 \pm 0,47$

Aus den Gleichungen 3.1 und 3.2 folgt, dass

$$\alpha = \kappa \frac{A^2 p}{4\pi^2 m}. \quad (3.3)$$

Umgestellt nach  $\kappa$  und mit der Kreisfläche  $A = \pi \frac{D^2}{4}$  und dem Druck  $p = p_0 + \frac{mg}{A}$  ergibt

sich

$$\kappa = \frac{64m\alpha}{D^4} \left( p_0 + \frac{mg}{\pi \frac{D^2}{4}} \right). \quad (3.4)$$

Die Masse des Kolbens  $m = (109,50 \pm 0,05)$  g und der Durchmesser des Kolbens  $D = (31,1 \pm 0,1)$  mm sind in der Versuchsbeschreibung gegeben.

Der Atmosphärendruck  $p_0$  wurde während dem Experimentieren gemessen und betrug  $p_0 = (1000,0 \pm 0,5)$  hPa.

Beim Ortsfaktor  $g$  wurde mit  $g = (9,810 \pm 0,005)$  ms<sup>-2</sup> gerechnet.

Mit Gleichung 3.4 und den bekannten Größen lassen sich die  $\kappa$ 's ausrechnen. Es ergibt sich:

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,369, \quad \kappa_{\text{Argon}} = 1,479. \quad (3.5)$$

### 3.1.3 Fehlerbetrachtung

Bei diesem Versuch sind alle Fehler unkorreliert, da alle Größen unterschiedlich bestimmt wurde und auch nicht mathematisch zusammenhängen. Deshalb ist hier die Gaus'sche Fehlerfortpflanzung zum Berechnen der Fehler in den Finalen Größen die angemessenen Methode.

Die statistischen Fehler der gemessenen  $\kappa$ 's lassen sich sehr einfach bestimmen, da nur die Fehler des Fitparameters  $\alpha$ , die in den Tabellen 3.1 und 3.2 stehen, fortgepflanzt werden müssen. Als Werte für die Adiabatenkoeffizienten mit statistischem Fehler ergeben sich

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,369 \pm 0,014, \quad \kappa_{\text{Argon}} = 1,479 \pm 0,013. \quad (3.6)$$

Bis hier sind die gesuchten Messgrößen mit statistischen Fehlern bekannt. Die Berechnung der systematischen Fehler ist etwas schwieriger, da zusätzlich zu den gegebenen Größen und Fehler auch noch die Volumina der Messreihe einen systematischen Fehler haben, der als halber Skalenteil einen absoluten Wert von 0,5 ml hat.

Dieser absolute Fehler ist relativ am größten, wenn der Wert für das Volumen am kleinsten ist. In diesem Fall pflanzt sich der Fehler auch am stärksten fort. Deshalb wird hier für die Fehlerrechnung der schlechteste Fall mit einem Volumen von  $(30,0 \pm 0,5)$  ml angenommen. Aus den bereits bekannten Werten für  $\kappa$  lässt sich dann mit dem Worst-Case-Volumen und allen anderen Werten ein theoretischer Wert für die entsprechende Frequenz ausrechnen. Mit dieser Frequenz und allen anderen Größen mit systematischem Fehler lässt sich dann auch der systematische Fehler von  $\kappa$  berechnen. Dieser ergibt sich zu

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,369 \pm 0,029, \quad \kappa_{\text{Argon}} = 1,479 \pm 0,031. \quad (3.7)$$

### 3.1.4 Zusammenfassung und Ausblick

Final ergeben sich Werte

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,369 \pm 0,014 \pm 0,029, \quad \kappa_{\text{Argon}} = 1,479 \pm 0,013 \pm 0,031. \quad (3.8)$$

Eine Generelle Formel, die  $\kappa$  in Abhängigkeit der Freiheitsgrade angibt, lautet

$$\kappa = \frac{f + 2}{f} \quad (3.9)$$

Für Luft (hauptsächlich Sauerstoff und Stickstoff mit  $f = 5$ ) ergibt sich nach Formel 3.9 ein Wert von  $\kappa_{\text{Luft}} = 7/5 = 1,4$ .

Diese Messung ist in Übereinstimmung mit diesem Wert, wenn man die möglichen Fehler-toleranzen mit berücksichtigt.

Für das Edelgas Argon mit  $f = 3$  ergibt sich mit Formel 3.9 ein Wert von  $\kappa_{\text{Argon}} = 5/3 = 1,667$ . Der gemessene Wert ist nicht in Übereinstimmung mit dieser Messung. Ein möglicher Grund ist, dass in dem Kolben und Reservoir kein pures Argon ist, sondern eine Mischung aus Argon und Umgebungsluft, weshalb der gemessene Wert für  $\kappa_{\text{Argon}}$  zwischen seinem Sollwert und dem Wert von Luft ist.



## 4. Messen des Dampfdrucks einer Flüssigkeit

### 4.1 Einführung und Messung

Bei diesem Versuch werden erstmals reale Gase betrachtet. Im Gegensatz zu idealen Gasen haben diese ein anderes Verhalten bei kalten Temperaturen, insbesondere kann es zu Phasenübergängen kommen. Das wird bei diesem Versuch mit n-Hexan untersucht. Dafür ist ein abgeschlossenes System mit einem Kolben mit n-Hexan gegeben. Das System enthält sowohl gasförmiges als auch flüssiges n-Hexan. Mit dem Kolben verbunden ist ein Quecksilbermanometer, mit welchem im Versuch der Druck bestimmt wird. Dafür wird wieder mit einem Fernrohr aus der Distanz die Höhe der Quecksilbersäule bestimmt und an einer Kathetometerskala abgelesen. Um die Nullage des Quecksilbers zu kennen werden bei der ersten Messung die Quecksilbersäulen auf beiden Seiten gemessen.

Im Versuch wird mit Zimmertemperatur gestartet und der Hexankolben in einem Wasserbad durch Zugabe von Eiswürfeln langsam abgekühlt. Mit einem digitalen Thermometer wird laufend die Temperatur gemessen. In Schritten von rund 3 K wird die Temperatur und der Druck notiert. Bei 0 °C wird der Versuch nochmals durchgeführt, allerdings wird dann bis auf Raumtemperatur erhitzt durch die Zugabe von warmem Wasser. Es ist möglichst zu verhindern, den Kolben weiter zu erhitzen als den Rest der Apparatur, da sonst am Manometer Hexan kondensiert, was die Messung verfälscht.

### 4.2 Auswertung

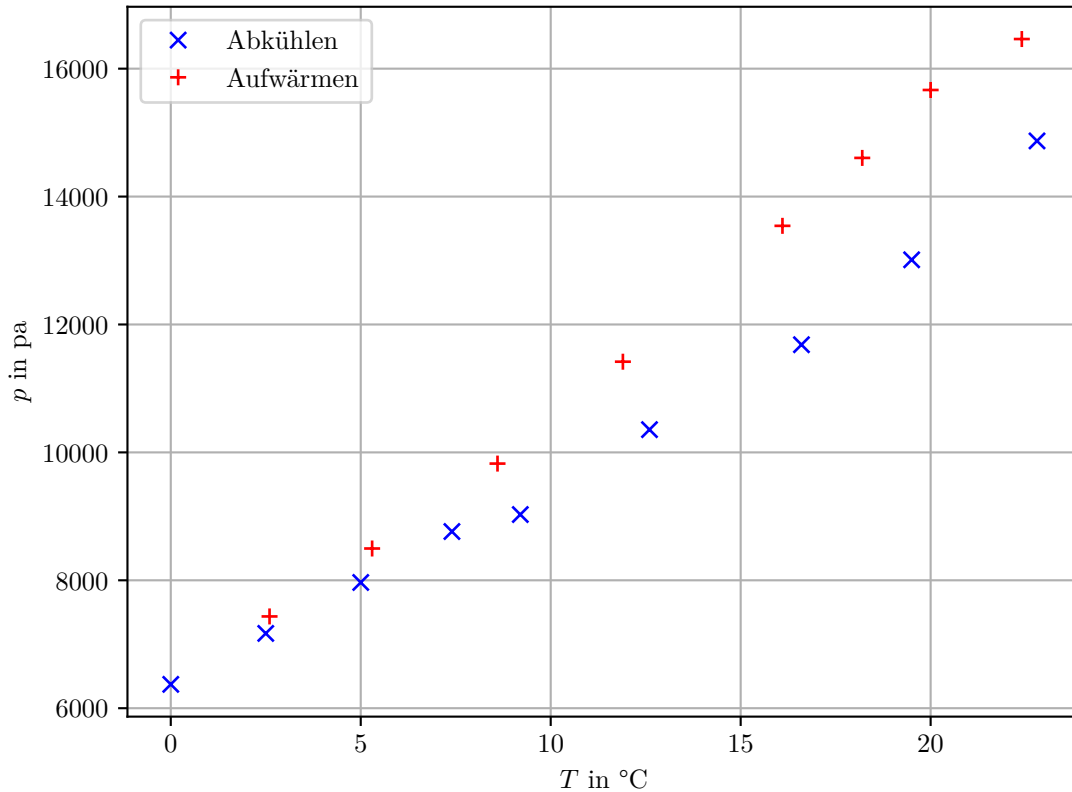
Die gemessenen Höhen des Quecksilbers müssen bei dem Versuch in Drücke umgerechnet werden. Dabei gilt:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{V\rho_{\text{Hg}}g}{A} = \Delta h\rho_{\text{Hg}}g \quad (4.1)$$

Die Höhendifferenz ist  $\Delta h = 2(h_{\text{Gleichgewicht}} - h_{\text{rechts}})$ , wobei die Gleichgewichtslage der Mittelwert der beiden Säulen bei einer beliebigen Messung ist. Bei Quecksilber wurde nach [Wik20c] mit einer Dichte von  $\rho_{\text{Hg}} = 13,5459 \text{ g/cm}^3$  gerechnet.

Getrennt nach Abkühlen und Aufwärmen wurden die Messwerte in Drücke umgerechnet und geplottet. Das ist in Abbildung 4.1 zu sehen.

Die Werte von Abkühlen und Aufwärmen sollten im Idealfall auf einer gemeinsamen Kurve verlaufen. Das ist in Abbildung 4.1 leider nicht der Fall. Das spricht dafür, dass hier beim Messen etwas schief gegangen ist. Es ist möglich, dass nicht lange genug gewartet wurde, bis die Temperatur und Phasen sich ganz eingestellt haben. Eine weitere Fehlerquelle ist ebenfalls, dass das Fernrohr in der Messung verrutscht oder verkippt wurde und so die Differenz entstanden ist.



**Abbildung 4.1:** Dampfdruckkurve von n-Hexan

Die blaue Messreihe (beim Abkühlen) hat eindeutig einen Knick, sodass die weitere Auswertung nur noch mit der Messreihe vom Aufwärmen weitergerechnet wird.

Zuletzt soll noch die Verdampfungswärme  $Q_V$  bestimmt werden. Dafür wird von der Clausius-Clapeyron-Gleichung ausgegangen

$$Q_V = \frac{dp}{dp} T (V_D - V_F). \quad (4.2)$$

Hier ist  $V_D$  das Volumen des Dampfes und  $V_F$  das Volumen der Flüssigkeit. Im Folgenden wird das Volumen der Flüssigkeit gegenüber dem Volumen des Gases vernachlässigt, da dieses deutlich kleiner ist. Zudem gilt für das Volumen des Dampfes  $V_D = RT/p$  aus der idealen Gasgleichung. Es ergibt sich

$$Q_V = \frac{dp}{dp} \frac{RT^2}{p}. \quad (4.3)$$

Mit Separation der Variablen gelöst ergibt sich

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{Q_V}{TR} + \text{const.} \quad (4.4)$$

Ab hier wird  $Q_V$  durch eine Regression bestimmt, indem  $-1/(RT)$  auf die x-Achse geplottet wird und  $\ln(p/p_0)$  auf die y-Achse geplottet wird. Die Geradensteigung entspricht dann gerade  $Q_V$ . Der Plot mit Regression ist in Abbildung 4.2 zu sehen.

Es ergibt sich final ein Wert von  $Q_V = 27,80 \text{ kJ/mol}$ . Der Literaturwert von  $28,85 \text{ kJ/mol}$  [Wik20a] wurde somit nur um rund 4% verfehlt.

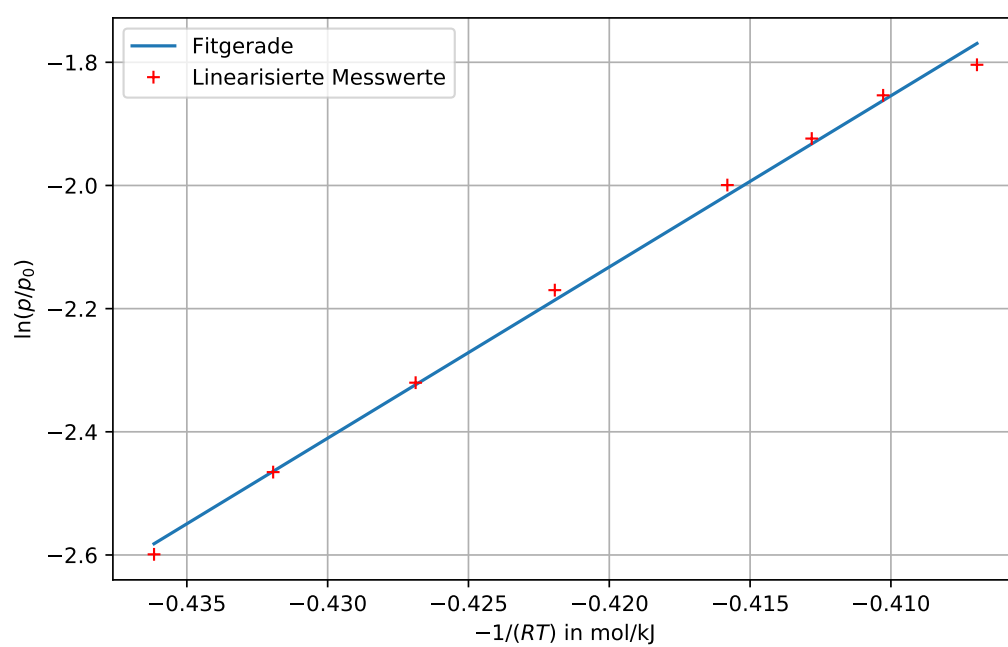


Abbildung 4.2: linearisierte Messwerte zur Bestimmung von  $Q_V$

# Literaturverzeichnis

- [Mes15] Meschede, Dieter: *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 25. Aufl. Auflage, 2015, ISBN 978-3-662-45977-5.
- [Wik20a] Wikipedia: *Hexan* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Hexan>, 2020. [Online; accessed 09-August-2020].
- [Wik20b] Wikipedia: *Isentropenexponent* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Isentropenexponent&oldid=202343981>, 2020. [Online; accessed 07-August-2020].
- [Wik20c] Wikipedia: *Quecksilber* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Quecksilber>, 2020. [Online; accessed 09-August-2020].
- [Wik20d] Wikipedia: *Schwerefeld* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Schwerefeld&oldid=202361589>, 2020. [Online; accessed 10-August-2020].