

Számítógépes Folyamatirányítás

Projektfeladat

Készítette: Kiss Bendegúz Barnabás

Mérésvezető: Szilágyi Botond

Beadás dátuma: 2024.12.08.

BEVEZETÉS:

A feladatunk egy CSTR reaktor és kristályosító modellezése volt, a MATLAB program segítségével. A modelleket a Simulink szoftverben kellett összekötni úgy, hogy a reaktorból a terméket kellett kikristályosítani. Az összekötött rendszert vizsgálni kellett meg kellett találni a jó összekötéseket a PID szabályozáshoz, és azokat hangolni kellett.

A REAKTOR MODELLEZÉSE ÉS NUMERIKUS MEGOLDÁSA

A feladatban megadott reaktor CSTR, amiben a következő másodrendű „A + B -> C + D” reakció zajlik le, a reakció sebességét a következő képlet adja meg $C_A * C_B * k = r$ ahol a k reakciósebességi együttható hőmérséklettől való függését Arrhenius egyenletével kapjuk meg:

$$k_{\infty} * \exp\left(\frac{-E_A}{RT_K}\right) = k$$

A reaktor mérlegegyenleteinek levezetésénél a következő egyszerűsítésekkel éltünk. A reaktor tökéletesen kevert, reakció nem exoterm vagy endoterm (, tehát nem jár hőképződéssel), reakció csak magában a reaktorban zajlik, a sűrűséget állandónak tekintjük.

Az előbb felsorolt feltételezések/kikötések alapján differenciál mérlegegyenletekkel egyszerűen leírható a reaktor. A mérlegegyenletek alap gondolata a következő:

$$\text{érkező} - \text{távozó} + \text{keletkezett} - \text{fogyott} = \text{felhalmozódás}$$

E szisztéma tudatában a rendszer azon paramétereire írtunk fel egyenletet, ami a reakció irányításának szempontjából fontos volt, ezek a következők: A reaktánsok koncentrációja, a termékek reakciója, a köpenyhőmérséklet és a reaktortér hőmérséklete.

A két komponens két különböző áramban lép a reaktorba (F_{A0} és F_{B0}) és mivel a sűrűség nem változik, ezért a kimeneti áram egyenlő lesz $F = F_{B0} + F_{A0}$

$$\frac{dn_A}{dt} = C_{A0} * F_{A0} - C_A * F_{A0} - r * V_r /: V_r$$

$$\frac{dC_A}{dt} = C_{A0} * \frac{F_{A0}}{V_R} - C_A * \frac{F_{A0} + F_{B0}}{V_R} - r$$

Hasonlóképpen a B komponens koncentrációjánál:

$$\frac{dC_B}{dt} = C_{B0} * \frac{F_{B0}}{V_R} - C_B * \frac{F_{A0} + F_{B0}}{V_R} - r$$

Mivel ez egy egyirányú reakció, így nem várható visszaalakulás, C kiindulási koncentrációja nulla és nem tápláljuk a reaktorba, illetve a csövekben nem zajlik reakció, így az egyenletek a termékekre következnek:

$$\frac{dC_C}{dt} = 0 - C_C * \frac{F}{V} + r$$

$$\frac{dC_D}{dt} = 0 - C_D * \frac{F}{V} + r$$

A hőmérséklet mérlegegyenletét egyértelműség kedvéért a hőmérlegegyenlettel kezdem. A fajlagos hőkapacitás és sűrűség ugyanannyi, mind a két komponenst tartalmazó áramra.

$$\frac{dQ}{dt} = F_{A0} * \rho * c_p * T_{A0} + F_{B0} * \rho * c_p * T_{B0} - F * T_R * \rho * c_p - UA(T_R - T_H)$$

és mivel:

$$\frac{Q}{C_p * \rho * V} = T$$

ezért:

$$\frac{dT_R}{dt} = \frac{F_{A0}}{V_R} T_{A0} + \frac{F_{B0}}{V_R} T_{B0} - \frac{F}{V_R} T_R - \frac{UA(T_R - T_H)}{C_p * \rho * V_R}$$

Hasonlóképpen lehet a köpenyhőmérsékletét leírni:

$$\frac{dT_H}{dt} = \frac{F_{H0}}{V_H} T_{H0} - \frac{F_{H0}}{V_H} T_H + \frac{UA(T_R - T_H)}{C_{p,H} * \rho_H * V_H}$$

Hogy az egyenletek megoldhatóak legyenek meg kell adni a paraméterek értékeit, ami az *1. táblázatban* látható:

1. táblázat A paraméterek a CSTR reaktor képleteinek megoldásához

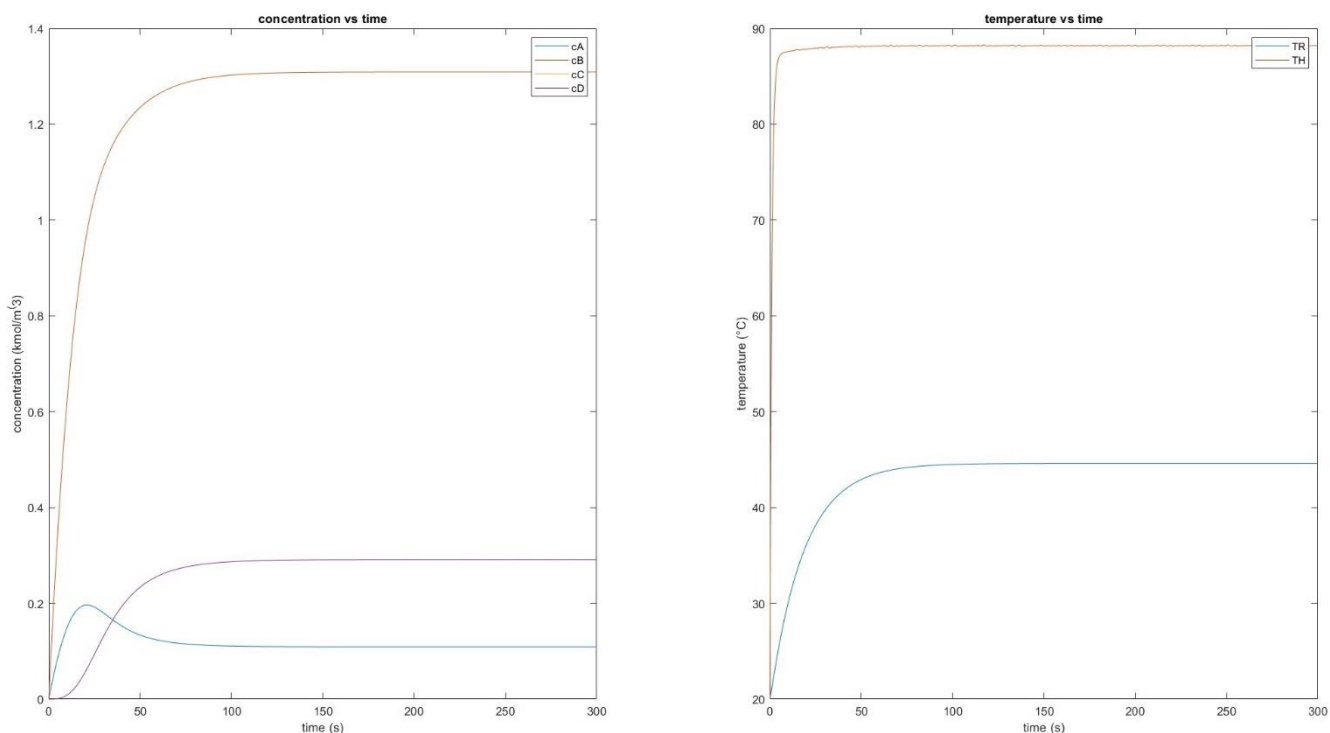
Paraméter	Mértékegység	Érték
k	(m ³ /kmol)/s	5,00E+09
R	kJ/kmol/K	8,31
E_A	kJ/kmol	65000
F_A0	m ³ /s	0,001
F_B0	m ³ /s	0,004-ig
T_A0	°C	25
T_B0	°C	45
C_A0	kmol/m ³	2
C_B0	kmol/m ³	2
ρ	kg/m ³	998
ρ_H	kg/m ³	998
c_p	J/kg/K	3140
c_p,H	J/kg/K	3140
V	m ³	0,1 vagy 0,5 vagy 1
V_H	m ³	V/10
U	W/m ² /K	1200
A	m ²	5V ² /3
F_H0	m ³ /s	0,01-ig

T_H0	°C	90
------	----	----

Továbbá a kezdőértékek a következők: 20°C a köpenytérben és a reaktorban egyaránt, a kiindulási koncentrációk nullával egyenlők.

A differenciálegyenleteket a Matlab szoftver segítségével oldottam meg az ode45 functionnel, ez a Matlab szabványos megoldója az általános differenciálegyenletekhez (Ordinary Differential Equation). Ez a függvény egy Runge-Kutta módszert valósít meg, amely változó lépésközzel dolgozik a számítás hatékonyságának érdekében.[1]

A tesztelés érdekében a választható intervallumokon belül $F_{H0} = 0.01 \frac{m^3}{s}$, $F_{B0} = 0.004 \frac{m^3}{s}$ és $V = 0.1 m^3$ -nek vettem, a futási időt 5 perc volt. Az eredmények az 1. ábrán láthatóak.



1. ábra A balról jobbra, a koncentrációk függése az időtől a reaktánsok és termékekre egyaránt és a hőmérsékletek függése az időfüggvényében a reaktortér és a köpenyhőmérsékletre

Jól látható az ábrákon, hogy elértük a stacioner állapotot, mint a hőmérsékletre és a kimenő koncentrációkra, a C és D komponens koncentrációja nem különbözik egymástól, ezért látható csak 3 trend a bal oldali diagrammon. Továbbá látható, hogy az A komponens lesz a limitáló komponensünk.

Hőmérsékleteknél a hajtóerő (hőmérséklet különbség) igen magas, azonban a reaktor hőmérséklete nem emelkedik 45°C fölé, de a köpenyhőmérséklete közel marad 90°C-hez. Így megállapítható, hogy a reaktor hőmérsékleti „lomhasága” nem annak hőkapacitásában lesz keresendő, hanem a rendelkezésre álló hőcserefelületben.

Az előbb említett probléma csak akkora zavarhat minket, ha nem érjük el a kívánt konverziót, amit megadtak nekünk $X = 85\%$

A REAKTOR PARAMETRIKUS VIZSGÁLAT A NUMERIKUS MEGOLDÁSOK SZERINT

Az előbbi fejezet végén említettem, hogy a feladat $X \sim 0.85$ konverziót ír elő. A konverzió definíció szerint a következő:

$$X = \frac{\text{limitáló komponens elreagált anyagmennyisége}}{\text{limitáló komponens kiindulási anyagmennyisége}}$$

Amit a következő módon lehet kifejezni, ahol az A a limitáló komponens:

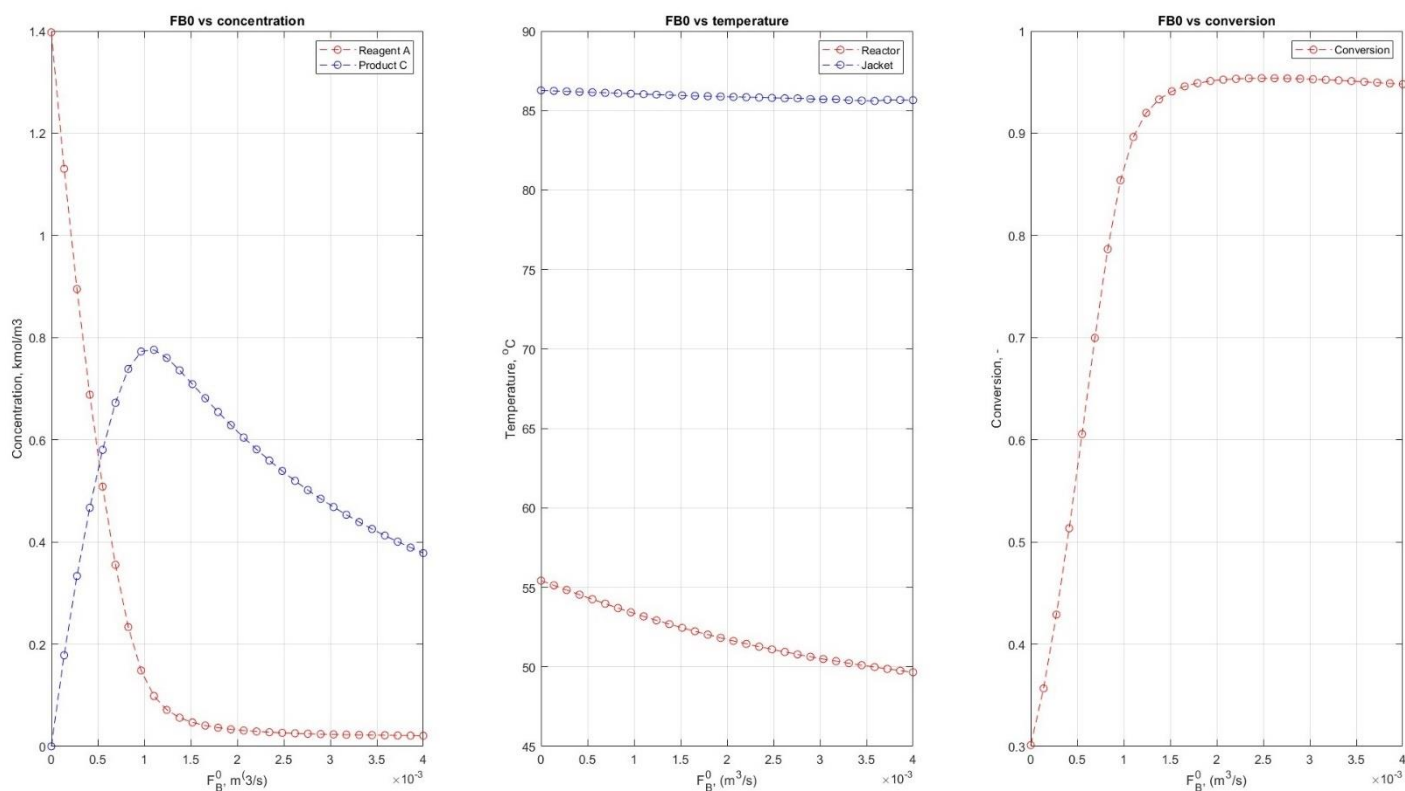
$$X = \frac{n_{A0} - n_A}{n_{A0}}$$

Ha tudjuk, hogy a sűrűség, akkor elvégezhetjük a következő egyszerűsítést:

$$X = \frac{n_{A0} - n_A}{n_{A0}} = 1 - \frac{n_A}{n_{A0}} = 1 - \frac{F * c_A}{F_{A0} * c_{A0}}$$

A parametrikus vizsgálat során azt értjük, hogy a változtatható konstansokkal megvizsgáljuk milyen eltérő eredményeket kapunk. A változtatható konstansaink a modellben a következők: F_{H0} , F_{B0} és V .

A vizsgálatot a Matlab szoftver segítségével hajtottam végre, ahol az F_{H0} értékét a maximális értékre állítottam ($0.01 \text{ m}^3/\text{s}$) a reaktor térfogatot kézzel megnéztem, mind a három lehetőségre (0.1 , 0.5 és 1 m^3) és az F_{B0} értékét a minimálistól és a maximálistól ($0-0.004 \text{ m}^3/\text{s}$) 30 lépésre választottam, és megnéztem a stacionárius állapotok jellemzőit, amit a 2. diagram foglal össze a $V = 0.5 \text{ m}^3$ esetre.



2. ábra balról jobbra, minden diagramm a stacionárius állapotokat ábrázolja pontokban, az F_{B0} függvényében 1. Az egyes komponensek koncentrációi (A és B) 2. a hőmérsékletek a reaktorban és a köpenyben 3. a konverzió mértéke az F_{B0} függvényében

Azt találtam, hogy a 0.85ös konverzió 0.1 m^3 -nél nem elérhető, míg 0.5 m^3 és 1 m^3 igen, a kisebb befektetési költségek érdekében ezért a **0.5 m^3** es esetet választottam. A választott esetemben a **0.85ös konverzió $F_{B0} \sim 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$ -nál** érhető el.

Az F_{B0} növekedése, egyes paraméterekre nem szigorú monoton összefüggéseket mutat, pl.: a konverzió monotonan növekszik a F_{B0} függvényében, de egy ponton ez a linearitás megszakad körülbelül az $X = 0.9$ ben. Aminek itt az oka, hogy a reakcióhoz szükséges „A” komponens elfogy, amit jól szemléltet az első diagramm.

Továbbá a C komponens trendjének van egy maximuma, ami annak köszönhető, hogy a maximum eléréséig a F_{B0} növekedése pozitívan hat a C koncentrációra, azonban amikor az A komponens mennyisége nem fedi le megfelelően a reakcióhoz szükséges mennyiséget a tartózkodási idő csökkenése miatt a C komponens koncentrációja csökkenő tendenciát fog mutatni.

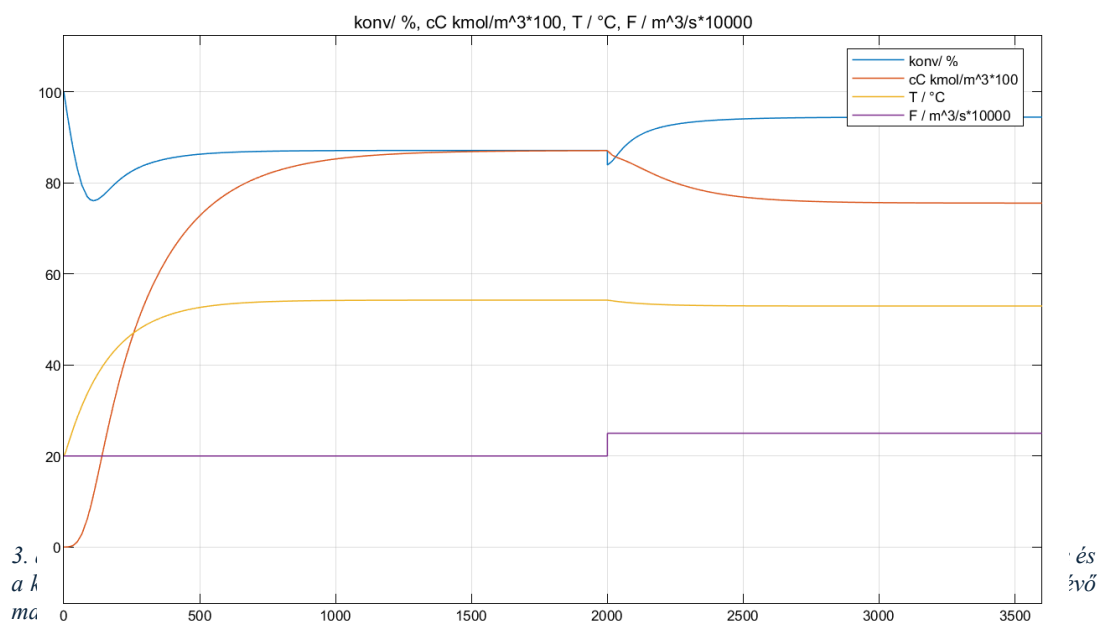
Ennek a szabályozásbeli meggondolását akkor kell elvégezni, ha majd a konverziót közvetlenül majd a F_{B0} árammal szeretnénk szabályozni, amit a következő fejezetben állapítom meg, az erősítési mátrix segítségével.

A REAKTOR MIMO(MULTIPLE INPUT MULTIPLE OUTPUT) RENDSZER VIZSGÁLATA

A reaktor hőmérsékletét és konverzióját irányítunk kell, a feladat leírása szerint a beavatkozó szervek a fűtőközeg és a „B” térfogatárama. Ez egy 2×2 -es MIMO rendszert feltételez. (Amit, ha később vizsgálunk a kristályosítóval együtt egy 3×3 -as MIMO rendszer fogunk kapni.)

Ehhez meg kell vizsgálnunk a MIMO rendszer FOPDT-vel közelített átviteli függvényeit egy lépcsőszerű inputváltoztatás segítségével és ennek következtében történő PV(point value) változásnak a grafikus elemzésével.

A reaktor különböző inputváltozásainak vizsgálatához a Matlabban implementált Simulink szoftvert használtam. A megírt differenciál egyenleteket S-functionbe írtam és beágyaztam a az S-function blokkba, majd az előbb említett manipulálható inputok ugrásszerű változását



vizsgáltam. Egyszerre csak egyet vizsgáltam, az inputváltoztatásokat akkor eszközöltem, mikor beállt a stacioner állapot.

A kiindulási paraméterek a parametrikus vizsgálattal megegyeztek. A futtatási idő 1 óra volt, az első inputváltoztatás a következő volt $F_{B0} = 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$ -ról re $0.0015 \text{ m}^3/\text{s}$ változtattam 2000 másodpercnél. Ez látható a 3. ábrán. Ennek az inputváltozásnak az oka az, hogy egy nagy tartományt fed le, (50%-a az optimálisnak), továbbá a 2. ábrán látható, hogy itt van megközelítőleg lineáris összefüggés a két paraméter között, mert további növelés esetén a konverzió „ellaposodik”. A hőmérséklet esetén, végig egy linearitás figyelhető meg.

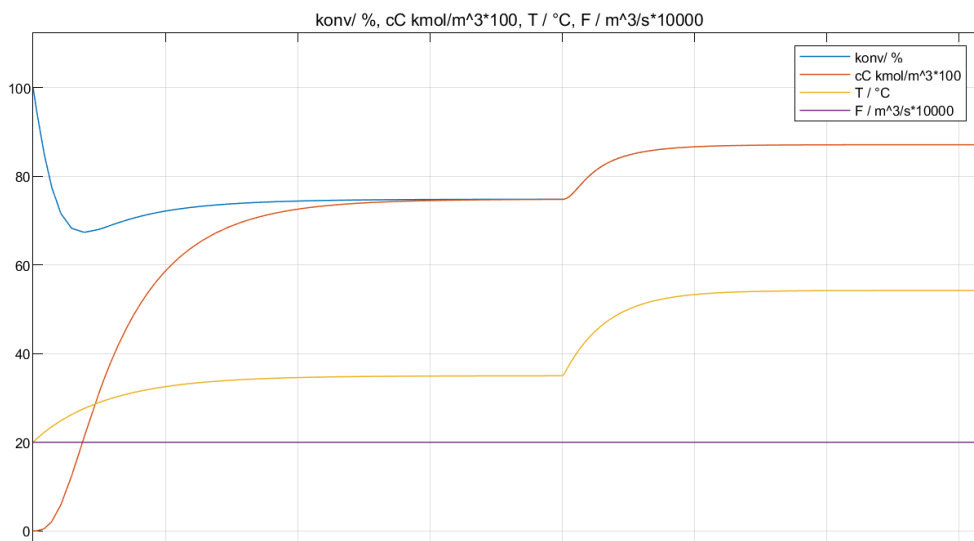
A konverzió és az F_{B0} között egy fordított válasz figyelhető meg, emiatt azzal az egyszerűsítéssel élünk, hogy csak az erősítési tényezőt olvassuk le. Míg a reaktor hőmérséklete és az F_{B0} között kicsinynek tűnő összefüggés van.

A fordított válasz azért következik be, mert a hirtelen térfogatáram következtében a termék koncentrációja és a tartózkodási idő gyorsan csökken, így ezzel együtt a konverzió is. De a „B” komponens koncentrációja lassabban növekedik az előbb említett változóknál, de ha ez is „beállt” akkor érzékelhető a reakciósebesség és konverzió növekedése. Ezt azzal lehet kiküszöbölni, hogy a szabályozást lassítjuk, vagy a szabályozandó outputot nem a konverzióval fogalmazzuk meg. Továbbá vannak módszerek a PID szabályozók hangolására fordított válasz esetén. [2], [3], [4], [5]

Így a leolvasásból az FOPDT modellek adatai a 2. táblázatban megtekinthetők:

2. táblázat A H11 a "B" térfogatáram hatását a konverzióra írja, addig a H21 a reaktor hőmérsékletére

	H11	H21
K	14658 %/(m ³ /s)	-2606 °C/(m ³ /s)
időállandó(s)	-	149
holtidő (s)	1	1



4. ábra A vizsgált kimenő paraméterek a konverzió, a C termék kimenő koncentrációja, a reaktor hőmérséklete és a kimenő térfogatáram, az értékek egyes helyeken indokolt volt a normalizálás, amit a jobb felső sarokban lévő magyarázatban nyomonkövethető.

A következő vizsgálat a fűtőközeg térfogatárama volt, ahol az 0-ról a maximális értékre vittem, ami $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ 2000 másodpercnél. Ennek eredménye tekinthető meg a 4. ábrán.

Látható, hogy nincs fordított válasz, továbbá egy FOPDT-vel jó közelítést tudunk adni a rendszer viselkedésére, így a leolvasott adatok az átviteli függvényekhez a 3. táblázatban találhatóak:

3. táblázat A H12 a fűtőközeg térfogatáram hatását a konverzióra írja, addig a H22 a reaktor hőmérsékletére

	H12	H22
K	1230 %/(m^3/s)	1930 °C/(m^3/s)
időállandó(s)	175	183
holtidő (s)	5,4	2,6

Ezen adatok alapján a 2x2-es MIMO rendszerre felírható a relatív erősítési mátrix, amivel megállapítható, hogy melyik manipulált jellemzőt kell az adott outputtal összekötni egy PID szabályozóval. A relatív erősítési mátrix 2x2-es rendszer esetén:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{21} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} \end{bmatrix}$$

Ahol a λ_{11} egy egyszerű számítással megállapítható:

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{K_{12} * K_{21}}{K_{11} * K_{22}}} = \frac{1}{1 - \frac{1230 * (-2606)}{14658 * 1930}} = 0,898$$

Mivel a mátrixban az oszlopok és sorok összegének egyenlőnek kell lennie a mátrix kiegészíthető:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,898 & 0,102 \\ 0,102 & 0,898 \end{bmatrix}$$

Azonban fontos megjegyezni, hogy maga a reaktor és az utána következő kristályosító között van kapcsolat, ami megjelenhet a kristályosító hozamában, amit irányítani szeretnénk. Ezért azt a 3x3-as erősítési mátrixot a jövőben figyelembe kell venni.

A KRISTÁLYOSÍTÓ MODELLEZÉSE ÉS NUMERIKUS MEGOLDÁSA

A kristályosodás a folyadék-szilárd fázisátalakulást jelenti, ez a mi esetünkben azt jelenti, hogy az oldószerben oldott termékük szilárd fázisba kell kerüljön a kristályosítóban. Modellezés során azt kell feltételeznünk, hogy csak a kristályosítóban történik meg a fázisátalakulás, továbbá nincs visszaoldódás.

Kristályosodás csak túltelítődött oldószerben történhet, ami azt jelenti, hogy a koncentráció az egyensúlyi koncentráció fölött van, amit számbeli módon így fejezhetünk ki, vagyis a hajtóerőt:

$$\sigma = \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,s}}$$

Ahol a C a jelenlegi koncentrációt jelöli, addig a $C_{A,s}$ jelenlegi hőmérsékleti egyensúlyi koncentráció, ami exponenciálisan függ a hőmérséklettől:

$$C_{A,s} = a_1 * \exp(a_2 * T) \left[\frac{kmol}{m^3} \right]$$

Ismerve a hajtóerőt megállapítható a gócképződés és a kristálynövekedési sebessége:

$$B = k_p * \sigma^p \left[\frac{\#}{m^3 s} \right]$$

$$G = k_g * \sigma^g * \exp\left(-\frac{E_g}{RT_k}\right) \left[\frac{m}{s} \right]$$

Az elsődleges gócképződés sebessége és méretének növekedése egy sűrűségfüggvényt eredményez. Ennek a megoldásához a következő egyszerűsítésekkel élünk, a kristályosító jól kevert, csakis elsődleges kristálynövekedés és gócképződés van. Továbbá a kezdeti koncentráció nulla, és a szemcsék mérete véges.

A teljesség igénye nélkül, a modell egyenletei a következők:

$$\frac{d\mu_0}{dt} = B - \frac{F}{V} \mu_0$$

$$\frac{d\mu_1}{dt} = G\mu_0 - \frac{F}{V} \mu_1$$

$$\frac{d\mu_2}{dt} = 2G\mu_1 - \frac{F}{V} \mu_2$$

$$\frac{d\mu_3}{dt} = 3G\mu_2 - \frac{F}{V} \mu_3$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -3Gk_V\rho_C\mu_2 + \frac{F}{V}(C_{A,R} - C_A)$$

Ahol az egyes momentumok arányosak a figyelt komponens paramétereivel.

$$\left(\mu_0 \left[\frac{\#}{m^3} \right] \mu_1 \left[\frac{m}{m^3} \right] \mu_2 \left[\frac{m^2}{m^3} \right] \mu_3 \left[\frac{m^3}{m^3} \right] \right)$$

Továbbá a hőmérleg egyenletek hasonló megfontolások alapján, mint a reaktornál:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_R - T) - \frac{UA}{\rho_C p V}(T - T_C)$$

$$\frac{dT_C}{dt} = \frac{F_C^0}{V_C}(T_C^0 - T_C) + \frac{UA}{\rho_C c_p V_C}(T - T_C)$$

A megírt kristályosító paramétereit a 4. táblázatban láthatók.

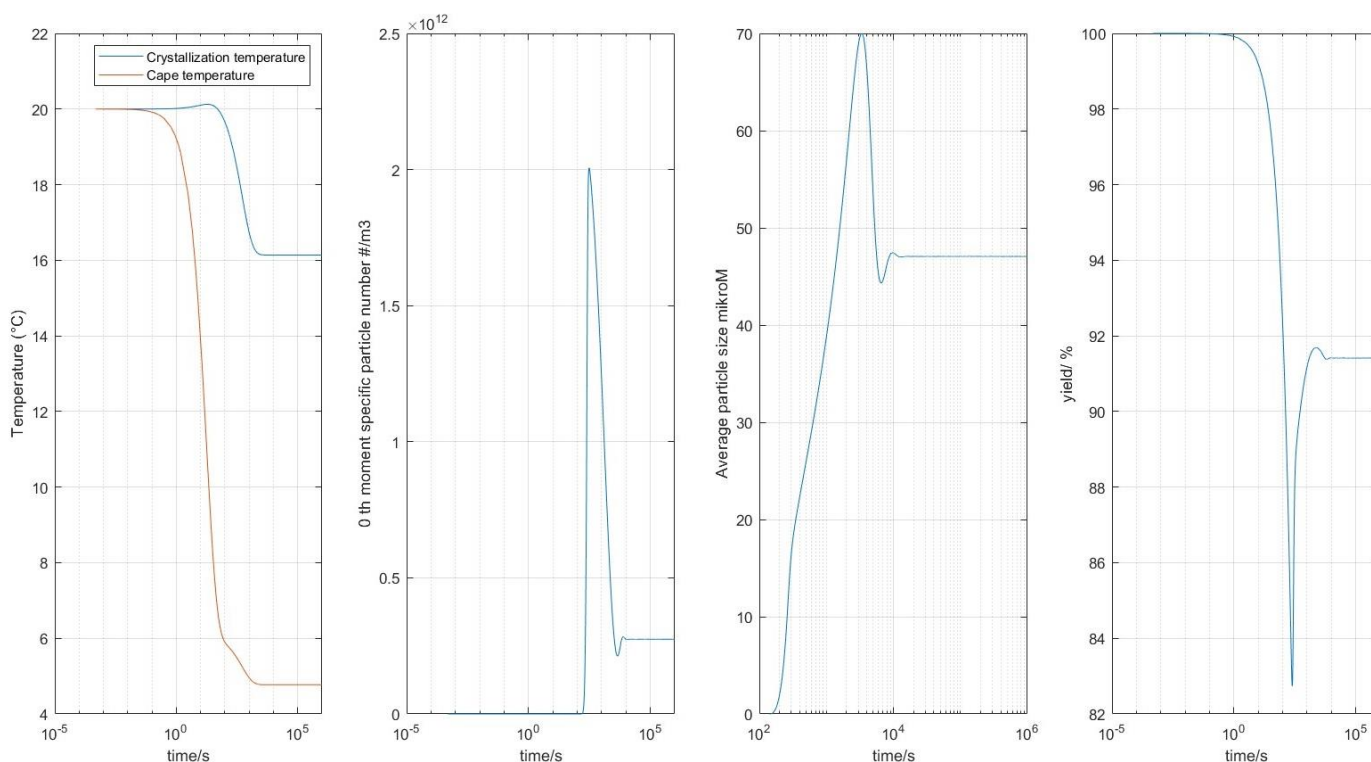
4. táblázat a kristályosítóhoz tartozó paraméterek

Paraméter	Mértékegység	Érték
a1	kmol/m ³	0.0079
a2	-	0.108
Mw	kg/kmol	215
Eg	kJ/kmol	45000
R	kJ/kmol/K	8.31
kp	#/m ³ /s	10 ¹¹
p	-	3
kg	m/s	75
g	-	1.32
Tr	°C	40
Fr	m ³ /s	0.004
CA,R	kg/m ³	CA,S(T=40)
ρ	kg/m ³	998
ρc	kg/m ³	998
ρC	kg/m ³	1300
kV	-	π/6
cp	J/kg/K	3140
cp,C	J/kg/K	3140
V	m ³	1 vagy 5 vagy 10
VH	m ³	V/10
U	W/m ² /K	1800
A	m ²	5V ^(2/3)
FC0	m ³ /s	0.05-ig
TC0	°C	0

A megoldáshoz Matlab szolvert használtam. A két változtatható értéknél a hűtővíz térfogatáramánál $0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ -t és a kristályosító térfogatát 5 m^3 -nek választottam és a következő eredményt kaptam, amit az 5. ábra szemléltet.

A kódolás során figyelni kellett arra, hogy mivel nem számolunk a visszaoldódással, ami akkor történhet meg, ha a hajtóerő negatív. A nem egész számú kitevők miatt (lásd B és G) nem valós megoldásokat kapunk. Ezért ki kell kötni, hogy a modellben csak akkor érvényesüljön a fentebb említett B és K definíciója, ha a hajtóerő nagyobb, mint nulla, egyébként legyen B és K egyenlő 0.

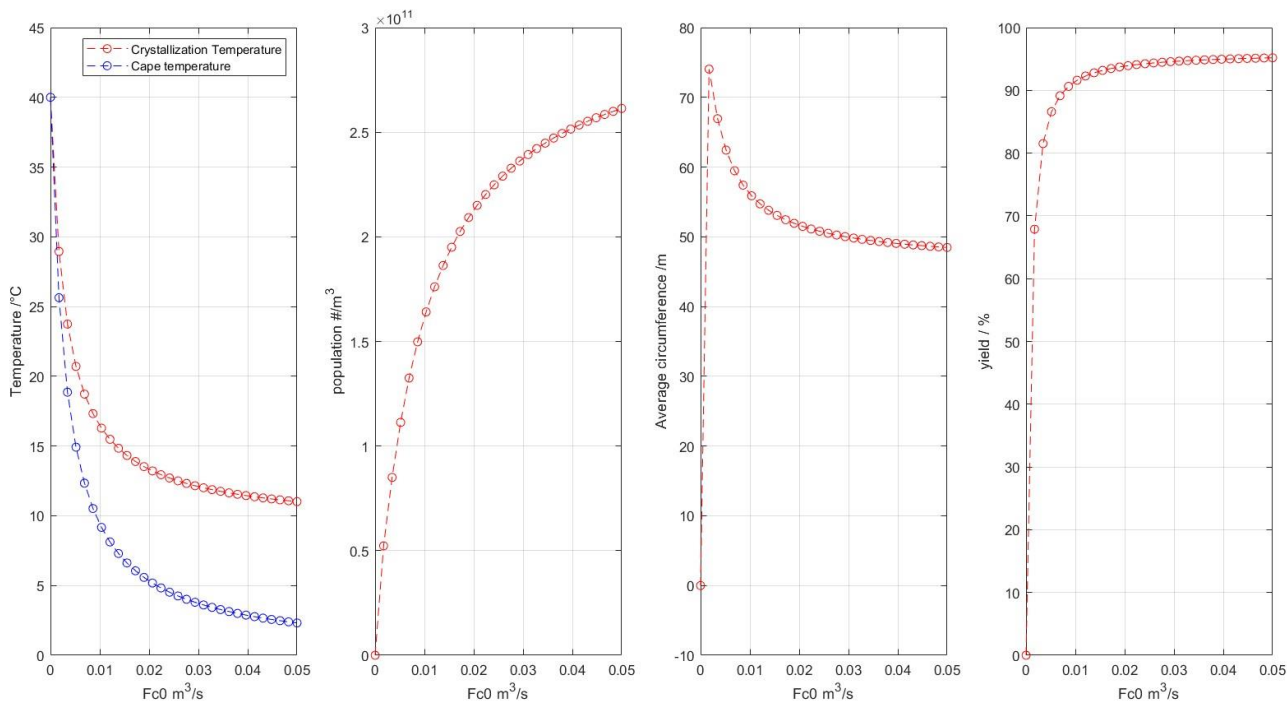
Az átlagos részecskeátmérőt $\left[\frac{m}{\#}\right]$, úgy kaphatjuk meg, ha a részecskeszámok sűrűségével (nulladik momentummal) $\left[\frac{\#}{\text{m}^3}\right]$ elosztjuk az első momentumot $\left[\frac{m}{\text{m}^3}\right]$. Az első momentum fejezi ki, hogy milyen hosszú lenne az, ha egy m^3 -ben fognánk az összes részecskét és sorba állítanánk őket. Ebből következik az átlagos részecskeátmérő kifejezése.



5. ábra Az egyes változók ábrázolva az idő függvényében, az idő logaritmikusan van feltüntetve. Balról jobbra, hőmérsékletek, „részecskeszám sűrűség”, átlagos részecskeátmérő és hozam.

KRISTÁLYOSÍTÓ PARAMETRIKUS VIZSGÁLATA NUMERIKUS MEGOLDÁSOK SZERINT

Olyan kristályosítót kellett tervezni, ahol az átlagos kristályátmérő $50 \mu\text{m}$ és a hozam 90%. Az ehhez változtatható két paraméter a hűtővíz térfogatárama és kristályosító térfogata. Ehhez a Matlab szolvert használtam, ahol minden stacioner állapotot összehasonlítottam. A stacioner állapot beállítását a 10^6 másodpercnél feltételeztem, hogy beáll, mert ez köszön vissza az 5. ábrán. Így a szimulációk idejét 10^6 másodpercre állítottam. A hűtővíz térfogatáramát a minimális értékről a maximális értékre állítottam 30 egyenletesen elosztott pontban, a kristályosító térfogatát manuális állítottam. Az eredményeimet 10 m^3 térfogat esetén a 6. ábra szemlélteti.



6. ábra Az egyes változók ábrázolva a hűtővíz térfogatáramának függvényében. Balról jobbra, hőmérsékletek, „részecskeszám sűrűség”, átlagos részecskeátmérő és hozam.

Az ábrázolt pontok közül, a $0,02 \text{ m}^3/\text{s}$ térfogatáramot választottam, mert ott nem csak, hogy megfelel a konverzió és az átlagos szemcseátmérő, hanem a konverzió/szemcseátmérő és a térfogatáram között közel lineáris összefüggés van, mindkét irányban.

A KÉT RENDSZER ÖSSZEKAPCSOLÁSA ÉS MIMO VIZSGÁLATA

A vizsgált kristályosítót és reaktort összekapcsoltam, a reaktorból érkező $\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$ mértékegységet egy gain block-al átváltottam a megfelelő $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ mértékegységre úgy, hogy azt a moláris tömeggel beszoroztam. A szabályozható paramétereink a B térfogatárama, a reaktor fűtővizének térfogatárama és a kristályosító hűtővizének térfogatárama. Az irányítandó paramétereink a reaktor konverziója, hőmérséklete és a kristályosító hozama.

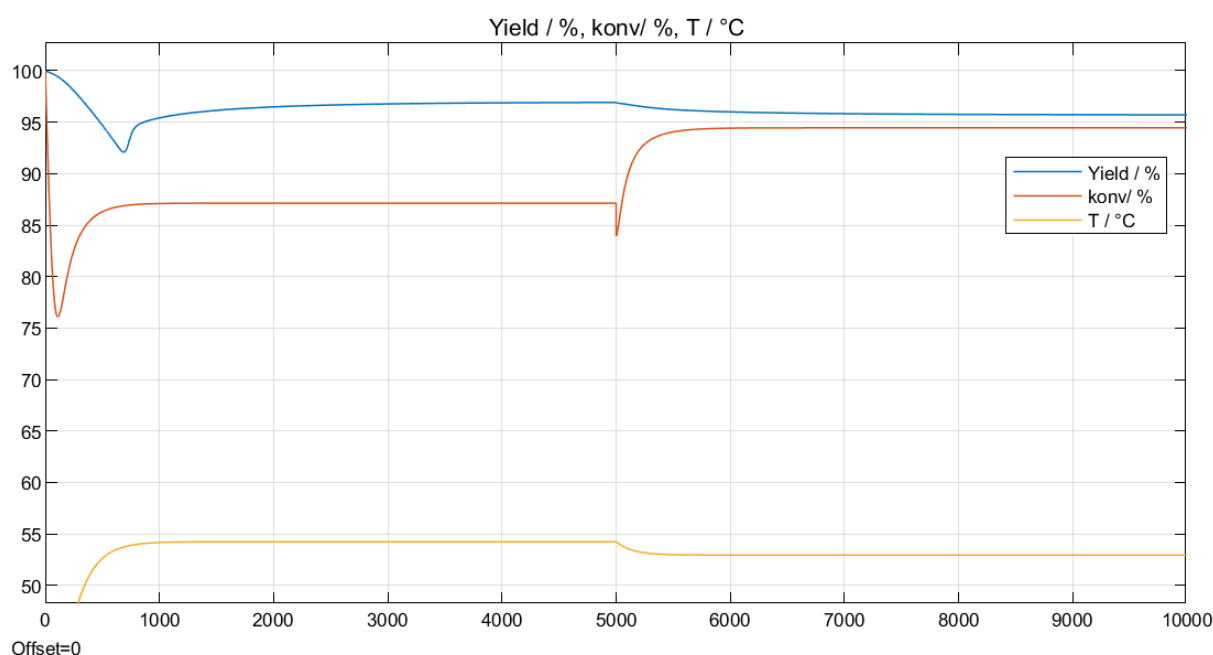
Ahogy a reaktor vizsgálatánál tettem a 2x2-es rendszernél, az outputváltozásokat a „B” térfogatáramra és a fűtővízre hasonlóak maradtak. $(\Delta FB_0 = 0,0005 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}, \Delta FH_0 = 0,01)$ Az inputváltoztatás idejét 5000s tettem, a mérési időt 10.000s-ra. Erre azért volt szükség, mert a kristályosító stationer állapotához több időre van szükség. Az átviteli függvények maradnak a reaktorban a 2. táblázat és 3. táblázat adatai maradnak az átviteli függvények egyes darabjaiként. Viszont mivel a fordított választ jelenlegi tudásom szerint nem tudtam megoldani ezért annak az időállandóját kénytelen voltam becsülni a jövőre való tekintettel.

A becslést úgy végeztem, hogy a holt időt annak az időtartamnak vettem, amikor az output mértéke visszatért a $\Delta Y = 0$ az az időpont lesz a holtidő, mintha nem létezne a fordított válasz az időállandót és erősítési tényezőt leolvasom. Így a 2. táblázat a következő módon fog kinézni.

5. táblázat A H11 a "B" térfogatáram hatását a konverzióra írja, addig a H21 a reaktor hőmérsékletére

	H11	H21
K	14658 %/(m ³ /s)	-2606 °C/(m ³ /s)
időállandó(s)	139s	149
holtidő (s)	50s	1

A B komponens térfogatáramának változtatása a következő eredménnyel szolgált, amit szemléltet a 7. ábra:



7. ábra A B térfogatáramának változtatásának befolyása a következő változókra

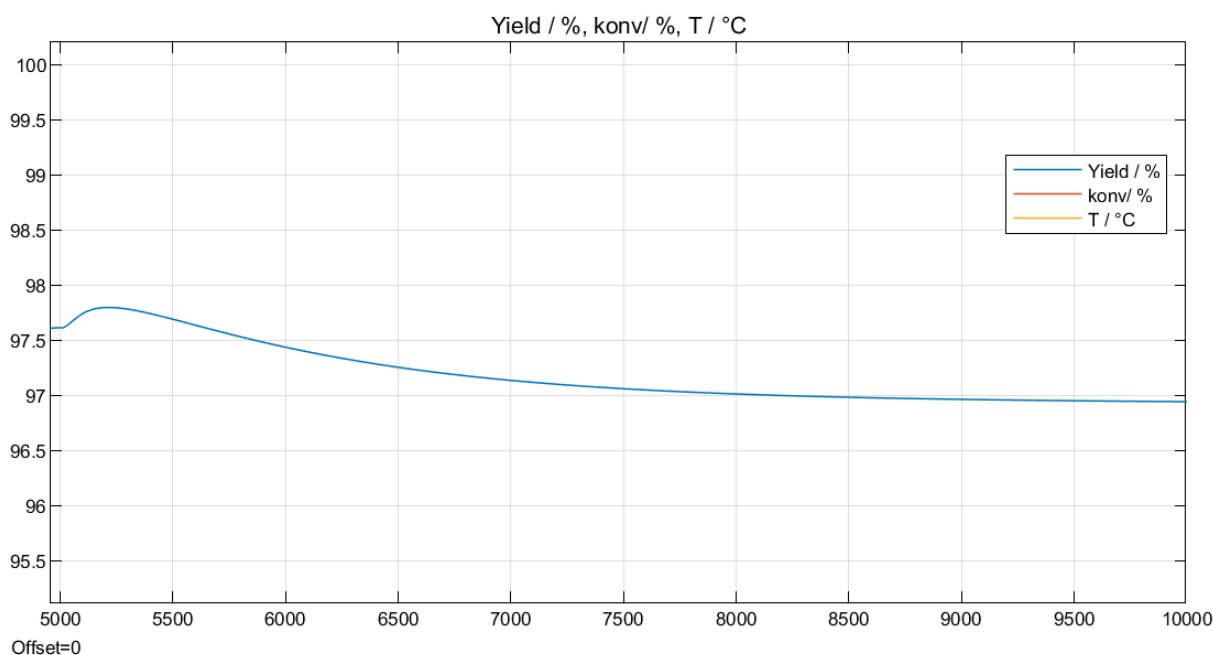
Látható, hogy a kristályosító és a B térfogatárama között nagyon lassú dinamika van, de magas holtidőt nem sikerült azonosítanom, csak folyamatos, de lassú negatív tendenciát. Így a B térfogatáram által befolyásolt outputok átviteli függvényeit összesítő táblázat a következő módon fog kinézni:

6. táblázat a B térfogatáramának hatása a konverzióra, hőmérsékletre és hozamra

	H11	H21	H31
K	14658 %/(m ³ /s)	-2606 °C/(m ³ /s)	-2412 %/(m ³ /s)
időállandó(s)	140	149	720
holtidő (s)	50	1	1

Következő lépésként a fűtőközeget változtattam, úgy, hogy a B térfogatárama $0,001 \frac{m^3}{s}$ -es a fűtőközeg térfogatáramát 0-ról $0,1 \frac{m^3}{s}$ -ra állítottam, ugyanúgy 5000s-nál.

Az eredmények ugyanazok, mint a 4. ábrán a következő ábra viszont a hozamra való hatást mutatja:



8. ábra A fűtőközeg hatása a hozamra

Megfigyelhető egy kis túllendülés, de mivel az elég kicsinek adódott az erősítési tényező így itt nem végeztem közelítést, mint a H_{31} esetében. Azért csak az erősítési tényezőt olvastam le.

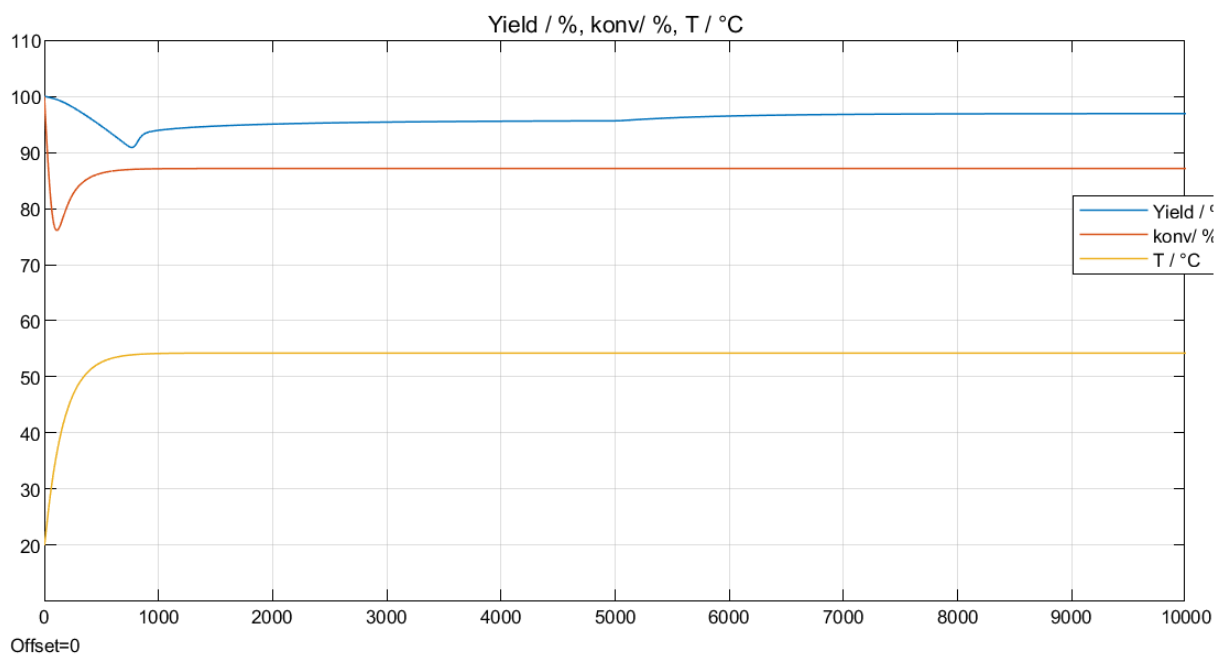
Így a fűtőközeg hatása a rendszerre a következő táblázat foglalja össze:

7. táblázat a fűtőközeg térfogatáramának befolyása a konverzióra, hőmérsékletre és hozamra

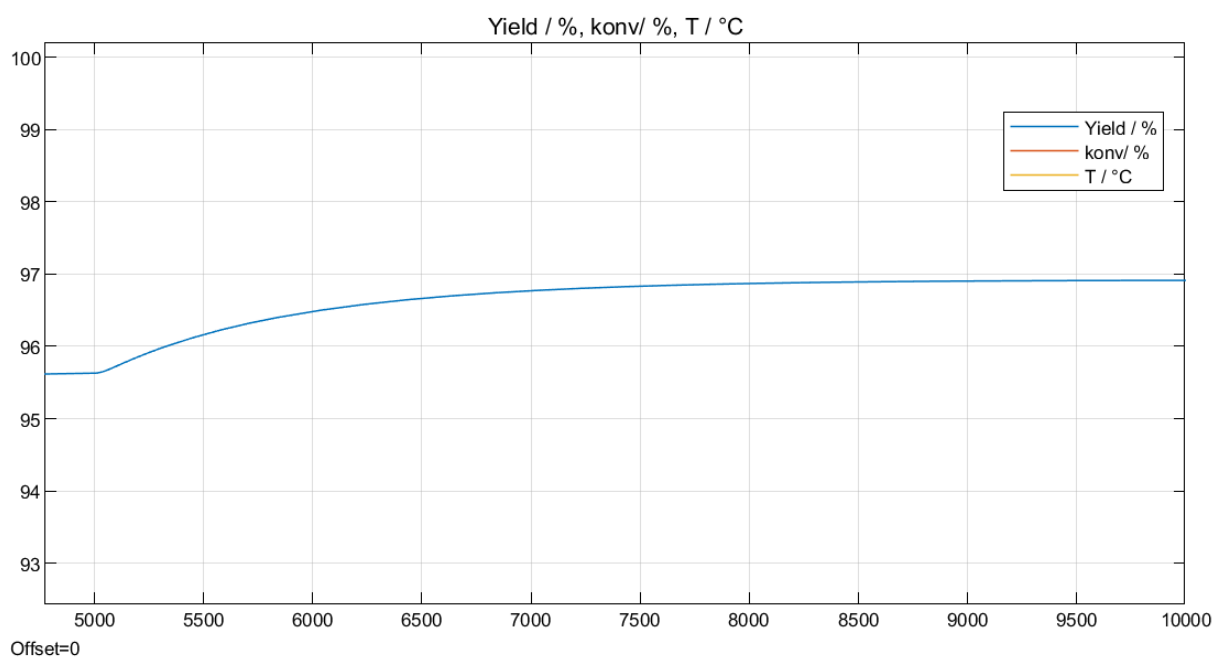
	H12	H22	H32
K	1230 %/(m ³ /s)	1930 °C/(m ³ /s)	-67 %/(m ³ /s)
időállandó(s)	175	183	-
holtidő (s)	5,4	2,6	1

A hűtővíz térfogatáramát a mostani stacioner $0,01 \frac{m^3}{s}$ -ról $0,02 \frac{m^3}{s}$ -re változtattam, ami $\Delta FH_0 = 0,01 \frac{m^3}{s}$ -nak felel meg. Az inputváltoztatást 5000secnél eszközöltem. Az eredmény a 9. ábrán látható.

Egyértelmű, hogy a reaktor konverziójára és hőmérsékletére nincsen hatással kristályosító hűtővíze, így ott az átviteli függvények = 0. A hozamra való hatást jobban szemlélteti a nagyított 10. ábra.



9. ábra A kristályosító hűtővizének hatása a hozamra, konverzióra és a reaktorhőmérsékletre



10. ábra a 9. ábra nagyítása a hozamra való hatással.

A hűtőközeg térfogatáramának hatását grafikusán határoztam meg, ahol a következő eredményeket kaptam:

8. táblázat a kristályosító hűtővízáramának hatása az egyes outputokra

	H13	H23	H33
K	0	0	129 %/(m ³ /s)
időállandó(s)	-	-	990
holtidő (s)	-	-	5

Látható és mostmár számmal is ki van fejezve, hogy a dinamika lassú a hűtőközeg és a hozam között. A teljes 3x3-as átviteli mátrix adott, ami a következő:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{14658}{140s+1} * e^{-50s} & \frac{1230}{175s+1} * e^{-5,4s} & 0 \\ -\frac{2606}{149s+1} * e^{-1s} & \frac{1930}{183s+1} * e^{-2,6s} & 0 \\ -\frac{2412}{720s+1} * e^{-1s} & -67 & \frac{129}{990s+1} * e^{-5s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix}$$

Ahol az $U_1 = F_{B0}$, $U_2 = F_{H0}$, $U_3 = F_{C0}$, $Y_1 = X$, $Y_2 = T$ és $Y_3 = Y$

Ennek a MIMO rendszernek az erősítési mátrixa a következő:

$$H = \begin{bmatrix} 14658 & 1230 & 0 \\ -2606 & 1930 & 0 \\ -2412 & -67 & 129 \end{bmatrix}$$

Ha $\Lambda = H' * (H^{-1})^T$, akkor:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0,8982 & 0,1018 & 0 \\ 0,1018 & 0,8982 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A számítást a Matlab segítségével végeztem és a következő parancsot írtam be:

ALFA = H.*(inv(H))'

A 3*3-AS MIMO RENDSZER SZABÁLYOZÁSA

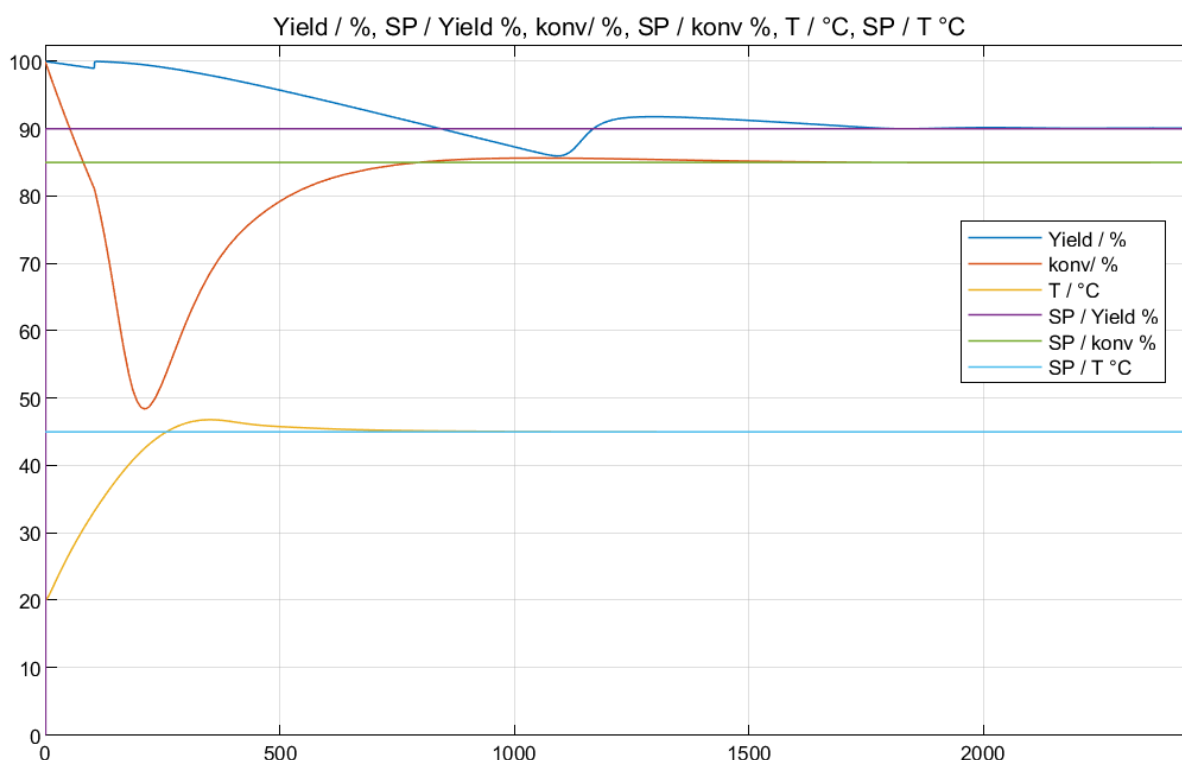
Az 3x3-as RGA után megállapíthatóak, hogy mely outputot fogunk mely inputtal szabályozni. A kötések a következők lesznek, A B térfogatárama <-> konverzió, a fűtőközeg térfogatárama <-> reaktor hőmérséklete és a kristályosító hűtőközege <-> hozam.

Első alkalomra az IMC- λ hangolási módszer használtam [6], ahol a λ értékét az időállandó felének vettem. Így a következő PI szabályozó paramétereit kaptam:

9. táblázat Az egyes input - output kötések PID hangolási eredményei

	B térf <-> konverzió	Fűtőközeg térf <-> reaktor hőm	Hűtőközeg <-> hozam
PI(D) neve	1	2	3
P	2,03215E-05	0,001007637	0,015348837
I	140	183	990
$\lambda =$	3*időállandó	0,5*időállandó	0,5*időállandó

A fent említett fordított válasz miatt az 1-es PI(D)ben a szabályozást „butítanom” kellett, így abban az $\lambda = 3*$ időállandó-nak vettem, így az 1-es PIDnek az erősítési tényezője: 2,03215E-05-nek adódott. A következő szabályozást sikerült elérnem, amit a 11. ábra szemléltet:



11. ábra Az egyes outputok értékei az időfüggvényében, és a setpoint értékek

A setpointokat a feladat leírása szerint állítottam be, reaktor hőmérséklet = 45°C , konverzió = 0,85 és a hozam = 0,9. A feladat leírása szerint meg kellett figyelni, hogy a rendszer hogyan reagál zavarásra, az első zavarás, amit eszközöltem, az a reaktor fűtőközegének + 10°C való emelkedése 3600s időpontban, a kristályosító hűtőközegének hőmérséklet csökkenése 10 °C-al 7200s-ban és az „A” komponens koncentrációjának kiugrása 30%-al 10800s időpontban. A mérést 20.000 s -ra állítottam.

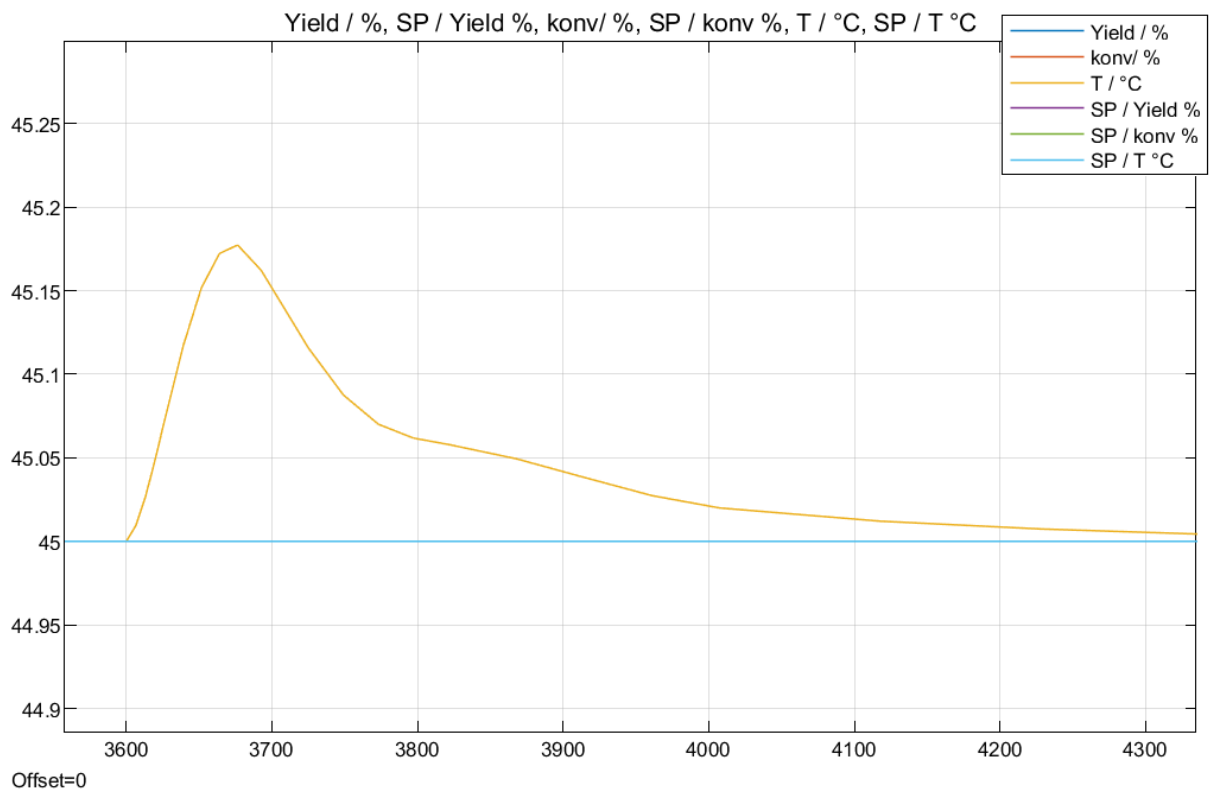
Az első zavarás a fűtőközegre, nagyon kicsi hatást ért el a köpeny hőmérsékletre, így a konverzióra és a hozamra is. Ezt megjeleníti a 12. ábra. Ennek több oka lehet, amit szemléltet a már említett hőmérleg egyenlet:

$$\frac{dT_C}{dt} = \frac{F_C^0}{V_C} (T_C^0 - T_C) + \frac{UA}{\rho_C c_p V_C} (T - T_C)$$

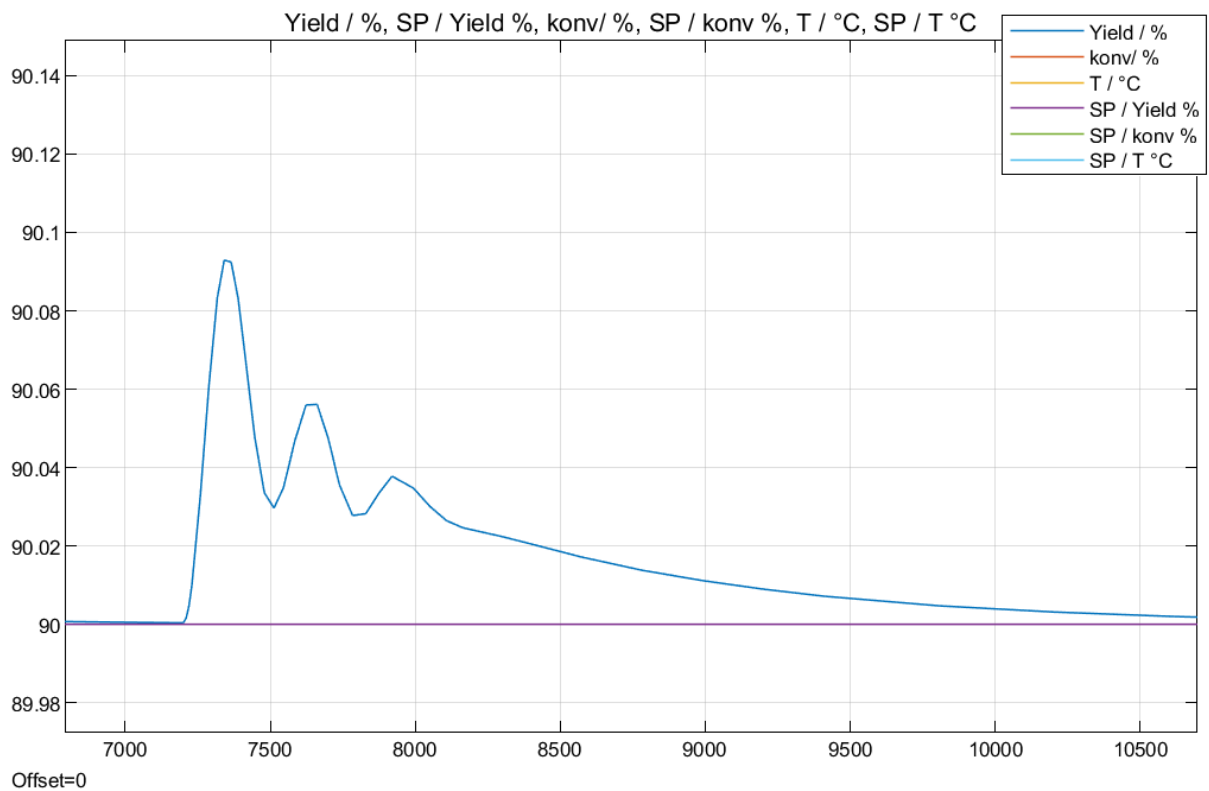
Hogyha T_C^0 hirtelen változik, azonban a baloldali tag értéke elég nagy marad akkor a rendszer elég lomhán változik erre a hőmérsékletváltozásra. A baloldali tag áll a köpeny és a reaktor között fellépő hajtóerőből, ami látszik a 1. ábrán, hogy elég magas.

A következő inputzavarás a hűtőközeg hőmérsékletcsökkenése 10 fokkal a 7200s-ban, ami szintén nem okozott nagy kilengést a hozamban. Viszont a szabályozás nehezen állt vissza az SP értékére. Ez látható a 13. ábrán. A kicsi kilengés oka az előzőekkel ellentétben a magas $\frac{U \cdot A}{\rho \cdot c_p \cdot V}$ – nek kell lennie, mert a hajtóerő ugyanis viszonylag alacsony, amit a 6. ábrán láthatunk.

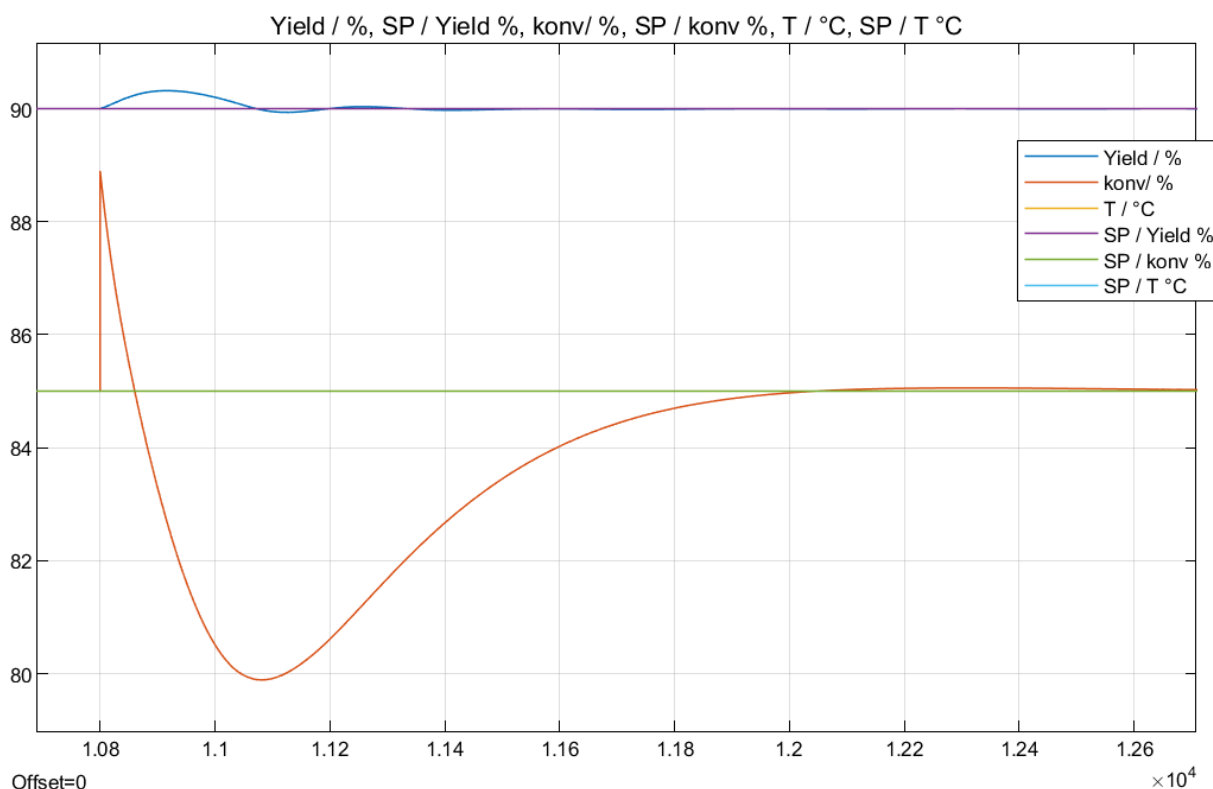
A legrosszabb eredményt az „A” komponens koncentráció zavarása okozta, itt az 1-es PI(D) rosszul teljesített, mind a hozamba és konverzióba „belerúgott” 14. ábra:



12. ábra A 3600s-nál történő fűtőközeg hőmérsékletváltozására adott válasz.



13. ábra A hűtőközeg inputzavarásra adott válasza hozamnak

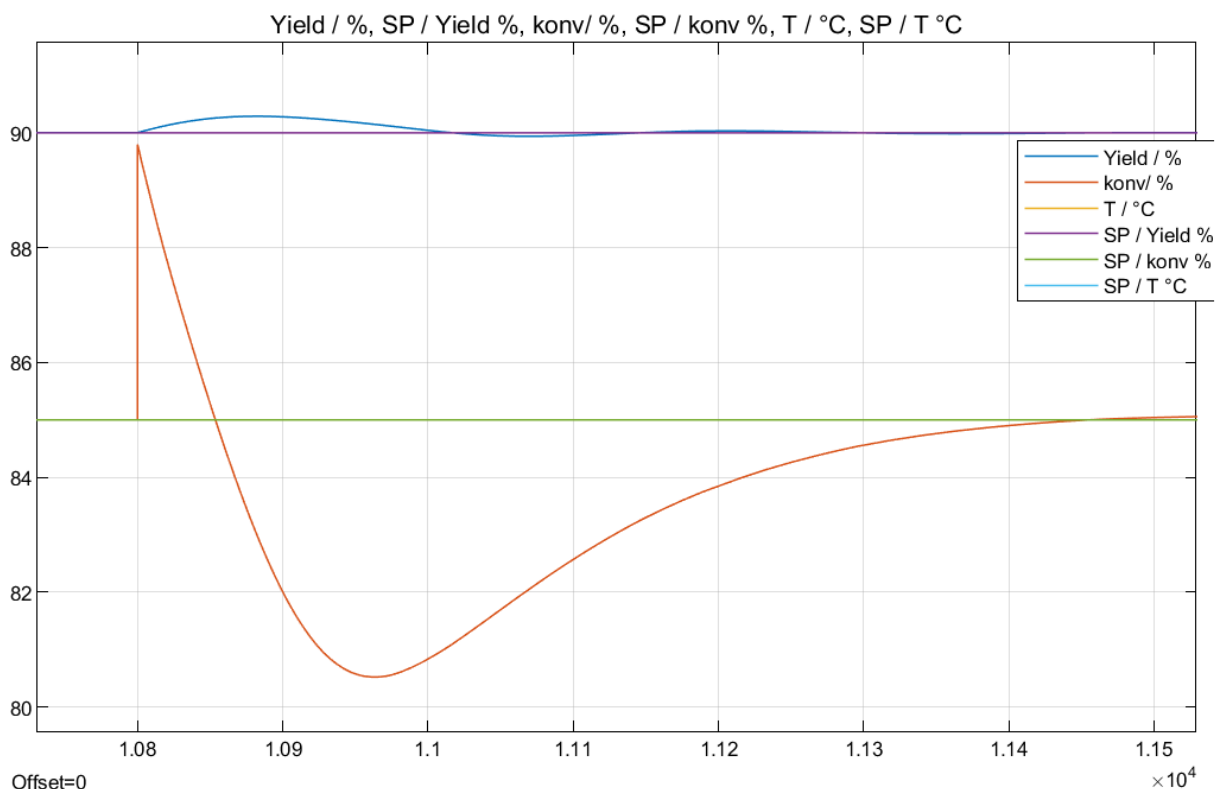


14. ábra Az "A" komponens koncentráció zavarásának hatása a hozamra és konverzióra

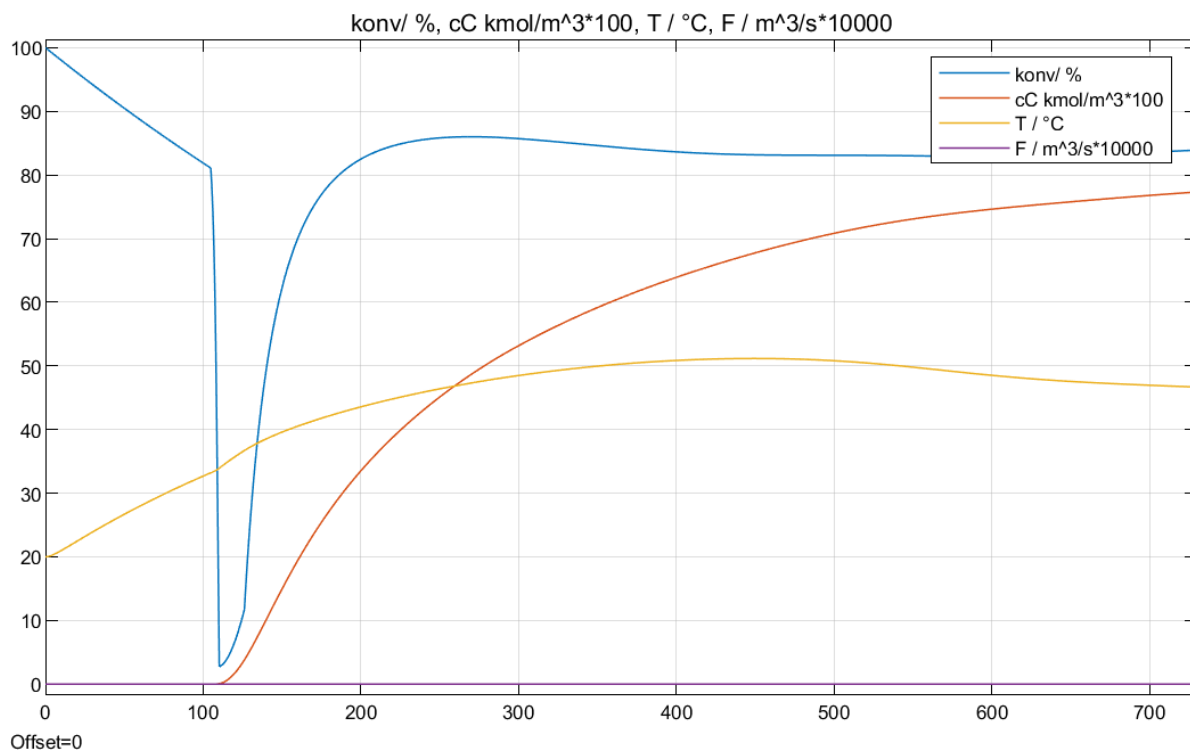
Amíg a kívánt értéket újra elérjük 20 perc telik el, továbbá egy felső kilengést is láthatunk. Igyekeztem ezt a problémát megoldani egy statikus előrecsatoló szabályozással, ami rosszabb eredményeket produkált, ahol a kilengés egészen a 75% konverzióig esett.

A következő lépés az volt, hogy a szabályozó beállítását tettem agresszívebbé, tehát az λ = értékét 1*időállandónak választottam, így a $K_c = 5E-05$ nek adódott, ami jobb reakciót biztosított, az előbbi beállításánál 15. ábra:

Meglepő módon gyorsabban tudjuk elérni az SP értéket is 16. ábra. Azonban a konverzió értéke kileng jóval nagyobb mértékben, ennek fontos szempontja lehet, ha a reakció valamilyen hőhatással jár, azonban a mi példánkban nincs hőhatása a reakciónak (nem endoterm vagy exoterm), így ennek nagy fontosságot nem tulajdonítottam.



15. ábra agresszívabb 1. PI(D) reakciója a zavarásra



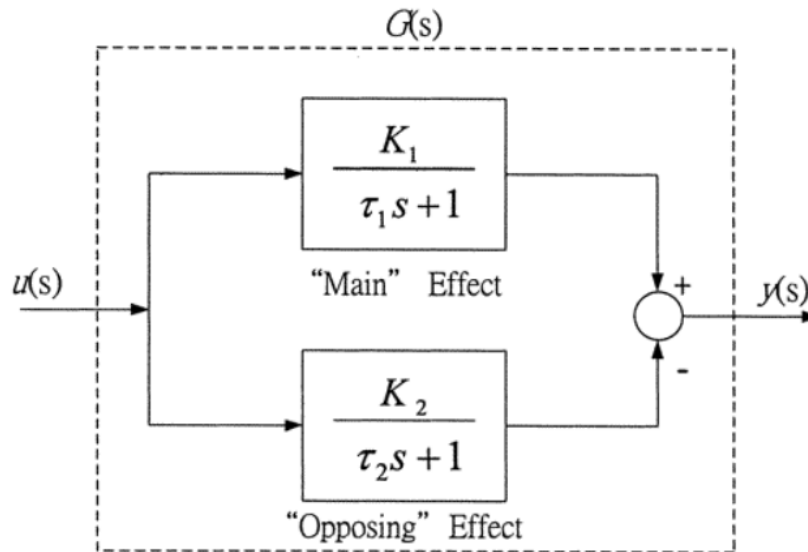
16. ábra agresszívabb 1. PI(D) SP elérésének ideje csökken

AZ ELSŐ PI(D) SZABÁLYZÓ FANMADE FEJEZETE:

A PI(D) szabályzónál egy igen erős egyszerűsítéssel éltem amikor azonosítottam az FOPDT-t a „B” térfogatárama és a konverzió közötti átviteli függvényt. Azonban ezt igyekeztem, vagy

megalapozni vagy cáfolni, ugyanis erre utaló papírt nem olvastam csak egy megérzés szerint cselekedtem. A megérzésemhez talán a leközelebb ez a forrás áll [3].

Egy fordított választ adó rendszer, szétbontható kettő másik átviteli függvényre: [5]



17. ábra Egy fordított választ adó rendszer hatásábrája

Egy negatív irányba tolóba, és egy pozitívban, a mi helyzetünkben a negatív irányba toló átviteli függvény dinamikája sokkal gyorsabb $\cong 0s$, de az erősítési tényezője kisebb, mint a pozitív hatása (lásd 7. ábra).

Így azonosítottam a két rendszert külön, külön (ez az azért volt könnyű grafikusan meghatározni mert egyértelműen elválaszthatóak, mert a negatív hatás dinamikája brutálisan sokkal gyorsabb).

Így a két rendszert azonosítani tudtam szintúgy, az eddig módszerekkel:

10. táblázat A két részfolyamatra bontott H11 átviteli függvény

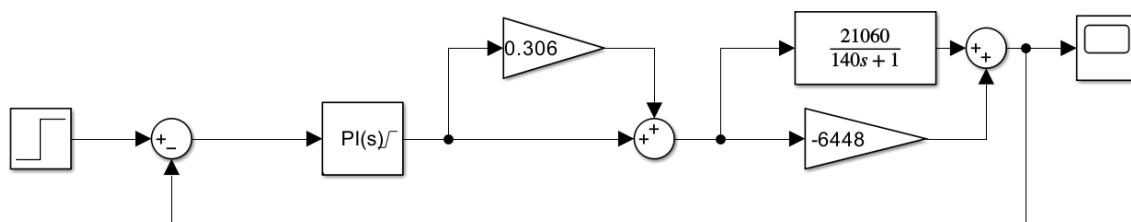
	H pozitív	H negatív
K	21060 %/(m ³ /s)	-6448 %/(m ³ /s)
időállandó(s)	140	0
holtidő (s)	1	0

Jól látszik, hogy a H pozitív esetén maradt a 140 s, továbbá a H negatív + H pozitív erősítési tényezőinek összege, az én általam becsült H11 erősítési tényezőjét adja. A következőkben a H pozitívot vettem irányítandó rendszernek, míg a H negatív-at zavarásnak vettem.

Így egy statikus előre csatoló szabályozó egyenlete a következő:

$$G(s) = -\frac{H_{negatív}}{H_{pozitív}} = -\frac{-6448}{2106} = 0.306$$

Ami szimplán a PI(D) szabályozó erősítési tényezőjének erősítését jelentené, egy ilyen hatásában:



18. ábra A megvalósított FCC kötés elméleti hatásábrája

Így összetudtam vetni az én általam becsült hangolási eredményeket, egy még mindig pontatlan megközelítéssel, de létező hangolási módszerrel, amit a következő táblázat összefoglal:

11. táblázat Az én általam becsült paraméterek általi hangolás beállítás vs az FCC

λ	Ben method K_c	FCC $K_c \cdot (1+G)$	Különbség
0,5*időállandó	7,95925E-05	0,000122296	35%
1*időállandó	5,02689E-05	6,15816E-05	18%
2*időállandó	2,89427E-05	3,09004E-05	6%
3*időállandó	2,03215E-05	2,06247E-05	1%

Jól látható, hogy annál nagyobb alfák felé tartunk a különbség már elhanyagolható. Azonban az én általam felvetett közelítés. heurisztikus, emiatt erősen nem ajánlott, azonban most bizonyítottan hasonló eredményeket kaptam, mintha az elejétől fogva egy FCC-vel kaptam volna.

ÖSSZEGZÉS:

A gyakorlat során a mérleg differenciálegyenletekkel megvalósítottuk a reaktor és egy kristályosító modelljét, amiket simulinkbe ültetéssel összetudtunk kötni és két egymásra reagáló rendszert kaptunk. Ezek szabályozását megvalósítottuk PID szabályozókkal, aminek input <-> output összekötését az RGA mátrix alapján állapítottunk meg. Az átviteli függvényeket a FOPDT közelítéssel állapítottam meg. Ezek alapján tudtam az IMC- λ hangolást használni, és zavarásra is igen jól reagáló szabályozó rendszert megalkotni.

Továbbá az egyik közelítésemet (H11) alátámasztottam egy másik szabályozási módszerrel, hogy az is hasonló eredményeket ad, sőt jóval enyhébb szabályozást biztosított az én módszerem.

FELHASZNÁLT IRODALOM:

- [1] N. A. F. Senan, „A brief introduction to using ode45 in MATLAB”.
- [2] J.-C. Jeng és S.-W. Lin, „Robust Proportional-Integral-Derivative Controller Design for Stable/Integrating Processes with Inverse Response and Time Delay”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, köt. 51, sz. 6, o. 2652–2665, febr. 2012, doi: 10.1021/ie201449m.
- [3] W. L. Luyben, „Identification and Tuning of Integrating Processes with Deadtime and Inverse Response”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, köt. 42, sz. 13, o. 3030–3035, jún. 2003, doi: 10.1021/ie020935j.
- [4] M. Irshad és A. Ali, „Optimal tuning rules for PI/PID controllers for inverse response processes”, *IFAC-PapersOnLine*, köt. 51, sz. 1, o. 413–418, jan. 2018, doi: 10.1016/j.ifacol.2018.05.063.
- [5] I.-L. Chien, Y.-C. Chung, B.-S. Chen, és C.-Y. Chuang, „Simple PID Controller Tuning Method for Processes with Inverse Response Plus Dead Time or Large Overshoot Response

Plus Dead Time”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, köt. 42, sz. 20, o. 4461–4477, okt. 2003, doi: 10.1021/ie020726z.

- [6] jfischer, „Fundamentals of lambda tuning”, *Control Engineering*. Elérés: 2024. december 1. [Online]. Elérhető: <https://www.controleng.com/articles/fundamentals-of-lambda-tuning/>