Упорядоченные выборки, с повторениями и без

Владимир Подольский

Факультет компьютерных наук, Высшая Школа Экономики

Упорядоченные выборки

Количество слов

Язык множеств для последовательностей

Автомобильные номера

Выбор с ограничениями

Перестановки

Количество различных паролей

Задача

Сколько существует различных паролей, состоящих из пяти строчных латинских букв (всего латинских букв 26)?

Количество различных паролей

Задача

Сколько существует различных паролей, состоящих из пяти строчных латинских букв (всего латинских букв 26)?

- Оказывается, что для решения этой задачи достаточно знать правило произведения

Количество различных паролей

Задача

Сколько существует различных паролей, состоящих из пяти строчных латинских букв (всего латинских букв 26)?

- Оказывается, что для решения этой задачи достаточно знать правило произведения
- Но мы должны его применять последовательно шаг за шагом

Количество различных паролей

- Начнем с подсчета паролей из одной буквы

*

Количество различных паролей

- Начнем с подсчета паролей из одной буквы
- Ясно, что их 26

*

Количество различных паролей

- Начнем с подсчета паролей из одной буквы
- Ясно, что их 26
- А что с двухбуквенными паролями?

*   *

Количество различных паролей

- Начнем с подсчета паролей из одной буквы
- Ясно, что их 26
- А что с двухбуквенными паролями?
- Теперь мы можем выбрать каждую из букв 26 способами

26 26

* *

Количество различных паролей

- Начнем с подсчета паролей из одной буквы
- Ясно, что их 26
- А что с двухбуквенными паролями?
- Теперь мы можем выбрать каждую из букв 26 способами
- Применяем правило произведения, получаем 676 вариантов

$$\underset{*}{26} \times \underset{*}{26} = 676$$

Количество различных паролей

- Перейдем к случаю трехбуквенных паролей

$*\quad *\quad *$

Количество различных паролей

- Перейдем к случаю трехбуквенных паролей
- Мы уже знаем, что первые две буквы можно выбрать 676 способами

$$\begin{array}{ccc} \multicolumn{2}{c}{676} & \\ \boxed{* \quad *} & & * \end{array}$$

Количество различных паролей

- Перейдем к случаю трехбуквенных паролей
- Мы уже знаем, что первые две буквы можно выбрать 676 способами
- Третью букву можно выбрать вновь 26 способами

$$676 \times 26$$

$$\boxed{*\quad *}\quad *$$

Количество различных паролей

- Перейдем к случаю трехбуквенных паролей
- Мы уже знаем, что первые две буквы можно выбрать 676 способами
- Третью букву можно выбрать вновь 26 способами
- И мы снова применяем правило произведения!

$$676 \times 26$$

$$\boxed{*\quad *}\quad *$$

Количество различных паролей

- Перейдем к случаю трехбуквенных паролей
- Мы уже знаем, что первые две буквы можно выбрать 676 способами
- Третью букву можно выбрать вновь 26 способами
- И мы снова применяем правило произведения!
- Получаем 17 576 вариантов

$$\underbrace{676}_{\boxed{*\quad *}} \times \underbrace{26}_{*} = 17\,576$$

Количество различных паролей

- Точно также мы можем продолжать и дальше

$$26 \times 26 \times 26$$

$$* \quad * \quad * \quad * \quad *$$

Количество различных паролей

- Точно также мы можем продолжать и дальше

$$26 \times 26 \times 26 \times 26$$

$$* \quad * \quad * \quad * \quad *$$

Количество различных паролей

- Точно также мы можем продолжать и дальше

$$26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26$$

$$* \quad * \quad * \quad * \quad *$$

Количество различных паролей

- Точно также мы можем продолжать и дальше
- В итоге получаем 11 881 376 способов составить пароль из 5 букв

$$26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 = 11\,881\,376$$

$$* \quad * \quad * \quad * \quad *$$

Упорядоченные выборки с повторениями

Задача

Пусть у нас есть множество из n символов. Сколько различных последовательностей длины k можно составить из этих символов?

Такие последовательности обычно называются словами или упорядоченными выборками с повторениями

Упорядоченные выборки с повторениями

Задача

Пусть у нас есть множество из n символов. Сколько различных последовательностей длины k можно составить из этих символов?

Такие последовательности обычно называются словами или упорядоченными выборками с повторениями

- Мы можем применить те же рассуждения

Упорядоченные выборки с повторениями

Задача

Пусть у нас есть множество из n символов. Сколько различных последовательностей длины k можно составить из этих символов?

Такие последовательности обычно называются словами или упорядоченными выборками с повторениями

- Мы можем применить те же рассуждения
- Есть n способов выбрать первую букву

Упорядоченные выборки с повторениями

Задача

Пусть у нас есть множество из n символов. Сколько различных последовательностей длины k можно составить из этих символов?

Такие последовательности обычно называются словами или упорядоченными выборками с повторениями

- Мы можем применить те же рассуждения
- Есть n способов выбрать первую букву
- Выбор каждой следующей буквы увеличивает количество последовательностей в n раз

Упорядоченные выборки с повторениями

Задача

Пусть у нас есть множество из n символов. Сколько различных последовательностей длины k можно составить из этих символов?

Такие последовательности обычно называются словами или упорядоченными выборками с повторениями

- Мы можем применить те же рассуждения
- Есть n способов выбрать первую букву
- Выбор каждой следующей буквы увеличивает количество последовательностей в n раз
- Количество последовательностей равно числу n, умноженному само на себя k раз, то есть n^k

Упорядоченные выборки

Количество слов

Язык множеств для последовательностей

Автомобильные номера

Выбор с ограничениями

Перестановки

Декартово произведение

- Для последовательностей есть обозначения на языке множеств

Декартово произведение

- Для последовательностей есть обозначения на языке множеств
- Пусть нам даны два множества A и B

Декартово произведение

- Для последовательностей есть обозначения на языке множеств
- Пусть нам даны два множества A и B
- Через $A \times B$ мы обозначаем множество всех пар (a, b), где $a \in A$ и $b \in B$

Декартово произведение

- Для последовательностей есть обозначения на языке множеств
- Пусть нам даны два множества A и B
- Через $A \times B$ мы обозначаем множество всех пар (a, b), где $a \in A$ и $b \in B$
- Множество $A \times B$ называется декартовым произведением множеств A и B

Декартово произведение

- Если A и B конечны, то количество элементов в $A \times B$ равно $|A| \cdot |B|$

Декартово произведение

- Если A и B конечны, то количество элементов в $A \times B$ равно $|A| \cdot |B|$
- Другими словами, $|A \times B| = |A| \cdot |B|$

Декартово произведение

- Если A и B конечны, то количество элементов в $A \times B$ равно $|A| \cdot |B|$
- Другими словами, $|A \times B| = |A| \cdot |B|$
- Это просто переформулировка правила произведения на языке множеств

Декартово произведение

- В общем виде, пусть у нас есть множества $A_1, A_2, \ldots, A_k$

Декартово произведение

- В общем виде, пусть у нас есть множества $A_1, A_2, \ldots, A_k$
- Через $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_k$ мы обозначаем множество всех последовательностей $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$, где $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$ и так далее

Декартово произведение

- В общем виде, пусть у нас есть множества $A_1, A_2, \ldots, A_k$
- Через $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_k$ мы обозначаем множество всех последовательностей $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$, где $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2$ и так далее
- Множество $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_k$ называется декартовым произведением множеств $A_1, A_2, \ldots, A_k$

Декартово произведение

- В случае $A_1 = A_2 = \ldots = A_k$ удобно сокращать обозначение до A^k

Декартово произведение

- В случае $A_1 = A_2 = \ldots = A_k$ удобно сокращать обозначение до A^k
- Другими словами, множество последовательностей длины k, в которых каждый символ выбирается из множества A, обозначается A^k

Декартово произведение

- Мы видели в прошлом видео, что для конечного множества A
$$|A^k| = |A|^k$$

Декартово произведение

- Мы видели в прошлом видео, что для конечного множества A

$$|A^k| = |A|^k$$

- На самом деле, полностью аналогично можно показать, что для конечных $A_1, A_2, \ldots, A_k$

$$|A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_k| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \ldots \cdot |A_k|$$

Декартово произведение

- Мы видели в прошлом видео, что для конечного множества A

$$|A^k| = |A|^k$$

- На самом деле, полностью аналогично можно показать, что для конечных $A_1, A_2, \ldots, A_k$

$$|A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_k| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \ldots \cdot |A_k|$$

- Мы увидим пример в следующем видео

Слова в анализе данных

- Слова встречаются в анализе данных очень часто

Слова в анализе данных

- Слова встречаются в анализе данных очень часто
- Пусть в наших данных есть признаки «марка машины», «модель телефона», «профессия»

Слова в анализе данных

- Слова встречаются в анализе данных очень часто
- Пусть в наших данных есть признаки «марка машины», «модель телефона», «профессия»
- Тогда каждый человек кодируется в наших данных словом

Слова в анализе данных

- Слова встречаются в анализе данных очень часто
- Пусть в наших данных есть признаки «марка машины», «модель телефона», «профессия»
- Тогда каждый человек кодируется в наших данных словом
- Например,
  (УАЗ Хантер, Nokia 3310, егерь)
  может быть объектом в наших данных

Упорядоченные выборки

Количество слов

Язык множеств для последовательностей

Автомобильные номера

Выбор с ограничениями

Перестановки

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Теперь мы готовы обсудить обещанный пример

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Теперь мы готовы обсудить обещанный пример
- Автомобильные номера: 3 цифры, 3 буквы; 78 код региона

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Теперь мы готовы обсудить обещанный пример
- Автомобильные номера: 3 цифры, 3 буквы; 78 код региона
- Возможности: 10 вариантов цифр, 12 вариантов букв (используются только те буквы, которые похожи на аналогичные латинские)

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Теперь мы готовы обсудить обещанный пример
- Автомобильные номера: 3 цифры, 3 буквы; 78 код региона
- Возможности: 10 вариантов цифр, 12 вариантов букв (используются только те буквы, которые похожи на аналогичные латинские)
- Сколько возможных номеров есть для каждого региона?

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Каждую цифру можно выбрать 10 способами

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Каждую цифру можно выбрать 10 способами
- Так что последовательность цифр можно выбрать $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ способами

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Каждую цифру можно выбрать 10 способами
- Так что последовательность цифр можно выбрать $10 \times 10 \times 10 =$ 1 000 способами
- Каждую букву можно выбрать 12 способами

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Каждую цифру можно выбрать 10 способами
- Так что последовательность цифр можно выбрать $10 \times 10 \times 10 =$ 1 000 способами
- Каждую букву можно выбрать 12 способами
- Так что последовательность цифр можно выбрать $12 \times 12 \times 12 =$ 1 728 способами

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Каждую цифру можно выбрать 10 способами
- Так что последовательность цифр можно выбрать $10 \times 10 \times 10 =$ 1 000 способами
- Каждую букву можно выбрать 12 способами
- Так что последовательность цифр можно выбрать $12 \times 12 \times 12 =$ 1 728 способами
- Всего получается 1 728 000 номеров для региона

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Получается 1 728 000 номеров для региона

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Получается 1 728 000 номеров для региона
- Это оценка сверху: не все комбинации букв и цифр используются

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Получается 1 728 000 номеров для региона
- Это оценка сверху: не все комбинации букв и цифр используются
- Достаточно ли этого?

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Получается 1 728 000 номеров для региона
- Это оценка сверху: не все комбинации букв и цифр используются
- Достаточно ли этого?
- Не всегда: например, в Москве зарегистрировано около 5 600 000 автомобилей (на 2016 год)

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Как решается эта проблема?

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Как решается эта проблема?
- Для одного региона вводится несколько кодов региона

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Как решается эта проблема?
- Для одного региона вводится несколько кодов региона
- В Москве их девять

Автомобильные номера

wikimedia.org

- Как решается эта проблема?
- Для одного региона вводится несколько кодов региона
- В Москве их девять
- Потребовались трехзначные коды региона

Упорядоченные выборки

Количество слов

Язык множеств для последовательностей

Автомобильные номера

Выбор с ограничениями

Перестановки

Выбор с ограничениями

- Мы видели как с помощью правила произведения можно посчитать количество слов заданной длины в заданном алфавите

Выбор с ограничениями

- Мы видели как с помощью правила произведения можно посчитать количество слов заданной длины в заданном алфавите
- Но правило произведения позволяет подсчитывать и другие объекты

Числа с ровно одной цифрой 7

Задача

Сколько существует целых чисел от 0 до 9999, в которых есть ровно одна цифра 7?

Числа с ровно одной цифрой 7

Задача

Сколько существует целых чисел от 0 до 9999, в которых есть ровно одна цифра 7?

- Числа от 0 до 9999 — это последовательности цифр длины 4

Числа с ровно одной цифрой 7

Задача

Сколько существует целых чисел от 0 до 9999, в которых есть ровно одна цифра 7?

- Числа от 0 до 9999 — это последовательности цифр длины 4
- Трехзначные числа соответствуют последовательностям, начинающимся с нуля 0

Числа с ровно одной цифрой 7

$$* \quad * \quad * \quad *$$

- Мы можем поместить единственную цифру 7 на любую из 4 позиций

Числа с ровно одной цифрой 7

* * * *

- Мы можем поместить единственную цифру 7 на любую из 4 позиций
- Это дает 4 случая; если мы посчитаем количество последовательностей в каждом из 4 случаев, мы сможем найти ответ по правилу суммы

Числа с ровно одной цифрой 7

$$* \quad 7 \quad * \quad *$$

- Мы можем поместить единственную цифру 7 на любую из 4 позиций
- Это дает 4 случая; если мы посчитаем количество последовательностей в каждом из 4 случаев, мы сможем найти ответ по правилу суммы
- Рассмотрим один из случаев

Числа с ровно одной цифрой 7

$$* \quad 7 \quad * \quad *$$

- Мы можем поместить единственную цифру 7 на любую из 4 позиций
- Это дает 4 случая; если мы посчитаем количество последовательностей в каждом из 4 случаев, мы сможем найти ответ по правилу суммы
- Рассмотрим один из случаев
- Каждую из оставшихся цифр можно выбрать 9 способами! (цифра 7 запрещена)

Числа с ровно одной цифрой 7

$$* \quad 7 \quad * \quad *$$

- Значит в этом случае получается $9 \times 9 \times 9 = 729$ чисел

Числа с ровно одной цифрой 7

$* \quad * \quad * \quad *$

- Значит в этом случае получается $9 \times 9 \times 9 = 729$ чисел
- И во всех остальных случаях тоже!

Числа с ровно одной цифрой 7

$* \quad * \quad * \quad *$

- Значит в этом случае получается $9 \times 9 \times 9 = 729$ чисел
- И во всех остальных случаях тоже!
- Всего у нас 4 случая, так что всего есть $4 \times 729 = 2\,916$ чисел меньших 10 000 с ровно одной цифрой 7

Числа с ровно одной цифрой 7

$* \quad * \quad * \quad *$

- Значит в этом случае получается $9 \times 9 \times 9 = 729$ чисел
- И во всех остальных случаях тоже!
- Всего у нас 4 случая, так что всего есть $4 \times 729 = 2\,916$ чисел меньших 10 000 с ровно одной цифрой 7
- Это меньше 1/3, но больше 1/4 всех четырехзначных чисел

Числа с ровно одной цифрой 7

$* \quad * \quad * \quad *$

- Значит в этом случае получается $9 \times 9 \times 9 = 729$ чисел
- И во всех остальных случаях тоже!
- Всего у нас 4 случая, так что всего есть $4 \times 729 = 2\,916$ чисел меньших $10\,000$ с ровно одной цифрой 7
- Это меньше 1/3, но больше 1/4 всех четырехзначных чисел
- Оценили вероятность получить число с ровно одной цифрой 7 при выборе числа $< 10\,000$ “случайно”

Упорядоченные выборки

Количество слов

Язык множеств для последовательностей

Автомобильные номера

Выбор с ограничениями

Перестановки

Перестановки

- Мы обсудили как подсчитывать количество слов

Перестановки

- Мы обсудили как подсчитывать количество слов
- Теперь мы готовы перейти ко второй стандартной комбинаторной постановке: перестановкам

Перестановки

Задача

Пусть у нас есть алфавит из n символов. Сколько есть различных слов длины k в этом алфавите, в которых никакой символ не повторяется дважды?

- Слова длины k без повторений букв называются k-перестановками

Перестановки

Задача

Пусть у нас есть алфавит из n символов. Сколько есть различных слов длины k в этом алфавите, в которых никакой символ не повторяется дважды?

- Слова длины k без повторений букв называются k-перестановками
- Легко видеть, что если $n < k$, то k-перестановок нет: нам просто не хватит букв в алфавите

Перестановки

Задача

Пусть у нас есть алфавит из n символов. Сколько есть различных слов длины k в этом алфавите, в которых никакой символ не повторяется дважды?

- Слова длины k без повторений букв называются k-перестановками
- Легко видеть, что если $n < k$, то k-перестановок нет: нам просто не хватит букв в алфавите
- Так что достаточно решить задачу для случая $k \leq n$

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \end{array}$$

- Применим правило произведения (опять!)

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & & & & \end{array}$$

- Применим правило произведения (опять!)
- Первую букву можно выбрать n способами

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & & & & \end{array}$$

- Применим правило произведения (опять!)
- Первую букву можно выбрать n способами
- Сколько есть способов выбрать вторую букву?

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & & & & \end{array}$$

- Применим правило произведения (опять!)
- Первую букву можно выбрать n способами
- Сколько есть способов выбрать вторую букву?
- Мы можем выбрать ее любой, кроме уже занятой буквы на первой позиции

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & & & \end{array}$$

- Применим правило произведения (опять!)
- Первую букву можно выбрать n способами
- Сколько есть способов выбрать вторую букву?
- Мы можем выбрать ее любой, кроме уже занятой буквы на первой позиции
- Первая буква может быть любой, но в любом случае вторую букву можно выбрать $n-1$ способом!

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & & & \end{array}$$

- Так что первую и вторую букву можно выбрать $n \times (n-1)$ способами

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & n-2 & & \end{array}$$

- Так что первую и вторую букву можно выбрать $n \times (n-1)$ способами
- Далее, третью букву можно выбрать $n-2$ способами: доступны все буквы, кроме уже занятых на первых двух позициях

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & n-2 & \dots & \end{array}$$

- Так что первую и вторую букву можно выбрать $n \times (n-1)$ способами
- Далее, третью букву можно выбрать $n-2$ способами: доступны все буквы, кроме уже занятых на первых двух позициях
- И так далее; для каждой следующей буквы вариантов на один меньше

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & n-2 & \ldots & n-k+1 \end{array}$$

- Так что первую и вторую букву можно выбрать $n \times (n-1)$ способами
- Далее, третью букву можно выбрать $n-2$ способами: доступны все буквы, кроме уже занятых на первых двух позициях
- И так далее; для каждой следующей буквы вариантов на один меньше
- Для последней буквы останется $n-k+1$ вариантов

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n{-}1 & n{-}2 & \ldots & n{-}k{+}1 \end{array}$$

- Всего мы получили $n \times (n{-}1) \times \ldots \times (n{-}k{+}1)$ k-перестановок

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & n-2 & \ldots & n-k+1 \end{array}$$

- Всего мы получили $n \times (n-1) \times \ldots \times (n-k+1)$ k-перестановок
- Удобное обозначение: $n! = 1 \times 2 \times \ldots \times n$; это число называется факториалом n

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & n-2 & \dots & n-k+1 \end{array}$$

- Всего мы получили $n\times(n-1)\times\ldots\times(n-k+1)$ k-перестановок
- Удобное обозначение: $n!=1\times2\times\ldots\times n$; это число называется факториалом n
- В этих обозначениях число k-перестановок на n символах выглядит лучше: $n!/(n-k)!$

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & n-2 & \dots & n-k+1 \end{array}$$

- Всего мы получили $n \times (n-1) \times \ldots \times (n-k+1)$ k-перестановок
- Удобное обозначение: $n! = 1 \times 2 \times \ldots \times n$; это число называется факториалом n
- В этих обозначениях число k-перестановок на n символах выглядит лучше: $n!/(n-k)!$
- А что если $n-k=0$?

Перестановки

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & k \\ * & * & * & \cdots & * \\ n & n-1 & n-2 & \ldots & n-k+1 \end{array}$$

- Всего мы получили $n \times (n-1) \times \ldots \times (n-k+1)$ k-перестановок
- Удобное обозначение: $n! = 1 \times 2 \times \ldots \times n$; это число называется факториалом n
- В этих обозначениях число k-перестановок на n символах выглядит лучше: $n!/(n-k)!$
- А что если $n-k=0$? соглашение: $0!=1$

Перестановки

Задача

Сколько есть разных порядков, в которых можно расставить n разных книг на полке?

Перестановки

Задача

Сколько есть разных порядков, в которых можно расставить n разных книг на полке?

- Каждая книга — это буква

Перестановки

Задача

Сколько есть разных порядков, в которых можно расставить n разных книг на полке?

- Каждая книга — это буква
- Нам надо посчитать n-перестановки из n букв; это называется просто перестановками

Перестановки

Задача

Сколько есть разных порядков, в которых можно расставить n разных книг на полке?

- Каждая книга — это буква
- Нам надо посчитать n-перестановки из n букв; это называется просто перестановками
- По предыдущей задаче их количество равно $n!$

Заключение

- Мы обсудили две стандартные постановки в комбинаторике: слова и перестановки

Заключение

- Мы обсудили две стандартные постановки в комбинаторике: слова и перестановки
- Все рассуждения опирались на правило произведения

Заключение

- Мы обсудили две стандартные постановки в комбинаторике: слова и перестановки
- Все рассуждения опирались на правило произведения
- Эти постановки помогают во многих случаях

Заключение

- Мы обсудили две стандартные постановки в комбинаторике: слова и перестановки
- Все рассуждения опирались на правило произведения
- Эти постановки помогают во многих случаях
- Но они не закрывают все наши потребности

Заключение

- Мы обсудили две стандартные постановки в комбинаторике: слова и перестановки
- Все рассуждения опирались на правило произведения
- Эти постановки помогают во многих случаях
- Но они не закрывают все наши потребности
- В следующем уроке мы увидим еще одну стандартную постановку