

1. В сумке Кати  $N$  похожих ключей; только один из них подходит к двери от дома. 1 / 1 point  
 Когда Катя вечером приходит домой, она наугад достаёт ключ из сумки и пытается открыть им дверь. Если ключ не подходит, она кладёт его обратно в сумку и снова достаёт наугад следующий. Каким законом задаётся распределение номера попытки  $X$ , с которой Кате удастся открыть дверь?

☐  $P(X = k) = C_N^k \frac{1}{N^k} \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-k}$

☐  $P(X = k) = \frac{1}{N^{k-1}} \left(1 - \frac{1}{N}\right)$

☐  $P(X = k) = \frac{N^k e^{-N}}{k!}$

☒  $P(X = k) = \frac{1}{N} \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{k-1}$

✓ **Correct**

Верно. Такое распределение, кстати, называется геометрическим.

2. Представим, что у нас есть данные  $X_1, \dots, X_n$  за  $n$  дней о том, с какой попытки Кате удалось открыть дверь. Запишите функцию правдоподобия такой выборки и возьмите от неё логарифм. Какое выражение у вас получилось? 1 / 1 point

☐  $\ln L(X^n, N) = \left(nN - \sum_{i=1}^n X_i\right) \ln \left(1 - \frac{1}{N}\right) + \left(\sum_{i=1}^n X_i\right) \ln \frac{1}{N} + \sum_{i=1}^n \ln C_N^{X_i}$

☒  $\ln L(X^n, N) = n \ln \frac{1}{N} + \left(\sum_{i=1}^n X_i - n\right) \ln \left(1 - \frac{1}{N}\right)$

☐  $\ln L(X^n, N) = \left(\sum_{i=1}^n X_i - n\right) \ln \frac{1}{N} + n \ln \left(1 - \frac{1}{N}\right)$

☐  $\ln L(X^n, N) = \ln N \sum_{i=1}^n X_i - nN - \sum_{i=1}^n \ln(X_i!)$

✓ **Correct**

$$L(X^n, N) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{N} \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{X_i-1} = \left(\frac{1}{N}\right)^n \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{\sum_{i=1}^n X_i - n},$$
 а после логарифмирования получается этот вариант ответа.

3. За последние пять дней Кате удавалось открыть дверь с восьмой, двенадцатой, седьмой, шестой и снова двенадцатой попыток; давайте найдём оценку максимального правдоподобия для  $N$ . Подставьте эти числа в выражение для логарифма правдоподобия, продифференцируйте его по  $N$  и приравняйте к нулю. Из полученного уравнения выразите  $N$ . Итак,  $\hat{N}_{\text{ОМП}} =$  0 / 1 point

8

**!** Incorrect