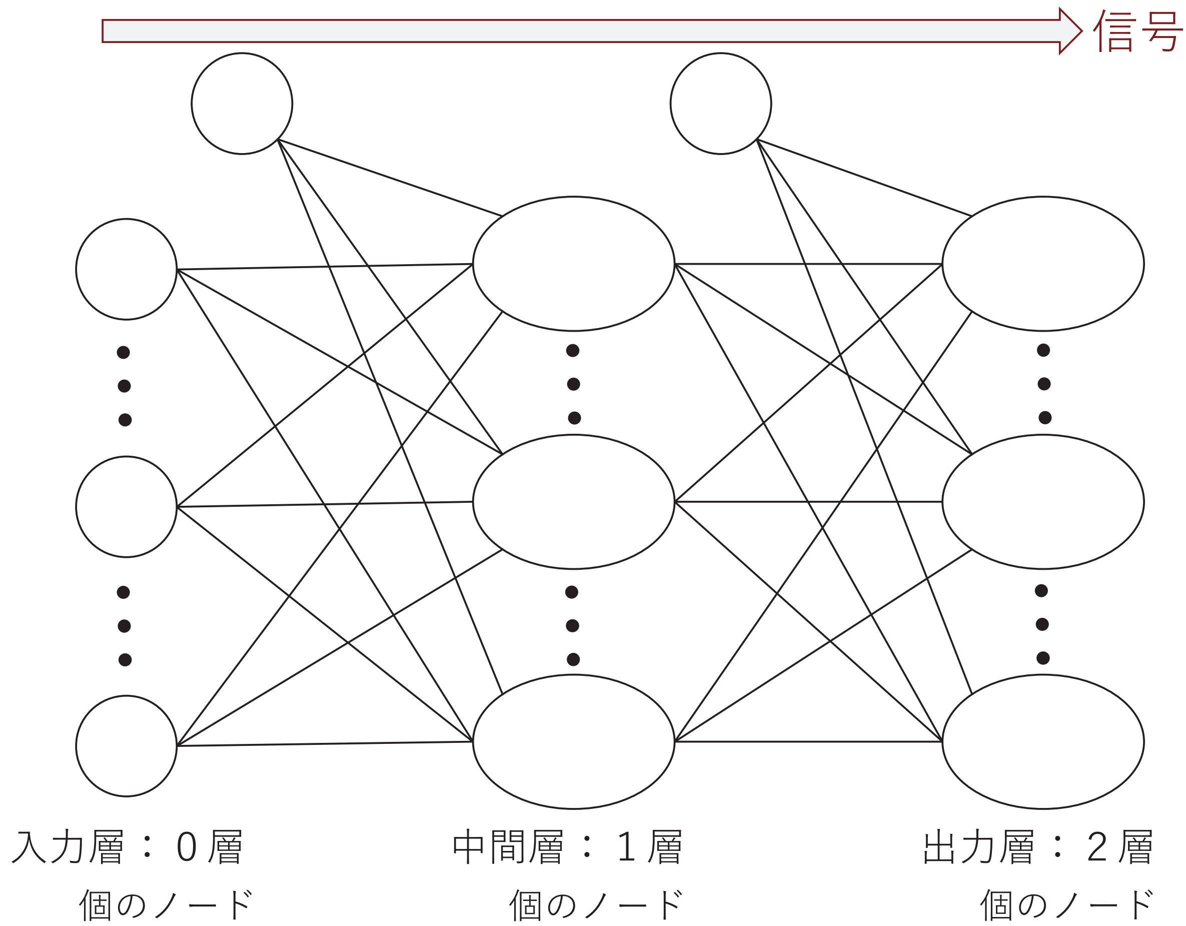
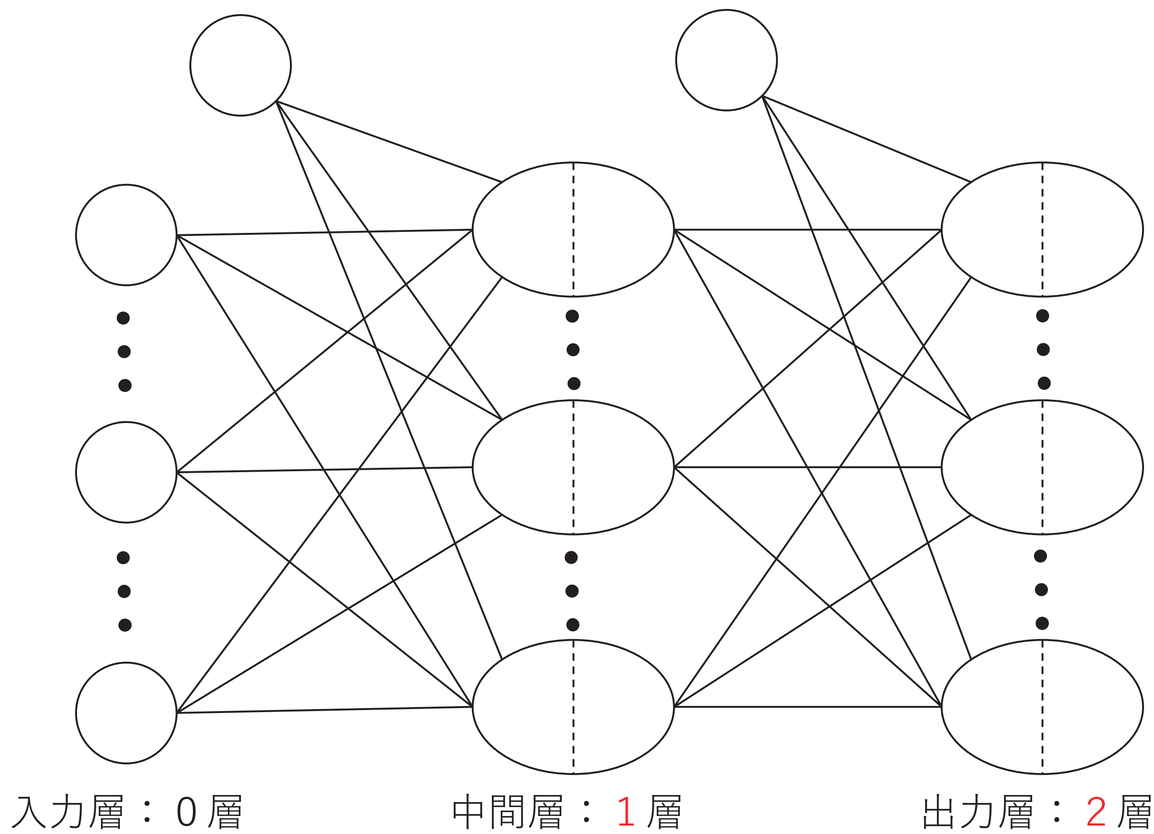
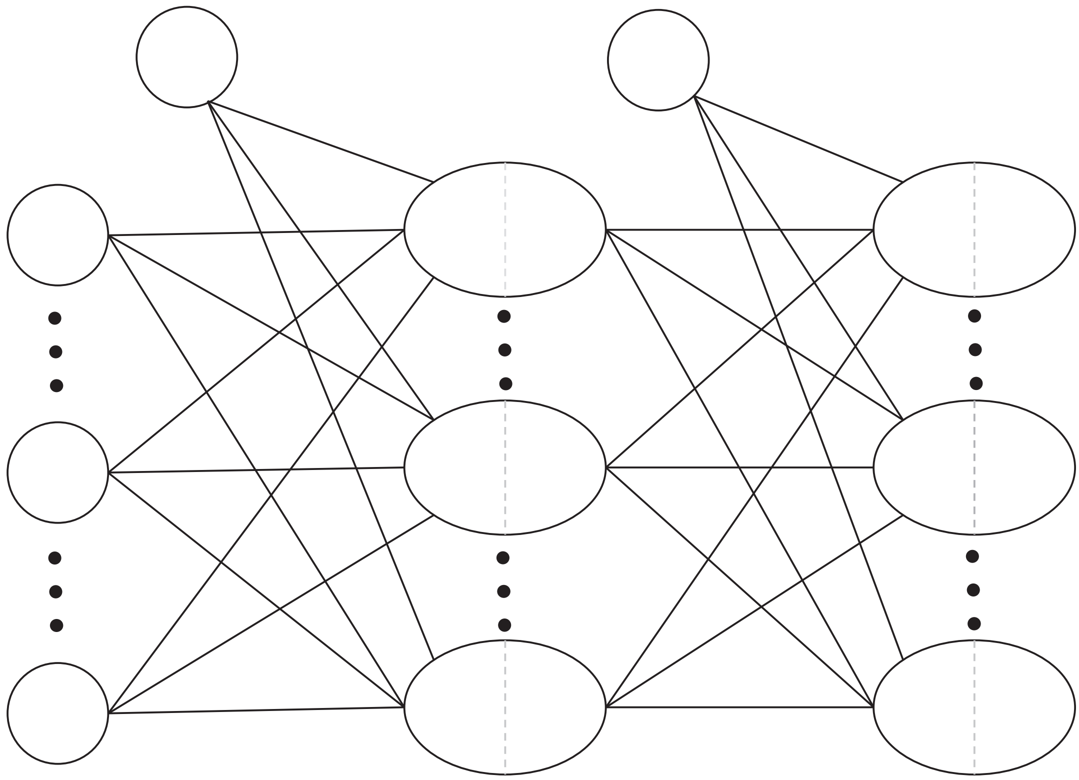
順伝搬　信号の流れ：　　→　　層



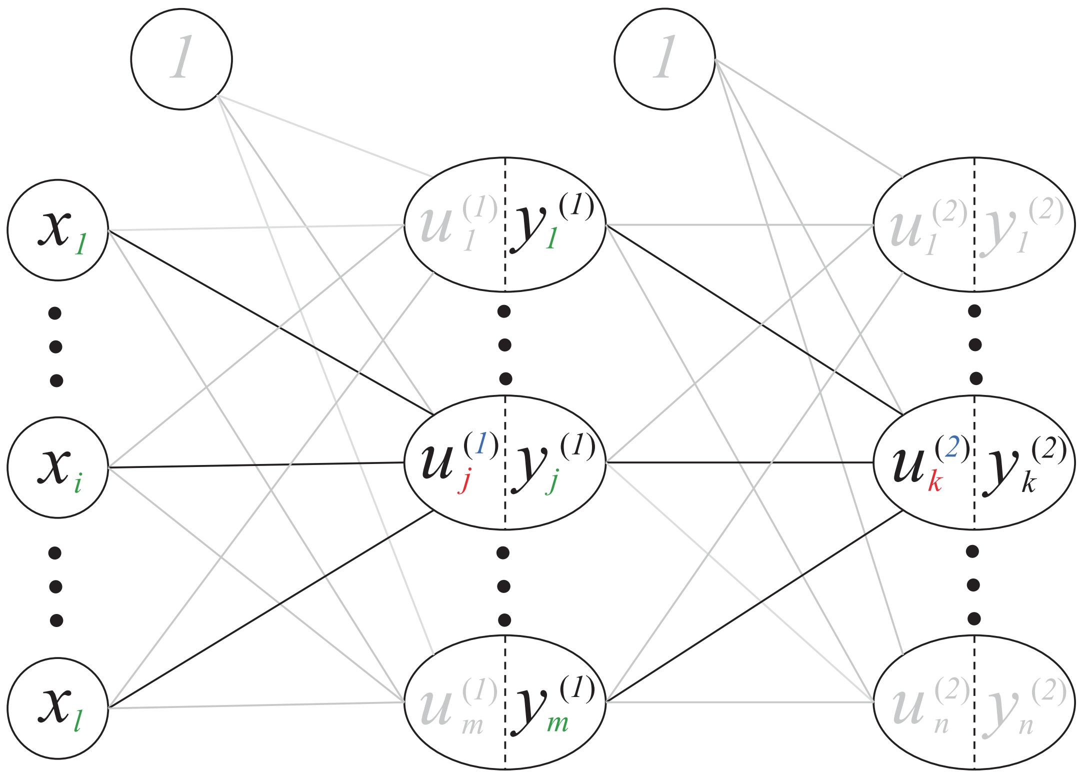
変数と定数



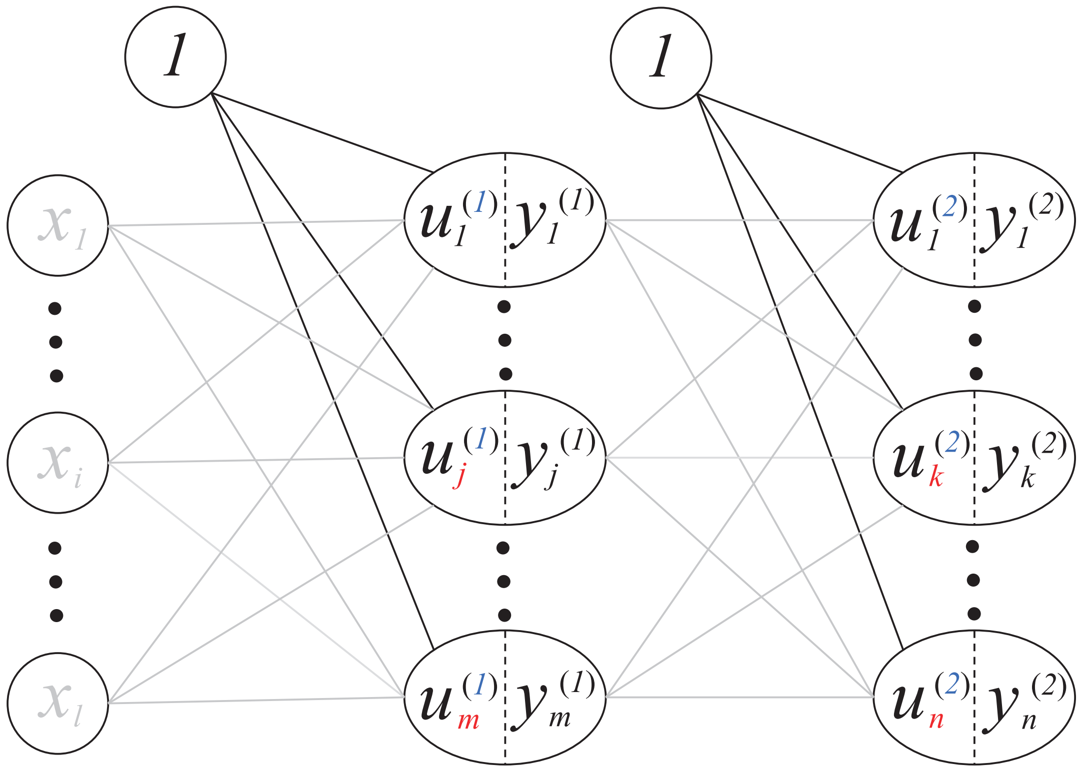
活性化関数



ウェイトパラメータ



バイアスパラメータ



活性化関数

■ の場合： と 関数

$$h^{(2)}(u_k^{(2)}) = \qquad\qquad h^{(1)}(u_j^{(1)}) = \underline{\hspace{4cm}}$$

■ の場合： 関数と 関数

$$h^{(2)}(u_k^{(2)}) = \underbrace{\underline{\hspace{4cm}}}_{} \qquad h^{(1)}(u_j^{(1)}) = \underline{\hspace{4cm}}$$

の関数であることに注意！

中間層の変数

■中間層での活性化関数への入力

$$u_j^{(1)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad +$$

■中間層からの出力

$$y_j^{(1)} =$$

出力層の変数

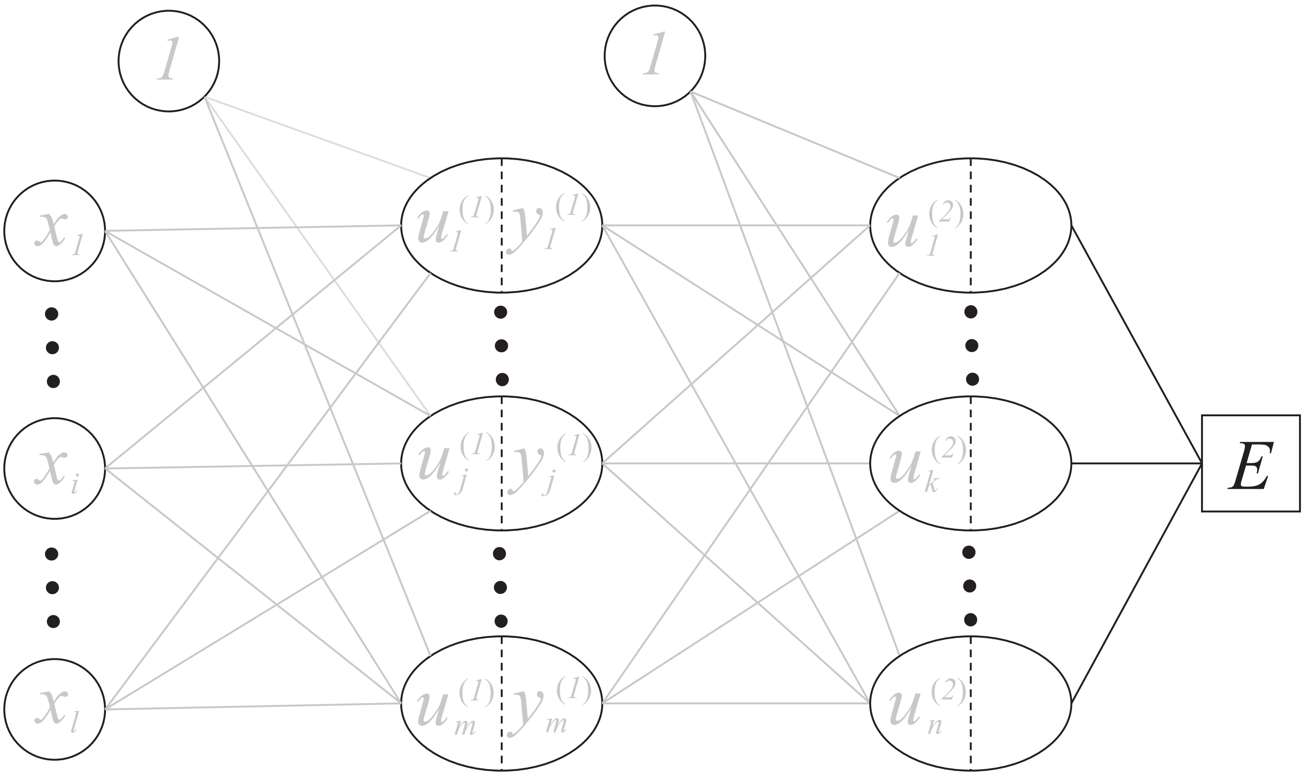
■出力層での活性化関数への入力

$$u_k^{(2)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad +$$

■出力層からの出力

$$y_k^{(2)} =$$

誤差計算



誤差のパラメータ依存性

$$E = E(\quad,\quad,\quad,\quad) = \sum_{k=1}^{n} \underline{f(\quad,\quad)}$$

$$W^{(\,)} = \begin{bmatrix} w^{(\,)} & \cdots & w^{(\,)} \\ \vdots & w^{(1)} & \vdots \\ w^{(\,)} & \cdots & w^{(\,)} \end{bmatrix} \qquad B^{(\,)} = \begin{bmatrix} b^{(\,)} \\ \vdots \\ b^{(\,)} \end{bmatrix}$$

$$W^{(\,)} = \begin{bmatrix} w^{(\,)} & \cdots & w^{(\,)} \\ \vdots & w^{(2)} & \vdots \\ w^{(\,)} & \cdots & w^{(\,)} \end{bmatrix} \qquad B^{(\,)} = \begin{bmatrix} b^{(\,)} \\ \vdots \\ b^{(\,)} \end{bmatrix}$$

誤差関数

■ 問題の場合：

$E =$

教師信号

E は ～ の関数

■ 問題の場合：

$E =$

の → の取得

法により誤差Eを する

にかかる 時間を大幅に短縮する目的で,
を に 必要がある！

$\overline{} = ?$ STEP 2 $\overline{} = ?$

STEP 1.5

$\overline{} = ?$ STEP 1 $\overline{} = ?$

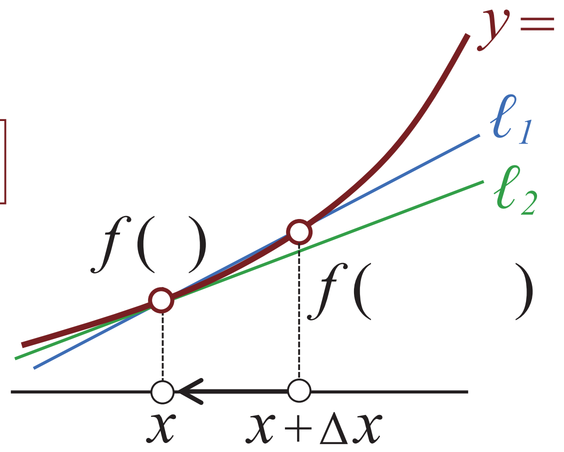
微分の基本　　微分（　変数関数の微分）

線分　　の傾き　$\dfrac{f(\qquad)-f(\;)}{\qquad}$

線分　　の傾き　$\boxed{\dfrac{\quad}{\quad}} = \dfrac{f(\qquad)-f(\;)}{\qquad}$

⇩

での　に対する　の変化率



微分の基本　　律（　変数の場合）

$$\begin{cases} y = \\ u = \end{cases}$$

に対する　の変化率

$\boxed{\quad} = \boxed{\dfrac{\quad}{\quad}}\boxed{\dfrac{\quad}{\quad}}$

に対する　の変化率

に対する　の変化率

が成立する理由

$$\frac{}{} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{}{}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{}{} \quad \frac{}{} \right)$$

$$= \lim_{\Delta u \to 0} \frac{}{} \quad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{}{}$$

$$= \frac{}{} \quad \frac{}{}$$

微分の基本　　微分（　変数関数の微分）

$z = f(x, y)$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{}{}$$

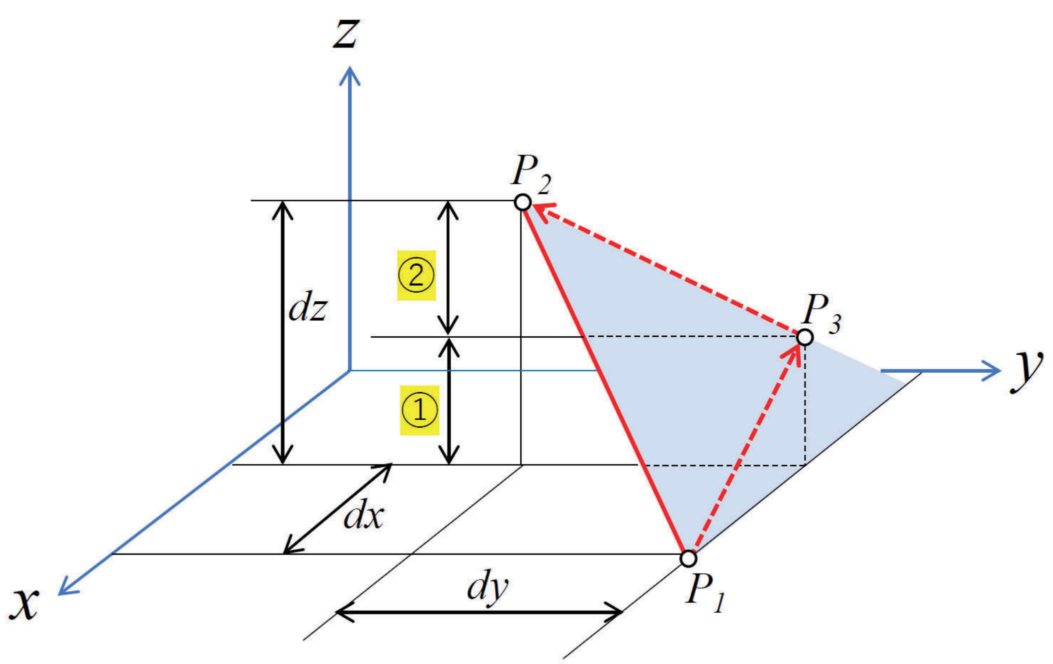
$z = f(x, y)$　変数　と　に対して　はどれだけ変化するか？

$$\Delta z = f(\quad,\quad) - f(\ ,\ )$$

$$= \frac{f(\quad, y+\Delta y) - f(\ ,\quad)}{\Delta x}$$

$$+ \frac{f(\ ,\quad) - f(\ ,\ )}{}$$

$$\boxed{dz = \frac{}{}\quad + \frac{}{}}$$



全微分（　　　　な場合）

$$y = f(x_1, \cdots, x_n)$$

$$dy = \qquad + \cdots +$$

$$\boxed{dy =}$$

微分の基本　　　　　　　　（　変数の場合）

■　　　となる変数が　　の場合

$$y = f(\quad) \quad u = g(\ ) \quad v = h(\ )$$

$$dy = \qquad + \qquad \Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dx} = \qquad +}$$

■　　　すると

$$y = f(\ , \cdots ; \quad) \qquad u = f(\ ) \cdots \ u = f(\ )$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} =}$$

微分の基本　　　　　（　変数の場合）

■　　　となる変数が　　の場合

$$z = f(\quad)\qquad u = g(\quad)\qquad v = h(\quad)$$

$$dz = \qquad + \qquad$$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial x} = \qquad + \qquad}$$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial y} = \qquad + \qquad}$$

■一般化すると

$$z = f(\quad, \cdots, \quad)\qquad u = f(\ ,\ )\cdots f(\ ,\ )$$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial x} = \qquad}\qquad \boxed{\frac{\partial z}{\partial y} = \qquad}$$

の　　　→　　　　　　　の取得

法により誤差Eを　　　する

にかかる　　時間を大幅に短縮する目的で，
を　　　に　　　　　　必要がある！

$\rule{3cm}{0.4pt} = ?$　STEP 2　$\rule{3cm}{0.4pt} = ?$

STEP 1.5

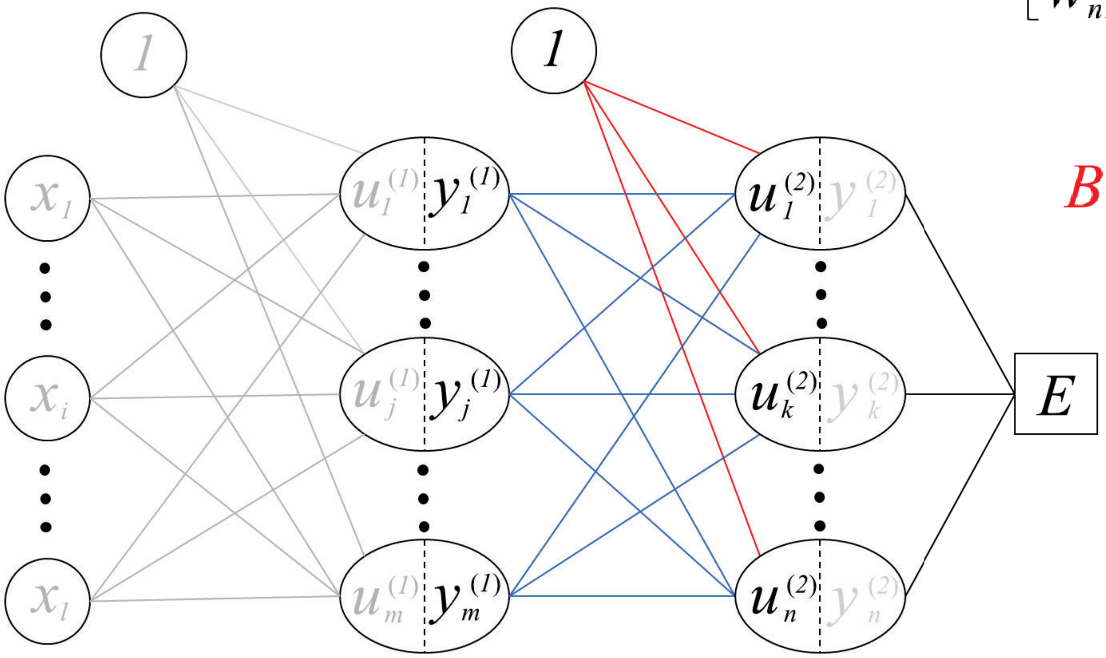
$\rule{3cm}{0.4pt} = ?$　STEP 1　$\rule{3cm}{0.4pt} = ?$

の最小化 → の取得

——— $= ?$ STEP 1 ——— $= ?$

$$W^{(2)} = \begin{bmatrix} w_{11}^{(2)} & \cdots & w_{1m}^{(2)} \\ \vdots & w_{kj}^{(2)} & \vdots \\ w_{n1}^{(2)} & \cdots & w_{nm}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$B^{(2)} = \begin{bmatrix} b_1^{(2)} \\ \vdots \\ b_n^{(2)} \end{bmatrix}$$

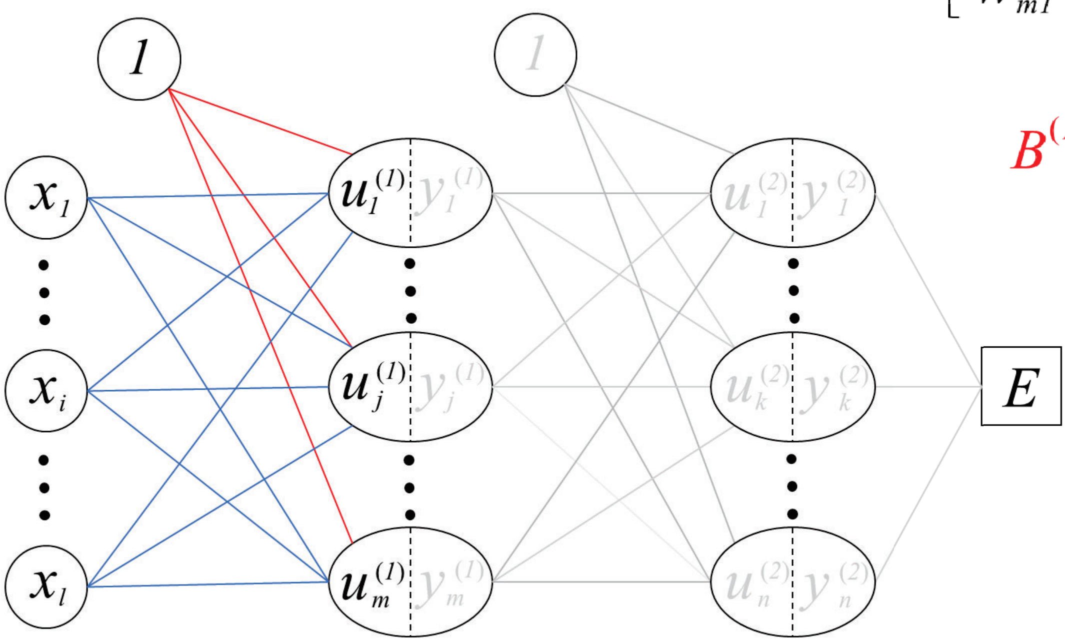


の最小化 → の取得

——— $= ?$ STEP 1 ——— $= ?$

$$W^{(1)} = \begin{bmatrix} w_{11}^{(1)} & \cdots & w_{1l}^{(1)} \\ \vdots & w_{ji}^{(1)} & \vdots \\ w_{m1}^{(1)} & \cdots & w_{ml}^{(1)} \end{bmatrix}$$

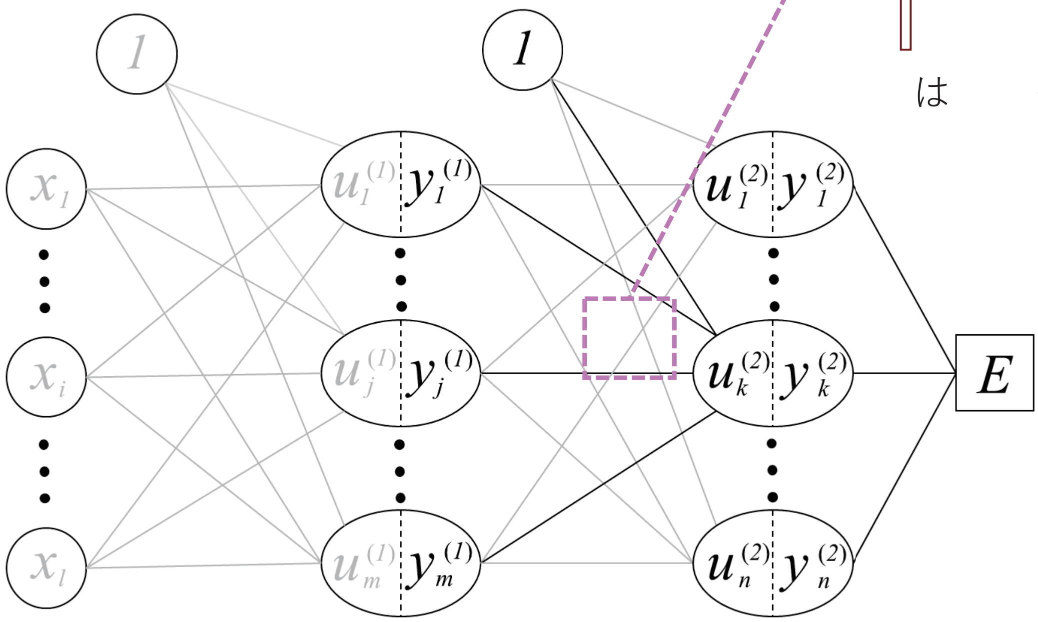
$$B^{(1)} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ \vdots \\ b_m^{(1)} \end{bmatrix}$$



STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}^{(2)}} = \sum_{r=1}^{n} \frac{\qquad}{\qquad} \frac{\qquad}{\qquad}$$

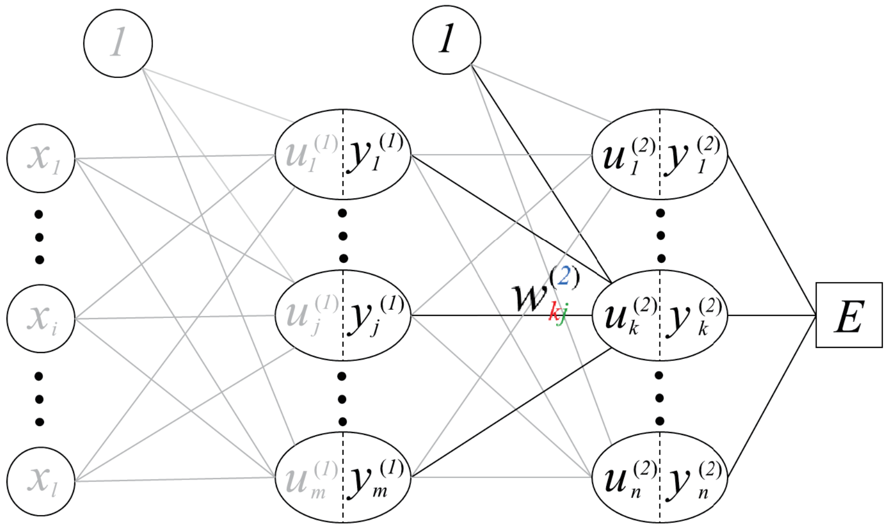
は　　～　　の関数



STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

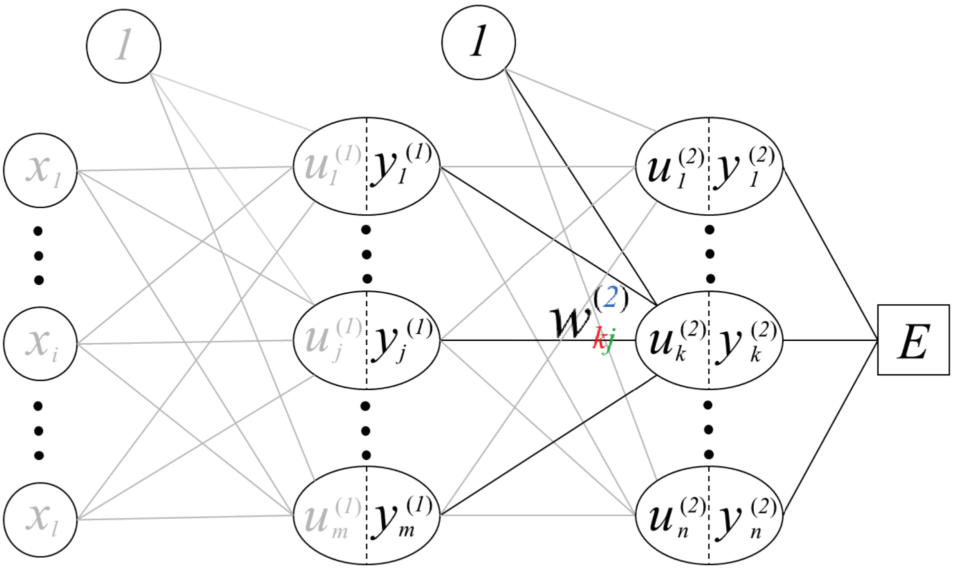
$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}^{(2)}} = \sum^{n} \frac{\qquad}{\qquad} \frac{\qquad}{\qquad} = \frac{\qquad}{\qquad} \frac{\qquad}{\qquad} + \sum^{n} \frac{\qquad}{\qquad} \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}$$

の場合　　は　　の関数ではないため　　は



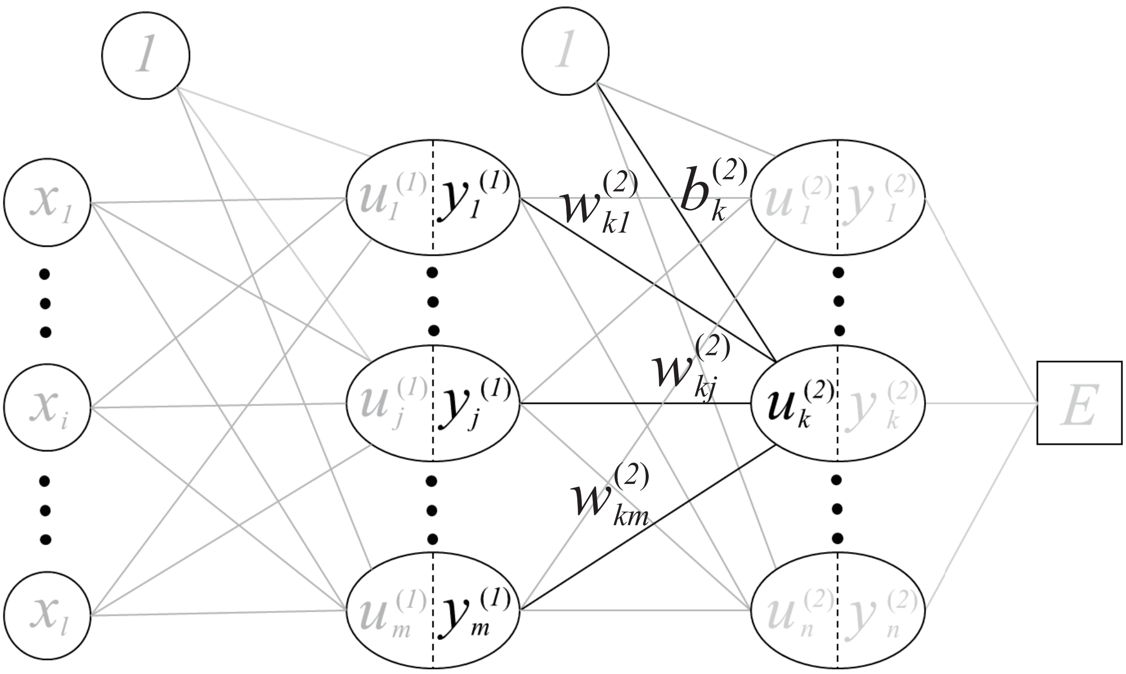
STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}^{(2)}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}\frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\frac{\quad}{\quad}$$



STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

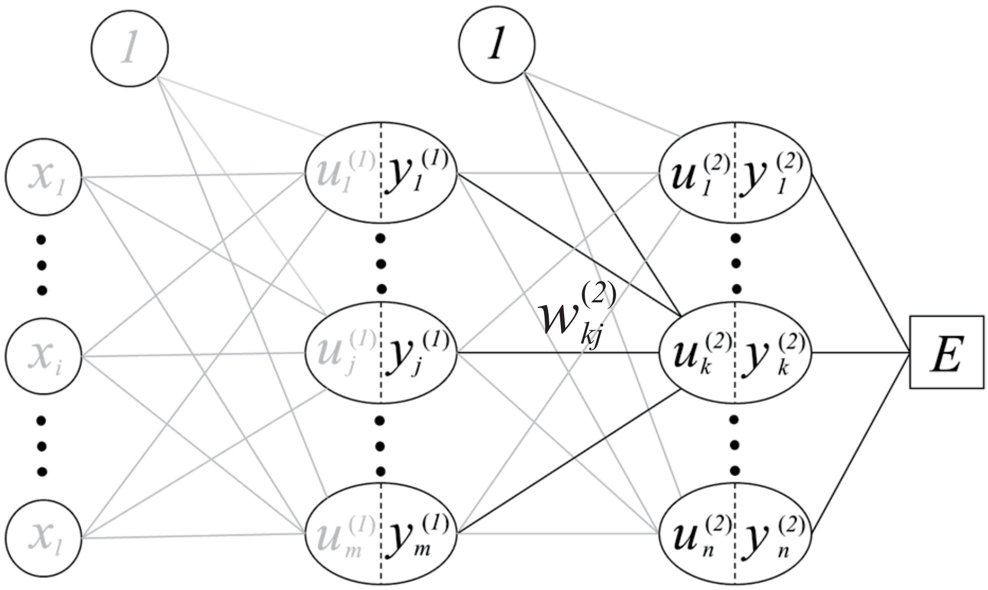
$$u_k^{(2)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad + $$



STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$u_k^{(2)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad +$$

$$\frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial w_{kj}^{(2)}} =$$



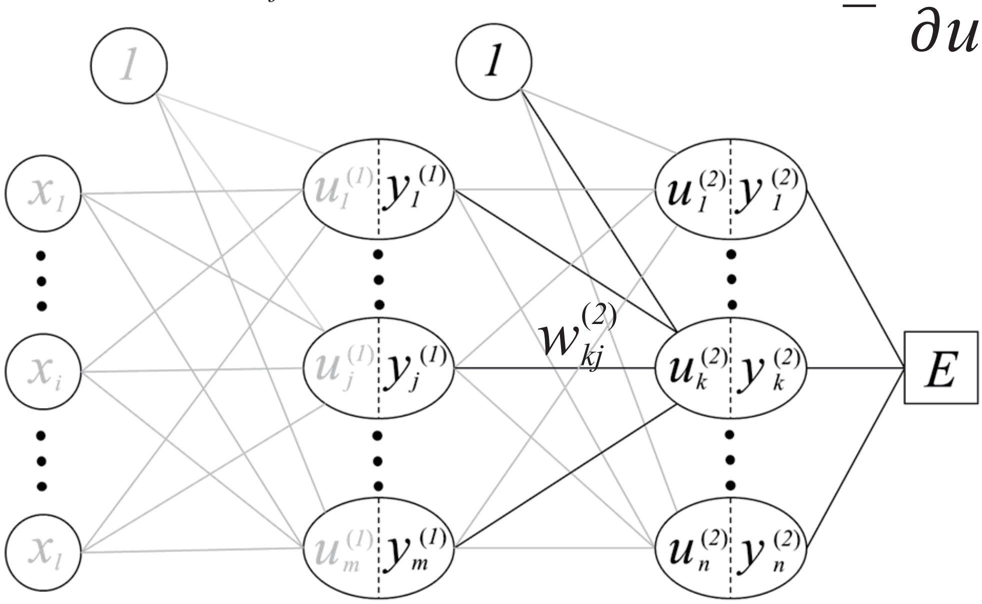
STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}^{(2)}} = \qquad \frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial w_{kj}^{(2)}}$$

$$\frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial w_{kj}^{(2)}} =$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial w_{kj}^{(2)}} = \qquad}$$

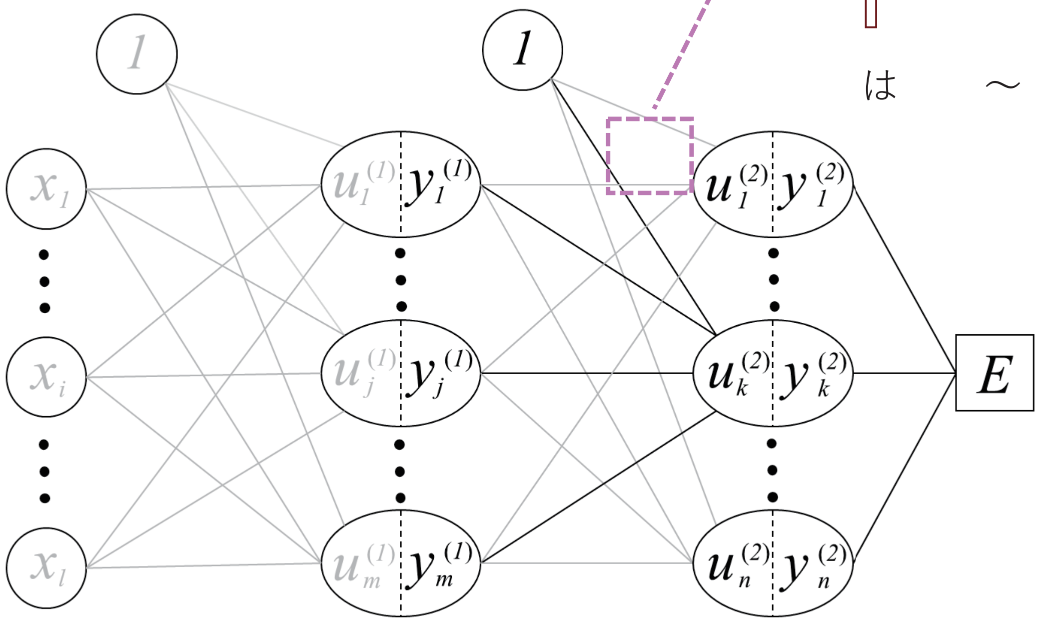
$$= \frac{\partial E}{\partial u_k^{(2)}}$$



STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial b_k^{(2)}} = \sum_{r=1}^{n} \rule{3em}{0.4pt}\ \rule{3em}{0.4pt}$$

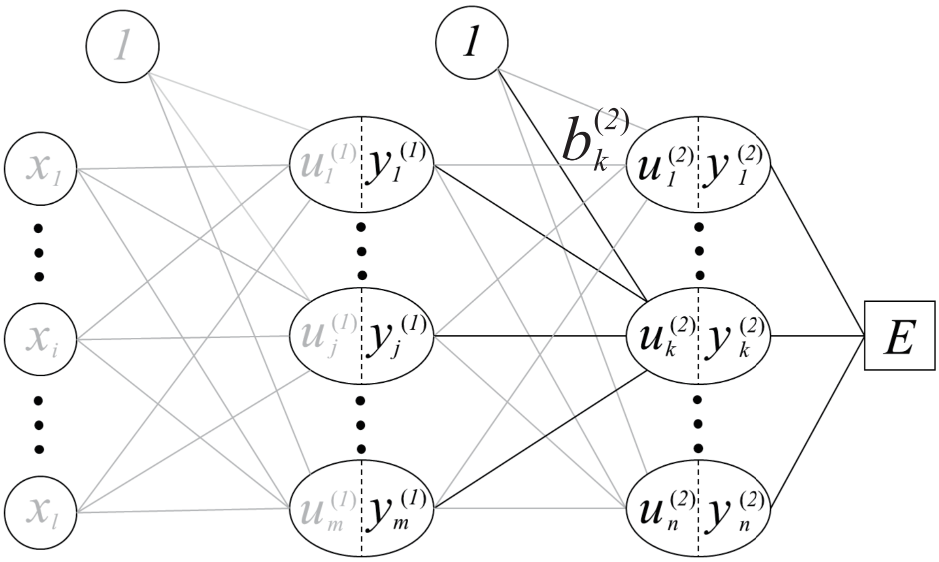
は　　～　　の関数



STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

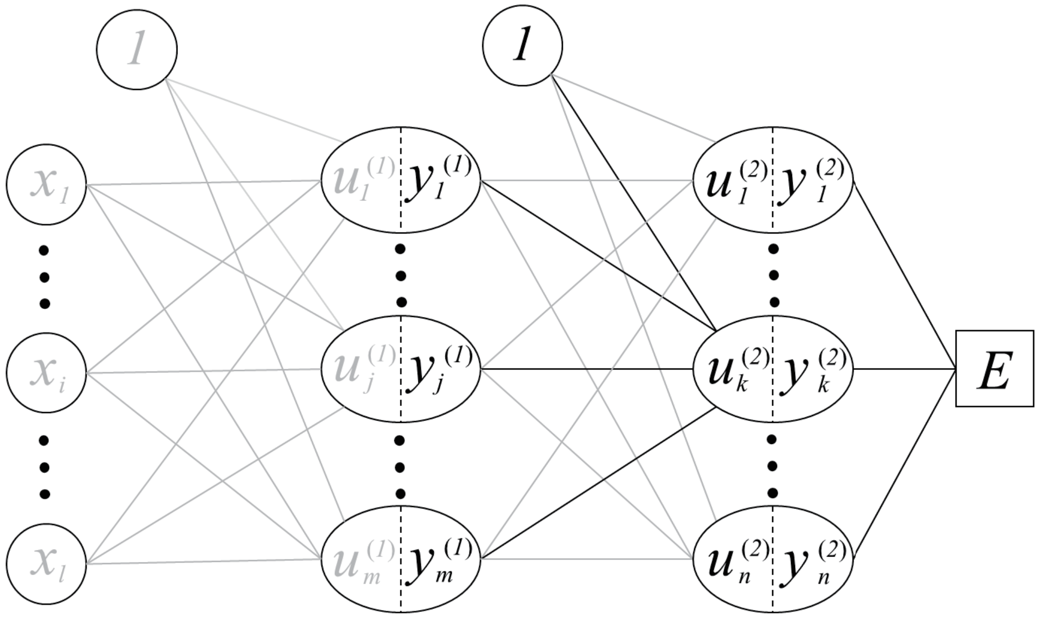
$$\frac{\partial E}{\partial b_k^{(2)}} = \sum_{r=1}^{n} \frac{\partial E}{\partial u_r^{(2)}} \frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial b_k^{(2)}} = \frac{\partial E}{\partial u_k^{(2)}} \frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial b_k^{(2)}} + \sum_{r\neq k}^{n} \frac{\partial E}{\partial u_r^{(2)}} \boxed{\frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial b_k^{(2)}}}$$

$r\neq k$ の場合 $u_r^{(2)}$ は $b_k^{(2)}$ の関数ではないため微分はゼロ



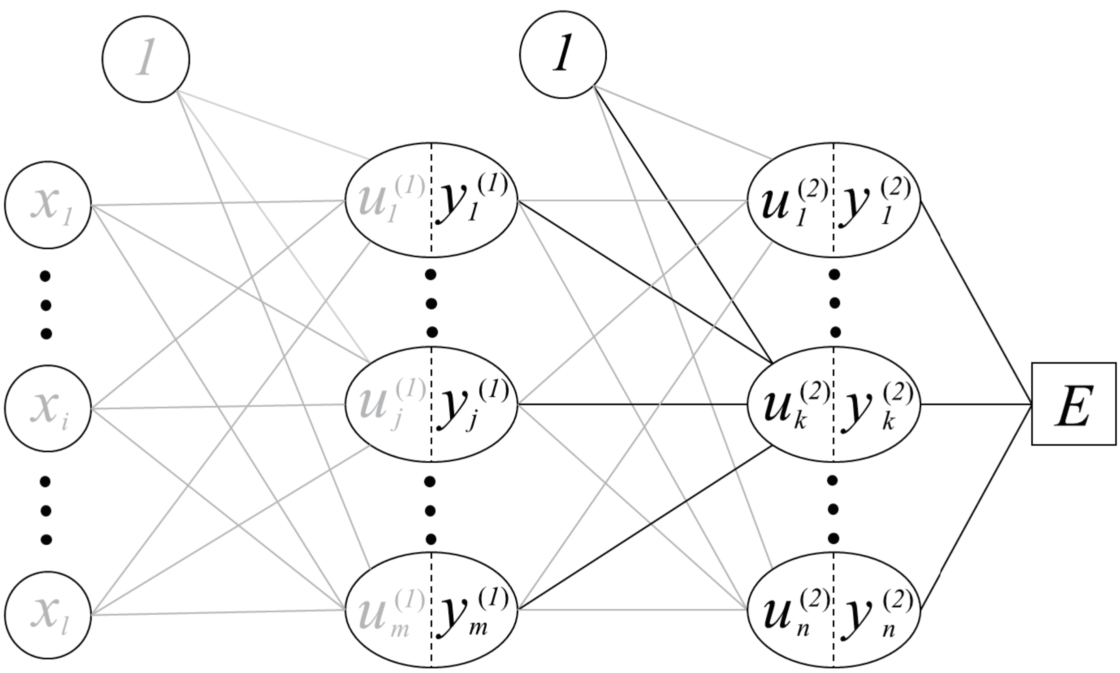
STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial b_k^{(2)}} = \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}\frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}\frac{\qquad}{\qquad}$$



STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$u_k^{(2)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad + \qquad$$

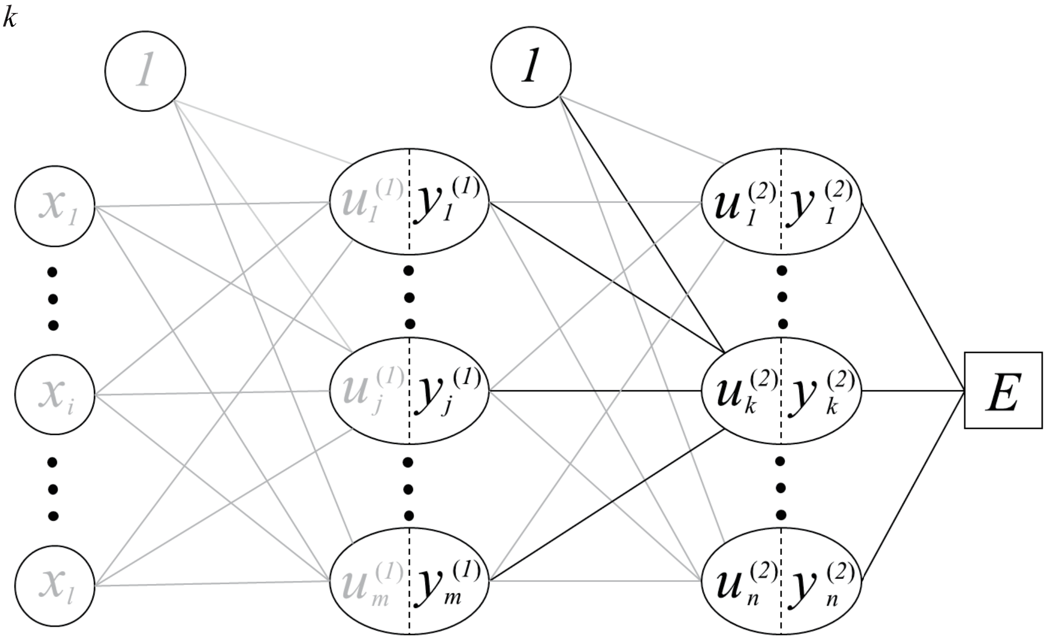


STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$u_k^{(2)} = \quad + \cdots + \quad + \cdots + \quad +$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial b_k^{(2)}} =$$



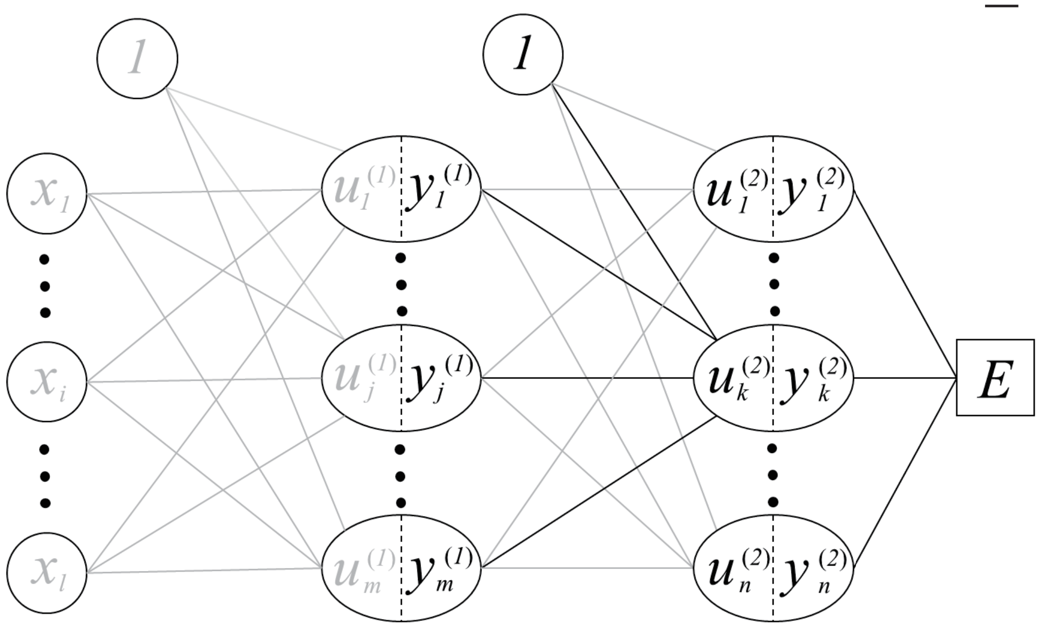
STEP 1 出力層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial b_k^{(2)}} = \qquad \frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial b_k^{(2)}}$$

$$\frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial b_k^{(2)}} =$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial E}{\partial b_k^{(2)}} = \qquad}$$

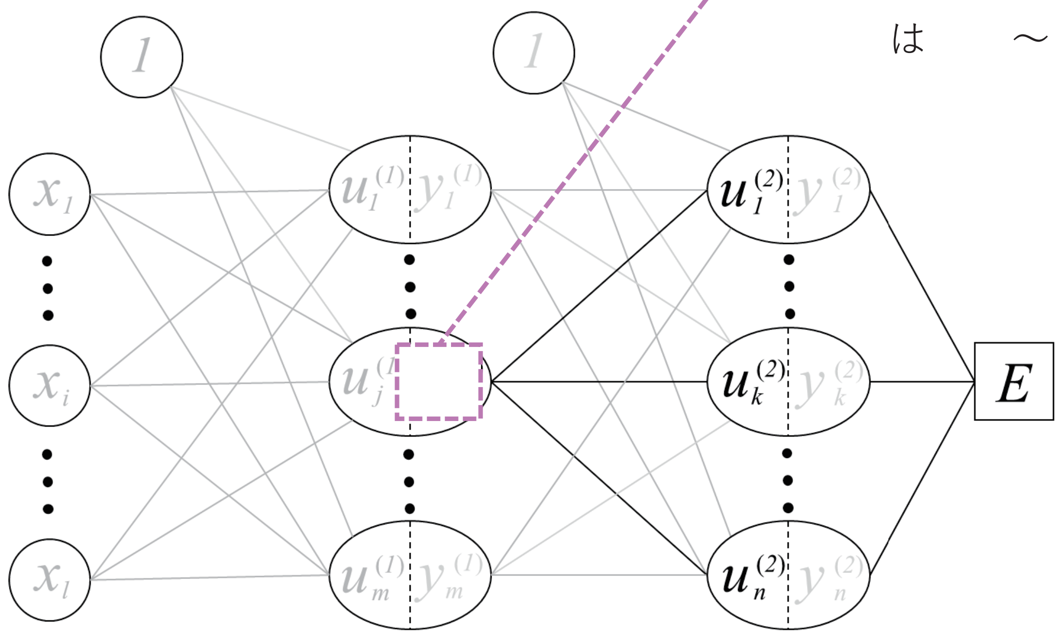
$$= \frac{\partial E}{\partial u_k^{(2)}}$$



STEP 1.5 出力層での対入力勾配を求める

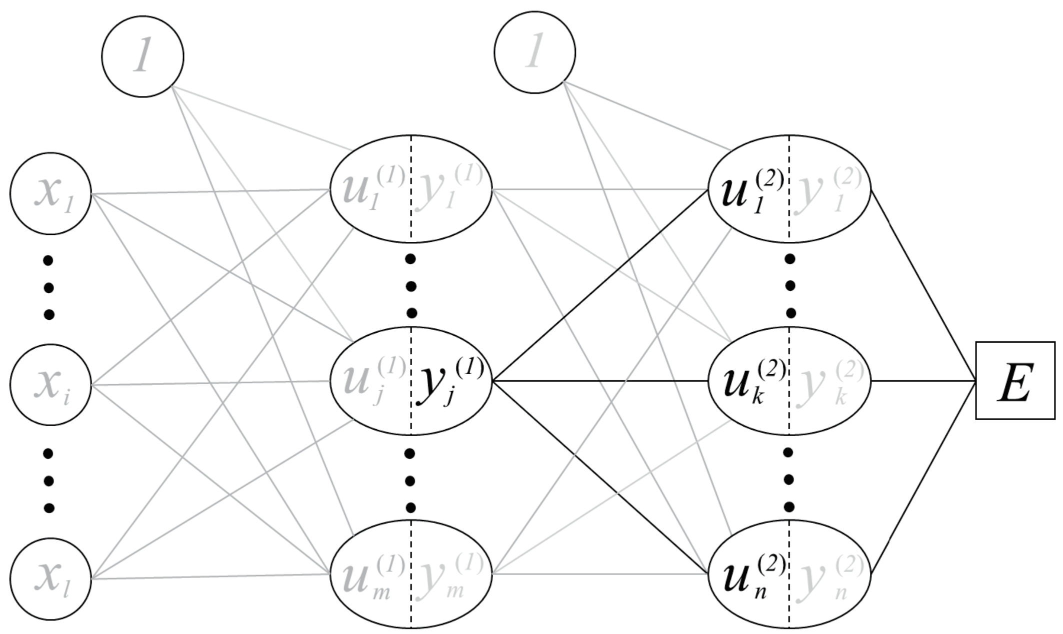
$$\frac{\partial E}{\partial y_j^{(1)}} = \sum_{r=1}^{n} \underline{\qquad} \; \underline{\qquad}$$

は　　～　　の関数



STEP 1.5 出力層での対入力勾配を求める

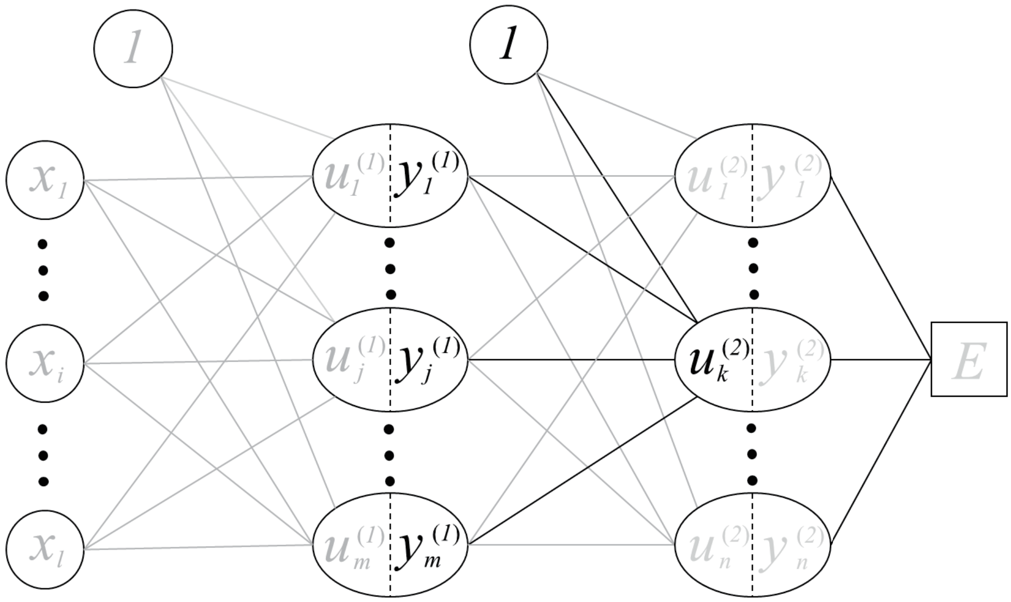
$$\frac{\partial E}{\partial y_j^{(1)}} = \sum_{r=1}^{n} \boxed{\frac{\quad}{\quad}} \; \underline{\qquad} = \sum_{r=1}^{n} \boxed{\quad} \; \underline{\qquad}$$



STEP 1.5 出力層での対入力勾配を求める

$$u_k^{(2)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad + $$

$$\frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial y_j^{(1)}} = $$



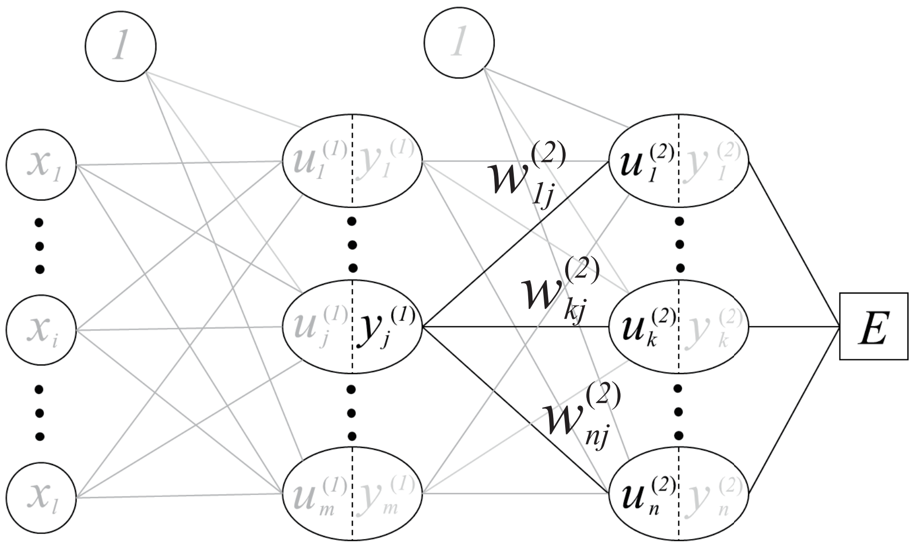
STEP 1.5 出力層での対入力勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial y_j^{(1)}} = \sum_{r=1}^{n} \qquad \frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial y_j^{(1)}}$$

$$\frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial y_j^{(1)}} = $$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial E}{\partial y_j^{(1)}} = \sum_{r=1}^{n} \qquad\qquad}$$

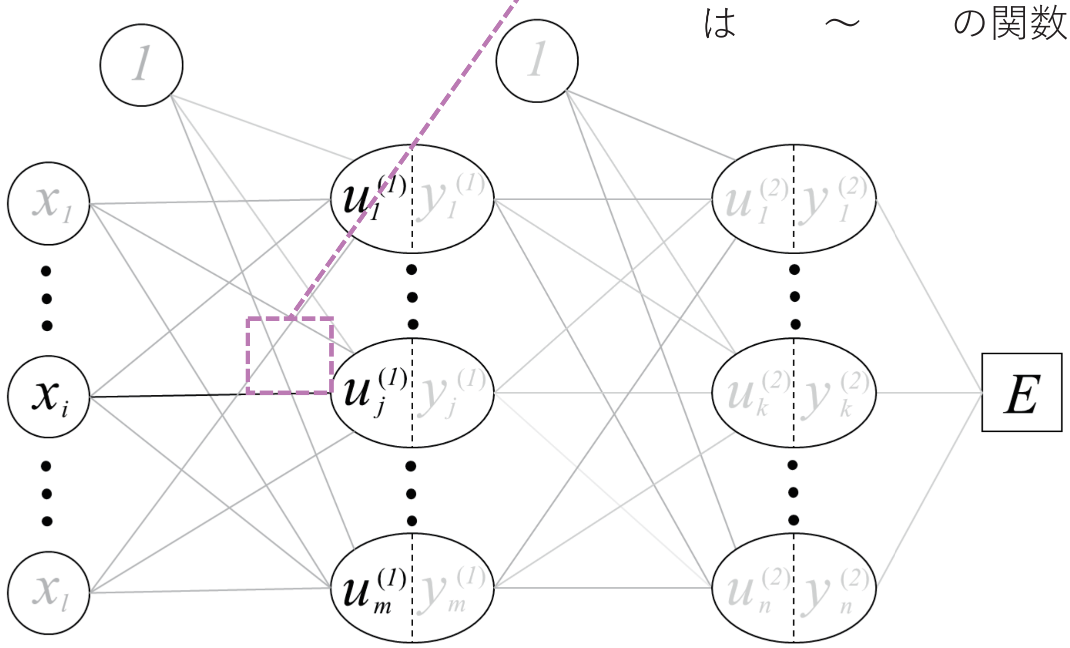
$$= \frac{\partial E}{\partial u_r^{(2)}}$$



STEP 2 中間層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(1)}} = \sum_{r=1}^{m} \underline{\qquad\qquad} \; \underline{\qquad\qquad}$$

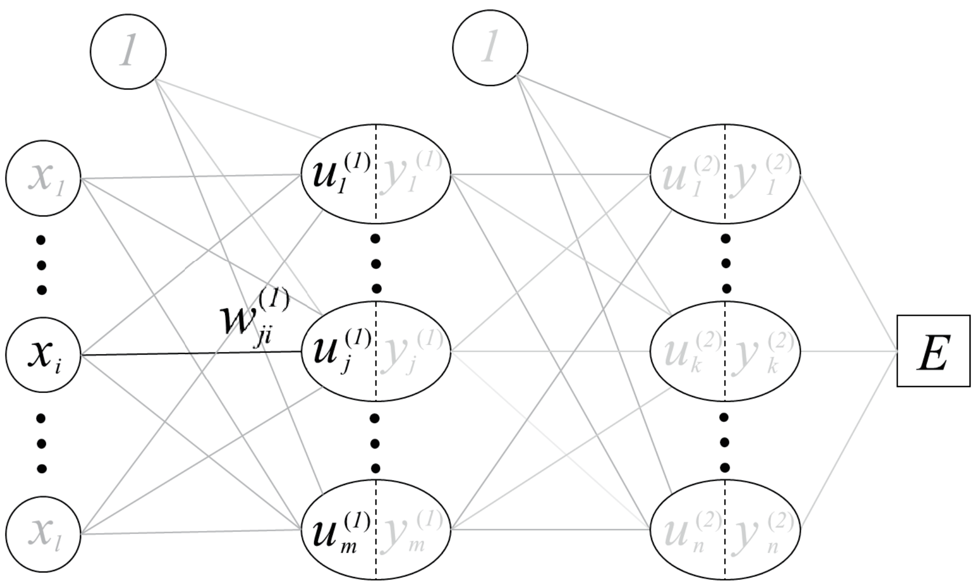
は　　～　　の関数



STEP 2 中間層での対ウェイト勾配を求める

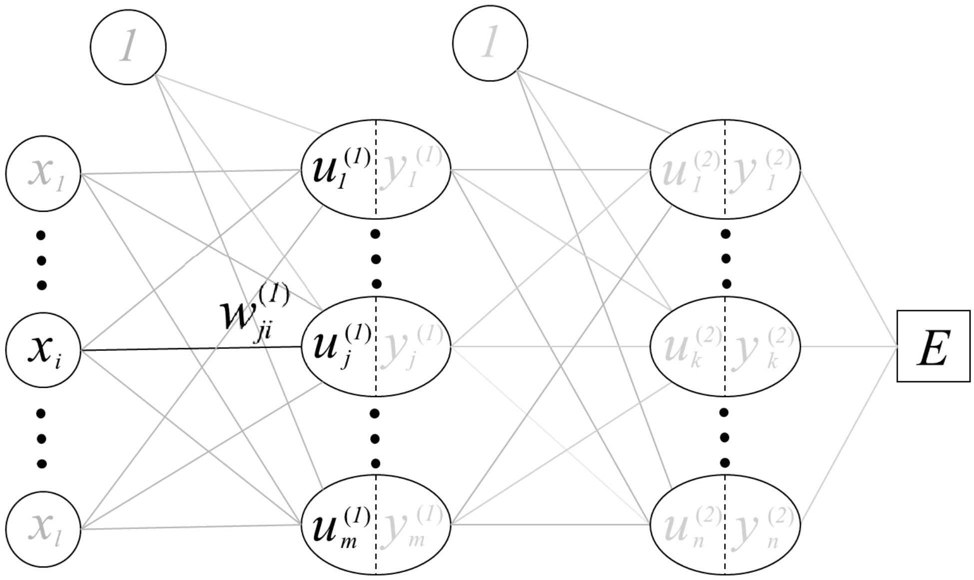
$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(1)}} = \sum^{m} \underline{\qquad\qquad} \; \underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad} \; \underline{\qquad\qquad} + \sum^{m} \underline{\qquad\qquad} \boxed{\frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad}}$$

の場合　　は　　の関数ではないため　　は



STEP 2 中間層での対ウェイト勾配を求める

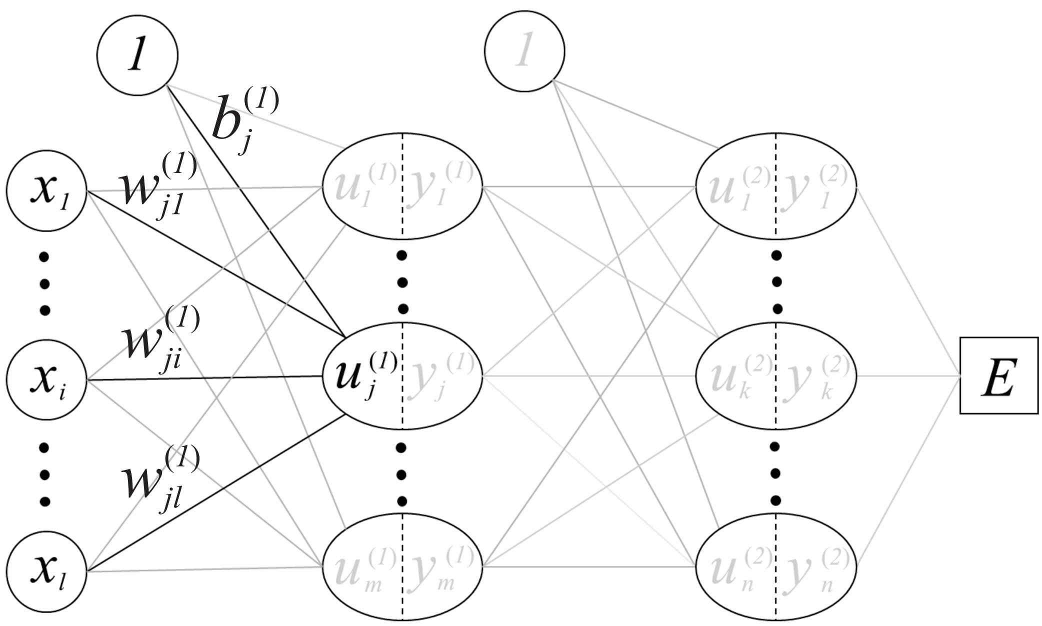
$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(1)}} = \boxed{\frac{\qquad}{\qquad}}\,\frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}\,\frac{\qquad}{\qquad}$$



STEP 2 中間層での対ウェイト勾配を求める

$$u_j^{(1)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad + $$

$$\frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial w_{ji}^{(1)}} =$$



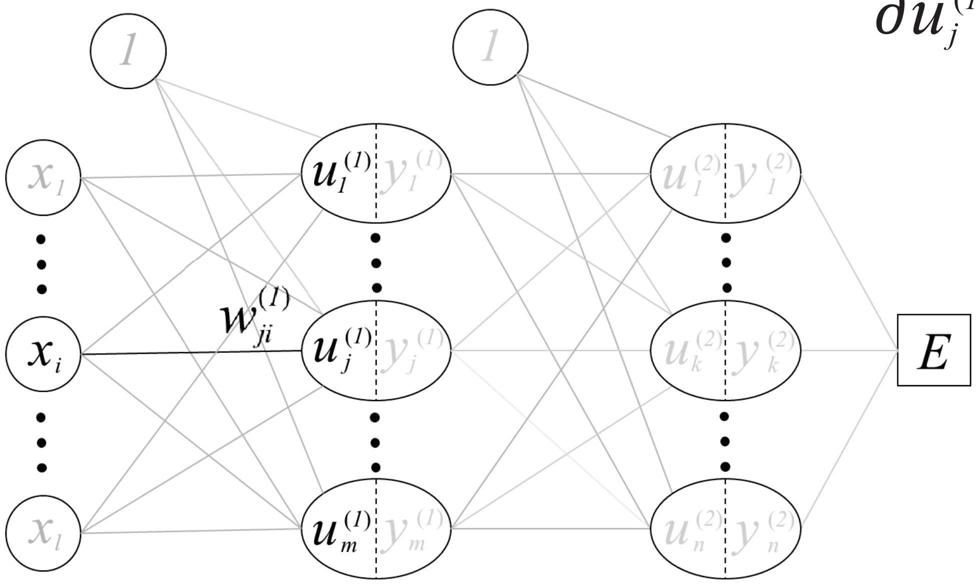
STEP 2　中間層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(1)}} = \frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial w_{ji}^{(1)}}$$

$$\frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial w_{ji}^{(1)}} =$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial w_{ji}^{(1)}} = \qquad\qquad}$$

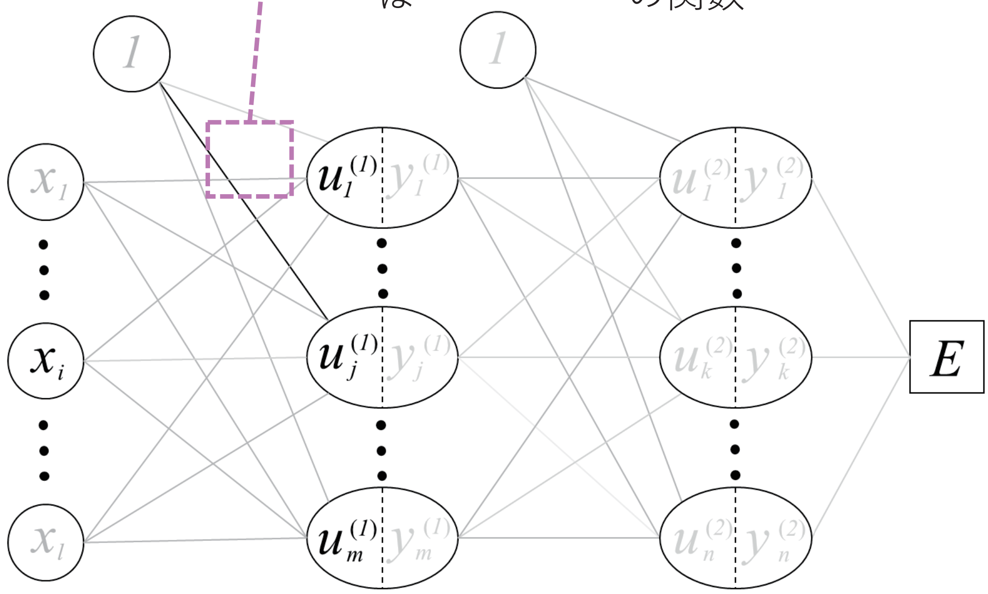
$$= \frac{\partial E}{\partial u_j^{(1)}}$$



STEP 2　中間層での対ウェイト勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial b_j^{(1)}} = \sum_{r=1}^{m} \underline{\qquad\qquad}\ \underline{\qquad\qquad}$$

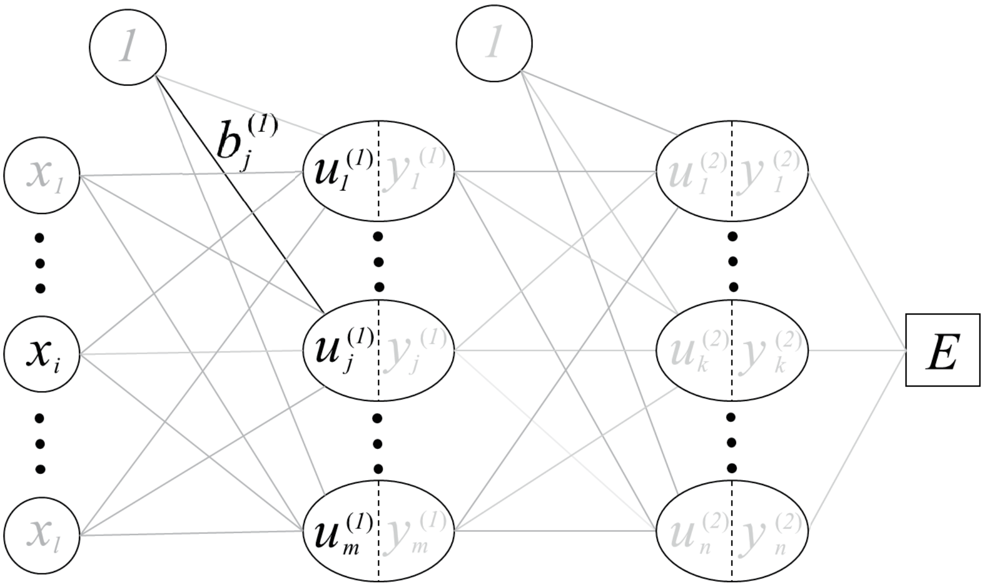
は　　∼　　の関数



STEP 2 中間層での対バイアス勾配を求める

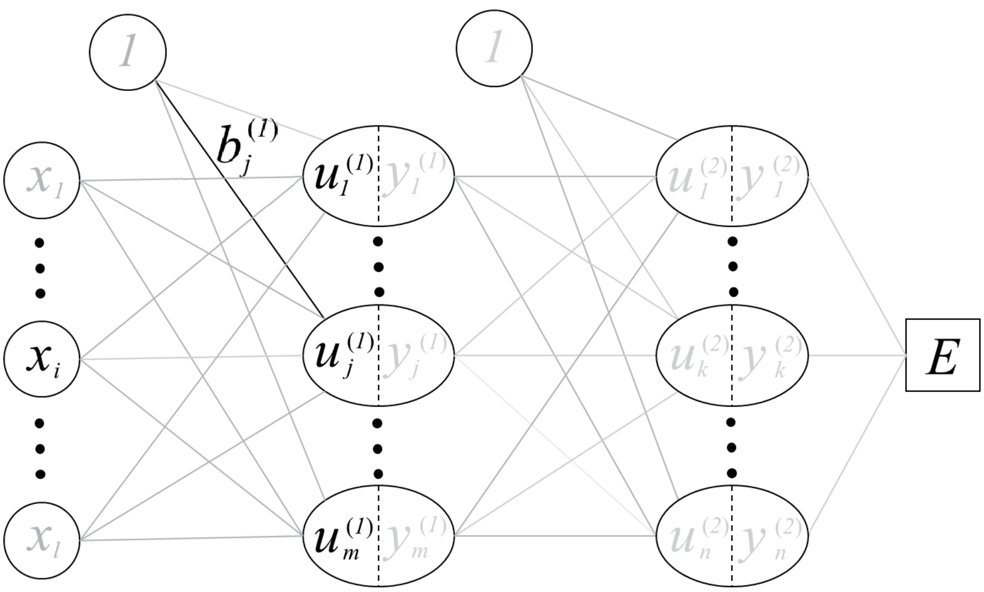
$$\frac{\partial E}{\partial b_j^{(1)}} = \sum^{m} \frac{\quad}{\quad}\,\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}\,\frac{\quad}{\quad} + \sum^{m} \frac{\quad}{\quad}\,\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$$

の場合　　は　　の関数ではないため　　は



STEP 2 中間層での対バイアス勾配を求める

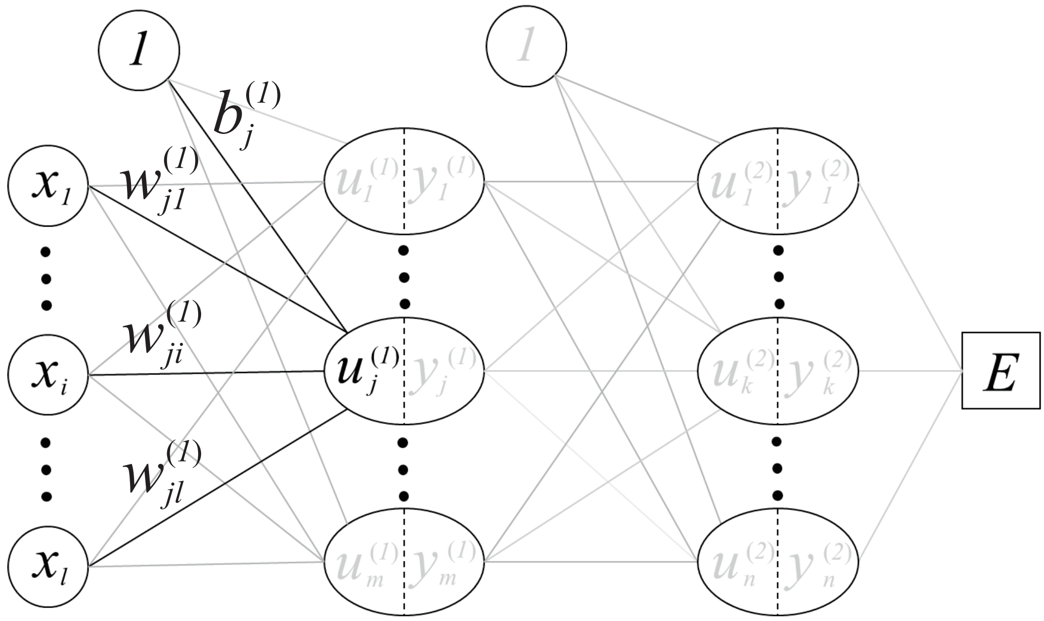
$$\frac{\partial E}{\partial b_j^{(1)}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}\,\frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,\frac{\quad}{\quad}$$



STEP 2 中間層での対バイアス勾配を求める

$$u_j^{(1)} = \qquad + \cdots + \qquad + \cdots + \qquad + \qquad$$

$$\frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial b_j^{(1)}} =$$



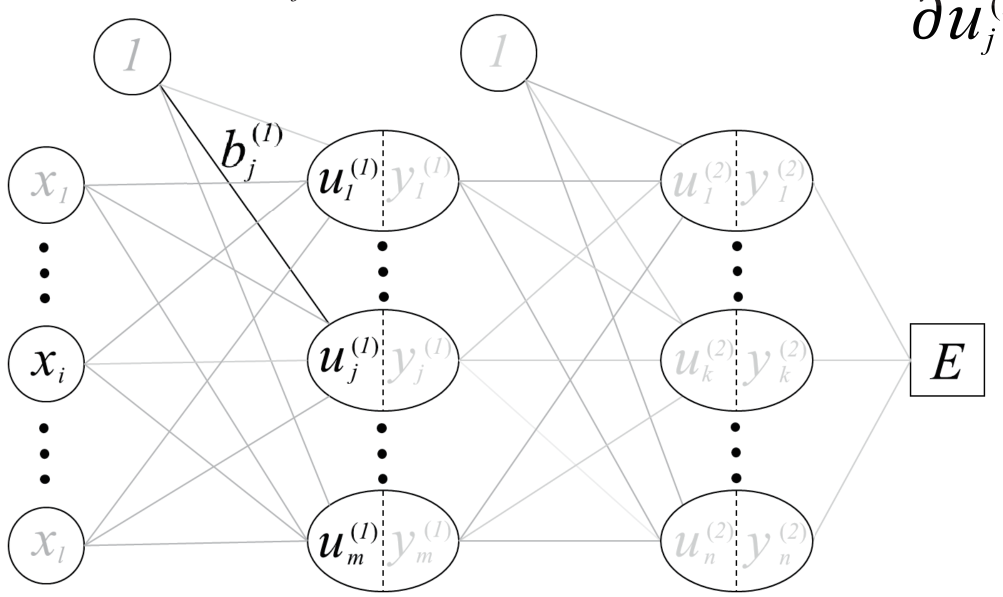
STEP 2 中間層での対バイアス勾配を求める

$$\frac{\partial E}{\partial b_j^{(1)}} = \qquad \frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial b_j^{(1)}}$$

$$\frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial b_j^{(1)}} =$$

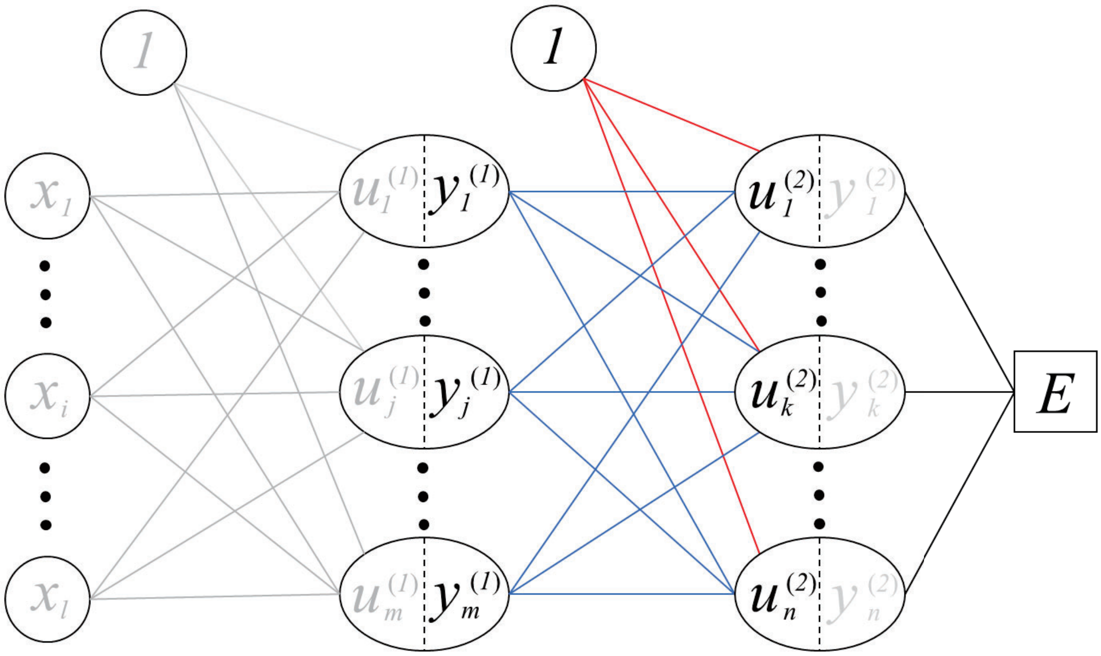
$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial E}{\partial b_j^{(1)}} = \qquad}$$

$$= \frac{\partial E}{\partial u_j^{(1)}}$$



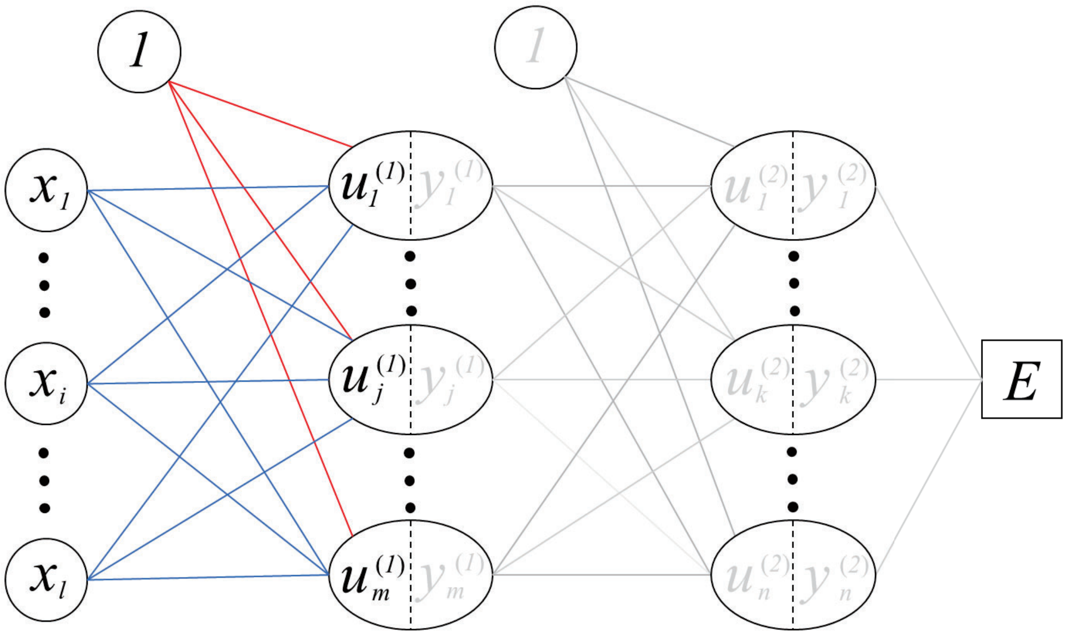
対パラメータ勾配のデルタ表現　出力層

$$\frac{\partial E}{\partial W^{(2)}} = \left[\qquad \qquad \right]_{\times} \qquad \frac{\partial E}{\partial B^{(2)}} = \left[\qquad \right]_{\times}$$



対パラメータ勾配のデルタ表現　中間層

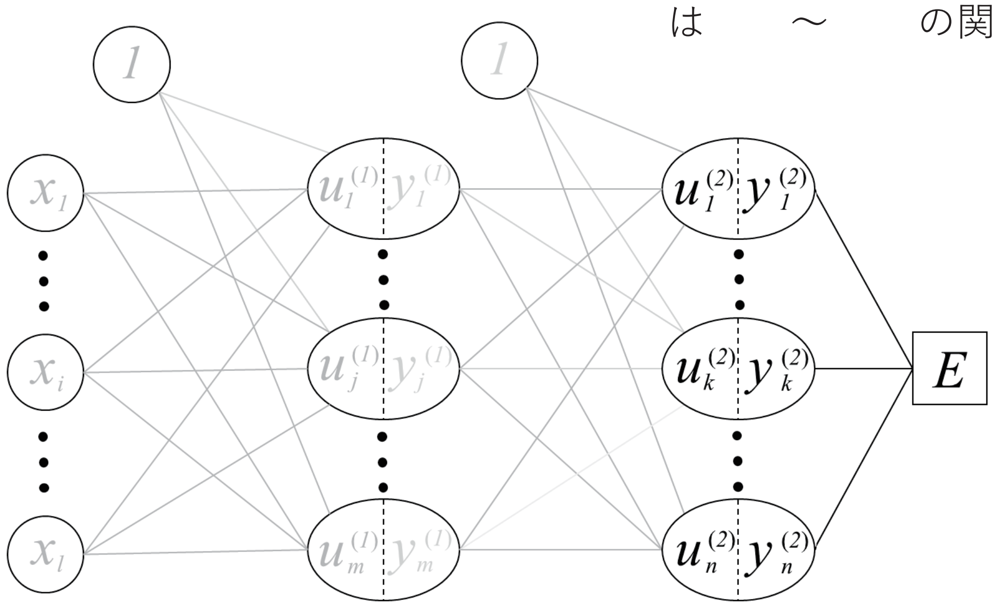
$$\frac{\partial E}{\partial W^{(1)}} = \left[\qquad \qquad \right]_{\times} \qquad \frac{\partial E}{\partial B^{(1)}} = \left[\qquad \right]_{\times}$$



出力層デルタ

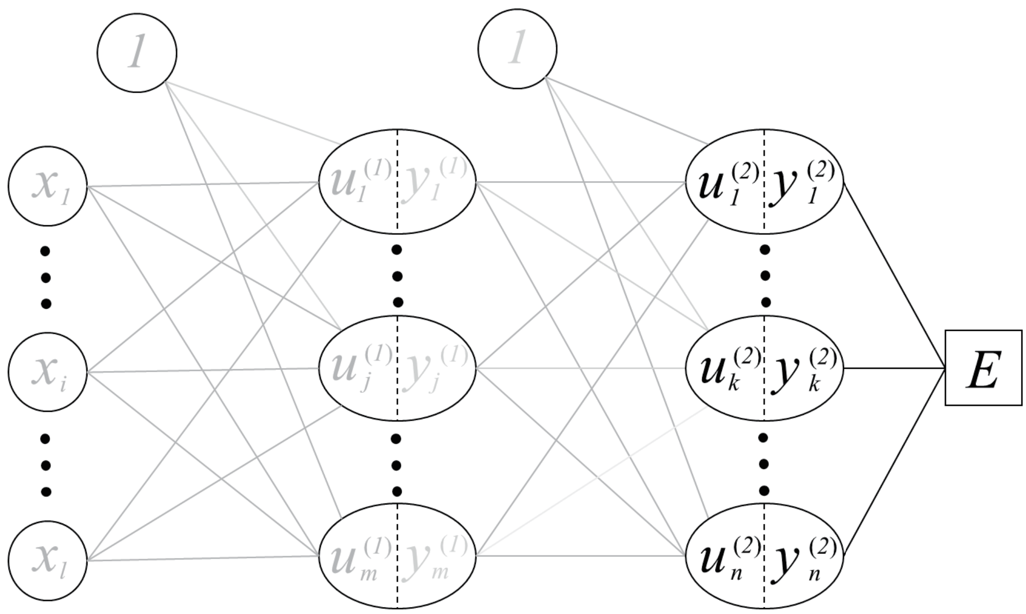
$$\delta_k^{(2)} = \frac{\partial E}{\partial u_k^{(2)}} = \sum_{r=1}^{n} \underline{\qquad\quad} \; \underline{\qquad\quad}$$

は　　～　　の関数



出力層デルタ

$$\delta_k^{(2)} = \underline{\qquad\quad} \; \underline{\qquad\quad} + \sum^{n} \underline{\qquad\quad} \; \underline{\qquad\quad}$$



出力層デルタ：　　問題の場合

関数

$$E = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{2}\left(y_r^{(2)} - d_r\right)^2$$

関数

$$y_k^{(2)} = h^{(2)}(u_k^{(2)}) = u_k^{(2)}$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_k^{(2)}} \frac{\partial y_k^{(2)}}{\partial u_k^{(2)}} = \boxed{\left(\quad\right)} \times \boxed{} =$$

$$\sum^{n} \frac{\partial E}{\partial y_r^{(2)}} \frac{\partial y_r^{(2)}}{\partial u_k^{(2)}} = \sum^{n} \underline{\qquad\qquad} \times \boxed{} =$$

$$\delta_k^{(2)} =$$

出力層デルタ：分類問題の場合

関数

$$E = \sum_{r=1}^{n}\left[-d_r \log(y_r^{(2)})\right]$$

関数

$$y_k^{(2)} = h^{(2)}(u_k^{(2)}) = \frac{\exp(u_k^{(2)})}{\sum_{r=1}^{n} \exp(u_r^{(2)})}$$

計算のヒント
次のスライド

$$\frac{\partial E}{\partial y_k^{(2)}} \frac{\partial y_k^{(2)}}{\partial u_k^{(2)}} = \boxed{} \times \boxed{} =$$

計算のヒント

$$\frac{\partial}{\partial u_k^{(2)}}\left(\frac{\exp(u_k^{(2)})}{\sum_{r=1}^{n}\exp(u_r^{(2)})}\right)$$

$$=\boxed{\left(\qquad\qquad\right)\qquad\qquad} \Rightarrow$$

$$+\boxed{\qquad\qquad\left(\qquad\qquad\right)} \Rightarrow$$

出力層デルタ：　　問題の場合

$$\boxed{E=\sum_{r=1}^{n}\left[-d_r\log(y_r^{(2)})\right]}$$

$$\boxed{y_k^{(2)}=h^{(2)}(u_k^{(2)})=\frac{\exp(u_k^{(2)})}{\sum_{r=1}^{n}\exp(u_r^{(2)})}}$$

$$\sum^{n}\frac{\partial E}{\partial y_r^{(2)}}\frac{\partial y_r^{(2)}}{\partial u_k^{(2)}}=\sum^{n}\left(\boxed{\qquad}\times\boxed{\qquad\qquad}\right)=$$

出力層デルタ：　　問題の場合

$$\delta_k^{(2)} = \frac{\partial E}{\partial y_k^{(2)}} \frac{\partial y_k^{(2)}}{\partial u_k^{(2)}} + \sum_{r \neq k}^{n} \frac{\partial E}{\partial y_r^{(2)}} \frac{\partial y_r^{(2)}}{\partial u_k^{(2)}}$$

$$= \qquad\qquad + $$

$$=$$

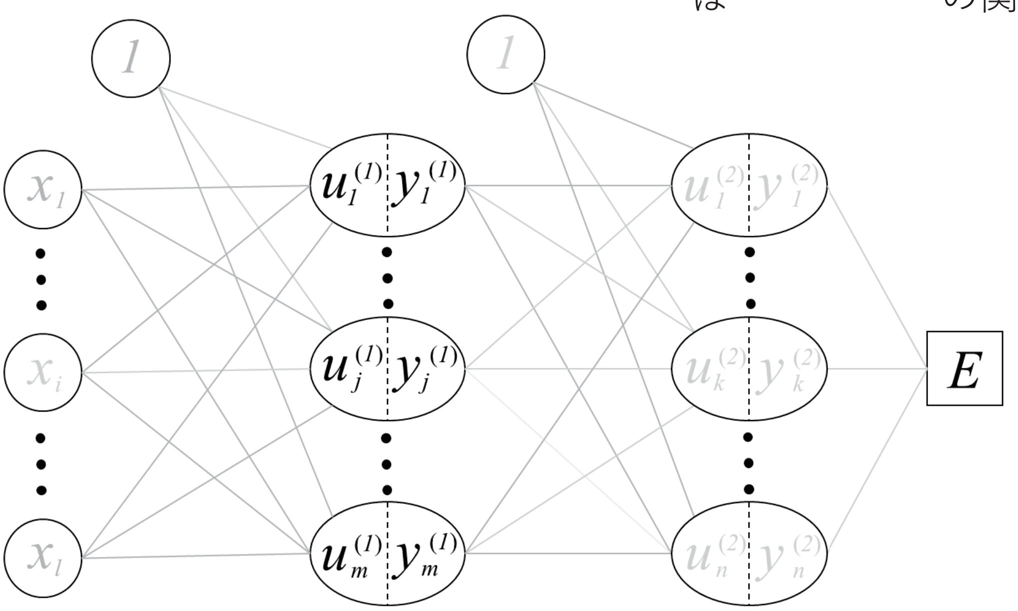
$$\boxed{\delta_k^{(2)} = \qquad\qquad}$$

回帰問題と同じ式

中間層デルタ

$$\delta_j^{(1)} = \frac{\partial E}{\partial u_j^{(1)}} = \sum_{r=1}^{m} \frac{\qquad}{\qquad} \frac{\qquad}{\qquad}$$

は　　～　　の関数



中間層デルタ

$$\delta_j^{(l)} = \frac{\quad}{\quad}\frac{\quad}{\quad} + \sum^{m} \frac{\quad}{\quad}\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$$

の場合

は　　の関数

ではないため

■活性化関数がシグモイド関数の場合

$$y_j^{(l)} = h^{(l)}(u_j^{(l)}) = \frac{1}{1+\exp(-u_j^{(l)})}$$

■活性化関数がReLU関数の場合

$$y_j^{(l)} = h^{(l)}(u_j^{(l)}) = \begin{cases} u_j^{(l)} & \text{if } u_j^{(l)} \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

は　　だけの関数

中間層デルタ

$$\delta_j^{(l)} = \boxed{\frac{\partial E}{\partial y_j^{(l)}}}\frac{\partial y_j^{(l)}}{\partial u_j^{(l)}} = \boxed{\qquad\qquad}\frac{\partial y_j^{(l)}}{\partial u_j^{(l)}}$$

STEP 1.5

を求めるには　　を先に算出しておく必要あり

中間層デルタ：回帰問題と分類問題共通

■活性化関数が　　　　　　関数の場合

$$\boxed{y_j^{(1)} = h^{(1)}(u_j^{(1)}) = \frac{1}{1+\exp(-u_j^{(1)})}}$$

$$\frac{\partial y_j^{(1)}}{\partial u_j^{(1)}} =$$

$$\delta_j^{(1)} = \left(\qquad\right) \quad \left(\qquad\right)$$

中間層デルタ：回帰問題と分類問題共通

■活性化関数が　　　　　　関数の場合

$$\boxed{y_j^{(1)} = h^{(1)}(u_j^{(1)}) = \begin{cases} u_j^{(1)} & \text{if } u_j^{(1)} \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}}$$

$$\frac{\partial y_j^{(1)}}{\partial u_j^{(1)}} = \begin{cases} & \text{if } u_j^{(1)} \geq 0 \\ & \text{otherwise} \end{cases}$$

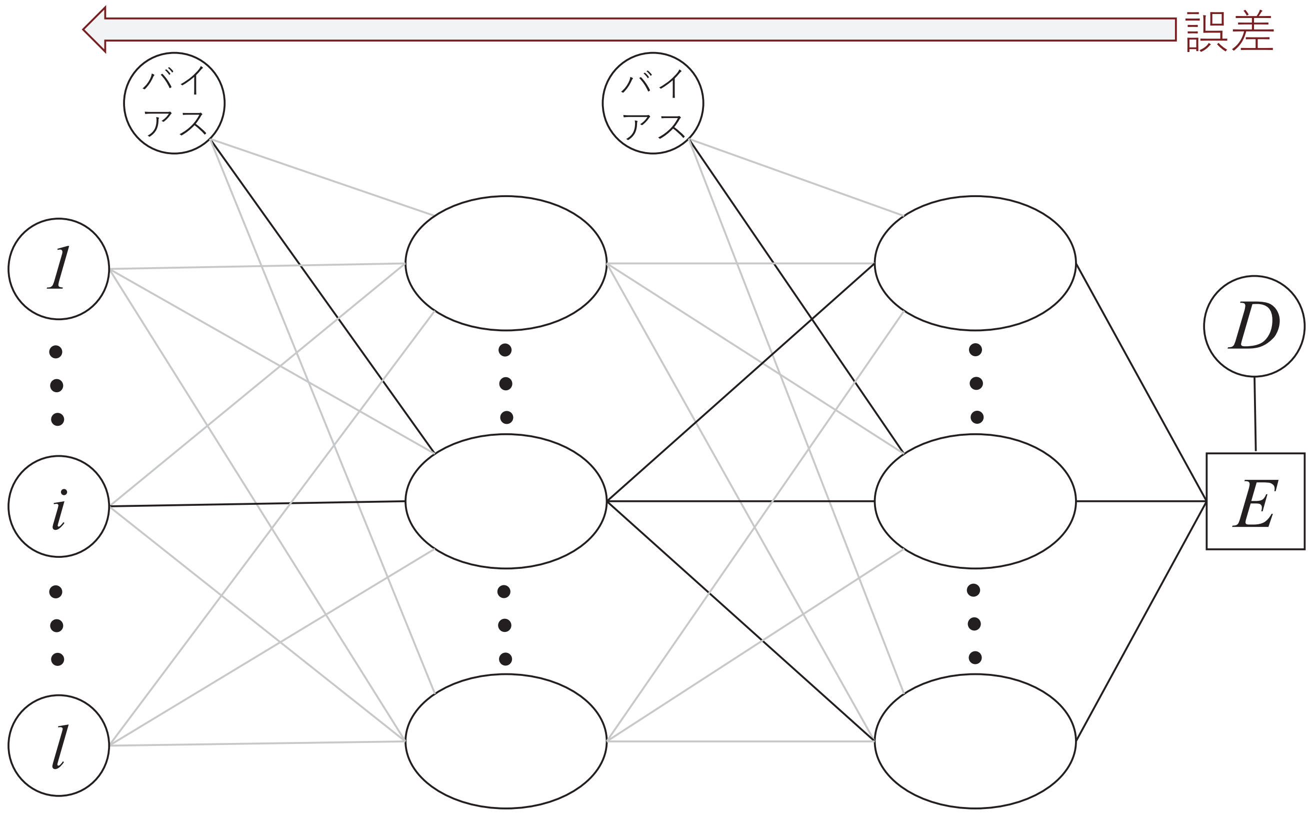
$u_j^{(1)} \geq 0$ の場合

$$\delta_j^{(1)} =$$

$u_j^{(1)} < 0$ の場合

$$\delta_j^{(1)} =$$

逆伝搬　誤差の流れ：　　層→　　層



教師信号 $D = \left[d_1 \cdots d_n \right]^T$

まとめ　対パラメータ勾配の計算：出力層

$$\frac{\partial E}{\partial W^{(2)}} = \left[\delta_k^{(2)} y_j^{(1)} \right]_{n \times m}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial W^{(2)}} = \left[\qquad\qquad \right]_{n \times m}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial B^{(2)}} = \left[\delta_k^{(2)} \right]_{n \times 1}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial B^{(2)}} = \left[\qquad\qquad \right]_{n \times 1}}$$

中間層（$h^{(1)}(\bullet)$：シグモイド関数）

$$\frac{\partial E}{\partial W^{(1)}} = \left[\delta_j^{(1)} x_i\right]_{m \times l} = \left(\left(\sum_{r=1}^{n} \delta_r^{(2)} w_{rj}^{(2)}\right) y_j^{(1)} \left[1 - y_j^{(1)}\right] x_i\right)_{m \times l}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial W^{(1)}} = \left(\left(\qquad\qquad\qquad\right) y_j^{(1)} \left[1 - y_j^{(1)}\right] x_i\right)_{m \times l}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial B^{(1)}} = \left[\delta_j^{(1)}\right]_{m \times 1}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial B^{(1)}} = \left(\left(\qquad\qquad\qquad\right) y_j^{(1)} \left[1 - y_j^{(1)}\right]\right)_{m \times 1}}$$

中間層（$h^{(1)}(\bullet)$：ReLU関数）　$u_j^{(1)} \geq 0$ の場合

$$\frac{\partial E}{\partial W^{(1)}} = \left[\delta_j^{(1)} x_i\right]_{m \times l} = \left(\left(\sum_{r=1}^{n} \delta_r^{(2)} w_{rj}^{(2)}\right) x_i\right)_{m \times l}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial W^{(1)}} = \left(\left(\qquad\qquad\qquad\right) x_i\right)_{m \times l}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial B^{(1)}} = \left[\delta_j^{(1)}\right]_{m \times 1}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial B^{(1)}} = \left(\left(\qquad\qquad\qquad\right)\right)_{m \times 1}}$$

中間層（活性化関数：ReLU関数）　$u_j^{(1)} < 0$ の場合

$$\frac{\partial E}{\partial W^{(1)}} = \left[\delta_j^{(1)} x_i \right]_{m \times l}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial W^{(1)}} = \left[\quad \right]_{m \times l}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial B^{(1)}} = \left[\delta_j^{(1)} \right]_{m \times 1}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial B^{(1)}} = \left[\quad \right]_{m \times l}}$$

BPNNにおける信号の計算：シンボルの定義

t：　　　のイタレーション

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ x \end{bmatrix} \qquad U^{(1)}[t] = \begin{bmatrix} u^{(1)}[t] \\ \vdots \\ u^{(1)}[t] \end{bmatrix} \qquad Y^{(1)}[t] = \begin{bmatrix} y^{(1)}[t] \\ \vdots \\ y^{(1)}[t] \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} d \\ \vdots \\ d \end{bmatrix} \qquad U^{(2)}[t] = \begin{bmatrix} u^{(2)}[t] \\ \vdots \\ u^{(2)}[t] \end{bmatrix} \qquad Y^{(2)}[t] = \begin{bmatrix} y^{(2)}[t] \\ \vdots \\ y^{(2)}[t] \end{bmatrix}$$

BPNNにおける信号の計算：シンボルの定義

$$W^{(1)}[t]=\begin{bmatrix} w^{(1)}[t] & \cdots & w^{(1)}[t] \\ \vdots & w^{(1)}[t] & \vdots \\ w^{(1)}[t] & \cdots & w^{(1)}[t] \end{bmatrix} \qquad B^{(1)}[t]=\begin{bmatrix} b^{(1)}[t] \\ \vdots \\ b^{(1)}[t] \end{bmatrix}$$

$$W^{(2)}[t]=\begin{bmatrix} w^{(2)}[t] & \cdots & w^{(2)}[t] \\ \vdots & w^{(2)}[t] & \vdots \\ w^{(2)}[t] & \cdots & w^{(2)}[t] \end{bmatrix} \qquad B^{(2)}[t]=\begin{bmatrix} b^{(2)}[t] \\ \vdots \\ b^{(2)}[t] \end{bmatrix}$$

BPNNにおける信号の計算：順伝搬

$$\boxed{U^{(1)}[t]=W^{(1)}[t]\,X+B^{(1)}[t]}$$

$$\begin{bmatrix} u^{(1)}[t] \\ \vdots \\ u^{(1)}[t] \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} w^{(1)}[t] & \cdots & w^{(1)}[t] \\ \vdots & w^{(1)}[t] & \vdots \\ w^{(1)}[t] & \cdots & w^{(1)}[t] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ x \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b^{(1)}[t] \\ \vdots \\ b^{(1)}[t] \end{bmatrix}$$

$$\boxed{Y^{(1)}[t]=h^{(1)}\left(U^{(1)}[t]\right)}$$

$$\begin{bmatrix} y^{(1)}[t] \\ \vdots \\ y^{(1)}[t] \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} h^{(1)}\left(u^{(1)}[t]\right) \\ \vdots \\ h^{(1)}\left(u^{(1)}[t]\right) \end{bmatrix}$$

BPNNにおける信号の計算：順伝搬

$$\boxed{U^{(2)}[t] = W^{(2)}[t] Y^{(1)}[t] + B^{(2)}[t]}$$ 出力層ノードへの入力信号

$$\begin{bmatrix} u^{(2)}[t] \\ \vdots \\ u^{(2)}[t] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^{(2)}[t] & \cdots & w^{(2)}[t] \\ \vdots & w^{(2)}[t] & \vdots \\ w^{(2)}[t] & \cdots & w^{(2)}[t] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^{(1)}[t] \\ \vdots \\ y^{(1)}[t] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b^{(2)}[t] \\ \vdots \\ b^{(2)}[t] \end{bmatrix}$$

$$\boxed{Y^{(2)}[t] = h^{(2)}\left(U^{(2)}[t]\right)}$$ 出力層ノードからの出力信号

$$\begin{bmatrix} y^{(2)}[t] \\ \vdots \\ y^{(2)}[t] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^{(2)}\left(u^{(2)}[t]\right) \\ \vdots \\ h^{(2)}\left(u^{(2)}[t]\right) \end{bmatrix}$$

BPNNにおける信号の計算：順伝搬

$$\boxed{E[t] = f\left(Y^{(2)}[t], D\right)}$$ 学習誤差の計算

■回帰問題の場合

$$E[t] = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{2} \left(\qquad\qquad \right)^2$$

■分類問題の場合

$$E[t] = \sum_{r=1}^{n} \left(\qquad\qquad \right)$$

BPNNにおける信号の計算：逆伝搬

$$\boxed{W^{(2)}[t+1] = W^{(2)}[t] - \eta^2 \frac{\partial E[t]}{\partial W^{(2)}}}$$

$$\frac{\partial E[t]}{\partial W^{(2)}} = \left(\left(\qquad\qquad \right) \qquad \right) \times$$

$$\boxed{B^{(2)}[t+1] = B^{(2)}[t] - \eta^2 \frac{\partial E[t]}{\partial B^{(2)}}}$$

$$\frac{\partial E[t]}{\partial B^{(2)}} = \left(\qquad\qquad \right) \times$$

BPNNにおける信号の計算：逆伝搬

$$\boxed{W^{(1)}[t+1] = W^{(1)}[t] - \eta^2 \frac{\partial E[t]}{\partial W^{(1)}}}$$

- $h^{(1)}(\bullet)$: 関数

$$\frac{\partial E[t]}{\partial W^{(1)}} = \left(\left(\sum_{r=1}^{n} \left(y_r^{(2)}[t] - d_r \right) w_{rj}^{(2)}[t] \right) y_j^{(1)}[t] \left(1 - y_j^{(1)}[t] \right) x_i \right) \times$$

- $h^{(1)}(\bullet)$: 関数

$$\frac{\partial E[t]}{\partial W^{(1)}} = \begin{cases} \left(\left(\sum_{r=1}^{n} \left(y_r^{(2)}[t] - d_r \right) w_{rj}^{(2)}[t] \right) x_i \right) \times & \text{の場合} \\ \left(0 \right) \times & \text{の場合} \end{cases}$$

BPNNにおける信号の計算：逆伝搬

$$\boxed{B^{(1)}[t+1] = B^{(1)}[t] - \eta^2 \frac{\partial E[t]}{\partial B^{(1)}}}$$

■ $h^{(1)}(\bullet)$:　　　　　関数

$$\frac{\partial E[t]}{\partial B^{(1)}} = \left(\left(\sum_{r=1}^{n} \left(y_r^{(2)}[t] - d_r \right) w_{rj}^{(2)}[t] \right) y_j^{(1)}[t] \left(1 - y_j^{(1)}[t] \right) \right) \times$$

■ $h^{(1)}(\bullet)$:　　　　　関数

$$\frac{\partial E[t]}{\partial B^{(1)}} = \begin{cases} \left(\left(\left(\sum_{r=1}^{n} \left(y_r^{(2)}[t] - d_r \right) w_{rj}^{(2)}[t] \right) \right) \right) \times & \text{の場合} \\ \left(0 \right) \times & \text{の場合} \end{cases}$$