KI9066 試市 大輝

演習4：(1) $f(x)=x^2+3x+5$, $a=1$ $f'(x)=2x+3$ $f''(x)=2$ $f'''(x)=0$, $f^{(4)}(x)=0$

$f(1)=9$, $f'(1)=5$, $f''(1)=2$ $f'''(1)=0$, $f^{(4)}(1)=0$

$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3+R_4(x)$.

$=9+5x-5+x^2-2x+1+$

3次近似 $y=x^2+3x+5$

(2) $f(x)=\sqrt{1+2x}$, $a=0$, $f'(x)=(1+2x)^{-\frac{1}{2}}$, $f''(x)=-(1+2x)^{-\frac{3}{2}}$

$f'''(x)=3(1+2x)^{-\frac{5}{2}}$, $f(0)=1$, $f'(0)=1$, $f''(0)=-1$, $f'''(0)=3$

$f(x)=1+x-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{6}x^3$

3次近似 $y=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2+x+1$

(3) $f(x)=\sin x$, $a=\pi$, $f'=\cos x$, $f''=-\sin x$, $f'''=-\cos x$

$f(\pi)=0$, $f'(\pi)=-1$, $f''(\pi)=0$, $f'''(\pi)=1$

$f(x)=0-(x-\pi)+\frac{1}{6}(x-\pi)^3$

3次近似 $y=\frac{1}{6}(x-\pi)^3-x+\pi$