

3次元空間での関数 $f(x, y) = 0.05x^2 + y^2$ の最小値を SGD により求めることを考える. SGD による変数 x と y のアップデートは式 1 を使うことにする. 式 1 における t はイタレーションの回数を表している.

$$\begin{pmatrix} x[t+1] \\ y[t+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x[t] \\ y[t] \end{pmatrix} - \eta \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x[t], y[t])}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x[t], y[t])}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

1. 式 2 の a と b (それぞれ η の関数) を求めよ. ヒント: $\frac{\partial f}{\partial x}$ と $\frac{\partial f}{\partial y}$ を計算する.

$$\begin{pmatrix} x[t+1] \\ y[t+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(\eta)x[t] \\ b(\eta)y[t] \end{pmatrix}. \quad (2)$$

2. $\eta = 0.8$ とし, $x[0] = -7$, $y[0] = 2$ の場合, $x[t]$ と $y[t]$ の値を求めよ.

3. 上記条件において, 変数 $x[t]$ と $y[t]$ をアップデートする場合, これらの変数は $x-y$ 平面上でどのような動きを示すか説明せよ.