01 Teorie kódování

tags: řsss-řk

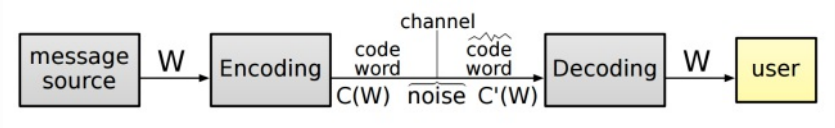
> Teorie kódování. Základy teorie kódování, Shannonova věta. Entropie. Generování skutečně- a pseudo-náhodných sekvencí. Kryptografické protokoly, metody ustavení klíčů, protokoly zero-knowledge. Kvantová kryptografie. (IV054, PV079)

Základy teorie kódování

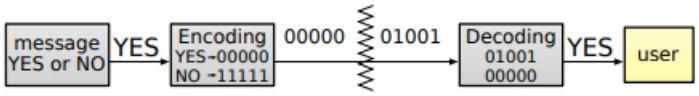
Cílem teorie kódování je vytvořit systémy a metody, které nám dovolí detekovat/opravovat chyby způsobené přenosem informací přes hlučné kanály (noisy channels). Kódování je používáno pro kompresi dat, v kryptografii a error-correction pro přenos informací.

Rozdělení: 1. Noiseless coding theory - Shannon entropie - Huffman coding 2. Noisy coding theory - Error correcting codes - Block codes

Error-correcting kódy jsou používány pro opravu chyb ve zprávě, když je chybně zaslaná přes hlučný kanál.



Příklad:



- Kód C abecedy $\sum$ je neprázdná množina $\sum^*(C \subseteq \sum^*)$.
- q-nární kód je kód abecedy o q-symbolech.
- binární kód je kód abecedy $\{0, 1\}$.

Channel (kanál) je fyzické médium ve kterém je informace uchována a přes které je informace posílána. - Např. telefonní linka, optické vlákna, etc.

Šum (noise) mohou způsobovat sluneční paprsky, záření, blesky, sprcha meteorů, náhodné radiové vlny, etc.

Typy kanálů

Hlavní typy kanálů jsou diskrétní (discrete) a kontinuální/nepřetržité (continuous) kanály.

Diskrétní Shannonův stochastický kanál je trojice $(\sum, \Omega, p)$, kde: - $\sum$ je vstupní abeceda - Ω je výstupní abeceda - Pr je pravděpodobnostní distribuce $\sum \times \Omega$ a pro každé $i \in \sum, o \in \Omega, Pr(i, o)$ je pravděpodobnost, že výstup z kanálu je o pokud je vstup i.

Hlavní model šumu v diskrétním kanálu je: - *Shannon stochastic (probabilistic) noise model*: Pravděpodobnost $Pr(i, o)$ je známá a pravděpodobnost hodně chyb je nízká. - *Hamming adversarial (worst-case) noise model*: Kanál se chová jako záškodník, který může samovolně poškozovat vstupní kódová slova (codewords) v rámci daného počtu chyb.

Další důležité kanály: - Binární symetrický kanál mapuje, s fixní pravděpodobností p_0, každý binární vstup na opačný výstup. Proto, $Pr(0, 1) = Pr(1, 0) = p$ a $Pr(0, 0) = Pr(1, 1) = 1 - p$. - $Pr(0, 1)$ se čte: pravděpodobnost, že výstup je 1, pokud byl vstup 0. - Binary erasure channel mapuje, s fixní pravděpodobností p_0, binární vstupy do $\{0, 1, e\}$, kde e je nazýváno **erasure symbol** a $Pr(0, 0) = Pr(1, 1) = p_0$, $Pr(0, e) = Pr(1, e) = 1 - p_0$

Dvě základní kódovací metody: 1. **BEC** (Backward Error Correction) příjemci dovoluje pouze detekovat chyby. Pokud je detekována chyba, požádá odesílatele o znovuzaslání zprávy 2. **FEC** (Forward Error Correction) příjemci dovoluje opravit určité množství chyb. - vyžaduje delší zpracování na straně příjemce (větší latency), ideální na dlouhé vzdálenosti, kde přeposlání zprávy by bylo neefektivní, např. satelitová komunikace

Základní předpoklady o kánálech: 1. **Zachování délky slova**. Každý výstupní slovo by mělo mít stejnou délku jako jeho korespondující vstupní slovo 2. **Nezávislost chyb**. Pravděpodobnost, že jeden symbol bude ovlivněn chybou v průběhu přenosu, by měla být vždy stejná.

Základní strategie pro dekódování: - Pro dekódování použijeme *maximum-likelihood principle* nebo *nearest neighbor decoding strategy*: - Příjemce by měl dostat slovo w' jako kódové slovo w, které je nejblíže slovu w'.

Hammingova vzdálenost:

- Koncept jak spočítat podobnost dvou kódových slov. Pro kódové slova x a y, jejich Hammingova vzdálenost $h(x, y)$ je počet symbolů, ve kterých se liší.
- Vlastnosti Hammingovy vzdálenosti
  - $h(x, y) = 0 \rightarrow x = y$
  - Symetrie: $h(x, y) = h(y, x)$
  - Trojúhelníková nerovnost: $h(x, z) \leq h(x, y) + h(y, z)$
- **Minimální vzdálenost kódu je důležitá vlastnost kódu a značí nejmenší počet chyb, které změní jedno kódové slovo do druhého.**
- Počítá se jako: $h(C) = min\{h(x, y) | x, y \in C, x \neq y\}$

Základní error-correction theorem: 1. Kód C dokáže detekovat až s chyb, pokud $h(C) \geq s + 1$. 2. Kód C dokáže opravit až t chyb, pokud $h(C) \geq 2t + 1$.

(n, M, d)-kód C je takový kód, kde: - n - je délka kódového slova - M - je počet kódových slov - d - je minimální vzdálenost v kódu C.

Příklad: - $C1 = \{00, 01, 10, 11\}$ je (2,4,1)-kód. - $C2 = \{000, 011, 101, 110\}$ je (3,4,2)-kód.

Dobrý (n, M, d)-kód má malé n, velké M a velké d.

Information rate, nebo **code rate** q-nárního (n, M, d)-kódu C reprezentuje poměr počtu potřebných vstupních znaků k počtu přenášených znaků. Pokud binární kód má **code rate** R, říkáme, že přenese R bitů za *channel use* (použití kanálu?).

Entropie

:movie_camera: StatQuest - Dlouhé, ale entropie vysvětlena :movie_camera: Computerphile - Entropie

Shannonova entropie značí střední hodnotu množství dat v zasílané informaci, je měřena v bitech. Když datový zdroj vyprodukuje hodnotu, která má nízkou pravděpodobnost (tj. nastane událost s nízkou pravděpodobností), nese tato událost více "informace" (způsobí větší "překvapení"). Entropie značí take míru nejistoty – čím vyšší entropie, tím je způsobeno větší "překvapení". Entropie je míra neurčitosti náhodného pokusu. Pojem **entropie** lze chápat jako pojmenování pro *nahodilost*.

Entropie je definována jako: $S(X) = -\sum_x p(x) \log p(x)$

- Entropie systému je minimální (nulová), pokud dokážeme předpovědět jeho výstup v každém případě (s pravděpodobností 1)
  - Například budeme mít minci, která má na obou stránách pannu. Její entropie bude tedy 0, jelikož pokaždé padne panna.
- Entropie systému je maximální, pokud všechny hodnoty produkuje se stejnou pravděpodobností (rovnoměrné rozložení) - $S(X) = \log_2 n$
  - Tohoto se využívá i v kryptografii. Například 128bitový klíč, který je rovnoměrně a skutečně-náhodně generovaný, má entropii 128 bitů. Entropie však selhává, když klíče nejsou voleny rovnoměrně. Třeba předpokládejme, že z důvodu chyby je

první bit vždy jako 1. Tudíž nám stačí cracknout zbylých 127.

Shannonův teorém

Shannonův noiseless teorém říká, že pro přenos n hodnot informace X, potřebujeme použít $nS(X)$ bitů. Nemůžeme použít méně bitů pro kódování, pokud nechceme ztratit nějakou část informace.

Příklad: Zdroj X produkuje hodnotu 1 s pravděpodobností $p=\frac{1}{4}$ a hodnotu 0 s pravděpodobností $1-p=\frac{3}{4}$. Předpokládejme, že chceme zakódovat 4-bitový blok. Za použití Shannonova teorému musíme použít v průměru 3.245 bitů.

Jinak řečeno, pokud budeme posílat n bitů s pravděpodobností chyby p, by mělo nastat přibližně $p \times n$ chyb.

Kódy s proměnnou délkou

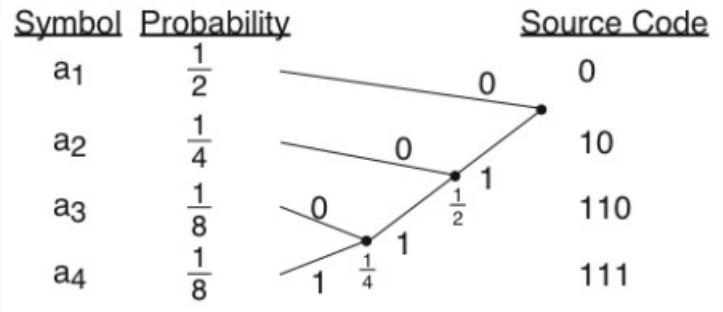
Kódy s proměnnou délkou, jako je např. ASCII, mají všechna kódová slova o stejné délce. V teorii kódování, kód s proměnnou délkou je takový kód, který mapuje zdrojové symboly na proměnnou délku bitů.

Třídy kódů s proměnnou délkou: - Non-singular codes - Každý symbol ze zdrojové abecedy S je mapován na unikátní neprázdnou sekvenci symbolů z cílové abecedy T. - Např. $\{a \mapsto 1, b \mapsto 011, c \mapsto 1100, d \mapsto 11001\}$ - Uniquely decodable codes - Jakákoliv sekvence symbolů validního kódového slova z T může být unikátně dekódovaná na symboly z S. - Např. mapping $M_3 = \{a \mapsto 0, b \mapsto 01, c \mapsto 011\}$ je unikátně dekódovatelná, jelikož každé slovo ukončíme, pokud uvidíme bit 0 - což znamená, že začíná nové slovo. - Preffix/Suffix codes - žádný jiné slovo nezačíná prefixem/suffixem jiného slova. - Např. $\{a \mapsto 0, b \mapsto 10, c \mapsto 110, d \mapsto 111\}$ - *aabacdab* → 00100110111010
→ |0|0|10|0|110|111|0|10| → *aabacdab*

Unární kódování - zakóduje přirozené číslo n pomocí n po sobě následujících jedniček a jednou nulou a naopak. - Např. $\{1 \mapsto 0, 2 \mapsto 10, 3 \mapsto 110, \ldots\}$

Binární kód - Kód není *unique decodable*, nejdříve musíme definovat oddělovač nebo délku slova. Když chceme definovat délku slova, musíme znát největší možnou hodnotu, kterou chceme zakódovat.

Huffmanovo kódování - Algoritmus pro bezeztrátovou kompresi dat. Konvertuje znaky vstupního souboru do bitových řetězců různé délky. Znaky, které se ve vstupním souboru vyskytují nejčastěji, jsou konvertovány do bitových řetězců s nejkratší délkou (nejfrekventovanější znak tak může být konvertován do jediného bitu), zatímco znaky, které se vyskytují velmi zřídka, jsou konvertovány do delších řetězců. -



-

Huffmanovo kódování je optimální, pokud pravděpodobnosti jednotlivých symbolů jsou násobky $\frac{1}{2}$. Symbol s pravděpodobností 0.99 nese pouze $\log_2(\frac{1}{0.99}) = 0.014$ bitů informace, ale Huffmanovo kódování zakóduje každý symbol separátně, takže minimální délka symbolu bude 1 bit, což není optimální. - Toto se dá vyřešit použitím **Extended Huffman coding**, kde kódujeme sekvence zdrojových symbolů a ne jednotlivé symboly. - Např. budeme mít sekvenci 0000111100001111, tak kódujeme sekvence 0000 ↦ 0 a 1111 ↦ 1.

Fixed-length (=block) codes

Blokové kódy zahrnují Hammingův, Golayův, Reed-Solomon, cyclic a polynomiální kód. :::danger Tady bychom se měli věnovat lineárním kódům. Nejsem si jistý, jestli to po nás někdo bude chtít u státnic. :::

Generování skutečně- a pseudo-náhodných sekvencí

Náhodná data jsou stěžejní pro kryptografické klíče, *padding values*, nebo *nonces*. Potřebujeme kvalitní (aby splňovala statistické vlastnosti) a nepředvídatelná data. Nicméně v deterministickém prostředí (= počítače), je občas složité získat opravdu náhodná data v rozumném čase.

True random number generators (TRNGs)

TRNGs bývají pomalé a jejich kvalita závisí na zdroji náhodnosti: - Ideální zdroj: nedeterministický fyzický jev (radioaktivní rozpad zdroje záření, atmosférický nebo elektronický šum, vesmírná radiace). - Excelentní: HW-based, buď zabudované čipy nebo přídavné karty. - Dobré: Jakýkoliv vstup (časování stisku kláves, pohyb myši, vstup z mikrofonu nebo videokamery), jelikož I/O HW je většinou levný a generuje hodně šumu. - Přijatelné: SW-based (procesy, síť, …) - Špatné (předvídatelné, nedostatečná entropie): systémové datum a čas, process ID, process runtime

Pseudo-random number generators (PRNGs)

Pseudo-random generátor je deterministický konečný automat, který: - Je v jakémkoliv čase v určitém stavu: - Stav by měl být secret (výstup generátoru musí být pro kryptografické účely nepředvídatelný) - Stav se opakovatelně mění (generátor musí produkovat jiný výstup)

Na základě krátkého vstupu (většinou hash skutečně náhodné hodnoty) zvané *seed*, produkuje deterministický algoritmus pseudo-náhodný výstup. Pro stejný *seed* se generuje stejná sekvence čísel. V ideálním případě je výstup nerozeznatelný od skutečně náhodných dat.

Linear feedback shift register (LFSR)

:movie_camera: Computerphile - LFSR

LSFR je shift register (posuvný registr), kde vstupní bit je lineární funkcí jeho předchozího stavu. Typicky se XORuje několik předchozích bitů. Výstup je tedy pseudo-náhodný bit.

LSFRs jsou velice rychlé a dobré pro HW implementaci. - Mají konečný počet možných stavů, pseudo-náhodná sekvence je generována pořád dokola. - Např. bude generovat pořád dokola čísla 1, 3, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 5 - proto chceme dlouho *periodu generátoru* - Jelikož použitá funkce je lineární, výstup je náchylný ke kryptoanalýze. - To můžeme zlepšit použitím nelineární kombinace několika LSFRs použitím vhodné nelineární funkce.

Cryptographically secure RSA and BBS PRNGs

RSA PRNG založen na systému RSA: - p, q jsou prvočísla; $n = pq$; $\varphi(n) = (p-1)(q-1)$;$gcd(e, \varphi(n)) = 1$ - φ = Euler's totient function - gcd() = greatest common divisor - Seed x_0 je vybrán z rozsahu $[2, n-2]$ - Pro $i \in [1, m]$ udělej: - $x_i = (x_{i-1})^e \mod n$; - $z_i = lsb(x_i)$; i.e., z_i je least significat bit od x_i - Výstup je sekvence $z_1, z_2, \ldots, z_m$ o délce m BBS PRNG je podobné, ale používá $x_i = (x_{i-1})^2$. Obě dvě jsou ale celkem pomalé.

ANSI X9.17/X9.31 PRNG

- Založen na 64-bit 3DES-3 nebo 128-bit AES.
- Klíč K je použit pouze pro generátor a ne pro žádný jiný účel.
- Seed je 64/128-bitová hodnota s.
  - Podle toho, jestli použijeme DES nebo AES.
- DT je 64/128-bit reprezentace datumu/času.

    - Náhodně inicializovaný counter může být taky použit.
- Pokaždé, co potřebujeme náhodné číslo, je potřeba:
    - Získat DT;
    - Vypočítat dočasnou hodnotu $t = E_K(DT)$; (E_K znamená šifrování s klíčem K).
    - Vypočítat náhodnou hodnotu $r = E_K(s \oplus t)$;
    - Updatnout seed pro další iteraci: $s = E_K(r \oplus t)$. Tato PRNG se ale nikdy nezotaví z kompromitovaného stavu (např. s uniklým klíčem K), maximálně se zotaví po dlouhé době. Sofistikovaným řešením je Yarrow a Fortuna PRNG.

Yarrow PRNG

Bežný design: - *Entropy accumulator*: sbírá vzorky entropie ve 2 poolech (fast a slow - poolu rozumějte jako zdroji entropie (např. to zmíněné záření, pohyb myši, etc.)) - *Reseed mechanism*: periodicky *reseeduje* klíče z poolu: *fast pool* pro častější *reseedování* a *slow pool* pro méně časté. - *Reseed control*: rozhoduje, kdy se má *reseed* provést (založeno na *entropy estimators* a predefinovaných thresholdech) - *Generation mechanism*, generuje výstupy založené na klíči/seedu: - Založen na blokové cifře v CTR(counter) módu. - Seed je klíč K: - $C_i = (C_{i-1} + 1) \mod 2^n$ - output$_i = E_K(C_i)$ - Yarrow-160 používá 3DES-3 a SHA-1 - SHA-1 má maximálně 160 bitů - Po 10 výstupech se klíč mění

Fortuna PRNG

- State-of-the-art
- Zotaví se rychle z interního stavu kompromitace, přidává často entropii
- Založen na blokových šifrách (AES, Serpent, Twofish) a SHA-256
- Jeho *entropy accumulator* cyklicky sbírá entropii z 32 poolů:
    - Po n-tém reseedování PRNG, pool k je použit pouze pokud 2^k dělí n.
        - P_0 je použit pro každé reseedování, P_1 každé druhé, P_2 každé čtvrté, …
    - Vždy bude nějaký pool s dostatečnou dávkou entropie

Cryptanalytic attacks

1. Direct cryptanalytic
    - Útočník je schopen rozeznat, zda-li je to výstup z PRNG nebo skutečně-náhodný výstup
    - Je potřeba, aby viděl výstup z PRNG.
2. Input-based attack
    - Útočník používá vstupy pro PRNG, aby rozeznal výstupy PRNG a náhodných hodnot.
3. State compromise attack
    - Útočník zneužívá předchozí kompromitované stavy, aby rozeznal mezi PRNG výstupy a náhodnými hodnotami

Statistické testování náhodnosti

Kvalita random number generátorů se měří pomocí statistických testů. Generované náhodné sekvence by měly vypadat "náhodně" - což znamená, že by měly splňovat statistické vlastnosti jako data pocházející z rovnoměrného rozložení.

1. NIST testy
    - 15 testů náhodnosti
        - Statistika bitů - počet jedniček, nejdelší jedničková sekvence
        - Statistika m-bit bloků - frekvence m-bit bloků
        - complexní statistiky m-bit bloků - lineárni komplexita, matrix rank
2. DIEHARD
    - DIEHARD taky testuje implementaci

Kryptografické protokoly

Protocol

- Algoritmus definovaný sekvencí kroků, které musí splnit každý (dva a více) účastník komunikace, abychom dosáhli cíle protokolu
  - Cíle protokolu: důvěryhodnost, autentizace(=ověření identity), integrita, ustanovení klíčů, non-repudiation(=odesílatel nemůže popřít svoje autorství)
- Protokoly jsou založené na *secret* (tajemství):
  - Důvěra je založena na vlastnictví *secretu*
  - Pro symetrickou kryptografii je důvěra založena na sdílení klíče
  - Pro asymetrickou kryptografii je důvěra založena na držení privátního klíče a *chain of trust* mezi veřejným klíčem a dalšími daty (např. webové certifikáty - u nich věříte, že jsou podepsány certifikační autoritou)

Nonce

- *Number used once*
- Mohou být:
  - unikátní/náhodné - pocházejí z rovnoměrného rozložení, používají se např. pro challenge-response
  - sekvenční (inkrementální) čísla - např. z čitače
  - Timestamps - např. jako *acceptance window* (kolik času jsem ochoten čekat, abych přijal zprávu jako *fresh*); bezpečně synchronizovaná a distribuovaná informace o čase

Autentizace jedince

- Jednostranná / vzájemná. Jedna strana se autentizuje / dvě strany se autentizují navzájem.
- Autentizace u asymetrické kryptografie (Alice a Bob znají své public klíče):
  1. Alice → Bob: $E_B(n)$ - náhodný nonce zašifrovaný public klíčem Boba.
  2. Alice ← Bob: $E_A(n + 1)$ - Bob vrátí nonce inkrementovaný o jedna zašifrovaný public klíčem Alice - ta ví, že komunikuje s Bobem.
  3. Alice → Bob: $E_B(n + 1)$ - Bob ví, že komunikuje s Alice
- Challenge response protokoly (Alice a Bob sdílejí stejný secret):
  1. Alice → Bob: Challenge (zašli mi secret)
  2. Alice ← Bob: Response (secret)
  3. Alice → Bob: OK/NOK (verifikace secretu) #### Commitment scheme - e.g. vzdálené házení mincí
- Problem: Dvě strany jsou vzdáleně od sebe, Alice si tipne výsledek, Bob hodí mincí a oznámí výsledek. Pokud by Bob věděl, co Alice tipovala, mohl by oznámit opačný výsledek. Na druhou stranu, pokud by Alice věděla Bobův výsledek, mohla by podle toho zaslat svůj tip.
- Řešení:
  - Alice pošle svůj tip Bobovi ve formátu $H(g + n)$, kde H je hashovací funkce, g je její tip (panna/orel) a n je náhodný nonce.
  - Bob flipne mincí a zašle ho Alici
  - Alice oznámí svůj výsledek a nonce
  - Bob ověří, že se jedná o správný výsledek.

Protokoly pro ustanovení klíčů

- Ustanovené klíče jsou sdíleným *secretem*, který sdílí všichni účastníci komunikace
- *Key transport*: Bezpečná distribuce secretu - Evil Eve nedokáže odposlechnout tento secret
- *Key agreement*: sdílený secret je odvozen Alicí a Bobem na základě vyměněných dat a (ideálně), nikdo z nich nedokáže předpovědět výslednou hodnotu.
- Vlastnosti (koncepty jistoty):
  - *Implicit key authentication*: Jistota Boba, že nikdo jiný, kromě Alice, nemohl přečíst klíč.
  - *Key confirmation*: Alice ujistí Boba, že pouze ona zná klíč.
  - *Explicit key authentication*: Obě dvě vrchní vlastnosti platí.
  - *Entity authentication*: Ujištění jedné strany o identitě druhé strany. Alice ví, že komunikuje s Bobem a naopak.
- Session klíče:
  - Short-term klíče

    - Malý počet zpráv zašifrovaných s tímto klíčem → trápí nás méně, když klíč unikne
    - *Perfect forward secrecy* znamená, že kompromitace dlouhodobého klíče nijak nekompromituje zpětně session-klíče
        - Budoucí odhalení klíče nekompromituje zprávy z minulosti
    - *Perfect backward secrecy* kompromitace klíče z minulosti nijak neovlivní zprávy v budoucnosti.
    - Například: **Diffie-Hellman**: umožňuje přes nezabezpečený kanál vytvořit mezi komunikujícími stranami šifrované spojení

Zero-knowledge protokoly

- Dovoluje účastníkům komunikace dokázat, že drží určitý *secret*, aniž by odhalili jakékoliv informace, které by ho mohly kompromitovat (*secret*)
- Proof of knowledge s následujícími vlastnosti:
    - Completeness (Úplnost) - poctivé strany vždy dosáhnou úspěšného výsledku
    - Soundness (Korektnost) - pravděpodobnost, že nepoctivý útočník přesvědčí druhou stranu o něčem, co není pravda, je mizivá
- Obecný proces:
    - 2 strany: Prover (P) a Verifier (V)
    - P → V: witness, V → P: challenge, P → V: response
    - Výsledek: V je přesvědčeno, že P zná secret, aniž by se V o něm cokoliv dozvědělo
        - V ale nedokáže toto potvrdit nikomu jinému
- Příklad: Máme chodbu ve tvaru kruhu, kterou dělí dveře. P chce dokázat V, že od nich vlastní klíč. P se tedy vydá jednou stranou a přijde opačnou stranou. Tímto dokázalo V, že má klíč od dveří, aniž by to V viděl.
- Protipříklad: Chceme dokázat, že n = 670592745 není prvočíslo a odhalíme 670592745 = 12345 · 54321 - což není zero-knowledge.

Feige-Fiat-Shamir příklad nepřidávám, je uveden v https://www.fi.muni.cz/usr/gruska/crypto21/cr2108_2_2.pdf slide 6

Kvantová kryptografie

Doporučuju se nejdřív podívat na následující videa: 1. :movie_camera: Quantum Cryptography in 6 Minutes 2. :movie_camera: BB84 Protocol of quantum key distribution

- Založena na kvantové fyzice (přírodní zákony), ne na předpokladu, že některé problémy je velice složité vypočítat.
- Kvantová fyzika pracuje se základními entitami fyziky - částice (*particles*):
    - Protony, elektrony, neutrony (z čeho je *matter* vytvořena)
    - Fotony (nosiče elektromagnetického záření)
    - Další "*elementary particles*" které zprostředkovávají další interakce ve fyzice
- Kvantová fyzika je plná mind-fucků, záhadných a paradoxních jevů.
    - Například *quantum particle* "se může nacházet na dvou místech najednou" a interagovat se sebou.
- Klasická vs. kvantová informace:
    - **Klasická**:
        - Jednoduchá na uložení, přenos i zpracování v čase a prostoru
        - Je jednoduché udělat nekonečné množství kopií klasické informace
        - Můžeme ji měřit aniž bychom ji narušili
    - **Kvantová**:
        - Složité ji uložit, přenést i zpracovat
        - *No-cloning theorem*: Není možné, abychom zkopírovali *perfectly unknown* kvantovou informaci
        - Změření kvantové informace ji zničí - útočníci jsou odhaleni
        - *Heisenbergův princip neurčitosti*: čím přesněji měříme polohu částice, tím méně přesněji měříme její momentum a naopak.
- V klasických počítačích je informace reprezentována na makroskopické (věci, které můžeme vidět pouhým okem) úrovni klasickými bity, v kvantových počítačích je informace reprezentována na mikroskopické úrovni (věci, které nemůžeme vidět pouhým okem) a je reprezentována qubity (*quantum bits*): mohou nabývat nepočítatelně mnoho hodnot:

- $\alpha|0\square + \beta|1\square$, kde α, β jsou komplexní čísla taková, že $|\alpha^2| + |\beta^2| = 1$
- Běžný n-bitový registr dokáže v jednu chvíli uložit pouze jeden n-bitový string.
- Kvantový n-qubit registr dokáže v jednu chvíli udržet superpozici všech 2^n n-bitových stringů. Tím pádem kvantový počítač dokáže "vypočítat" v jednom kroku všech 2^n hodnot funkce definované na n-bitovém vstupu.
  - *Kvantová superpozice stavů je základním principem kvantové mechaniky, podle kterého lze každé dva (a více) kvantové stavy kombinovat (superponovat), čímž vznikne nový kvantový stav. To znamená, že každý kvantový stav lze popsat jako součet dvou (a více) jiných stavů.*

BB-84 [Bennet-Brassard, 1984] shared key establishment

1. Alice vygeneruje náhodnou sekvenci bitů a zakóduje je jako qubity
2. Alice zasílá Bobovi photony polarizované se základem buď jako 0° a 90° (*rectalinear scheme*), nebo jako 45° a 135°(*diagonal scheme*); základ je vybrán náhodně pro každý zasílaný qubit.
   - Jakmile Bob přijme všechny qubity, tak ví, že Eve nemůže mít žádnou kopii qubitů (no-cloning theorem)
   - Nicméně Eve mohla odposlouchávat, ale tím by narušila cca 50% jednotlivý qubitů
3. Bob náhodně měří jednotlivé qubity (použije pro každý náhodnou *scheme*) a následně sekvenci použitých schemes si vymění s Alici přes nezabezpečený kanál
   - Takhle oba dva vidí, kdy použili stejnou scheme a tím pádem které bity byly změřeny správně.
   - Pokud Eve odposlouchávala a změřila špatně qubit, tak Alice s Bobem zjistí hned při první vyměněné zprávě, jelikož budou mít rozdílný klíč - dobře je to vysvětlené zde: https://youtu.be/44G9UuB2RWI?t=476