*Арифметика, или числительница.*

Есть *художество честное, независимое, всем удобопонятное, многополвзнейшее и многохвальнейшее. от древнейших же к новейших в разные вре мена явившихся наряднейших арифметиков изобретенное и изложенное.*

***Л. Ф. Магницкий***

**Сложение**

Еще в древности люди научились считать предметы, называя число их по порядку: 1, 2, 3... Но сущность счета не только в том, чтобы называть по порядку числа, но и в присчиты вании, т. е. в прибавлении единицы к перво начальному числу, затем еще одной единицы,

затем еще одной и т. д. Овладе ние счетом требует умения при бавлять единицу к любому числу и к полученному от этого сложе ния числу снова прибавлять еди ницу и т. д.

Итак, сложение числа с едини цей возникло с появлением счета. В дальнейшем сложение двух чи сел выразилось в присчитывании к данному числу по одному всех единиц второго слагаемого. По наблюдайте, как складывают чи сла малыши. Например, чтобы прибавить к трем два, ребенок на одной руке оставляет незагнуты ми 3 пальца,

а на второй—2 паль ца и сначала считает три пальца (загибая каждый) на одной руке, а затем также присчитывает к ним по одному пальцы другой руки. Когда все пальцы загнуты — сло жение закончено. На следующем этапе обучения ребенок уже не пересчитывает единицы первого слагаемого, а сразу называет его и присчитывает к нему по одному все единицы второго слагаемого.

Сотни лет люди древнего мира выполняли сложение подобным же образом, присчитывая к пер вому данному множеству предме тов по одному предмету, взятому из второго множества, до тех пор, пока все предметы (члены) второ го множества не будут исчерпаны.

Длительное время сложение чисел люди выполняли только устно с помощью каких-либо предметов — пальцев, камешков, ракушек, бобов и пр., а позже на специальных приборах—*счетной скамье, абаке, счетах.*

Только после того как была изобретена позиционная система счисления и числа стали записы вать цифрами, подобно тому как это делаем мы, индийские мудре цы нашли способ сложения чисел в письменном виде. При вычисле ниях они записывали числа па лочкой на песке, насыпанном на специально приготовленную дос ку. Цифры, изображенные на пес ке, легко было стирать, а на их ме сте записывать другие. Вероятно, этим можно объяснить некоторые особенности индийского приема сложения чисел. мудре цы нашли способ сложения чисел в письменном виде. При вычисле ниях они записывали числа па лочкой на песке, насыпанном на специально приготовленную дос ку. Цифры, изображенные на пес ке, легко было стирать, а на их ме сте записывать другие. Вероятно, этим можно объяснить некоторые особенности индийского приема сложения чисел.

В Древней Индии было принято записывать слагаемые в стол бик — одно под другим; сумму же записывали над слагаемыми, сло жение начинали с наивысшего разряда, т. е. слева направо. Если записанная в сумме цифра при сложении последующего низшего разряда изменялась, то ранее за писанную цифру стирали, а на ее место вписывали новую.

Индийский прием сложения по заимствовали математики Сред него и Ближнего Востока, а от них в начале IX в. он перекочевал в Европу.

С XV в. способ письменного сло жения чисел принял современный вид,

**л    *л   т***

**2  +  3**

В Древнем Египте знаком сложения служило схематическое изображение шагающих ног человека.

а до этого долгое время сла гаемые записывали одно подле другого без всякого знака между ними. В начале XV в. действие сложения стали обозначать на чальной буквой слова *плюс*(в ла тинском алфавите — Р), которое означало «сложить». К концу того же века отдельные математики стали обозначать сложение зна ком +, который вскоре получил всеобщее признание. Это быст рое признание нового знака прои зошло, видимо, потому, что его начертание напоминает сложе ние двух палочек.

Однако изобретение особых знаков для обозначения арифме тических действий нельзя полно стью приписывать только евро пейским математикам. Еще древние египтяне обозначали сложе ние особым знаком — рисунком шагающих ног.

Название *слагаемое*впервые встречается в работах математи ков XIII в., а понятие «сумма» по лучило современное толкование только в XV в. До этого времени оно имело более широкий смысл — *суммой*называли результат лю бого из четырех арифметических действий.

**Вычитание**

В Древней Индии вычитание чи сел выполняли способом отсчитывания от уменьшаемого по од ному, пока не получится вычитаемое. Например, вычитая от девя ти пять, считали: «Девять без од ного — восемь, девять без двух — семь, девять без трех — шесть, девять без четырех — пять, де вять без пяти — четыре. Все еди ницы вычитаемого (пять) исчерпа ны, следовательно, 9-5 = 4».

   Второй способ вычитания (ав стрийский) состоит в прибавле нии к вычитаемому такого числа, которое в сумме с вычитаемым даст уменьшаемое. При таком способе, например, считали: «9 - 5: пять прибавить один — шесть, пять прибавить два — семь, пять прибавить три — во семь, пять прибавить четы ре — девять. Следовательно, 9-5 = 4, так как, прибавив к пя ти четыре, получаем уменьшае мое— девять».

Индийские математики выполняли   вычитание больших чисел способом, похожим на сложение. Они начинали вычитание с наи высших разрядов, причем те циф ры, от которых приходилось «за нимать» единицу, чтобы раздро бить ее в десяток низших разряд ных единиц, они стирали и запи сывали на место стертой новую, на единицу меньшую цифру. Для них это было удобно, так как в Ин дии черновые вычисления выпол няли на доске, посыпанной пес ком.

Индийский способ вычитания переняли арабы. Но они не стира ли цифры, а перечеркивали их и надписывали новую цифру над перечеркнутой. Это было очень неудобно. Тогда арабские мате матики, используя тот же прием вычитания, стали начинать дей ствие с низших разрядов, т. е. раз работали новый способ вычита ния, сходный с современным.

Для обозначения вычитания в III в. до н. э. в Греции использова ли перевернутую греческую букву пси (Ф). Итальянские математики пользовались для обозначения вычитания буквой М (ц), началь ной в слове *минус.*В XVI в. для обозначения вычитания стали применять знак -. Вероятно, этот знак перешел в математику из торговли. Торговцы, отливая для продажи вино из бочек, черточ кой мелом обозначали число мер проданного из бочки вина. Чтобы отличать знак минус от тире, Л. Ф. Магницкий (XVIII в.) обозна чал вычитание знаком +.

Индийский способ вычитания переняли арабы. Но они не стира ли цифры, а перечеркивали их и надписывали новую цифру над перечеркнутой. Это было очень неудобно. Тогда арабские мате матики, используя тот же прием вычитания, стали начинать дей ствие с низших разрядов, т. е. раз работали новый способ вычита ния, сходный с современным.

Знак равенства (=)   впервые введен английским учителем ма тематики Р. Рикоррдом в XVI в. Он пояснял: «Никакие два предмета не могут в большей степени быть равны между собой, как две па раллельные линии». Но еще в еги петских папирусах встречается знак, который обозначал равен ство двух чисел, хотя этот знак совершенно не похож на знак =.

Названия уменьшаемоеи вычи таемоепоявились в Европе толь ко в XVIII в. А слово *разность*вве дено на 250 лет раньше.

**Умножение**

Умножение — это особый (част ный) случай сложения несколь ких одинаковых чисел. В далекие времена люди учились умножать уже при счете предметов. Так, считая по порядку числа 17, 18, 19, 20, они должны были пред ставлять 20 не только как 10+10, но и как два десятка, т. е. 2 • 10, 30 — как три десятка, т. е. три раза повторить слагае мым десяток—3- 10 — и т. д.

Умножать люди начали значи тельно позже, чем складывать. Египтяне выполняли умножение посредством повторного сложе ния или последовательного уд воения. Например, чтобы умно жить 27 на 13, они составляли за пись, подобную следующей:

\*1—27 (складывая 27 + 27 или удваивая 27 • 2, они получали 2— 54; сложение или удвоение повто ряли):

Ч—108 (и т. д.)

'8—216 13    351

Из первого столбика вычисли тель выбирал те числа, которые в сумме составляли множитель (13), т. е. 1 + 4 + 8, и отмечал их условными значками (у нас эти чи сла отмечены звездочкой \*). За тем удвоенные числа, стоящие против отмеченных звездочкой, складывали и получали произве дение. Этот прием (им пользова лись во многих местах, в том чи сле и в нашей стране) применялся на практике продолжительное время. Ему даже дали название «способ умножения, применя емый русскими крестьянами».

В Вавилоне при умножении чи сел пользовались специальными таблицами умножения — «пред ками» современных.

В Древней Индии применяли способ умножения чисел, тоже довольно близкий к современно му. Индийцы производили умно жение чисел начиная с высших разрядов. При этом они стирали те цифры, которые при последу ющих действиях надо было заме нять, так как к ним прибавляли число, ныне запоминаемое нами при умножении.

Таким образом, математики Ин дии сразу записывали произведе ние, выполняя промежуточные вычисления на песке или в уме.

Индийский прием умножения, напомню, перешел к арабам. Но арабы не стирали цифры, а пере черкивали их и надписывали но вую цифру над перечеркнутой.

В Европу индийский способ ум ножения пришел через арабов. Только в XV в. европейские мате матики отказались от перечерки вания неточных цифр и стали на чинать умножение с низших раз рядов. Европейскими математи ками было разработано около де сятка различных вариантов при ема умножения, например умно жение «решеткой» и др.

В Европе продолжительное время произведение называли *сумма умножения.*Название *мно житель*упоминается в работах VI в., а *множимое*— в XIII в.

В России впервые дал названия всем членам (компонентам) умно жения в начале XVIII в. Л. Ф. Маг ницкий — автор учебника «Ариф метика». В нем он указал:

34 — еличество      (количе ство),

2 ■— множитель,

68 — продукт, или произве дение.

Для обозначения действия ум ножения одни из европейских ма тематиков XVI в. употребляли букву М, которая была начальной в латинском слове, обозначав шем увеличение, умножение, — *мультипликация*(от этого слова произошло название «мульт фильм»). В XVII в. некоторые из математиков стали обозначать умножение косым крестиком — х, а иные употребляли для это го точку. В XVI—XVII вв. для обо значения   действий   применяли различные символы — едино образия в их употреблении не бы ло. Только в конце XVIII в. боль шинство математиков стали упо треблять в качестве знака умно жения точку, но допускали и упо требление косого креста. Знаки умножения (•, х) и знак равенства (=) стали общепризнанными бла годаря авторитету знаменитого немецкого математика Готфрида Вильгельма Лейбница (1646— 1716).

**Деление**

Два любых натуральных числа всегда можно сложить, а также умножить. Вычитание из нату рального числа можно выполнить лишь тогда, когда вычитаемое меньше уменьшаемого. Деление же без остатка выполнимо только для некоторых чисел, причем уз нать, делится ли одно число на другое, трудно. Помимо того, есть числа, которые вообще нельзя разделить ни на какое число, кро ме единицы. Делить на нуль нельзя. Эти особенности действия значительно усложнили путь к уяснению приемов деления.

В Древнем Египте деление чи сел выполняли способом удвое ния и медиации, т. е. делением на два с последующим сложением отобранных чисел. Например, чтобы разделить 60 на 12, египет ские математики поступали так: 60:12

1—12\*

2 — 24

4 — 48\*

8 — 96

(т. е. составляли табличку, в кото рой делитель (12) сначала удваи вали, затем учетверяли и т. д.). Из второго столбика отбирали чи сла, которые в сумме составляли делимое. Строки с этими числа ми — первую и третью (1 — 12 и 4 — 48, так как 12 + 48 = 60) отмеча ли особым значком (здесь они от мечены звездочкой). Отмечен ные числа складывали и получа ли ответ: 1 +4 = 5, так как 12 + 48 = 60. Следовательно, 60 :12 = 5.

А вот более сложный пример: 492:12

1        —12\*

2        — 24  
4 — 48  
8 — 96\*  
16—192  
32 — 384\*

Поступаем так же, как в пер вом случае: так как  
492 = 384 + 96 + 12,        то

492 : 12 = (32 + 8 + 1). Следова тельно, 492 : 12 = 41.

Математики Индии изобрели способ «деление вверх». Они за писывали делитель под делимым, а все промежуточные вычисле ния — вверху над делимым. При чем те цифры, которые при про межуточных вычислениях подвер гались изменению, индийцы стира ли и на их место писали новые.

Позаимствовав этот способ, арабы в промежуточных вычисле ниях стали цифры перечеркивать и надписывать над ними другие. Такое нововведение значительно усложнило «деление вверх». За пись деления получалась очень громоздкой и для многих непонятной (поэтому мы его здесь не при водим). Даже знающие люди до пускали при таком способе деле ния ошибки. Однако европейские математики восприняли способ деления от арабов и пользова лись им до XVIII в. Вот почему сре ди итальянских поговорок сохра нилась: «Трудная вещь — деле ние», а человек, усвоивший в то время деление, получал звание «доктора абака».

Способ деления, близкий к сов ременному, впервые появился в итальянской рукописи 1460 г. Этот способ отличался от совре менного лишь тем, что остаток при вычитании частичного произ ведения делителя на отдельные разряды частного записывался дважды.