ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ 1

Αναφορά 2ης Εργαστηριακής Άσκησης

«ΦΑΣΜΑΤΙΚΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ PAM ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΏΝ»

ΟΜΑΔΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Μιχάλης Γαλάνης 2016030036

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στα πλαίσια της 2ης εργαστηριακής άσκησης θα ασχοληθούμε με το φασματικό περιεχόμενο PAM κυματομορφών βασικής ζώνης χρησιμοποιώντας αποκομμένους παλμούς SRRC αλλά και θα μελετήσουμε περαιτέρω τις διαμορφώσεις 2-PAM & 4-PAM.

Για την άσκηση αυτή έχουμε και πάλι διαθέσιμη την εξωτερική συνάρτηση **srrc_pulse** καθώς και 2 επιπλέον (**bits_to_2PAM, bits_to_4PAM**) που θα αναλυθούν στη συνέχεια της άσκησης.

Έχουν κατασκευαστεί κάποιες ανώνυμες συναρτήσεις που καθιστούν τον κώδικα πιο ευανάγνωστο και προσφέρουν επαναχρησιμοποιήσημα τμήματά του. Οι πρώτες δύο είναι υπεύθυνες για την προετοιμασία της εμφάνισης της πλοκής των κυματομορφών, ενώ οι επόμενες τρείς τις σχεδιάζουν. Τέλος υπάρχουν και κάποιες συναρτήσεις που αφορούν το περιεχόμενο της άσκησης και χρησιμοποιούνται επανηλειμμένα όπως η εύρεση του χρόνου μιας συνέλιξης, η παραγωγή N bits καθώς και ο υπολογισμός M.F και περιοδογραμμάτων διαφώρων συναρτήσεων.

Τμήμα Κώδικα

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Useful Functions                                         %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Plotting Preperation Functions
set_diag_labels = @(tit, xlab, ylab){title(tit); xlabel(xlab); ylabel(ylab);};
set_diag_layout = @(fig, rows, cols, selected){figure(fig); subplot(rows,cols,selected)};
%Some Useful Plotting Functions (continuous & discrete)
c_plot = @(t, f){ plot(t,f);};
c_semilogy = @(t, f){ semilogy(t,f);};
d_plot = @(t, f){ stem(t,f);};
%Some Useful Signal Processing Functions
t_conv = @(t1, t2, dt) (t1(1) + t2(1)):dt:(t1(end) + t2(end));  %Convolution time
gen_N_bits = @(N) ((sign(randn(N,1)) + 1)/2);                    %Generates N Random Bits
F_T = @(X,Nf,Ts) (abs(fftshift(fft(X,Nf)*Ts)));                 %Fourier Transform of X
P_X = @(t_X, X,Nf,Ts) ((F_T(X,Nf,Ts).^2)/(length(t_X)*Ts));      %Periodogram of X
```

(Α.1) ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΠΥΚΝΩΤΗΤΑ SRRC ΠΑΛΜΩΝ

Ζητήθηκε να κατασκευάσουμε έναν παλμό SRRC $\varphi(t)$ με ενδεικτικές τιμές όπως φαίνεται στο τμήμα κώδικα παρακάτω, να βρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier του και να σχεδιαστεί η φασματική πυκνότητα ενέργειας σε λογαριθμική κλίμακα.

Τμήμα Κώδικα

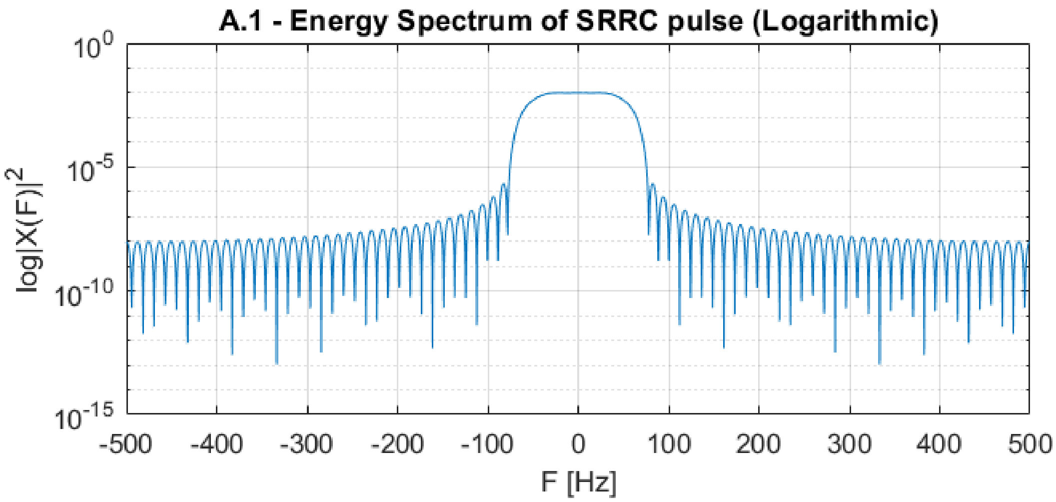
```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% A.1 - Creating SRRC Pulses and Displaying Energy Spectrum%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Settings for plotting the diagrams
r = 6; c = 2; fig = 1; sub_fig = 1;

%Building up parameters for srrc_pulse function
T = 0.01;       %Nyquist parameter (>0)
over = 10;      %Oversampling factor (>0)
Ts = T/over;    %Sampling period (>0)
Fs = 1/Ts;      %Sampling frequency (>0)
A = 4;          %Half duration of the pulse (>0)
a = 0.5;        %Roll-off factor(0<a<1)

%Calling srrc_pulse function to store phi and t variables
[phi, t] = srrc_pulse(T, Ts, A, a);

%Calculating Fourier Transformation (fft & fftshift)
Nf = 2^11;                                  %Number of Samples
X_ES = (F_T(phi,Nf,Ts)).^2;                 %Energy Spectrum
F_ES = (-Fs/2) :(Fs/Nf): (Fs/2 - Fs/Nf);    %Frequency Vector

%Customizing & Plotting Energy spectrum Logarithmically
set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
c_semilogy(F_ES,X_ES);
set_diag_labels("A.1 - Energy Spectrum of SRRC pulse (Logarithmic)","F [Hz]","log|X(F)|^2");
grid on;
```

Ανάλυση Κώδικα

Αρχικά δημιουργούμε και αρχικοποιούμε τις απαραίτητες μεταβλητές για να μπορούμε να καλέσουμε την **`srrc_pulse`** έτσι ώστε να κατασκευαστεί ο παλμός phi. Ύστερα σε 2048 ισαπέχοντα σημεία κατασκευάστηκε ο μετασχηματισμός Fourier και η φασματική πυκνότητα ενέργειας χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση **`F_T`** που δηλώθηκε παραπάνω, η οποία στη σειρά της περιλαμβάνει χρήση συναρτήσεων matlab **`fft`** και **`fftshift`**. Ο λόγος που χρειαζόμαστε 2048 σημεία είναι ότι μικρότερο αριθμό δειγμάτων από αυτόν ίσως προκαλέσει παραμόρφωση αργότερα στη φασματική πυκνότητα ενέργειας και επειδή είναι δύναμη του 2 οπότε καθιστά πιο γρήγορη τη συνάρτηση **`fft`.**

Τέλος, η αναπαράσταση επιτεύχθηκε στο διάστημα $\left[-\frac{F_s}{2}, \frac{F_s}{2}\right)$ με λογαριθμική αναπαράσταση για να μη χαθεί η λεπτομέρεια στις πολύ χαμηλές τιμές του φάσματος (10^{-8} με 10^{-12}).

Διαγράμματα



(A.2) ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ 2-PAM ΣΥΜΒΟΛΩΝ

Στο ερώτημα ζητήθηκε αρχικά να δημιουργηθεί ακολουθία X_n με N ισοπίθανα bit χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 2-PAM και να κατασκευαστεί η κυματομορφή:

$$\mathrm{X}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \varphi(t - nT)$$

Υπενθυμίζεται ότι η μετατροπή διαδυκών bit σε σύμβολα 2-PAM αποτελείται από τα παρακάτω βήματα:

- $0 \rightarrow +1$
- $1 \rightarrow -1$

Τμήμα Κώδικα

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% A.2 - Energy Spectrum of 2-PAM Sequence Symbols           %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
N = 50;          %Number of bits

%Generating 2PAM Sequence
b = gen_N_bits(N);    %Creating N bits
X_seq = bits_to_2PAM(b);          %Using bits_to_2PAM to generate 2-PAM symbols
```

```
t_Delta = 0 : Ts : ((N + N*(over - 1)) - 1)*Ts; %Defining time for X_Delta
X_delta = Fs * upsample(X_seq,over);           %Inserts zeros in between bits

%Convoluting X(t) = X_delta with phi
X_conv_time = t_conv(t_Delta,t,Ts); %Setting up convolution length
X = conv(X_delta,phi)*Ts;           %Calculating actual convolution

%Customizing & Plotting X(t)
sub_fig = sub_fig + 1;
set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
c_plot(X_conv_time, X);
set_diag_labels('A.2 - X(t): Convolution of X-delta & SRRC Pulse',"t (s)","Conv");
grid on;
```

Ανάλυση Κώδικα

Αρχικά δηλώνεται ο αριθμός των bits που θέλουμε να κατασκευάσουμε. Με την ανώνυμη συνάρτηση **`gen_N_bits(N)`** δημιουργείται ένα vector απο N τυχαία και ισοπίθανα bits και περνάει ως παράμετρος στη συνάρτηση **`bits_to_2PAM(b)`** η οποία εξηγήθηκε στη προηγούμενη άσκηση και τελικά μας παρέχει μια ακολουθία X_{seq} απο 2-PAM σύμβολα.

Γνωρίζουμε απο θεωρία την παρακάτω ιδιότητα της συνέλιξης:

$$\{\chi(t)\} * \{\delta(t-t_0)\} = \{x(t-t_0)\}$$

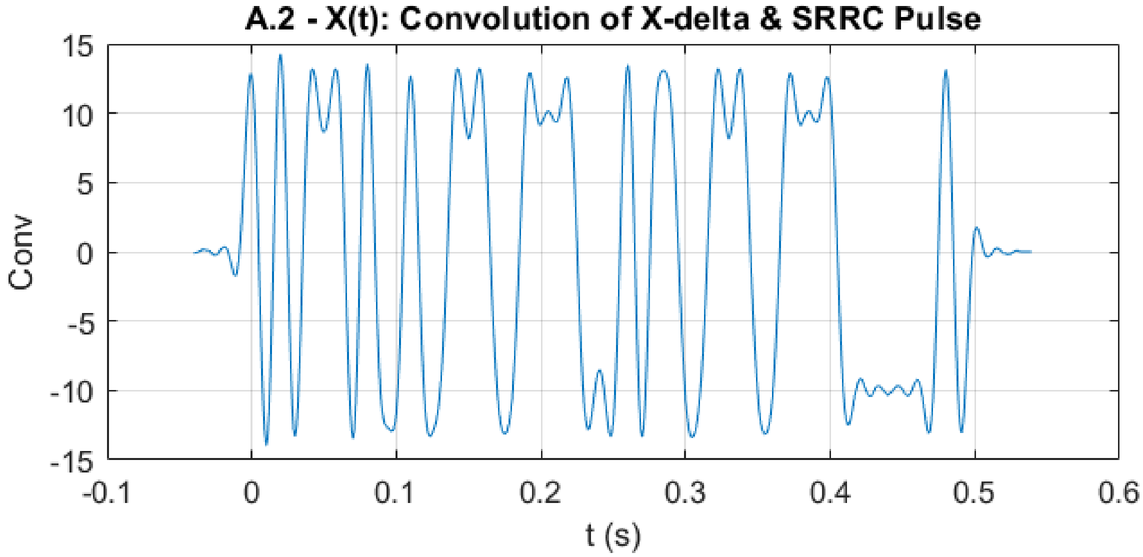
Οπότε η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\mathrm{X}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \varphi(t-nT) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \{\varphi(\mathrm{t}) * \delta(t-nT)\}$$

Άρα στη συνέχεια υπολογίζουμε ουσιαστικά τη παραπάνω συνέλιξη. Το κομμάτι του $\delta(t-nT)$ υπολογίζεται εύκολα με τη συνάρτηση **`upsample(X_seq,over)`** όπως είδαμε και στην προηγούμενη άσκηση.

Στη διαδικασία αυτή, γίνεται χρήση της ανώνυμης συνάρτησης **`t_conv(t1,t2,Ts)`** που βρίσκει το χρόνο της συνέλιξης του σήματος $\mathrm{X}(t)$. Τέλος παραστούμε γραφικά τη συνέλιξη των σημάτων $\{\varphi(\mathrm{t}) * \delta(t-nT)\}$.

Διαγράμματα



(Α.3) ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΦΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΙΣΧΥΟΣ

Σε αυτό το ερώτημα έρχεται η έννοια του περιοδογράμματος, που μια υλοποίηση της της $\mathrm{X}(t)$ ορίζεται ως:

$$P_x(F) = \frac{|F[\mathrm{X}(t)]|^2}{T_{total}}$$

Καλούμαστε λοιπόν να υπολογίσουμε μια υλοποίηση και να την απεικονίσουμε παράλληλα γραμμικά (plot) και λογαριθμικά (semilogy). Ύστερα πρέπει να κάνουμε μια εκτίμηση της, υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές πάνω σε K υλοποιήσεις περιοδογραμάτων. Μετά την αναπαράστασή της θεωρητικής – πειραματικής τιμής της φασματικής πυκνότητας καλούμαστε να συγκρίνουμε και να παρατηρήσουμε τα αποτελέσματα.

Τμήμα Κώδικα

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% A.3 - Comparing Theoretical & Estimated Energy Spectrums %
%        of 2-PAM Symbols                                  %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```
%Calculating Periodogram
PX = P_X(X_conv_time, X,Nf,Ts);

%Customizing & Plotting X(t) Linearly
sub_fig = sub_fig + 1;
set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
c_plot(F_ES, PX);
set_diag_labels('A.3 - 2-PAM Periodogram (Linear)',"F (Hz)","Conv");
grid on;

%Customizing & Plotting X(t) Logarithmically
sub_fig = sub_fig + 1;
set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
c_semilogy(F_ES, PX);
set_diag_labels('A.3 - 2-PAM Periodogram (Logarithmic)',"F (Hz)","Conv");
grid on;

K = [100,1000];
%For every element of K (repeats)
for i=1:length(K)
    Sum_PX = 0;

    %For every repeat
    for j=1:K(i)
        b = gen_N_bits(N);   %Creating N bits
        X_seq = bits_to_2PAM(b);        %Using bits_to_2PAM to generate 2-PAM symbols

        t_Delta = 0 : Ts : ((N + N*(over - 1)) - 1)*Ts; %Defining time for X_Delta
        X_delta = Fs * upsample(X_seq,over);            %Inserts zeros in between bits

        %Convoluting X(t) = X_delta with phi
        X_conv_time = t_conv(t_Delta,t,Ts); %Setting up convolution length
        X = conv(X_delta,phi)*Ts;           %Calculating actual convolution

        %Summing up in every repeat to create average
        Sum_PX = Sum_PX + P_X(X_conv_time, X,Nf,Ts);
    end

    Average_PX = Sum_PX./K(i);    %Estimated Energy Spectrum
    S_X = (var(X_seq)^2 / T) .* ((F_T(phi,Nf,Ts)).^2); %Theoretical Energy Spectrum

    %Customizing & Plotting Theoretical & Estimated P_X Logarithmically
    sub_fig = sub_fig + 1;
    set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
    c_semilogy(F_ES, S_X);          %Theoretical P_X
    set_diag_labels(['A.3 - 2-PAM Periodogram (Logarithmic) with K =  '
        num2str(K(i))],"F (Hz)","Conv");
    hold on;
    c_semilogy(F_ES, Average_PX);  %Estimated P_X
    hold off;
    legend('Theoretical P_X','Estimated P_X')
    grid on;
end
```

Ανάλυση Κώδικα

Η ανώνυμη συνάρτηση **P_X(t_X,X,Nf,Ts)** υπολογίζει το περιοδόγραμμα της $X(t)$:

```
27 -    P_X = @(t_X, X,Nf,Ts) ((F_T(X,Nf,Ts).^2)/(length(t_X)*Ts));     %Periodogram of X
```

Η αναπαράσταση της σε γραμμική και λογαριθμική κλίμακα επιτυγχάνεται στις γραμμές 91-103 και δεν απαιτεί επεξήγηση.

Για να δοκιμάσουμε την ακρίβεια στην εύρεση της πειραματικής φασματικής πυκνότητας εκτελούμε το πείραμα για δύο τιμές του K. Όπως βλέπουμε έχει δημιουργηθεί ένας vector με αυτές τις τιμές έτσι ώστε να μπορούμε με for loop να τις προσπελάσουμε και να μην έχουμε αντίγραφα του ίδιου κώδικα. Ο εξωτερικός κόμβος επανάληψης αφορά τα στοιχεία του K ενώ ο εσωτερικός αναλαμβάνει τις επαναλήψεις αυτές καθεαυτές.

Για κάθε εσωτερική επανάληψη λοιπόν εκτελούμε βήματα παρόμοια με αυτά του προηγούμενου ερωτήματος έτσι ώστε να υπολογίζουμε για κάθε υπολοποίηση το αντίστοιχο περιοδόγραμμα και αποθηκεύουμε το αποτέλεσμά του στο τελικό άθροισμα. Το άθροισμα αυτό διαιρείται με τον αριθμό των υλοποιήσεων για να παραχθεί η τελικά η προσέγγιση της φασματικής πυκνότητας ισχύος.

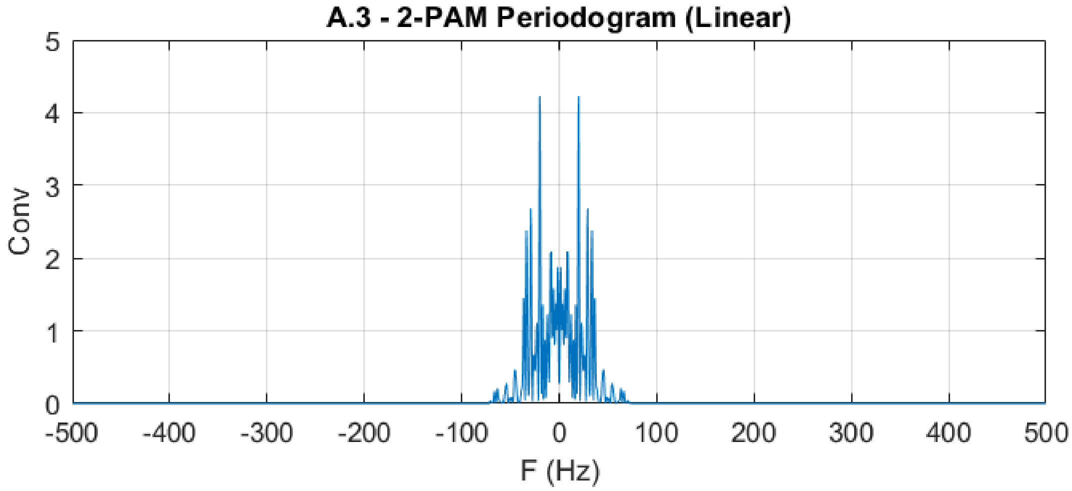
Απ'την άλλη, η θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος υπολογίζεται με τον τύπο:

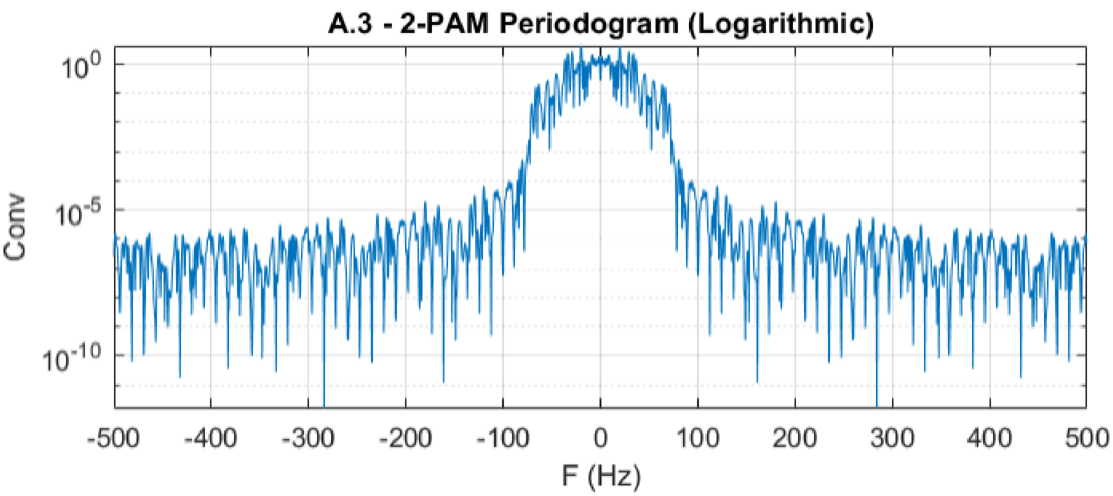
$$S_x(F) = \frac{\sigma_x^2}{T}|\Phi(F)|$$

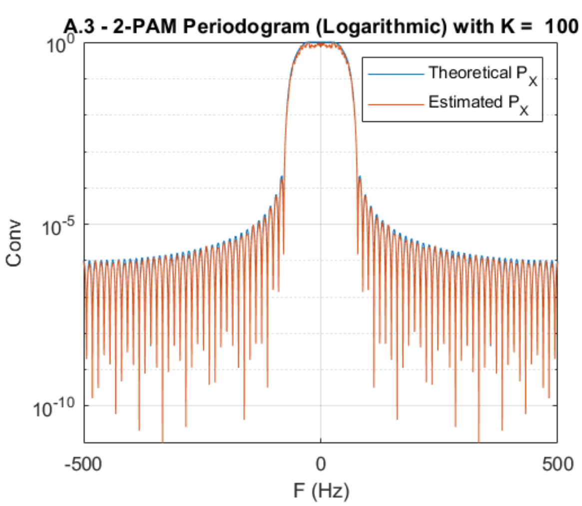
Όπου σ_x η διασπορά του σήματος $X(t)$. Στη matlab, αυτό υλοποιήθηκε στη γραμμή 127.

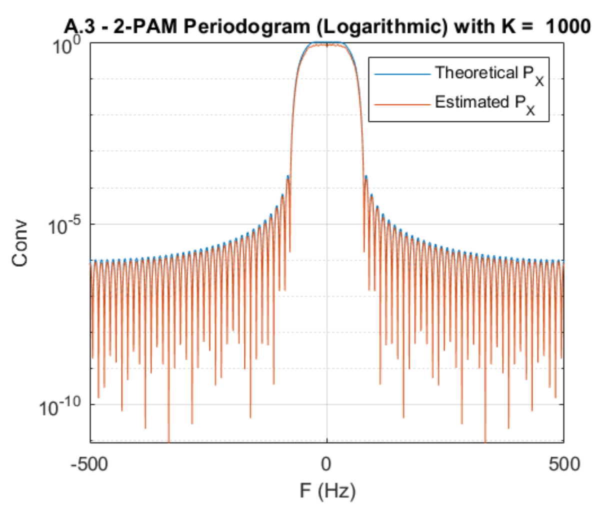
Τέλος, αναπαραστήθηκαν γραφικά οι κυματομορφές σε κοινή λογαριθμική κλίμακα με βοήθεια της εντολής **hold on/off**.

Διαγράμματα

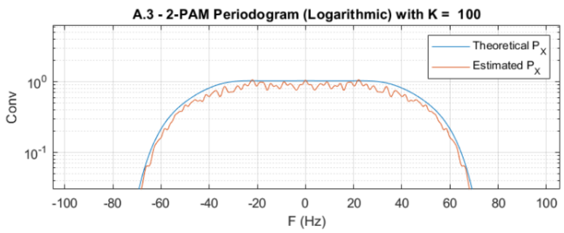


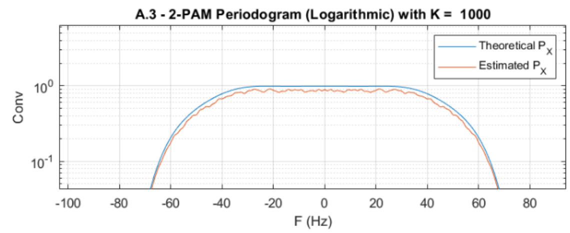






Και σε μεγέθυνση:





Επεξήγηση Διαγραμμάτων

Τα πρώτα δυο διαγράμματα αναπαριστούν γραμμικά και λογαριθμικά αντίστοιχα το περιοδόγραμμα μιας υλοποίησης της $\mathrm{X}(t)$. Το μόνο που αξίζει να παρατηρήσουμε εδώ είναι ότι η κυματομορφή του δεύτερου διαγράμματος προσεγγίσει την φασματική πυκνότητα ισχύος του παλμού SRRC.

Το 3^{ο} και 4^{ο} διάγραμμα αναπαριστούν τη θεωρητική και πειραματική φασματική πυκνότητα ισχύος με 100 και 1000 υλοποιήσεις αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνουμε την τιμή των υλοποιήσεων τόσο βελτιώνεται η ακρίβεια της προσεγγιστικής μεθόδου και πλησιάζει την θεωρητική. Το φαινόμενο αυτό έγκειται στο γεγονός ότι όσες περισσότερες υλοποιήσεις υπάρχουν τόσο περιλαμβάνουν περισσότερα στοιχεία και μπορεί να υπολογιστεί η πυκνότητα ισχύος με πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα (μικρότερες διαστρευλώσεις στην κυματομορφή).

(A.4) ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ 4-PAM ΣΥΜΒΟΛΩΝ

Προχωρώντας στο τέταρτο ερώτημα της πρώτης άσκησης, ήρθε η ώρα να μελετήσουμε τη φασματική πυκνότητα ισχύος με διαμόρφωση 4-PAM. Αυτή η διαμόρφωση χρησιμοποιεί την παρακάτω απεικόνιση:

- $00 \rightarrow +3$
- $01 \rightarrow +1$
- $10 \rightarrow -1$
- $11 \rightarrow -3$

Όπως και προηγουμένως, καλούμαστε να κατασκευάσουμε τη κυματομορφή:

$$X(t) = \sum_{n=0}^{N/2-1} X_n \varphi(t - nT)$$

και να εκτιμήσουμε τη φασματική πυκνότητα ισχύος μέσω αριθμητικών μέσων. Τέλος πρέπει να συγκρίνουμε ως προς το μέγιστο πλάτος τιμών σε σχέση με της $X(t)$ του ερωτήματος Α.2

Τμήμα Κυρίου Κώδικα

```matlab
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% A.4 - Energy Spectrum of 4-PAM Symbols                     %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Generating 4PAM Sequence
N = 100;
b = gen_N_bits(N);      %Generate bits
Xseq = bits_to_4PAM(b); %Using bits_to_4PAM to generate 4-PAM symbols

t_Delta = 0 : Ts : ((N + N*(over - 1)) - 1)*Ts; %Defining time for X_Delta
X_delta = Fs * upsample(X_seq,over);            %Inserts zeros in between bits

t_x = t_conv(t,t_Delta,Ts); %Setting up convolution length
X = conv(X_delta,phi)*Ts;   %Calculating actual convolution

%Constructing Periodogram
PX = P_X(t_x, X, Nf, Ts);

%Calculating Theoretical Energy Spectrum
S_X = (var(X_seq)^2 / T) .* ((F_T(phi,Nf,Ts)).^2); %Theoretical Energy Spectrum

%Calculating Estimation of Energy Spectrum
K = 1000;
Sum_PX = 0;
for i=1:K
    b = gen_N_bits(N);      %Generate bits (N remains the same)
    Xseq = bits_to_4PAM(b); %Using bits_to_4PAM to generate 4-PAM symbols

    t_Delta = 0 : Ts : ((N + N*(over - 1)) - 1)*Ts; %Defining time for X_Delta
    X_delta = Fs * upsample(X_seq,over);            %Inserts zeros in between bits

    t_x = t_conv(t,t_Delta,Ts); %Setting up convolution length
    X = conv(X_delta,phi)*Ts;   %Calculating actual convolution

    Sum_PX = Sum_PX + P_X(X_conv_time, X,Nf,Ts);
end

Average_PX = Sum_PX ./ K;   %Estimated Energy Spectrum with K = 1000

%Customizing & Plotting Theoretical & Estimated P_X Logarithmically
sub_fig = sub_fig + 2;
set_diag_layout(fig, r, c/2, sub_fig/2);
c_semilogy(F_ES, S_X);          %Theoretical P_X
set_diag_labels(['A.4 - 4-PAM Periodogram (Logarithmic) with K =  ' num2str(K)],"F (Hz)","P_X");
hold on;
c_semilogy(F_ES, Average_PX);  %Estimated P_X
hold off;
legend('Theoretical P_X','Estimated P_X')
grid on;
```

Ανάλυση Κυρίου Κώδικα

Η διαδικασία του κυρίου κώδικα δεν έχει αλλάξει καθόλου πέρα από το γεγονός ότι ο αριθμός των bit έχει αυξηθεί στα 100.

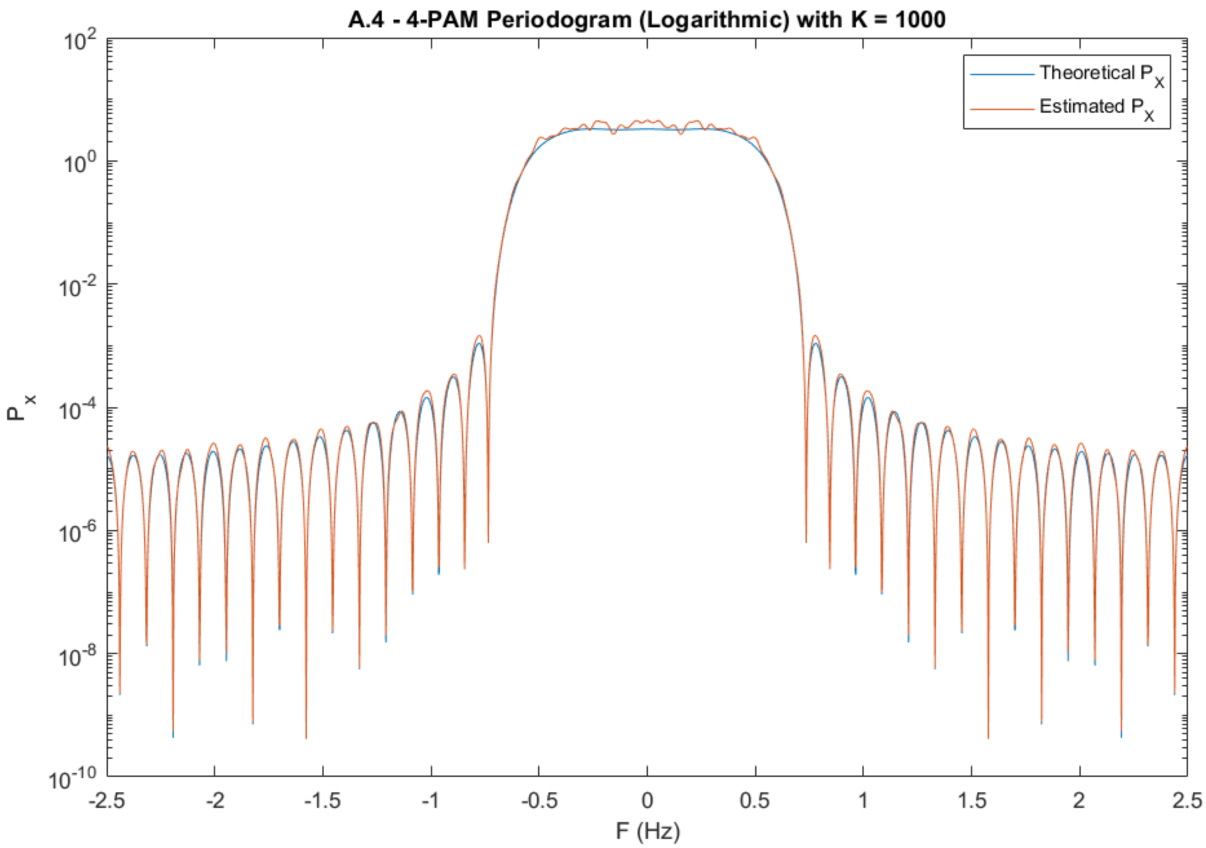
Τμήμα Κώδικα Συνάρτησης

```
function [pam_bits] = bits_to_4PAM(b)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% pam_bits = bits_to_4PAM(b)                                                    %
% OUTPUT                                                                        %
%      pam_bits: a vector of 4-PAM symbols X                                    %
% INPUT                                                                         %
%      b: sequence (vector) of binary bits                                      %
%                                                                               %
%    M. Galanis, Nov. 2018                                                      %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

pam_bits = zeros(1,length(b)/2);

%Equivalent bits are converted like so:
%00 -----> +3
%01 -----> +1
%11 -----> -1
%10 -----> -3
for i = 1:2:length(b)
    if (b(i) == 0 && b(i+1) == 0);     pam_bits((i+1)/2) = +3;
    elseif (b(i) == 0 && b(i+1) == 1); pam_bits((i+1)/2) = +1;
    elseif (b(i) == 1 && b(i+1) == 1); pam_bits((i+1)/2) = -1;
    elseif (b(i) == 1 && b(i+1) == 0); pam_bits((i+1)/2) = -3;
    end
end
return
```

Ανάλυση Κώδικα Συνάρτησης

Η ανανεωμένη συνάρτηση της μετατροπής απο ακολουθία δυαδικών bit σε 4-PAM σύμβολα είναι παρόμοια με αυτή της 2-PAM απλώς εδώ ελέγχουμε ανά 2 bit και παράγουμε το αντίστοιχο σύμβολο PAM με αποτέλεσμα η ακολουθία εξόδου να έχει το μισό μήκος από την ακολουθία εισόδου.

Διαγράμματα



Επεξήγηση Διαγραμμάτων

Η κυματομορφή της 4-PAM έχει μεγαλύτερο πλάτος από την αντίστοιχη 2-PAM ενώ το εύρος φάσματος στην κυματομορφή αυτή παραμένει ίδιο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το εύρος φάσματος εξαρτάται μονάχα από την περίοδο.

(A.5) ΦΑΣΜ. ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ 2-PAM (T΄=2T)

Για το ερώτημα αυτό, επιστρέφουμε και πάλι στην διαμόρφωση 2-PAM αλλά αυτή τη φορά διπλασιάζουμε τη συχνότητα του σήματος. Παράλληλα θα πρέπει να αυξήσουμε και την παράμετρο over. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα του ερωτήματος A.3.

Τμήμα Κώδικα

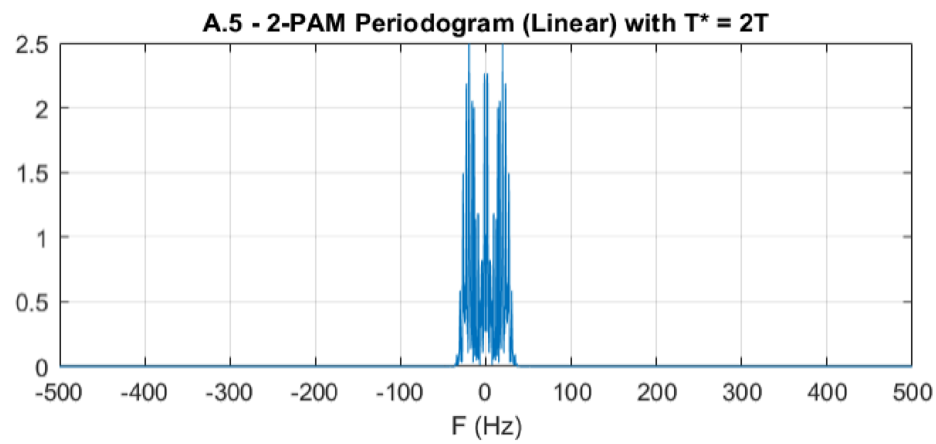
```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% A.5 - Comparing Theoretical & Estimated Energy Spectrums %
%       of 2-PAM Symbols (T' = 2T)                         %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Changing parameters
T = 2*T;
over = 2*over;
N = 50;          %Number of bits

[phi,t] = srrc_pulse(T, Ts, A, a); %Creating new pulse with updated parameters

%Generating 2PAM Sequence
b = gen_N_bits(N);    %Creating N bits
X_seq = bits_to_2PAM(b);        %Using bits_to_2PAM to generate 2-PAM symbols

t_Delta = 0 : Ts : ((N + N*(over - 1)) - 1)*Ts; %Defining time for X_Delta
X_delta = Fs * upsample(X_seq,over);             %Inserts zeros in between bits

%Convoluting X(t) = X_delta with phi
X_conv_time = t_conv(t_Delta,t,Ts); %Setting up convolution length
X = conv(X_delta,phi)*Ts;           %Calculating actual convolution

%Calculating Periodogram
PX = P_X(X_conv_time, X,Nf,Ts);

%Customizing & Plotting X(t) Linearly
sub_fig = sub_fig + 1;
set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
c_plot(F_ES, PX);
set_diag_labels('A.5 - 2-PAM Periodogram (Linear) with T* = 2T',"F (Hz)","Conv");
grid on;

%Customizing & Plotting X(t) Logarithmically
sub_fig = sub_fig + 1;
set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
c_semilogy(F_ES, PX);
set_diag_labels('A.5 - 2-PAM Periodogram (Logarithmic) with T* = 2T',"F (Hz)","Conv");
grid on;

K = [100,1000];
%For every element of K (repeats)
for i=1:length(K)
    Sum_PX = 0;

    %For every repeat
    for j=1:K(i)
        b = gen_N_bits(N);          %Creating N bits
        X_seq = bits_to_2PAM(b);    %Using bits_to_2PAM to generate 2-PAM symbols

        t_Delta = 0 : Ts : ((N + N*(over - 1)) - 1)*Ts; %Defining time for X_Delta
        X_delta = Fs * upsample(X_seq,over);             %Inserts zeros in between bits

        %Convoluting X(t) = X_delta with phi
        X_conv_time = t_conv(t_Delta,t,Ts); %Setting up convolution length
        X = conv(X_delta,phi)*Ts;           %Calculating actual convolution

        Sum_PX = Sum_PX + P_X(X_conv_time, X,Nf,Ts);  %Summing up in every repeat to create average
    end
```

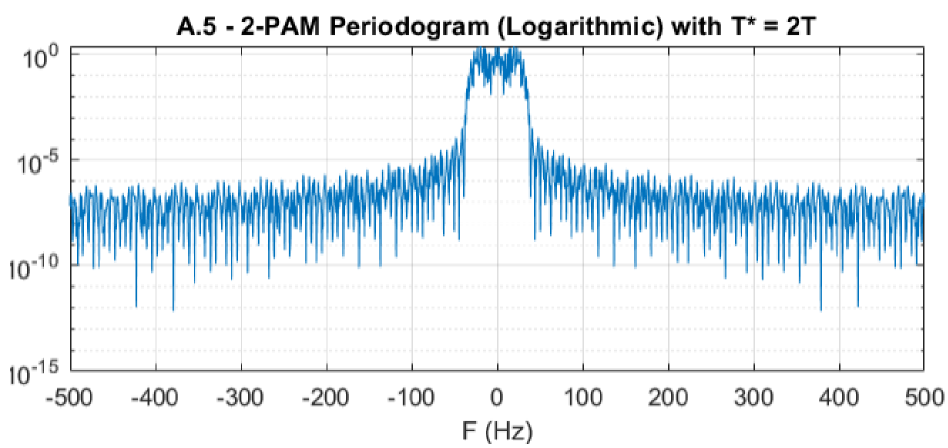
```
        Average_PX = Sum_PX./K(i);     %Estimated Energy Spectrum
        S_X = (var(X_seq)^2 / T) .* ((F_T(phi,Nf,Ts)).^2); %Theoretical Energy Spectrum

        %Customizing & Plotting Theoretical & Estimated P_X Logarithmically
        sub_fig = sub_fig + 1;
        set_diag_layout(fig, r, c, sub_fig);
        c_semilogy(F_ES, S_X);            %Theoretical P_X
        set_diag_labels(['A.5 - P_x(F) 2-PAM Periodogram (Logarithmic) with K =  ' num2str(K(i)) 'and T*
        hold on;
        c_semilogy(F_ES, Average_PX);  %Estimated P_X
        hold off;
        legend('Theoretical P_X','Estimated P_X')
        grid on;
    end
```

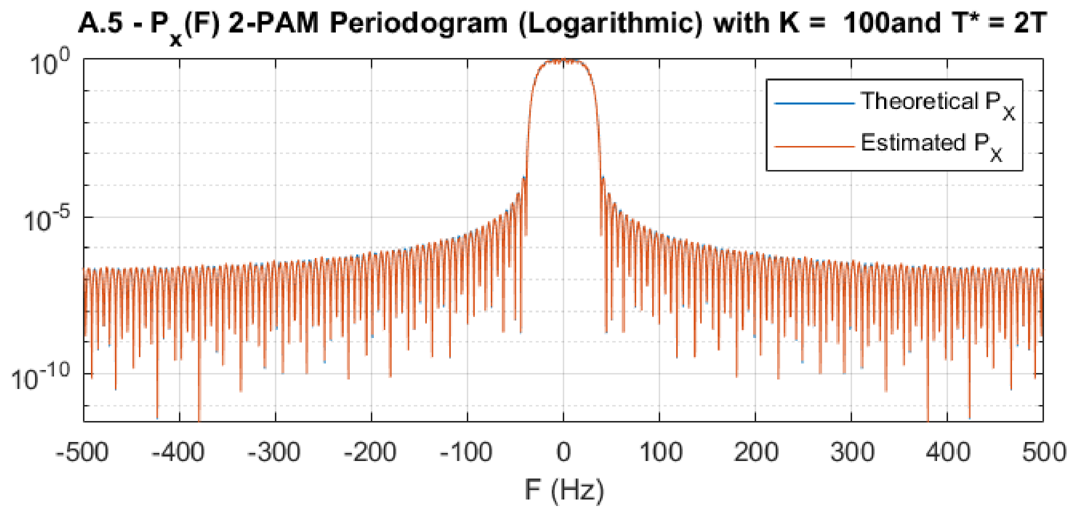
Ανάλυση Κώδικα

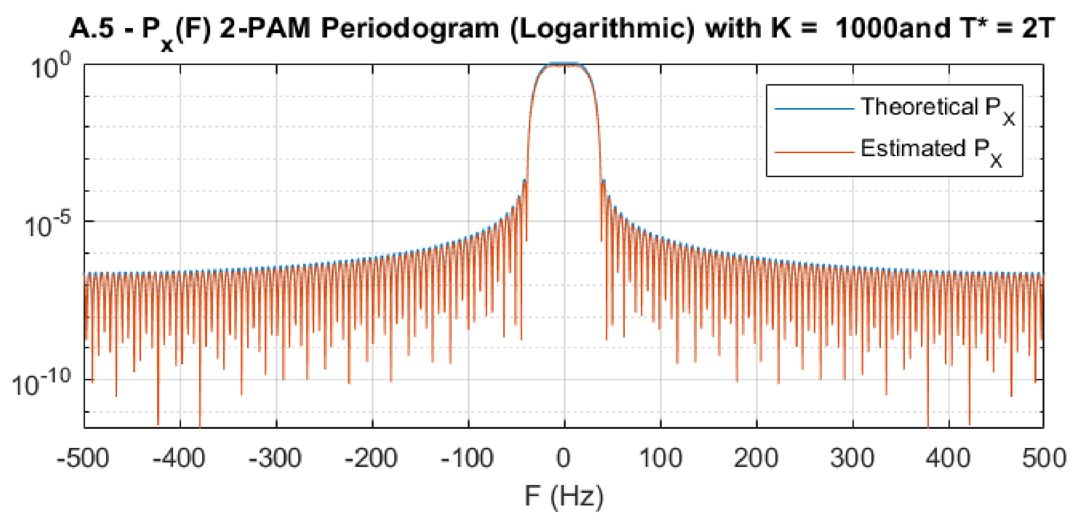
Για άλλη μια φορά, επαναλαμβάνουμε το ερώτημα Α.3. Το μόνο καινούργιο κομμάτι είναι οτι με τις καινούργιες παραμέτρους, ξανακαλούμε την **`srrc_pulse`** για να ανανεώσουμε τον αποκομμένο παλμό.

Διαγράμματα









Επεξήγηση Διαγραμμάτων

Παρατηρούμε ότι με διπλασιασμένη την περίοδο του σήματος, το εύρος φάσματος μειώθηκε στο μισό. Το παραπάνω θεωρείται απόλυτα φυσιολογικό και επιβεβαιώνεται από τη γνωστή σχέση της θεωρίας:

$$W = \frac{1+\alpha}{2T}$$

(Α.6) ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Εάν ο σκοπός μας είναι να στείλουμε δεδομένα με τον πιο γρήγορο τρόπο όταν διαθέτουμε το ίδιο εύρο φάσματος, η διαμόρφωση 4-PAM είναι η επιθυμητή μας λύση καθώς όπως είδαμε προηγουμένως η 4-PAM καταλαμβάνει τον μισό χώρο (τα μισά bits) από σύμβολα σε σχέση με την αντίστοιχη 2-PAM.

Αν για κάποιο λόγο απ'την άλλη το εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, προτειμάται ο διπλασιασμός της περιόδου συμβόλου σε 2T αφού το έυρος φάσματος θα μειωθεί.

(Β.1) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Έστω η κυματομορφή:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \varphi(t - nT)$$

Τότε, ισχύει ότι:

$$E[y(t)] = E[X(t) * \cos 2\pi Fo\, t + \theta] \Leftrightarrow$$

$$E[y(t)] = E[X(t)] * E[\cos(2\pi Fot + \theta)]$$

Επειδή $E[X(t)] = \mathbf{0}$ (ή αλλιώς λόγω ανεξαρτησίας $\boldsymbol{X}$ και $\boldsymbol{\theta}$).

Επίσης από τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης έχουμε:

$$R_{YY}(t+\tau, t) = E[y(t+\tau)y(t)] \Leftrightarrow$$

$$E[y(t+\tau)y(t)] = E[X(t+\tau)cos(2\pi F_0(t+\tau)+\theta)X(t)cos(2\pi F_0 t+\theta)] =$$

$$E[X(t+\tau)X(t)]E[cos(2\pi F_0(t+\tau)+\theta)cos(2\pi F_0 t+\theta)] =$$

$$R_{XX}(t+\tau, t)E\left[\frac{1}{2}cos(2\pi F_0\tau) + cos(2\pi F_0(t+\tau) + 2\theta)\right]$$

Απο προηγούμενη σχέση έχουμε ότι $E[y(t)] = 0$. Οπότε ισχύει και $E[y(t+\tau)] = 0$.
Επιπλέον:

$$R_{XX}(t+\tau \ \ +T, t+T) = \frac{1}{2}cos(2\pi F_0 t)\sum_n \sigma_x^2 \varphi(t+\tau+T-nT)\varphi(t+T-nT)$$

$$= \frac{1}{2}cos(2\pi F_0 t)\sum_n \sigma_x^2 \varphi(t+\tau-n'T)\varphi(t-n'T)$$

$$= R_{YY}(t+\tau, t)$$

Με $n' = n-1$.

Άρα η $y(t)$ είναι κυκλοστάσιμη υπό την ευρεία έννοια.

Ύστερα για να υπολογίσουμε τη φασματική πυκνότητα ισχύος:

$$S_Y(F) = F\{\overline{R_Y}(\tau)\}$$

Άρα:

$$\overline{R_Y}(\tau) = \frac{1}{T}\int_T \ R_{YY}(t+\tau, t)dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_T \ R_{XX}(t+\tau, t)\frac{1}{2}cos(2\pi F_0 \tau)dt$$

$$= \frac{1}{2}cos(2\pi F_0 \tau)\overline{R_X}(\tau)$$

Τελικά:

$$S_Y(F) = \frac{1}{2}Fcos(2\pi F_0 \tau)\overline{R_X}(\tau)$$

$$= \frac{1}{4}(S_X(F+F_0) + S_X(F-F_0))$$