

## 4 - Σχεδίαση FIR Φίλτρων

2016030016 - Μαυρογιώργης Δημήτριος  
2016030036 - Γαλάνης Μιχάλης  
2016030099 - Καπενεκάκης Ανθέας

5 Δεκεμβρίου 2018

### 1 Περίληψη

Στο τέταρτο και τελευταίο εργαστήριο του μαθήματος Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος σχεδιάζουμε φίλτρα πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR) με την χρήση παραθύρων. Συγκεκριμένα, εξετάζουμε την επίδραση των παραθύρων Rectangular, Hamming, και Hanning σε ένα χαμηλοπερατό φίλτρο. Το εργαστήριο χωρίζεται σε δύο ασκήσεις: στην πρώτη δημιουργούμε 2 φίλτρα Rectangle και Hamming και τα συγκρίνουμε, ενώ στη δεύτερη δημιουργούμε φίλτρα Hamming και Hanning για διάφορα  $n$  και τα εφαρμόζουμε σε ένα σήμα.

### 2 Ασκήσεις

#### 2.1 Επίδραση Παραθύρων

Δημιουργούμε δύο χαμηλοπερατά φίλτρα με παράθυρα Rectangular και Hamming (σχήμα 1) με

$$\Omega_c = 0.4\pi \Rightarrow F_H = 0.4 \frac{F_s}{2} \Rightarrow F_H = 20 \text{ Hz} \quad (1)$$

Η επιλογή του παραθύρου γίνεται με βάση τις ιδιότητες του φάσματος του. Συγκεκριμένα, το πλάτος συχνοτήτων του κύριου λοβού και το πλάτος του μεγαλύτερου πλευρικού λοβού, τα οποία επηρεάζουν το μέγεθος της ζώνης μετάβασης και τις διακυμάνσεις στην απόκριση αντίστοιχα.

Το ορθογώνιο παράθυρο, ως το πιο απότομο, έχει μετασχηματισμό την συνάρτηση sinc και ως αποτέλεσμα την πιο απότομη ζώνη μετάβασης. Η συνάρτηση sinc, όμως, έχει και τους μεγαλύτερους λοβούς, οπότε έχουμε και μεγάλες διακυμάνσεις.

Το παράθυρο Hamming, αντίθετα, έχει πιο ύπια συνάρτηση αποκοπής, οπότε το φάσμα του περιέχει μικρότερους λοβούς και έτσι δημιουργεί μικρότερες διακυμάνσεις. Αλλά αυτή η πιο ύπια πτώση αυξάνει το πλάτος συχνότητας του κύριου λοβού και ως αποτέλεσμα και την ζώνη μετάβασης.

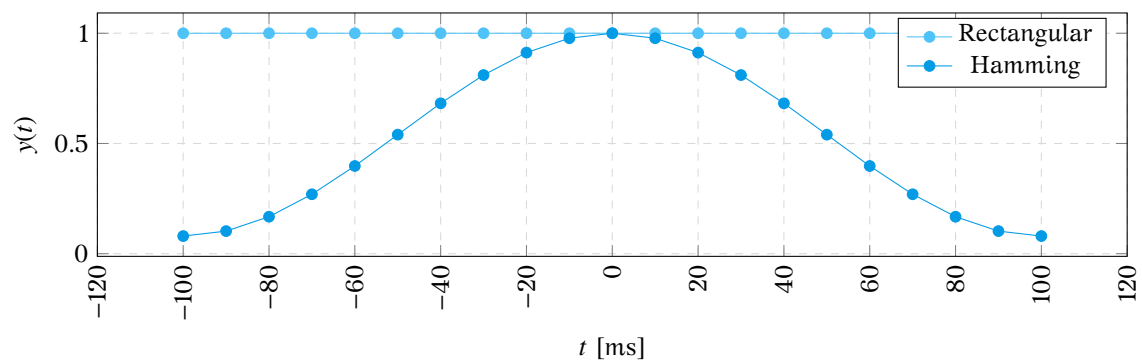
#### 2.2 Εφαρμογή Φίλτρων

Στην δεύτερη άσκηση εφαρμόζουμε φίλτρα με παράθυρα Hamming και Hanning σε ένα σύνθετο ημιτονοειδές σήμα με συχνότητες  $\omega = 15 \text{ rad s}^{-1}$  και  $200 \text{ rad s}^{-1}$ . Η συχνότητα  $200 \text{ rad s}^{-1}$  φιλτράρεται γιατί είναι μεγαλύτερη από  $\omega_H = 2\pi \frac{\Omega_c}{\pi} \frac{F_s}{2} = \Omega_c F_s \approx 157 \text{ rad s}^{-1}$ .

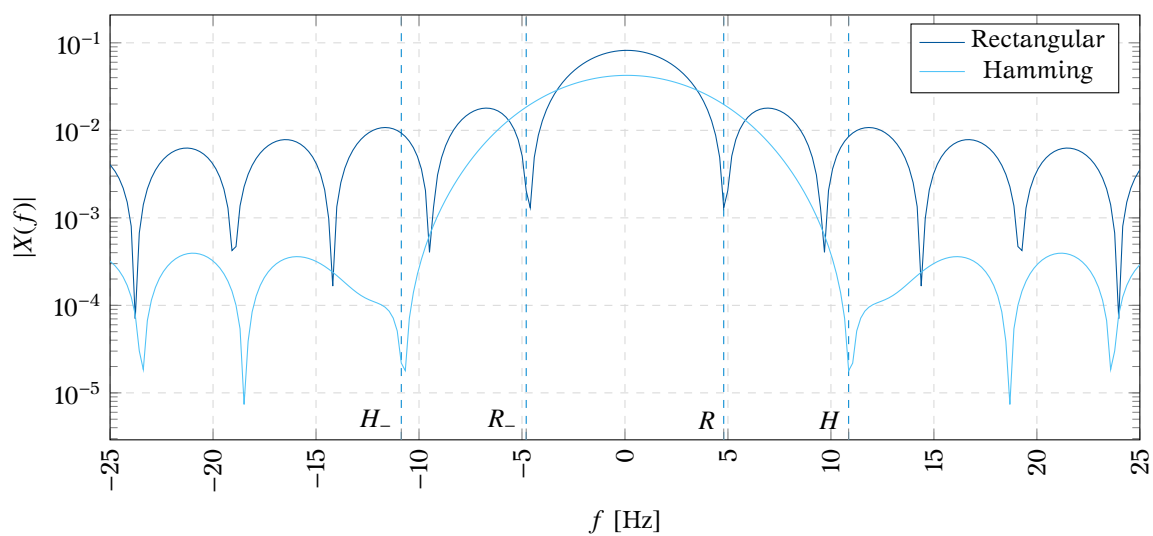
Τα φίλτρα Hamming και Hanning είναι σχεδόν όμοια, με την διαφορά ότι το φίλτρο Hanning έχει λίγο μικρότερη ζώνη μετάβασης και μεγαλύτερο πρώτο λοβό στη ζώνη αποκοπής, με μεγαλύτερη πτώση στους επόμενους. Συμπερασματικά, για χρήσεις όπως πολυπλεξία μπορεί να επιλέξουμε παράθυρο Hanning, λόγω του μικρότερου θορύβου στις γειτονικές συχνότητες, ενώ για τις υπόλοιπες Hamming.

Η τάξη του παραθύρου ορίζει τον αριθμό των σημείων από τα οποία κάνουμε συνέλιξη στο τελικό σήμα. Περισσότερα σημεία πλησιάζουν περισσότερο την θεωρητική απόκριση του φίλτρου, αλλά αυξάνουν και την υπολογιστική πολυπλοκότητα του συστήματος. Αυτό φαίνεται στην εφαρμογή των φίλτρων, όπου με την αύξηση της τάξης μειώνεται ο θόρυβος στις αποκομμένες συχνότητες. Μεταξύ των παραθύρων Hamming και Hanning υπάρχουν αμελητέες διαφορές.

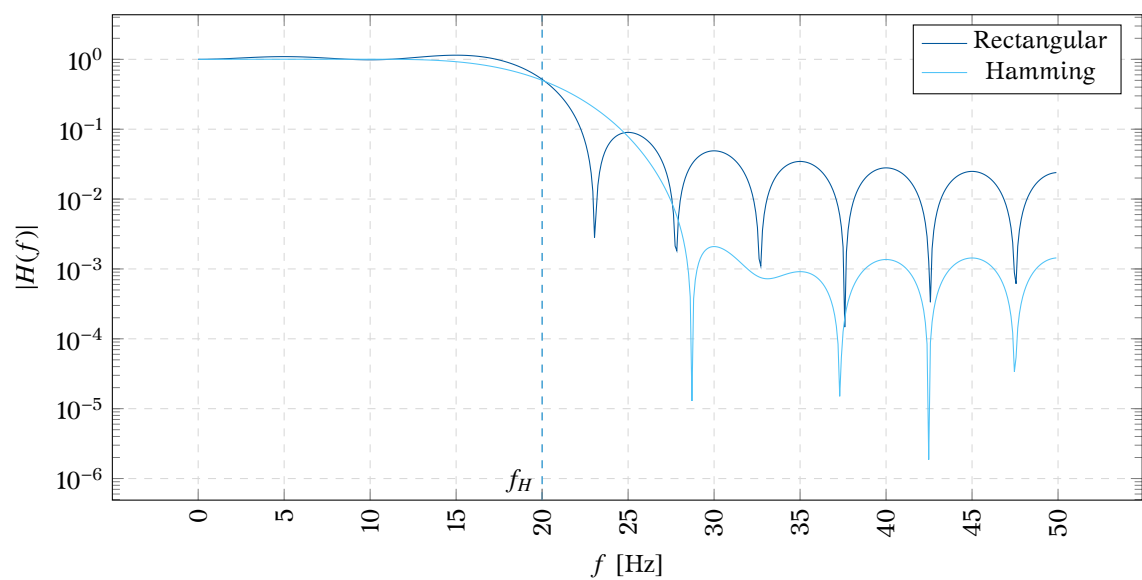
Για  $F_s = 50 \text{ Hz}$  έχουμε επικάλυψη της συχνότητας  $200 \text{ rad s}^{-1}$  ( $\approx 32 \text{ Hz}$ ) με  $18 \text{ Hz}$ , εκτός από αυτό δεν υπάρχει διαφορά.



(α) Παράθυρα στον Χρόνο.

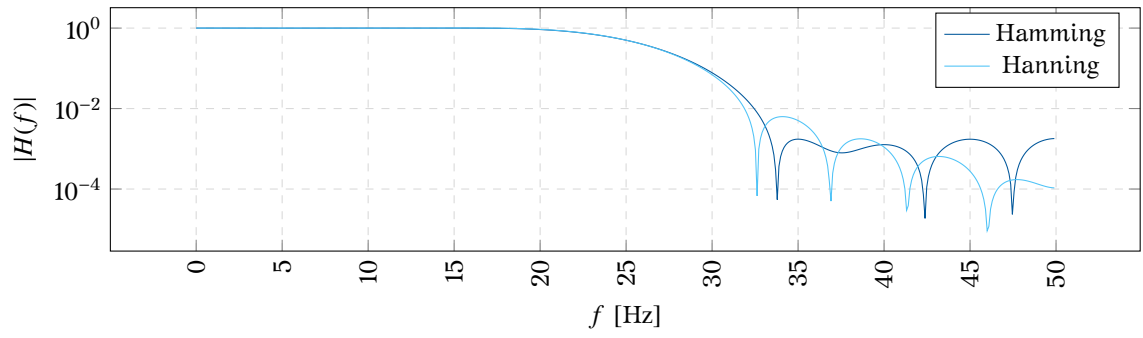


(β) Φάσμα Παραθύρων.

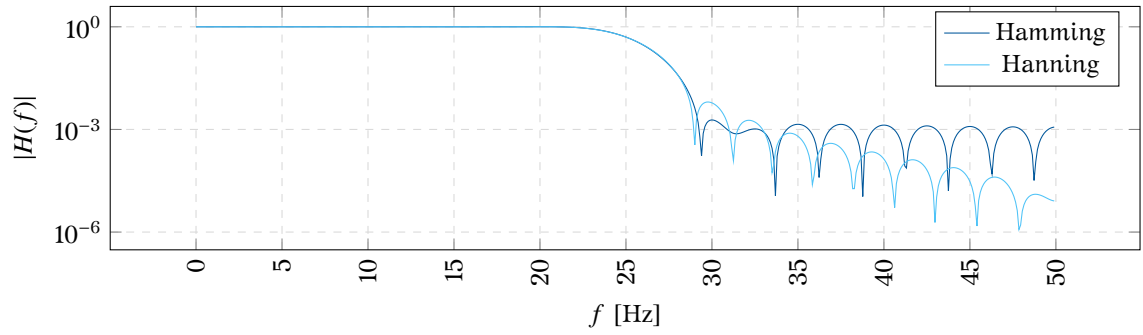


(γ) Φίλτρο τάξης 20 με εφαρμογή των παραθύρων.

Σχήμα 1: Φίλτρα με παράθυρα Rectangular και Hamming,  $N = 21$ .

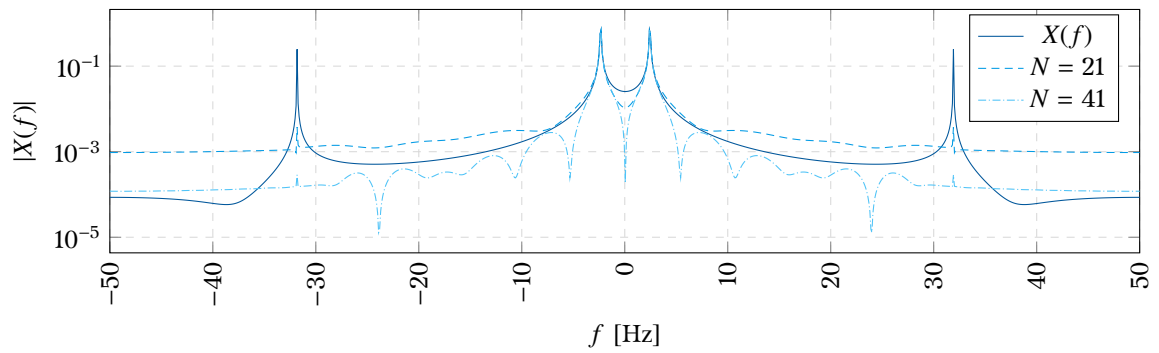


(α) Παράθυρα με 21 σημεία.

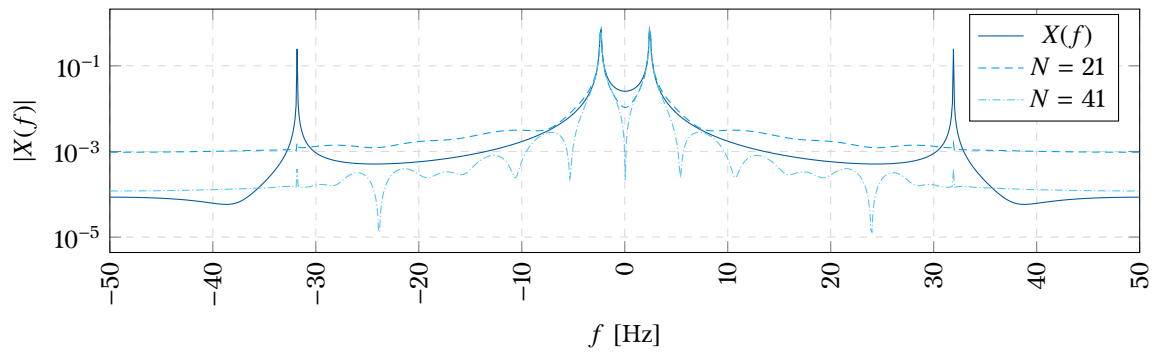


(β) Παράθυρα με 41 σημεία.

Σχήμα 2: Απόκριση Φίλτρων.

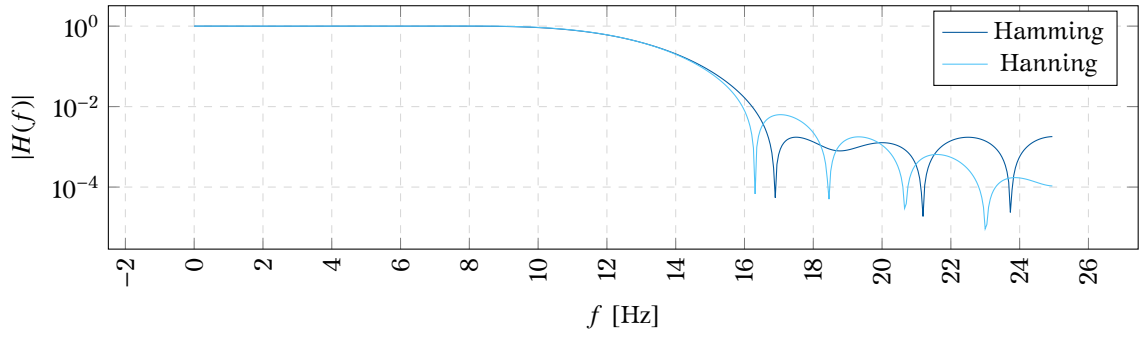


(α) Εφαρμογή Φίλτρου Hamming.

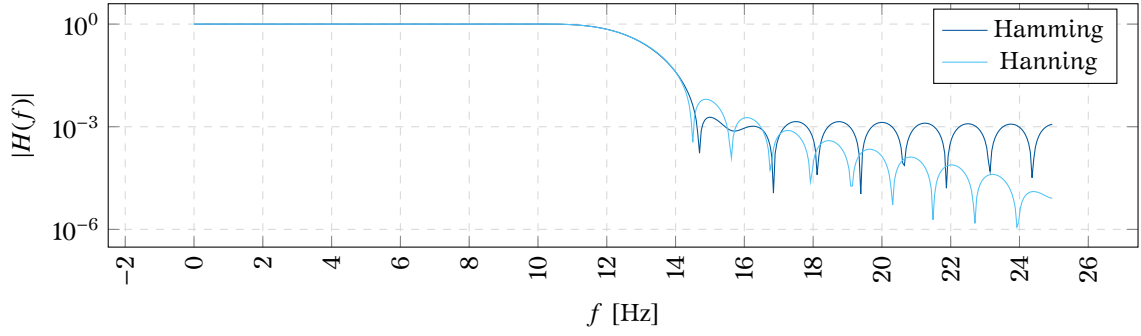


(β) Εφαρμογή Φίλτρου Hanning.

Σχήμα 3: Εφαρμογή Φίλτρων

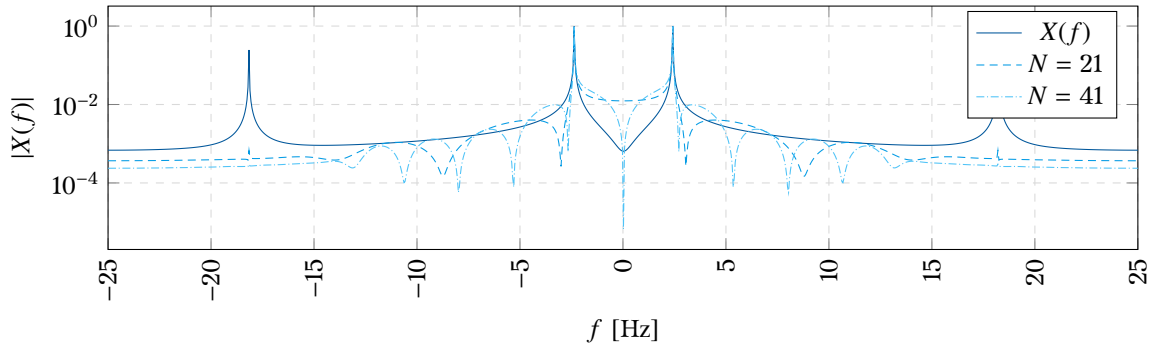


(α) Παράθυρα με 21 σημεία.

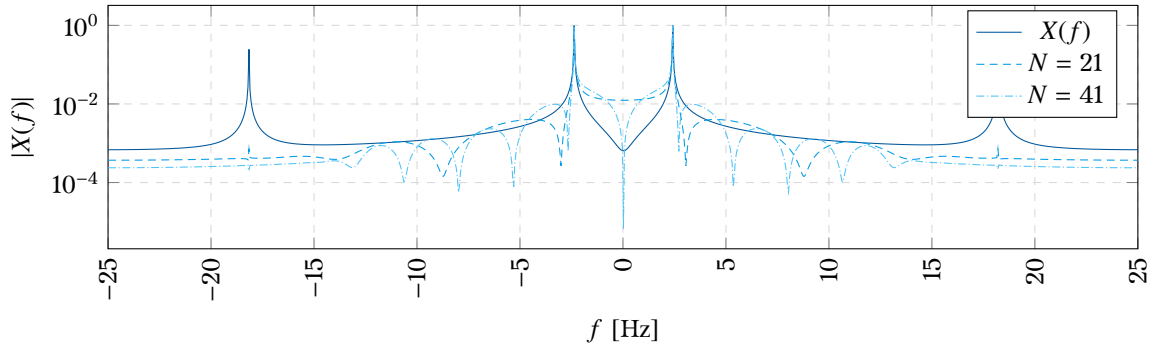


(β) Παράθυρα με 41 σημεία.

Σχήμα 4: Απόκριση Φίλτρων με  $f_s = 50$  Hz.



(α) Εφαρμογή Φίλτρου Hamming.



(β) Εφαρμογή Φίλτρου Hanning.

Σχήμα 5: Εφαρμογή Φίλτρων με  $f_s = 50$  Hz.