

ΤΕΤΑΡΤΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

“ΤΗΛ312 - ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ”

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

1) Wiener Filter (Least Mean Square Filter)

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων είναι μία στατιστική διαδικασία επειδή το κριτήριο βελτιστοποίησης βασίζεται σε πίνακες συσχέτισης των συναρτήσεων της εικόνας και του θορύβου. Πιο συγκεκριμένα στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής της ποσότητας $[f(x, y) - \hat{f}(x, y)]$ όπου $f(x, y)$ είναι η αρχική εικόνα και $\hat{f}(x, y)$ η προσέγγισή της. Αποδεικνύεται ότι ο μετασχηματισμός Fourier της εικόνας η οποία επιτυγχάνει τον παραπάνω στόχο έχει τη μορφή:

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma[S_n(u, v)/S_f(u, v)]} \right] G(u, v) \quad (1)$$

Αν θέσουμε $\gamma=1$ έχουμε την περίπτωση του φίλτρου Wiener. Στην παραπάνω σχέση S_f , S_n είναι τα power spectra των $f_e(x, y)$ και $n_e(x, y)$ αντίστοιχα, όπου ισχύει ότι:

$$S_f(u, v) = |F(u, v)|^2 \quad \text{και}$$

$S_n(u, v) = |N(u, v)|^2 = \sigma_n^2$ στην περίπτωση που έχουμε λευκό θόρυβο.

2) Constrained Least Squares Restoration

Η μέθοδος αυτή θεωρείται βέλτιστη για κάθε εικόνα και η μόνη γνώση η οποία απαιτείται προκειμένου να εφαρμοστεί είναι η μέση τιμή και διασπορά του θορύβου. Η μέθοδος βασίζεται στην επιλογή ενός πίνακα Q , βάσει του οποίου ελαχιστοποιούμε συναρτήσεις της μορφής $||Qf||^2$. Είναι φανερό ότι μια κακή εκτίμηση του Q θα μας οδηγήσει και σε μη αποδεκτά αποτελέσματα ενώ αντίστροφα καλές εκτιμήσεις του Q θα δώσουν αρκετά

ικανοποιητικά αποτελέσματα. Με τη μέθοδο αυτή εισάγεται ένα κριτήριο ομαλότητας το οποίο έχει να κάνει με την ελαχιστοποίηση των συναρτήσεων της μορφής $||Qf||^2$. Αποδεικνύεται ότι ο μετασχηματισμός Fourier της εικόνας η οποία θα προκύψει από τη μέθοδο αυτή έχει τη μορφή:

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \gamma |P(u,v)|^2} \right] G(u,v) \quad (2)$$

όπου $P(u,v)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier της μήτρας:

$$P(x,y) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

αν επεκταθεί με μηδενικά σε διαστάσεις $M \times N$, με $M=A+3-1$ και $N=B+3-1$ ενώ η $f(x,y)$ είναι διαστάσεων $A \times B$. Είναι φανερό από την επιλογή της παραπάνω μήτρας ότι το κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε ήταν η ελαχιστοποίηση της δεύτερης παραγώγου. Για να είναι βέλτιστη η λύση της (2) θα πρέπει να επιλεγεί κατάλληλα η παράμετρος γ ώστε να ικανοποιείται το κριτήριο $||g-HF||^2 = ||n||^2$.

Αν ορίσουμε το διάνυσμα r τέτοιο ώστε:

$$r = g - H\hat{f} \quad (4)$$

τότε αν επιτύχουμε ώστε $||r||^2 = ||n||^2$, το κριτήριο $||g-HF||^2 = ||n||^2$ ικανοποιείται και η λύση της (2) είναι βέλτιστη. Μια επαναληπτική διαδικασία ώστε να επιτύχουμε μια καλή προσέγγιση της παραμέτρου γ είναι η ακόλουθη:

i. Διαλέγουμε μια αρχική τιμή για το γ και λαμβάνουμε μια εκτίμηση για το $||n||^2$ χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$||n||^2 = (M-1)(N-1)[\sigma_\eta^2 + \bar{\eta}_e^2] \quad (5)$$

όπου σ_η^2 είναι η διασπορά του θορύβου και $\bar{\eta}_e^2$ το τετράγωνο της μέσης τιμής του θορύβου.

ii. Υπολογίζουμε το $\hat{F}(u,v)$ από τη σχέση (2) και βρίσκουμε το \hat{f} από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier.

iii. Από την (4) βρίσκουμε το διάνυσμα r και υπολογίζουμε τη ποσότητα $\phi(\gamma) = ||r||^2$.

iv. Αν $\phi(\gamma) < ||n||^2 - \alpha$ αυξάνουμε το γ (όπου α είναι η ακρίβεια η οποία απαιτείται). Αν $\phi(\gamma) > ||n||^2 + \alpha$ μειώνουμε το γ .

v. Αν $||n||^2 - \alpha < \phi(\gamma) < ||n||^2 + \alpha$ τότε η διαδικασία τερματίζει και στο σημείο αυτό \hat{f} είναι η τελική προσέγγιση για την ανακτημένη εικόνα. Διαφορετικά πηγαινε πάλι στο βήμα 2.

ΑΣΚΗΣΗ (σε MATLAB)

Να υλοποιηθούν (βήμα-βήμα) οι παραπάνω δύο μέθοδοι σε εικόνες που έχουν υποστεί **blurring** (low pass filtering) και οι οποίες επιπλέον περιέχουν και **λευκό Gaussian θόρυβο** (για διάφορες τιμές της διασποράς).

Χρησιμοποιήστε το MSE (μέσο τετραγωνικό σφάλμα) ώστε να 'δείξετε' ποια από τις 2 μεθόδους έκανε 'καλύτερη' αποκατάσταση στην εικόνα.

Κατά την εξέταση θα πρέπει να είσαστε σε θέση να αναφέρετε τις ουσιαστικές διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων και να κάνετε μια συνολική αξιολόγηση της κάθε μεθόδου.

Κατά την παράδοση της παρούσας εργαστηριακής άσκησης παραδίδεται και αναφορά, η οποία να περιέχει:

- Σύντομη περιγραφή του αλγορίθμου που υλοποιήσατε σε κάθε ερώτημα, συμπεράσματα ή παρατηρήσεις όπου προκύπτουν, απαντήσεις σε όλα τα παραπάνω ερωτήματα.
- Screenshots των εικόνων που προέκυψαν από κάθε ερώτημα.
- Να MHN περιέχει κώδικες.
- Η αναφορά μπορεί να παραδοθεί σε ηλεκτρονική μορφή.