

Αριθμητικές προσομοιώσεις νεφών σε γαλαξίες

Παπαχρήστου Μιχάλης

21 Ιουνίου 2017

Σε αυτή την εργασία θα προσπαθήσουμε να μελετήσουμε μέσω αριθμητικών εξομοιώσεων τη δυναμική ενός μοριακού νέφους (MC) μέσα στο διαγαλαξιακό μέσο (ISM). Για τις αριθμητικές εξομοιώσεις θα χρησιμοποιήσουμε τον κώδικα PLUTO ([mignone_pluto: 2007](#)) ώστε να μελετήσουμε μια όσο το δυνατόν ρεαλιστικότερη απεικόνιση ενός σφαιρικού μοριακού νέφους χτίζοντας την, βήμα βήμα μέσω διαφορετικών φυσικών διεργασιών (Radiative Cooling, Magnetic Fields, Gravity, etc)

1 Μοριακά Νέφη και διαγαλαξιακός χώρος

Στον μεσοαστρικό χώρο υπάρχει μια τεράστια ποσότητα ύλης υπό τη μορφή αερίου και σκόνης. Η ύλη αυτή, που μπορούμε να πούμε ότι είναι το πρωτόγενες καύσιμο στη διαδικασία αστρικής δημιουργίας των γαλαξιών, αποτελείται περίπου κατά 99% από αέριο και κατά 1% από σκόνη με τη συνολική της μάζα για το δικό μας γαλαξία να είναι της τάξης των $10^9 M_{\odot}$, ενώ η πυκνότητα της κυμαίνεται από 10^{-4} έως 10^6 cm^{-3} .

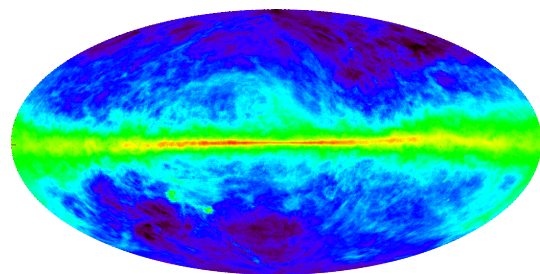
Μεσοαστρικό Αέριο Το Μεσοαστρικό Αέριο παρατηρείται σε νεφελώδη μορφή και αποτελείται κυρίως (περίπου το 90%) από υδρογόνο σε ατομική (H), ιονισμένη (HII) και μοριακή (H_2) κατάσταση. Δεύτερο σε αναλογία είναι το Ήλιο (He) (περίπου 9%) ενώ το υπόλοιπο 1% είναι βαρύτερα στοιχεία (C,O,Ne,Mg,Fe, κ.α.) και μόρια (CO,CS, κ.α.).

Μεσοαστρική Σκόνη Η Μεσοαστρική Σκόνη αποτελείται κυρίως από άνθρακα και πυρίτιο σε ενώσεις με Υδρογόνο, Οξυγόνο, Μαγνήσιο και Σίδηρο ενώ το μέγεθος των κόκκων της σκόνης κυμαίνεται από 0.01 μm έως 1 μm ακολουθώντας μια κατανομή δύναμης όπου τα μικρότερα μεγέθη είναι πληθύτερα από τα μεγαλύτερα. Η Μεσοαστρική Σκόνη παρατηρείται στις σπείρες του Γαλαξία μας (αλλά και σε άλλους γαλαξίες) με τη χαρακτηριστική μορφή τεράστιων σκοτεινών "δρόμων" λόγω της επισκότισης των όπισθεν αστέρων που προκύπτει από την απορρόφηση και σκέδαση του ορατού φωτός.

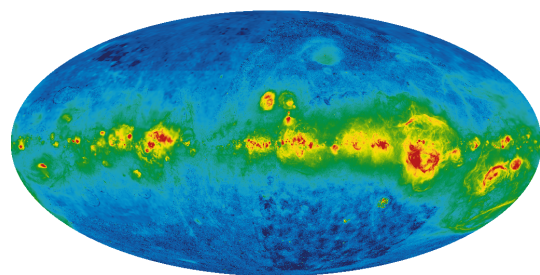
2 Φάσεις και χαρακτηριστικά της Μεσοαστρικής Ύλης

Η Μεσοαστρική Ύλη (ISM) απαντάται σε τρεις φάσεις με διαφορετικά φυσικά και χημικά χαρακτηριστικά: ¹ τη **ψυχρή**, με θερμοκρασίες κάτω των

¹Για τα χημικά χαρακτηριστικά αναφερόμαστε στη σύνθεση των μορίων και στην αναλογία των στοιχείων. Στα φυσικά χαρακτηριστικά αναφερόμαστε στη πυκνότητα και τη θερμοκρασία της Ύλης



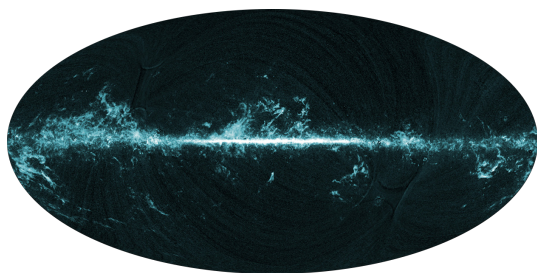
Σχήμα 1: Εκπομπή του HI στα 21.1 cm (Kalberla et al., 2005) Η εκπομπή της γραμμής 21.1 cm στα ραδιοκύματα που οφείλεται στη μετάπτωση αντιστροφής του spin του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου στη βασική κατάσταση του ατόμου του Υδρογόνου. Η ενεργειακή διαφορά των καταστάσεων είναι $h\nu = 6 \times 10^{-6} \text{ eV}$, η οποία αντιστοιχεί σε μήκος κύματος 21 cm.



Σχήμα 2: Εκπομπή Ha από συνδυασμό τριών διαφορετικών παρατηρήσεων (WHAM - VTSS - SHASSA) [finkbeiner_2003](#) Η εκπομπή Ha (656.28 nm) προέρχεται από την επανασύνδεση ιονισμένων ατόμων υδρογόνου κοντά σε θερμούς αστέρες O και B (HII Regions).

Πίνακας 1: Χαρακτηριστικά της μεσοαστρικής ύλης

Κατηγορία	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα (cm^{-3})
Μοριακά Νέφη	10-50	$>10^3$
Ψυχρά Νέφη HI	100	30
Θερμό HI	10^3	0.1
Θερμό HII	10^4	10^{-2}
Περιοχές HII	10^4	>100
Υπέρθερμο Ιονι-σμένο αέριο	10^6 έως 10^7	10^{-3}



Σχήμα 3: Εκπομπή CO όπως τη χαρτογράφησε το Planck, [planck_2014](#)

Το H_2 είναι ένα πλήρως συμμετρικό μόριο επομένως δεν έχει μόνιμη διπολική ροπή. Αυτό έχει σαν συνέπεια η διέγερση του να είναι σε θερμοκρασίες τις τάξεις των 500 K. Άρα για τις τυπικές θερμοκρασίες των μοριακών νεφών 10–50 K είναι αδύνατον να το παρατηρήσουμε άμεσα.

Ο εναλλακτικός τρόπος παρατήρησης του H_2 είναι εμμέσως μέσω της εκπομπής διαφορετικών μορίων που είναι πιο "ευαίσθητα" στις χαμηλές θερμοκρασίες, όπως του CO που είναι το δεύτερο σε αναλογία μόριο στο Σύμπαν και έχει μόνιμη διπολική ροπή (άρα έχουμε περιστροφικές ενεργειακές μεταβάσεις) πράγμα που επιτρέπει να εκπέμπει σημαντικά στο ραδιοφωνικό φάσμα..

Η χαμηλότερη μετάβαση αντιστοιχεί σε θερμοκρασία 5.5 K και αποδίδει ένα ραδιοφωνικό φωτόνιο στα 2.6 mm.

100 K, πυκνότητα 30 έως 50 cm^{-3} και ποσοστό ιονισμού κάτω του 0.1%, που αποτελείται από μοριακό και ατομικό αέριο Υδρογόνου και σκόνη, τη **θερμή**, με θερμοκρασίες της τάξης των 10^3 έως 10^4 K, πυκνότητες 0.3 cm^{-3} , που αποτελείται από ατομικό και ιονισμένο αέριο Υδρογόνο (ποσοστό ιονισμού 2-20%) και την **υπέρθερμη** που οφείλεται σε κρουστικά κύματα εκρήξεων supernova και αστρικών ανέμων με θερμοκρασίες τάξης 10^6 K και πυκνότητες μικρότερες των 0.01 cm^{-3} .

2.1 Ενεργειακή ισορροπία

Η κινητική θερμοκρασία ² της Μεσοαστρικής Ύλης κυμαίνεται σε ένα εύρος τιμών 6 τάξεων μεγέθους όπως παρατηρούμε και από τον πίνακα 1. Για να περιγράψουμε και να μοντελοποιήσουμε την ενεργειακή ισορροπία στη Μεσοαστρική Ύλη και άρα να εξηγήσουμε και τις παρατηρούμενες θερμοκρασίες θα πρέπει να υπολογίσουμε τις διαδικασίες θέρμανσης και ψύξης. Ενώ η κύρια διαδικασία ψύξης είναι η εκπομπή ακτινοβολίας είτε μέσω αυθόρμητης αποδιέγερσης ή αποδιέγερσης λόγω κρούσης, για τη θέρμανση έχουμε μια πληθώρα διαδικασιών οι οποίες μπορούν να ταξινομηθούν σε 3 κατηγορίες:

- θέρμανση από πεδία ακτινοβολίας: φωτοηλεκτρική απορρόφηση σε ουδέτερα στοιχεία, φωτοδιάσπαση στα μόρια, φωτοιονισμός.
- θέρμανση μέσω συγκρούσεων: από τυρβώδες ροές, κρουστικά κύματα καταλοίπων supernova και κοσμικής ακτινοβολίας.
- θερμική ανταλλαγή μεταξύ της σκόνης και νεφών αερίου, αλληλεπίδραση ιονισμένου αερίου με μαγνητικά πεδία, βαρυτική κατάρρευση.

3 Μοριακά Νέφη

Τα Μοριακά Νέφη είναι περιοχές όπου ψυχρή μεσοαστρική ύλη έχει πυκνότητες ικανοποιητικά μεγαλύτερες από τη μέση πυκνότητα του μεσοαστρικού υλικού έτσι η ιδιοβαρύτητα του νέφους να παίζει σημαντικό ρόλο στη δυναμική του. Καθώς το μοριακό νέφος καταρρέει, κατακρημνίζεται σε όλο και πιο συμπυκνωμένες δομές έως ότου η πυκνότητα και η μάζα σε μια τέτοια περιοχή είναι αρκετή ώστε να γεννηθούν νέοι αστέρες.

Όπως φαίνεται και από το όνομα τους, τα Μοριακά Νέφη αποτελούνται κυρίως από μοριακό Υδρογόνο H_2 . Στο γαλαξία μας πάνω από το 80% του μοριακού Υδρογόνου βρίσκεται σε μοριακά νέφη καταναμεμένα πάνω στις σπείρες του δίσκου αλλά κυρίως σε ένα δακτύλιο ακτίνας 3 με 5 kpc από το κέντρο του γαλαξία [rathborne_2009](#) Από παρατηρήσεις στο CO τα μοριακά νέφη δείχνουν να έχουν μάζες που κυμαίνονται από 10^3 έως $10^6 M_\odot$ με μια κατανομή νόμου δύναμης -1.6 . [stahlern_2004](#)

Για να δημιουργηθεί το Μοριακό Υδρογόνο καταλυτικό ρόλο παίζει η μεσοαστρική σκόνη. Όταν δύο άτομα Υδρογόνου ενώνονται και δημιουργούν ένα μόριο H_2 αυτό κερδίζει ενέργεια η οποία όμως δεν μπορεί να αποδοθεί στο περιβάλλον με αποτέλεσμα το μόριο να διασπάται. Παρολαυτά αν η διαδικασία αυτή γίνει πάνω σε έναν κόκκο σκόνης, τότε αυτός λειτουργεί

²Το ψυχρό μεσοαστρικό αέριο λόγω της γενικά χαμηλής του πυκνότητας δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία. Επομένως όταν μιλάμε για θερμοκρασία αναφερόμαστε στη κινητική του θερμοκρασία. [spitzer_1998](#)

Πίνακας 2: Χαρακτηριστικά και διαφορετικοί τύποι Μοριακών Νεφών

Κατηγορία	Μέση ακτίνα (pc)	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα H_2 (cm^{-3})	Μάζα (M_\odot)
Γιγαντιαίο Μοριακό Νέφος	20	15	100	10^5
Μοριακό Νέφος clump	5 2	10	300 10^3	10^4 10^3
Πυρήνας Νέφους	0.08	10	10^5	10

καταλυτικά απορροφώντας το πλεόνασμα ενέργειας και το μόριο παραμένει σταθερό. Έτσι το ουδέτερο Υδρογόνο λειτουργεί σαν καύσιμο που τροφοδοτεί τις πυκνότερες περιοχές του μοριακού Υδρογόνου.

Ένα τυπικό μοριακό νέφος επιβιώνει για 3×10^7 yrs πριν καταστραφεί από τους βίαιους αστρικούς ανέμους των αστέρων τύπου O και B που έχουν δημιουργηθεί στο εσωτερικό του. Κατά τη διάρκεια της ζωής του το νέφος αποδίδει τελικά ένα 3% της μάζας του σε αστέρες. Έτσι για παράδειγμα αν θεωρήσουμε μια τιμή της συνολικής μάζας του μοριακού H_2 στο Γαλαξιακό δίσκο $2 \times 10^9 M_\odot$ βρίσκουμε ότι ο ρυθμός δημιουργίας αστέρων (SFR) για το Γαλαξία μας είναι περίπου $2 M_\odot$ ανά έτος.

3.1 Ενεργειακή ισορροπία στα Μοριακά Νέφη

Όπως αναφέραμε γενικότερα στη παράγραφο (2.1) η θερμοκρασία ενός νέφους είναι αποτέλεσμα της ενεργειακής ισορροπίας μεταξύ των μηχανισμών θέρμανσης και ψύξης. Για τα Μοριακά Νέφη συγκεκριμένα η θέρμανση είναι αποτέλεσμα της θερμότητας που παρέχεται από κοντινά άστρα ή μέσω της κοσμικής ακτινοβολίας, ενώ η ψύξη επιτυγχάνεται μέσω διαδικασιών απορρόφησης και κρούσης με τα σωματίδια της σκόνης ή του αερίου. Η ενέργεια τελικά αποδίδεται μέσω της υπέρυθρης ακτινοβολίας η οποία οφείλεται στην απορρόφηση και την εκπομπή των φωτονίων από το περιβάλλοντα αέριο και σκόνη.

4 Αριθμητικές Μαγνητοϋδροδυναμικές εξομοιώσεις

Για να μελετήσουμε τη δυναμική των μοριακών νεφών στους γαλαξίες και τις αλληλεπιδράσεις τους με βίαια - ενεργητικά φαινόμενα όπως πίδακες από κέντρα γαλαξιών και αστρικούς ανέμους θα καταφύγουμε στην προσομοίωση τους μέσω της αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων της υδροδυναμικής και μαγνητοϋδροδυναμικής.

Ο υπολογιστικός κώδικας που θα χρησιμοποιήσουμε ονομάζεται **PLUTO mignone_pluto: 2007** και παρακάτω θα εκθέσουμε σε γενικές γραμμές και όχι πολλές τεχνικές λεπτομέρειες το τρόπο με τον οποίο ο PLUTO αλλά και μια μεγάλη οικογένεια αντίστοιχων ολοκληρωτών επιλύουν τις αντίστοιχες εξισώσεις.

4.1 Εξισώσεις Διατήρησης

Οι εξισώσεις διατήρησης είναι χρονοεξαρτώμενα συστήματα μερικών διαφορικών εξισώσεων που έχουν τη γενική μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \bar{f}(\bar{q}(x, t)) = 0 \quad (4.1.1)$$

με $\bar{q}(x, t) \in \mathbb{R}^m$ ένα m-διάστατο άνωσμα των διατηρουμένων ποσοτήτων με $\int_{-\infty}^{\infty} q_j(x, t) dx$ να είναι η ολική ποσότητα η οποία παραμένει σταθερή στο χρόνο t.

Η $q_j(x, t)$ είναι ουσιαστικά η χωρική κατανομή (πυκνότητα) στο χρόνο t η οποία γενικά μεταβάλλεται με το χρόνο. Αυτή η μεταβολή περιγράφεται από τη συνάρτηση ροής $f_j(q(x, t))$.

Το σύστημα 4.1.1 είναι η γενικότερη (μη γραμμική) μορφή των γραμμικών υπερβολικών εξισώσεων της μορφής:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (4.1.2)$$

όπου \mathbf{A} ένας τετραγωνικός διαγωνοποιήσιμος πίνακας με πραγματικές ιδιοτιμές.

Λαθος

Όπως και για τη μονοδιάστατη περίπτωση

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (4.1.3)$$

η οποία έχει σαν λύση τη κυματική λύση D'Alembert

$$q(x, t) = q(x - ut, 0) \quad (4.1.4)$$

η γενική εξίσωση 4.1.2 επιδέχεται αντίστοιχες κυματικές λύσεις.

Στη μη-γραμμική περίπτωση 4.1.1 το σύστημα λέγεται υπερβολικό αν ο ιακωβιανός πίνακας $\mathbf{J}(q)$ με στοιχεία (i, j) τα $\frac{\partial f_i}{\partial q_j}$ είναι αντίστοιχα διαγωνοποιήσιμος με πραγματικές ιδιοτιμές.

Τότε μπορούμε να γράψουμε το σύστημα των μη-γραμμικών εξισώσεων στη μορφή:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \mathbf{J}(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (4.1.5)$$

4.2 Εξισώσεις Euler

Οι εξισώσεις Euler είναι ένα σύστημα μη-γραμμικών υπερβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν ένα ρευστό χωρίς ιξώδες και θερμική αγωγιμότητα.

Τα φαινόμενα διάχυσης (θερμική αγωγιμότητα, μοριακή διάχυση, ιξώδες) δίνουν όρους διάχυσης στη συνάρτηση ροής η οποία τώρα είναι της μορφής $f(q, q_x)$. Αποτέλεσμα αυτού είναι στο δεξί μέλος των εξισώσεων να εμφανίζονται όροι $\partial^2 q / \partial x^2$ και από υπερβολικές να γίνονται παραβολικές. Η πλήρης μορφή των υδροδυναμικών εξισώσεων δίνεται από τις εξισώσεις Navier-Stokes

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad \text{Διατήρηση Μάζας} \quad (4.2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u} + P) = 0 \quad \text{Διατήρηση Ορμής} \quad (4.2.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((E + P) \vec{u}) = 0 \quad \text{Διατήρηση Ενέργειας} \quad (4.2.3)$$

με $E = \frac{P}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u^2$ η ενέργεια για ένα πολυτροπικό αέριο και P η πίεση.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα μπορούμε να γράψουμε το σύστημα στη μορφή 4.1.1:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(\vec{x}, t) + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{f}(\bar{q}(\vec{x}, t)) = 0 \quad (4.2.4)$$

όπου

$$\bar{q}(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \vec{u} \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (4.2.5)$$

και

$$\mathbf{f}(\bar{q}) = \begin{pmatrix} \rho \vec{u} \\ \rho \vec{u} \vec{u} + P \\ \vec{u}(E + P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_2 \\ \frac{q_2^2}{q_1} + P(\bar{q}) \\ \frac{q_2}{q_1}(q_3 + P(\bar{q})) \end{pmatrix} \quad (4.2.6)$$

όπου $P(\bar{q})$ η καταστατική εξίσωση.

4.3 Πηγές

Μέχρι τώρα έχουμε υποθέσει ότι όλες οι διατηρούμενες ποσότητες, "διατηρούνται". Σε πραγματικές συνθήκες όμως υπάρχουν πηγές που προσθέτουν ή αφαιρούν (καταβόθρες) από τις ποσότητες μας. Μερικά παραδείγματα είναι:

- Χημικές διεργασίες, ιονισμός και επανασύνδεση που ανταλλάσσουν / δημιουργούν / καταστρέφουν μάζες μεταξύ στοιχείων (διατήρηση της μάζας για πολλαπλά ρευστά)
- Εξωτερικές δυνάμεις όπως η βαρύτητα που λειτουργούν σαν πηγές στις εξισώσεις ορμής και ενέργειας.
- Μεταφορά θερμότητας μέσω ακτινοβολίας που λειτουργεί σαν πηγή (θέρμανση) ή καταβόθρα (ψύξη)

Οι εξισώσεις μας τότε αποκτούν τη μη ομογενή μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q}(\vec{x}, t) + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{q}(\vec{x}, t)) = S(\mathbf{q}(\vec{x}, t)) \quad (4.3.1)$$

4.4 Αριθμητική επίλυση υπερβολικών εξισώσεων

Η αριθμητική επίλυση των υπερβολικών εξισώσεων αποτελεί μια δύσκολη διαδικασία

4.4.1 Μέθοδος πεπερασμένων διαφορών

Η βασική αρχή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών -όπως και μεθόδων που πηγάζουν από αυτή και θα δούμε στη συνέχεια- είναι η διακριτοποίηση του χώρου και του χρόνου. Δηλαδή αναζητούμε μια προσεγγιστική τιμή των προς αναζήτηση ποσοτήτων σε συγκεκριμένα σημεία στο χώρο και στο χρόνο. Αν διακριτοποιήσουμε το χώρο κατα αποστάσεις $\Delta x = \Delta y = h$ και στο χρόνο $\Delta t = k$ τότε η προσεγγιστική τιμή στη θέση $(x_i, y_j) = (x_0 + ih, y_0 + jh)$ και στο χρόνο $t_n = t_0 + nk$ θα είναι:

$$Q_{ij}^n \simeq q(x_i, y_j, t_n) \quad (4.4.1)$$

Οπότε μια (για παράδειγμα μονοδιάστατη) μερική διαφορική εξίσωση της μορφής

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (4.4.2)$$

θα γράφεται:

$$\frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{k} + u \left(\frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{k} \right) = 0 \quad (4.4.3)$$

άρα με βάση τις αρχικές συνθήκες q_i^0 μπορούμε να ολοκληρώσουμε στο χρόνο, άρα η λύση στο κελί με συντεταγμένες i η θα είναι:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} u (Q_i^n - Q_{i-1}^n) \quad (4.4.4)$$

Αντίστοιχα στη περίπτωση ενός συστήματος εξισώσεων η λύση θα ήταν

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} \mathbf{A} (Q_i^n - Q_{i-1}^n) \quad (4.4.5)$$

με τον πίνακα \mathbf{A} να έχει θετικές ιδιοτιμές.

Η τιμή των ποσοτήτων σε ένα κελί παρατηρούμε ότι εξαρτάται από τις τιμές των αμέσως γειτονικών κελιών. Η ακρίβεια μας τώρα είναι της τάξης του h . Για να πετύχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια μπορούμε να ανανεώνουμε τις ποσότητες q_j με βάση πιο απομακρυσμένα κελιά, όπως για παράδειγμα η μέθοδος leapfrog:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^{n-1} - \frac{k}{h} \mathbf{A} (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) \quad (4.4.6)$$

ή να κρατήσουμε τους 3 πρώτους όρους από το αναπτύγμα Taylor $q(x, t + k) = q(x, t) + k \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{2} k^2 \frac{\partial^2 q}{\partial t^2}$ τη μέθοδο Lax-Wendroff:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{2h} \mathbf{A} (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) + \frac{k^2}{2h^2} \mathbf{A}^2 (Q_{i+1}^n - 2Q_i^n + Q_{i-1}^n) \quad (4.4.7)$$

Παρά το βαθμό ακρίβεια της κάθε μέθοδο μεταξύ των παραπάνω, οι μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών δεν καταφέρνουν να διατηρήσουν τις ολοκληρώσιμες ποσότητες ειδικά όταν εμπλέκονται κρουστικά κύματα και ασυνέχειες. Γι αυτό το σκοπό θα χρησιμοποιήσουμε τις λεγόμενες μεθόδους πεπερασμένων όγκων.

4.4.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων

Αντί για τη προσεγγιστική τιμή Q_i^{n+1} της $q(x_i, t_{n+1})$ σε ένα συγκεκριμένο σημείο θα ορίσουμε μια νέα αντίστοιχη τιμή για τη μέση τιμή της ποσότητας σε κάθε ένα διάστημα $C_i = [x_i, x_{i+1}]$ του χώρου μας με $x_i = x_0 + (i-1)h$.

Άρα τώρα η τιμή Q_i^n θα προσεγγίζει την μέση τιμή στο i διάστημα τη χρονική στιγμή t_n

$$Q_i^n \simeq \frac{1}{h} \int_{C_i} q(x, t_n) dx \quad (4.4.8)$$

Αν η $q(x, t)$ δεν περιέχει ασυνέχειες τότε η Q_i^n τη προσεγγίζει στο μέσο του διαστήματος με ακρίβεια τάξης μεγέθους $\mathcal{O}(h^2)$.

Αν πάρουμε την ολοκληρωτική μορφή του νόμου διατήρησης σε ένα κελί η εξέλιξη στο χρόνο θα είναι

$$\int_{C_i} q(x, t_{n+1}) dx - \int_{C_i} q(x, t_n) dx = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_i, t)) dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_{i+1}, t)) dt \quad (4.4.9)$$

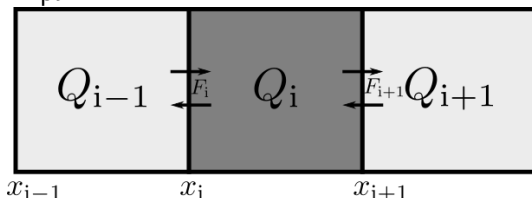
διαιρώντας με h και αντικαθιστώντας τις Q_i^n βρίσκουμε την εξέλιξη στο χρόνο

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{1}{h} \left(\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_i, t)) dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_{i+1}, t)) dt \right) \quad (4.4.11)$$

Αν αναδιατάξουμε τη σχέση 4.4.12 κατάλληλα βρίσκουμε:

$$\frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{k} + \frac{F_{i+1}^n - F_i^n}{h} = 0 \quad (4.4.10)$$

η οποία είναι η εξίσωση του νόμου διατήρησης. Ακρι



Σχήμα 4

και τελικά

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} (F_{i+1}^n - F_i^n) \quad (4.4.12)$$

όπου

$$F_i^n \simeq \frac{1}{k} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_i, t)) dt \quad (4.4.13)$$

η προσεγγιστική τιμή της μέσης ροής κατά μήκος της x_i . Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι η ροή στο σύνορο μεταξύ δύο κελιών εξαρτάται από τις τιμές των ποσοτήτων σε αυτά τα δύο κελιά, δηλαδή

$$F_i^n = F(Q_{i-1}^n, Q_i^n) \quad (4.4.14)$$

άρα αν γνωρίζουμε αυτή τη συνάρτηση ροής τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την εξέλιξη στο χρόνο της μέσης τιμής του κάθε κελιού

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} (F(Q_i^n, Q_{i+1}^n) - F(Q_{i-1}^n, Q_i^n)) \quad (4.4.15)$$

Η μέθοδος (ή καλύτερα η οικογένεια μεθόδων) που ακολουθούμε στην εύρεση των συναρτήσεων ροής ονομάζεται μέθοδος Godunov, από τον Sergei K. Godunov που πρώτος την εισήγαγε το 1959. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην επίλυση του προβλήματος Riemann μεταξύ των κελιών. Παρακάτω θα αναπτύξουμε το πως λύνεται το πρόβλημα Riemann.

4.5 Πρόβλημα Riemann

Το πρόβλημα Riemann είναι η επίλυση του νόμου διατήρησης της μορφής

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial f(\bar{q})}{\partial x} = 0 \quad (4.5.1)$$

με αρχικές συνθήκες όπου υπάρχει μια ασυνέχεια:

$$\bar{q}(x, 0) = \begin{cases} \bar{q}_L & \text{για } x < 0 \\ \bar{q}_R & \text{για } x > 0 \end{cases} \quad (4.5.2)$$

Για να δώσουμε μια αναλυτική λύση στο γενικό πρόβλημα (μη-γραμμικό) Riemann θα ξεκινήσουμε από τη γραμμική περίπτωση.

4.5.1 Γενική επίλυση του γραμμικού προβλήματος Riemann

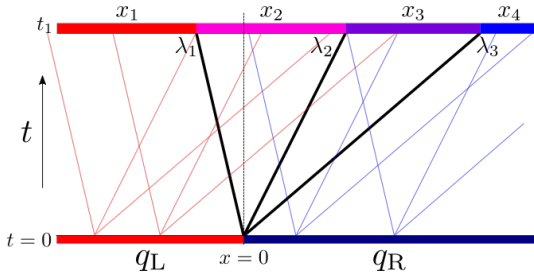
Η επίλυση του προβλήματος Riemann στη γραμμική περίπτωση του νόμου διατήρησης, δηλαδή στο σύστημα

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x} = 0 \quad (4.5.3)$$

βασίζεται στο μετασχηματισμό των ποσοτήτων \bar{q} στις λεγόμενες χαρακτηριστικές μεταβλητές $\bar{\xi} = \mathbf{R}^{-1} \bar{q}$ όπου $\mathbf{R} = (\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_m)$ είναι ο πίνακας των ιδιοανυσμάτων του πίνακα \mathbf{A} , ενώ με $\bar{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ ορίζουμε το διαγώνιο πίνακα των ιδιοτιμών. Για τον πίνακα \mathbf{A} ισχύει ότι $\mathbf{A} = \mathbf{R} \bar{\Lambda} \mathbf{R}^{-1}$.

Οι εξισώσεις τότε γράφονται:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \bar{\Lambda} \bar{\nabla} \cdot \bar{\xi} = 0 \quad (4.5.4)$$



Σχήμα 5: Γραφική απεικόνιση της λύσης του γραμμικού προβλήματος Riemann για $p = 3$. Τη χρονική στιγμή t_1 οι λύσεις σε κάθε σημείο του χώρου καθορίζονται απόλυτα από τις p χαρακτηριστικές ιδιοτιμές λ_p έτσι ώστε η τελική λύση για κάθε σημείο x να είναι ο γραμμικός συνδυασμός των περιοχών που επηρεάζουν αυτό το σημείο, δηλαδή

$$\begin{aligned} q(x_1, t_1) &= \xi_1^L r_1 + \xi_2^L r_2 + \xi_3^L r_3 \\ q(x_2, t_1) &= \xi_1^R r_1 + \xi_2^L r_2 + \xi_3^L r_3 \\ q(x_3, t_1) &= \xi_1^R r_1 + \xi_2^R r_2 + \xi_3^L r_3 \\ q(x_4, t_1) &= \xi_1^R r_1 + \xi_2^R r_2 + \xi_3^R r_3 \end{aligned}$$

Rankine-Hugoniot

Επίλυση γραμμικού Riemann διαγράμμα

δηλαδή σαν ένα διαχωρισμένο σύστημα εξισώσεων της μορφής

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (4.5.5)$$

που όπως έχουμε δει ήδη έχουν λύσεις:

$$\xi_p = \xi_p(x - \lambda_p t, 0) \quad (4.5.6)$$

με $p = 1 \dots m$ για τις m εξισώσεις (μονοδιάστατη περίπτωση). Οι p χαρακτηριστικές καμπύλες δηλαδή καθορίζονται από τις ιδιοτιμές λ_p .

Άρα αν επιστρέψουμε στις αρχικές μεταβλητές:

$$\bar{q}(x, t) = \sum_{p=1}^m \xi_p(x - \lambda_p t, 0) \bar{r}_p \quad (4.5.7)$$

Για τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος Riemann ο μετασχηματισμός μας δίνει:

$$\xi_p(x, 0) = \begin{cases} \xi_p^L & \text{για } x < 0 \\ \xi_p^R & \text{για } x > 0 \end{cases} \quad (4.5.8)$$

άρα από 4.5.6

$$\xi_p(x, t) = \begin{cases} \xi_p^L & \text{για } x - \lambda_p t < 0 \\ \xi_p^R & \text{για } x - \lambda_p t > 0 \end{cases} \quad (4.5.9)$$

Άρα με αρχικές συνθήκες Riemann, βλέπουμε ότι η λύση για τις μετασχηματισμένη μεταβλητή ξ_p σε ένα οποιαδήποτε σημείο εξαρτάται απόλυτα από τη σχετική θέση σε σχέση με την αντίστοιχη χαρακτηριστική καμπύλη της λ_p .

Καθώς διασχίζουμε τη καμπύλη αυτή ουσιαστικά μετακινούμαστε από τις συνθήκες ξ_p^L στις ξ_p^R . Το άλμα αυτό υπακούει τις συνθήκες Rankine-Hugoniot άρα για κάθε σημείο μπορούμε τελικά να γράψουμε τη λύση.

$$\bar{q}(x, t) = q_L + \sum_{\lambda_p < x/t} (\xi_p^R - \xi_p^L) \bar{r}_p = q_R - \sum_{\lambda_p > x/t} (\xi_p^R - \xi_p^L) \bar{r}_p \quad (4.5.10)$$

4.5.2 Επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος Riemann

Στη μη γραμμική περίπτωση των νόμων διατήρησης, όπως είναι και οι εξισώσεις Euler, η συνάρτηση ροής της διατηρούμενης ποσότητας εξαρτάται πια από την ίδια τη ποσότητα, δηλαδή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \bar{f}(\bar{q}(x, t)) = 0 \quad (4.5.11)$$

Για ομαλές λύσεις μπορούμε να μετασχηματίσουμε το παραπάνω σύστημα μέσω της ιακωβιανής $\mathbf{J} = \mathbf{f}'$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \mathbf{J}(\bar{q}(x, t)) \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (4.5.12)$$

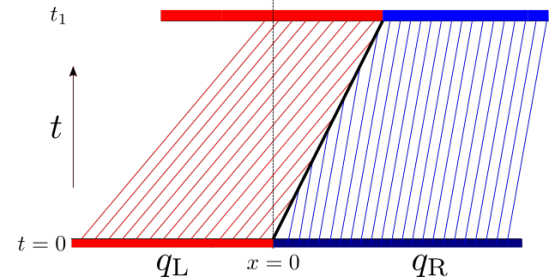
Λειτουργώντας όπως και στη γραμμική περίπτωση παρατηρούμε ότι οι ιδιοτιμές και τα ιδιοανύσματα της ιακωβιανής είναι συναρτήσεις των ποσοτήτων q_j . Δηλαδή οι κλίσεις των χαρακτηριστικών καμπύλων μπορούν να αλλάζουν κλίση στο χώρο και στο χρόνο.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι σε περιοχές ανάμεσα σε αυτές οι λύσεις περιγράφονται ακριβώς όπως και στη γραμμική περίπτωση, ενώ ταυτόχρονα έχουμε και τη δημιουργία 2 νέων "χαρακτηριστικών" καμπυλών - κυμάτων στα σημεία μεταξύ αυτών των περιοχών.

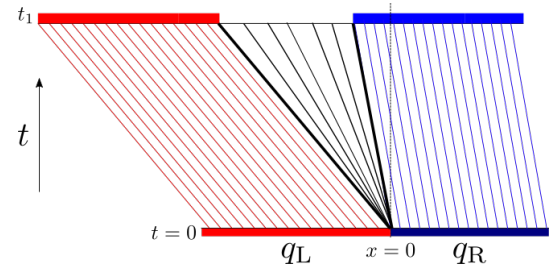
Στις περιοχές όπου οι χαρακτηριστικές καμπύλες συγκλίνουν έχουμε τα λεγόμενα κρουστικά κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα και στις περιοχές που αποκλίνουν τα κύματα αραιώσης.

Άρα για να υπολογίσουμε

shock wave speed



Σχήμα 6



Σχήμα 7

4.6 Κώδικας PLUTO

5 Ορισμός του test problem

Πριν προχωρήσουμε σε πολύπλοκες διαδικασίες, θα πρέπει να εξετάσουμε την απόδοση και την ευστάθεια του κώδικα PLUTO σε κάποια περισσότερο "απλοϊκά" σενάρια. Γι αυτό το λόγο θα ορίσουμε ένα test problem με ένα σφαιρικό, ομοιογενές νέφος που βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία πίεσης με το διαγαλαξιακό χώρο.

Στις επόμενες προσομοιώσεις ορίσαμε σαν χώρο ολοκλήρωσης ένα κουτί δύο διαστάσεων x_1 και x_2 όπου η κάθε διάσταση απαρτίζεται από 256 κελιά και καλύπτεται από τις τιμές -4 έως $4 L_0$ δηλαδή ένα συνολικό εμβαδό $40 \text{ pc} \times 40 \text{ pc}$. Για το χρονικό διάστημα θεωρήσαμε τη τιμή $250\,000 t_0 = 8 \text{ Myrs}$ η οποία εκτιμήθηκε - όπως αναφέρουμε πιο αναλυτικά στη παράγραφο 7.2.3 - από τη σχέση c_s / L_{cloud} όπου c_s η ταχύτητα του ήχου και L_{cloud} η ακτίνα του νέφους.

Η χρονική ανάλυση των δεδομένων, δηλαδή τα διαστήματα ανά οποία ο κώδικας θα μας δίνει αποτελέσματα ορίστηκε στα $3000 t_0 = 96 \text{ kys}$, ενώ για τη παράμετρο CFL κρατήσαμε την προκαθορισμένη τιμή 0.4.

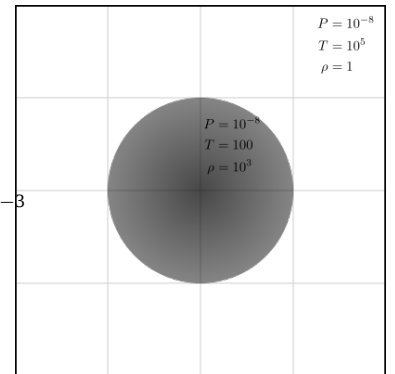
Για τις συνοριακές συνθήκες χρησιμοποιήσαμε τη Neumann συνθήκη η παράγωγος στη συνοριακές επιφάνειες να είναι μηδενική, δηλαδή $\frac{\partial q}{\partial n} = 0$ μέσω της επιλογής outflow του PLUTO.

5.1 Αρχικές Συνθήκες

Θεωρούμε ένα στατικό μοριακό νέφος ακτίνας 10 pc με αριθμητική πυκνότητα της τάξης των 1000 cm^{-3} δηλαδή πυκνότητας $\rho = 1.67 \times 10^{-21} \text{ g cm}^{-3}$ και θερμοκρασίας $T = 100 \text{ K}$. Για το διαγαλαξιακό μέσο θεωρούμε αντίστοιχα μια αριθμητική πυκνότητα της τάξης του 1 cm^{-3} δηλαδή $\rho = 1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ και θερμοκρασία $T = 10^5 \text{ K}$.

5.2 Μονάδες κώδικα

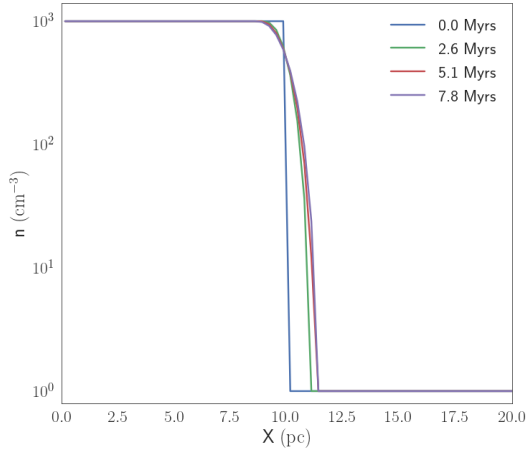
Για τις ολοκληρώσεις ο PLUTO χρησιμοποιεί αδιάστατες μεταβλητές για τις ποσότητες πίεσης, πυκνότητας, ταχύτητας, χρόνου και θέσης έτσι ώστε οι αριθμητικές τιμές να εμπίπτουν σε πλαίσια που αποφεύγονται αριθμητικά σφάλματα ($> 10^{-9}$, $< 10^{12}$). Στο παρακάτω πίνακα ορίζουμε τις νέες μονάδες, τις οποίες ονομάζουμε και μονάδες κώδικα:



Σχήμα 8: Αρχικές συνθήκες ενός στατικού σφαιρικού νέφους ακτίνας 10 pc

Πίνακας 3: Code Units

Quantity	Symbol	Code Unit
Length	L_0	$3 \times 10^{19} \text{ cm} = 10 \text{ pc}$
Velocity	V_0	$3 \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$
Density	ρ_0	$1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^3$
Time	$t_0 = \frac{L_0}{V_0}$	$10^9 \text{ sec} = 32 \text{ yrs}$
Pressure	$P_0 = \rho_0 V_0^2$	$1.5 \times 10^{-3} \text{ dyn cm}^{-2}$
Temperature	$T_0 = \frac{V_0^2 m_p}{k_b}$	10^{13} K



Σχήμα 9: Προφίλ της πυκνότητας κατά μήκος της ευθείας $y = 0$.

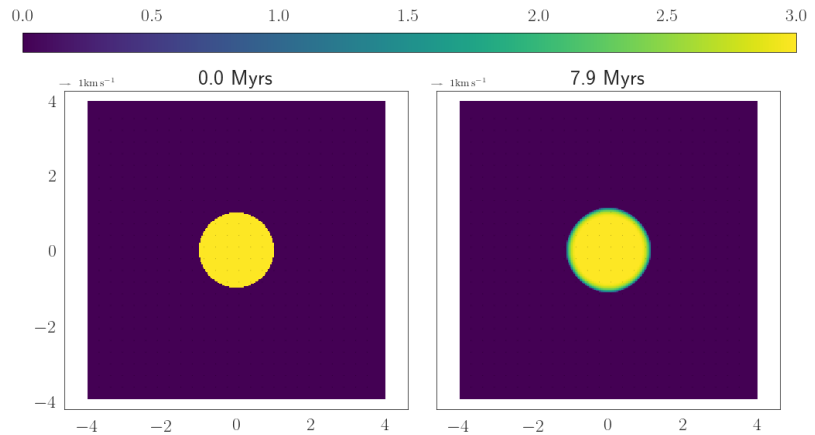
δειξε το αυτό

6 Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

Αρχικά θα εκτελέσουμε τη προσομοίωση μας χωρίς καμία "ιδιαίτερη" φυσική διεργασία, δηλαδή θα αφήσουμε ελεύθερο ένα πυκνό σφαιρικό νέφος με τις παραπάνω αρχικές συνθήκες μέσα στο αραιό-θερμό διαγαλαξιακό αέριο.

Όπως παρατηρούμε από το σχήμα ?? και καλύτερα από το σχήμα 9 μέσα σε 8 εκατομμύρια χρόνια το νέφος είναι στη πράξη σταθερό.

Η φαινομενική διάχυση που παρατηρούμε είναι αποτέλεσμα αριθμητικών σφαλμάτων στις ταχύτητες (τάξης των 10^{-18}) καθώς δεν παίρνουμε υπ όψιν μας τη μοριακή διάχυση. Η διάχυση προσθέτει έναν ελλειπτικό όρο στις εξισώσεις με συνέπεια μεγαλύτερη αριθμητική αστάθεια. Καθώς η διάχυση αφορά πολύ μικρές χωρικές κλίμακες τη θεωρούμε αμελητέα. Η πίεση παραμένει παντού σταθερή και γι αυτό το σχετικό διάγραμμα παραλείπεται.



Σχήμα 10: Στιγμιότυπα της πυκνότητας ενός σφαιρικού νέφους έως τα 8 εκατομμύρια χρόνια.

7 Σφαιρικό νέφος με Radiation Cooling

Σκοπός μας είναι να εστιάσουμε στην επιρροή της ψύξης στη δυναμική του αερίου. Ο PLUTO μας δίνει αυτή τη δυνατότητα με τη χρήση διάφορων modules όπου το αέριο ψύχεται καθώς ακτινοβολεί (Radiation Cooling).

7.1 Οπτικό βάθος

Το νέφος έχει αριθμητική πυκνότητα 1000 cm^{-3} άρα το οπτικό βάθος για ένα φωτόνιο που εκπέμπεται μέσα στο νέφος είναι:

$$\tau = nL\sigma_T \simeq 6.65 \times 10^{-3} \quad (7.1.1)$$

όπου $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ είναι η ενεργός διατομή Thomson.

Έτσι μπορούμε να συμπεράνουμε ότι είναι οπτικά αδιαφανές, άρα θεωρούμε ότι η ψύξη θα γίνεται ταυτόχρονα σε όλο τον όγκο του νέφους.

7.2 Tabulated Cooling

Το πρώτο cooling module που θα χρησιμοποιήσουμε ονομάζεται Tabulated Cooling, το οποίο υπολογίζει τον όρο ψύξης $\Lambda(T)$ στην εξίσωση ενέργειας

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda^*(n, T) = -n^2 \Lambda(T) \quad (7.2.1)$$

με αριθμητικές τιμές από έναν εμπειρικό πίνακα καθώς δεν έχουμε αναλυτική μορφή τη συνάρτησης ψύξης. Η μορφή της $\Lambda(T)$ εξαρτάται από τη μεταλλικότητα του αερίου, καθώς οι γραμμές εκπομπής (για θερμοκρασίες 10^4 έως 10^7 K) των μετάλλων κυριαρχούν. Για θερμοκρασίες ανώτερες των 10^7 K κυριαρχεί η ακτινοβολία bremsstrahlung ενώ για χαμηλότερες των 10^4 K η ψύξη προέρχεται από μοριακές εκπομπές (H_2, CO κλπ).

Οι εμπειρικές τιμές της $\Lambda(T)$ που χρησιμοποιήσαμε έχουν παραχθεί από το λογισμικό cloudy με αναλογίες αντίστοιχες της ηλιακής ατμόσφαιρας φαίνονται στο σχήμα 11) σε μονάδες $\text{ergs cm}^3 \text{ s}^{-1}$ και για $n = \frac{\rho}{\mu m_u}$.

Η "απλότητα" του συγκεκριμένου module το οποίο δεν συμπεριλαμβάνει τις χημικές διεργασίες, όπως θα δούμε παρακάτω, του προσδίδει αφενός το πλεονέκτημα των χαμηλών υπολογιστικών απαιτήσεων αλλά και την ευκολία στο να κάνουμε μια πρώτη εκτίμηση της χρονικής εξέλιξης των φαινομένων.

7.2.1 Χρονική κλίμακα ψύξης

Για μια αρχική θερμοκρασία $T = 100 \text{ K}$ και αριθμητική πυκνότητα $n = 10^3 \text{ cm}^{-3}$ από την εξίσωση της ενέργειας μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του νέφους:

$$\tau_c = \frac{\rho e}{n^2 \Lambda(T)} = \frac{\frac{3}{2} k_b T}{n \Lambda(T)} \simeq 10^8 \text{ s} \simeq 3 \text{ yrs} \quad (7.2.2)$$

Βλέπουμε ότι η χρονική κλίμακα ψύξης είναι τάξης ετών, δηλαδή εξαιρετικά μικρή σε σχέση με τους χρόνους που προσομοιώνουμε (τάξης 10^5 yrs) και τους χρόνους δυναμικής των νεφών γενικά.

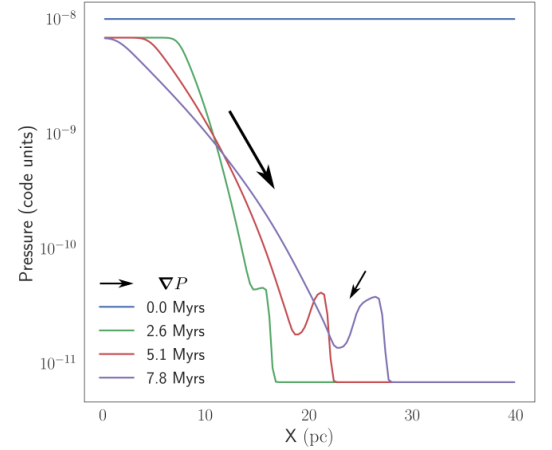
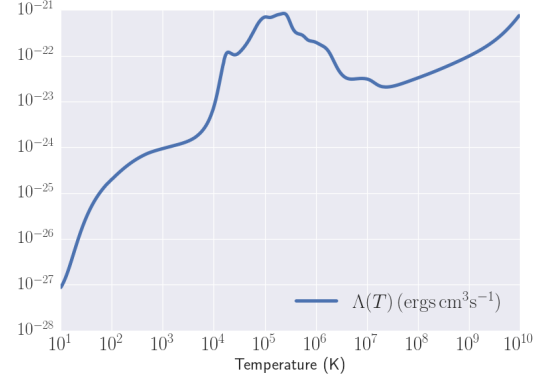
Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι καθώς τα modules που θα χρησιμοποιήσουμε μελετούν μόνο τη ψύξη του αερίου και όχι τη θέρμανση του, για παράδειγμα μέσω κοσμικής ακτινοβολίας, το μεσοαστρικό αέριο

Αν υπολογίσουμε την αντίστοιχη χρονική κλίμακα και για το εξωτερικό του νέφους βρίσκουμε περίπου 600 yrs.

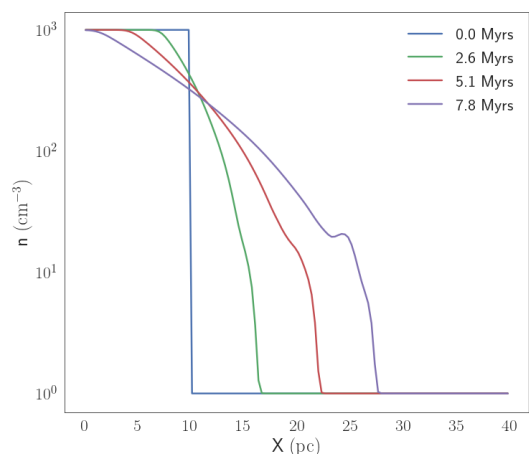
7.2.2 Δυναμική του νέφους

Το αέριο στο εσωτερικό του νέφους κρύνει γρηγορότερα απ' ό,τι στο εξωτερικό περιβάλλον με συνέπεια η πίεση $P \sim \rho T$ να μικραίνει γρηγορότερα στο εσωτερικό (εφόσον αρχικά είναι ίδια παντού). Αυτή η διαφορά

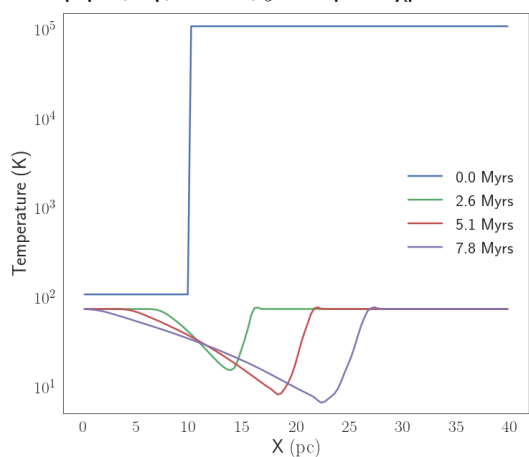
Σχήμα 11: Παράμετρος ψύξης Λ



Σχήμα 12: Το προφίλ της πίεσης του αερίου με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας $y = 0$ με το χρόνο. Ενδεικτικά (εκτός κλίμακας) δείχνουμε και τη κλίση της πίεσης.



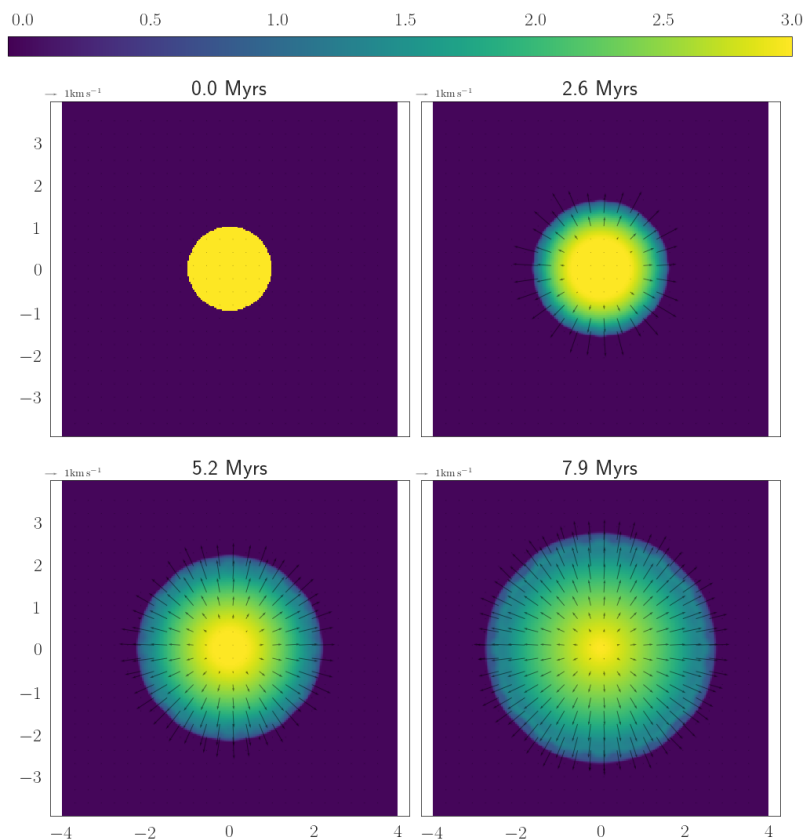
Σχήμα 13: Το προφίλ της πυκνότητας του αερίου με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας $y = 0$ με το χρόνο.



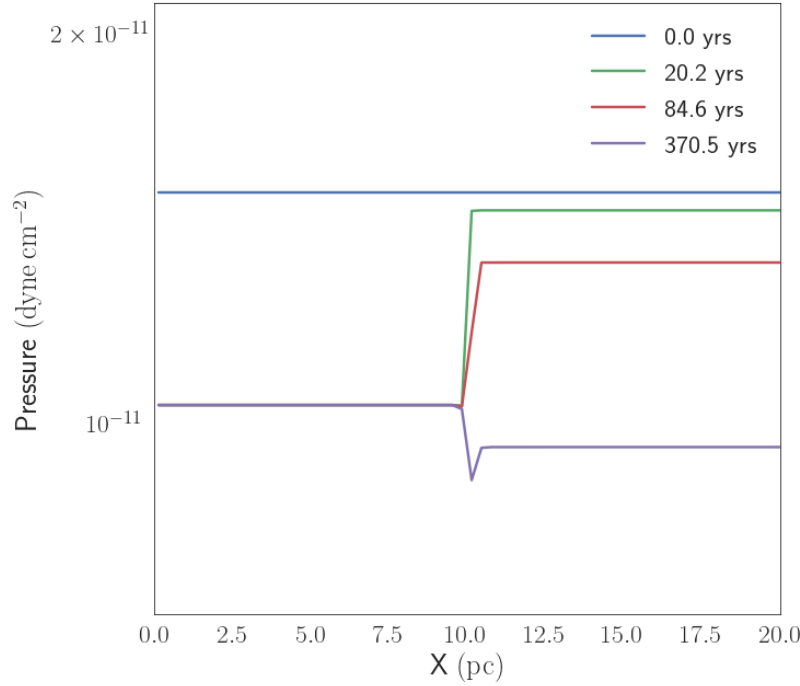
Σχήμα 14: Το προφίλ τη θερμοκρασίας με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας $y = 0$ με το χρόνο

πίεσης δημιουργεί μια δύναμη η οποία θα έπρεπε να επιταχύνει το αέριο προς το εσωτερικό του.

Σχήμα 15: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους στο χρόνο σε λογαριθμική κλίμακα.



Από τις προσομοιώσεις όμως, βλέπε σχήματα (12,12) παρατηρούμε το αντίθετο αποτέλεσμα, δηλαδή μια διαφορά πίεσης με φορά δύναμης προς τα έξω.



Σχήμα 16

Για να μελετήσουμε αυτή τη "παράδοξη" συμπεριφορά διαφορά επαναλάβαμε την προσομοίωση σε χρόνους τάξης ετών. Όπως βλέπουμε από το γράφημα 17 η θερμοκρασία στο εσωτερικό όντως μειώνεται αρκετά γρηγορότερα από το εξωτερικό με αποτέλεσμα τη δημιουργία ισοζυγίου δύναμης προς το εσωτερικό.

Καθώς όμως ξεπερνάμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του αερίου αυτή ψύξη πρακτικά σταματάει λόγω του ότι η θερμοκρασία του νέφους άγγιξε κάποια ελάχιστη τιμή, περίπου στους 70 K.

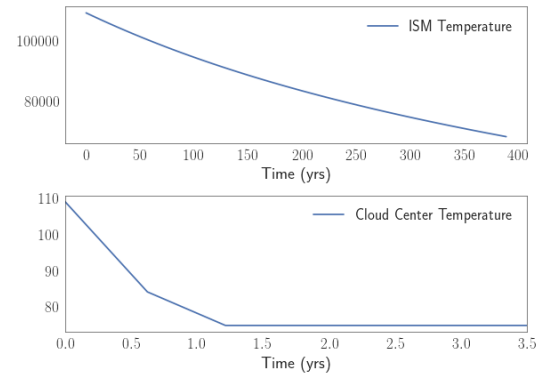
Το ISM έχοντας πολύ υψηλότερη αρχική θερμοκρασία, μικρότερη πυκνότητα και μεγαλύτερη χρονική κλίμακα ψύξης συνεχίζει να ρίχνει τη πίεση του μέχρι που αυτή ξεπερνάει τη πίεση του νέφους αντιστρέφοντας τη διαδικασία και ξεκινώντας τη διαστολή του νέφους (βλέπε και σχήμα 16).

7.2.3 Crossing Time

Από την εξίσωσης της ορμής:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} \quad (7.2.3)$$

η διαφορά πίεσης που εμφανίζεται λόγω διαφορετικού ρυθμού (και κυρίως τερματισμού της) ψύξης των δύο αερίων δημιουργεί μια δύναμη ακτινικά προς τα έξω η οποία διαστέλλει το νέφος. Ουσιαστικά η διαστολή αυτή είναι η μετάδοση δύο κυμάτων. Ενός κύματος συμπύκνωσης προς το εξωτερικό το οποίο συνοδεύεται από ένα κύμα αραιώσης στο εσωτερικό. Δηλαδή εν τέλει έχουμε μια φαινομενική "κατάρρευση" του νέφους, αφού η φαινομε-



Σχήμα 17: Η θερμοκρασία στο κέντρο του νέφους συναρτήσει του χρόνου σε ακρίβεια τάξης ετών

νική ακτίνα του (δηλαδή η ακτίνα εκείνη που διατηρεί την αρχική πυκνότητα) μικραίνει.

Η ταχύτητα διάδοσης αυτής της "κατάρρευσης" δηλαδή η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων είναι η ταχύτητα του ήχου στο εκάστοτε μέσο. Η τοπική ταχύτητα του ήχου είναι:

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \quad (7.2.4)$$

όπου $\gamma = 5/3$

Από τις αρχικές συνθήκες (παράγραφος 5.1) οι τοπικές ταχύτητες του ήχου για το εσωτερικό και το εξωτερικό είναι:

$$c_s = 1.2 \text{ km s}^{-1} \quad (\text{MC}) \quad (7.2.5)$$

$$c_s = 38.7 \text{ km s}^{-1} \quad (\text{ISM}) \quad (7.2.6)$$

Καθώς η πίεση πέφτει, η ταχύτητα του ήχου στο νέφος μειώνεται κατά ένα παράγοντα $\sim 0.75^{1/2} = 0.8$ δηλαδή περίπου 1 km s^{-1} .

Άρα τώρα μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα της "κατάρρευσης" με βάση την ακτίνα του νέφους:

$$\tau_R = \frac{R}{c_s} \simeq 7.5 \text{ Myrs} \quad (7.2.7)$$

το οποίο φαίνεται να συμφωνεί με τη παρατήρηση, βλέπε σχήμα ??.

7.2.4 Πρώτα Συμπεράσματα

Με τη χρήση του Tabulated Cooling Module του PLUTO δείξαμε ότι η προσπάθεια προσομοίωσης της δυναμική ενός σχετικά κρύου αερίου είναι εσφαλμένη καθώς οδηγεί σε μια κατώτατη θερμοκρασία η οποία προκύπτει από τα όρια του πίνακα θερμοκρασιών.

Παρότι θα μπορούσαμε να επεκτείνουμε μέσω τεχνικών παρεμβολής τον πίνακα $\Lambda(T)$ κρίναμε ότι κάτι τέτοιο απλά θα προσφέρει μια νέα χαμηλότερη θερμοκρασία και άρα μια επανάληψη των ίδιων περίπου αποτελεσμάτων με μια σχετική χρονική καθυστέρηση.

Άρα χρειαζόμαστε μια νέα προσέγγιση του όρου ψύξης στις χαμηλές θερμοκρασίες ώστε να αποκομίσουμε μια ρεαλιστικότερη απεικόνιση της εξέλιξης ενός κρύου αερίου μέσα στο διαγαλαξιακό μέσο.

Με βάση ένα εσφαλμένο μοντέλο έχουμε ενδείξεις για το πόσο σημαντικό ρόλο παίζει, σε νέφη τεραστίων διαστάσεων η ψύξη στις πολύ μικρές θερμοκρασίες.

7.3 SNEq Cooling

Με βάση τα παραπάνω θα εξετάσουμε το δεύτερο module ψύξης μέσω ακτινοβολίας οπτικά αραιού μέσου του PLUTO, το οποίο ονομάζεται **Simplified Non-Equilibrium Cooling (SNEq)**.

Για να χρησιμοποιήσουμε το SNEq θα πρέπει να ορίσουμε σαν μια ακόμη μεταβλητή την αναλογία ουδετέρου Υδρογόνου σε σχέση με το Πλάσμα. Σε κάθε βήμα της προσομοίωσης ο κώδικας ολοκληρώνει μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις και την χρονική μεταβολή του x_{HI} μέσω της εξίσωσης:

$$\frac{\partial x_{\text{HI}}}{\partial t} = n_e (-(c_r + c_i)f_n + c_r) \quad (7.3.1)$$

Καλλιόπη: Ακόμα δεν μπορώ να καταλάβω γιατί τελικά σταματάει τόσο αποτομα η θερμοκρασία. Το αποτέλεσμα αυτό συμφωνεί και με το H2COOL όπου εκεί βεβαίως περνει εκατομμύρια χρόνια για να φτάσει. Μήπως τελικά οι δύο τάξεις μεγέθους διαφορά στην cooling function αρκούν για να επιβραδύνουν αρκετά τη ψύξη σταθεροποιώντας τη θερμοκρασία στους 70-90 K.

μαζί με την εξίσωση της ενέργειας ή οποία γίνεται:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda = -n_e n_H \left(\sum_{k=1}^{16} j_k + w_{i/r} \right) \quad (7.3.2)$$

όπου η άθροιση στα k υπολογίζει 16 διαφορετικές γραμμές εκπομπής (Ly α , H α , HeI (584+623), CI (9850 + 9823), CII (156 μ), CII (2325Å), NI (5200 Å), NII (6584 + 6548 Å), OI (63 μ), OI (6300 + 6363 Å), OII (3727), MgII (2800), SiII (35 μ), SII (6717 + 6727), FeII (25 μ), FeII (1.6 μ))

Ο συντελεστής j_k έχει μονάδες erg/sec cm³ και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$j_k = \frac{\hbar^2 \sqrt{2\pi}}{\sqrt{k_B m_e m_e}} f_k q_{12} \frac{h\nu_k}{1 + n_e(q_{21}/A_{21})} \quad (7.3.3)$$

με k τον δείκτη της εκάστοτε μετάπτωσης και $f_k = n_k/n_H$ το ποσοστό του εκάστοτε στοιχείου.

$$q_{12} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{12}}{g_1} e^{-\frac{h\nu_k}{k_B T}} \quad q_{21} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{21}}{g_2} \quad (7.3.4)$$

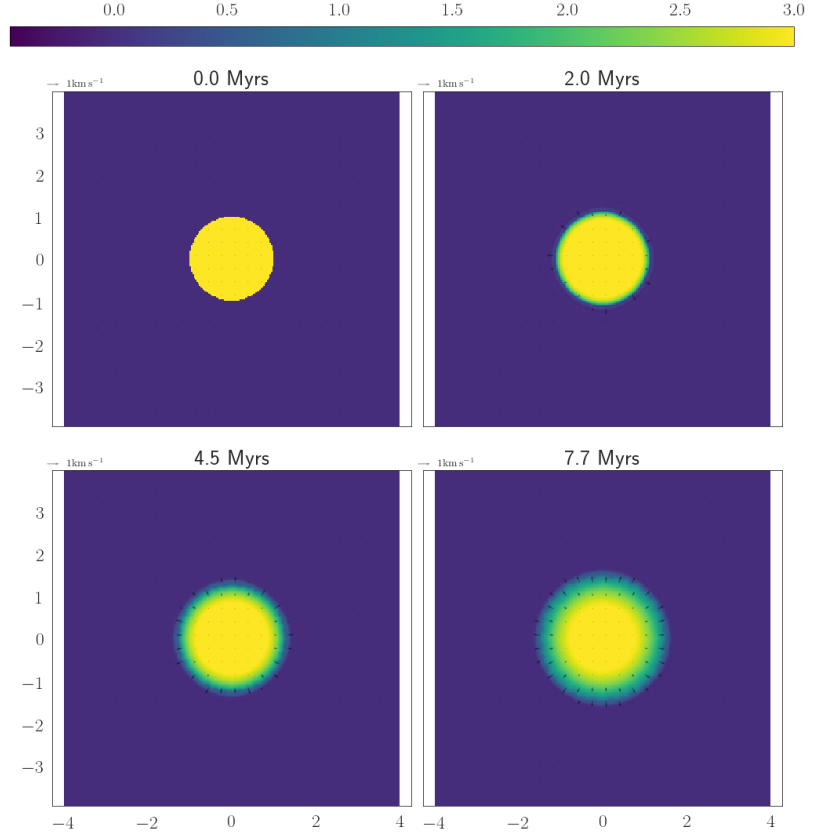
με $\Omega_{12} = \Omega_{21}$ η ισχύς της σύγκρουσης με τιμές οι οποίες είναι καταγεγραμμένες σε πίνακα. Το $w_{i/r}$ αντιπροσωπεύει τη θερμική ενέργεια που χάνεται από τον ιονισμό και την επανασύνδεση:

$$w_{i/r} = c_i \times 13.6 \times 1.6 \times 10^{-12} f_n + c_r \times 0.67 \times 1.6 \times 10^{-12} (1 - f_n) \frac{T}{11590} \quad (7.3.5)$$

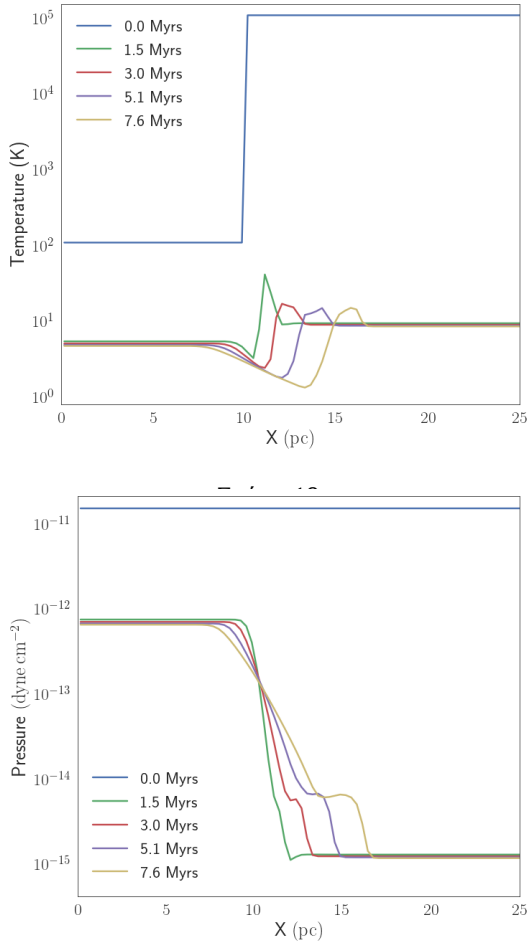
όπου c_r και c_i είναι οι ρυθμοί ιονισμού και επανασύστασης του Υδρογόνου:

$$c_r = \frac{2.6 \times 10^{-11}}{\sqrt{T}} \quad c_i = \frac{1.08 \times 10^{-8} \sqrt{T}}{13.6^2} e^{-\frac{157890}{\sqrt{T}}} \quad (7.3.6)$$

7.3.1 Προσομοίωση με SNEq Cooling



Σχήμα 18: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους για τη προσομοίωση του SNEq Cooling στο χρόνο (σε λογαριθμική κλίμακα).



Σχήμα 20

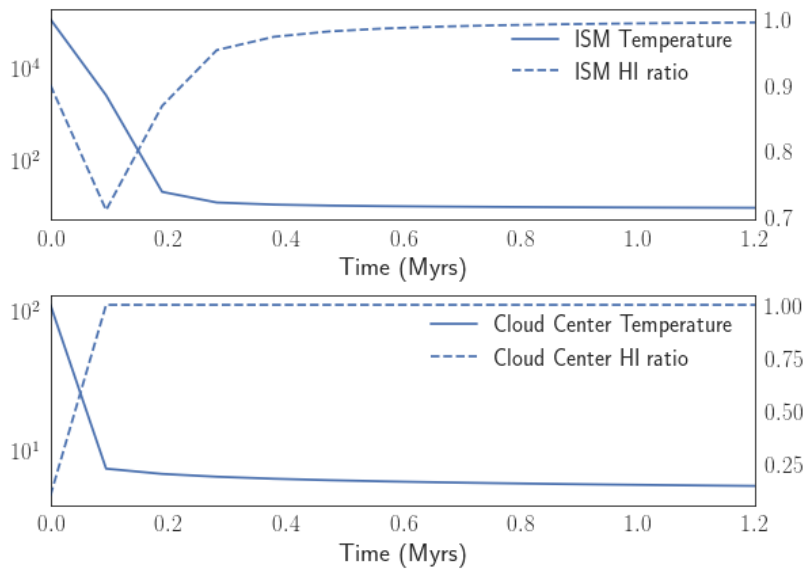
Δεχόμενοι σαν βάση τη προηγούμενη προσπάθεια μας και τις ίδιες αρχικές συνθήκες για να χρησιμοποιήσουμε το SNEq Cooling Module θα πρέπει να ορίσουμε το ποσοστό ουδετέρου Υδρογόνου x_{HI} .

Για να ελέγξουμε την ευστάθεια των χημικών διεργασιών θεωρήσαμε σαν αρχική συνθήκη το ποσοστό του ουδετέρου υδρογόνου να είναι στο εσωτερικό του νέφους $x_{\text{HI}} = 0.1$ οπότε θα περιμέναμε λόγω της χαμηλής θερμοκρασίας και υψηλής πυκνότητας το ποσοστό αυτό να αυξηθεί. Στο εξωτερικό του νέφους, με το ίδιο σκεπτικό, χρησιμοποιούμε τη τιμή $x_{\text{HI}} = 0.9$ οπότε αντίστοιχα περιμένουμε λόγω της υψηλής θερμοκρασίας και της χαμηλής πυκνότητας σχεδόν ολόκληρο το υδρογόνο να είναι σε ατομική μορφή.

Όπως παρατηρούμε και από το σχήμα 21 η συμπεριφορά είναι όντως η αναμενόμενη εκτός από το μεσοαστρικό χώρο ο οποίος κρύνει σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα αναγκάζοντας το ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου να μειώνεται έως ότου η χαμηλή θερμοκρασία να το επαναφέρει στο 100%.

Αντίστοιχα, για το πλήρη έλεγχο, εκτελέσαμε τη προσομοίωση με τα αντίστροφα ποσοστά με ταυτόσημα αποτελέσματα οπότε και παραλείψαμε τα σχετικά διαγράμματα.

Η θερμοκρασία του νέφους φτάνει σε τιμές κάτω των 10 K, κάτι το οποίο έρχεται σε συμφωνία με τα παρατηρησιακά δεδομένα από τα μοριακά νέφη. Όπως είδαμε και προηγουμένως η θερμοκρασία του μεσοαστρικού χώρου

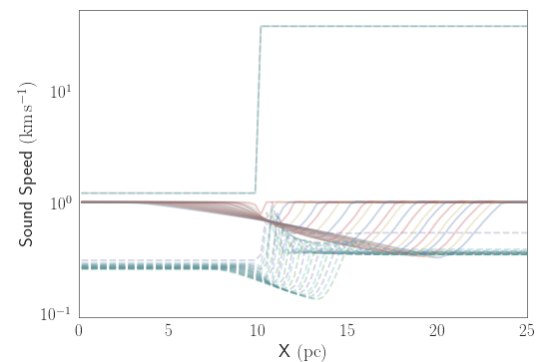


Σχήμα 21: Θερμοκρασία (αριστερή κλίμακα) και ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου (διακεκομμένη καμπύλη, δεξιά κλίμακα) για το μεσοαστρικό αέριο (επάνω σχήμα) και εσωτερικό του νέφους (κάτω σχήμα)

μειώνεται αρκετά γρήγορα κοντά στους 10 K.

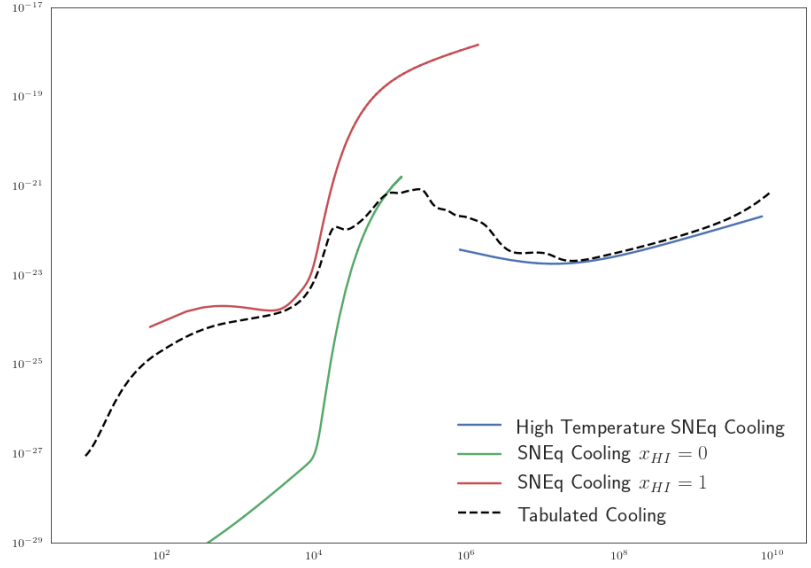
Λόγω της σχεδόν ισοδύναμης ψύξης του νέφους με το μεσοαστρικό περιβάλλον η διαφορά πίεσης είναι μικρότερη όπως και η ταχύτητα του ήχου στο εσωτερικό του νέφους με αποτέλεσμα η φαινομενική κατάρρευση της κεντρικής περιοχής να είναι πολύ πιο αργή σε σχέση με το Tabulated Cooling. Στο σχήμα 22 παρουσιάζουμε τις διαφορές στη ταχύτητα του ήχου μεταξύ του tabulated Cooling και του SNEq Cooling.

Συμπερασματικά παρότι η ψύξη στο εσωτερικό του νέφους αποδίδει πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα σε σχέση με τις παρατηρήσεις η καμπύλη ψύξης



Σχήμα 22

Καλλιόπη: Κατι πρεπει να ειναι πολυ λάθος, αφου δεν εχουμε CO γιατί κρυώνει τόσο χαμηλα?? σου βαζω και τη καμπυλη ψυξης παροτι δεν την αναφερω ακομα στο κειμενο



Σχήμα 23

7.4 H2 Cooling

Παρότι σε υψηλές θερμοκρασίες η προσέγγιση του αερίου σαν ιονισμένο πλάσμα είναι ικανοποιητική σε χαμηλές θερμοκρασίες όπου κυριαρχούν οι μοριακές εκπομπές είναι ανεπαρκής έως και λανθασμένη. Οι περισσότεροι μαγνητοϋδροδυναμικοί αριθμητικοί κώδικες όπως και ο PLUTO επιλύουν τις εξισώσεις με τη προσέγγιση του ενός ρευστού το οποίο σημαίνει ότι δυναμικά δεν μπορούμε να αποφύγουμε το μη υπολογισμό φαινομένων της αλληλεπίδρασης των πολλαπλών στοιχείων, μορίων και σκόνης (ειδικότερα αν βάλουμε στο παιχνίδι και μαγνητικά πεδία).

Τα Cooling modules SNEq και H2Cool δραστηριοποιούνται παράλληλα με την ολοκλήρωση των κινητικών εξισώσεων υπολογίζοντας την εξέλιξη της χημικής σύστασης του αερίου μέσω χημικών δικτύων και με βάση τη πυκνότητα και τη θερμοκρασία.

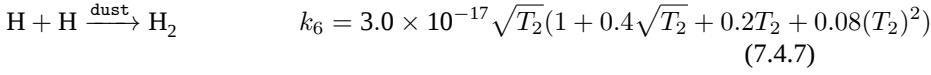
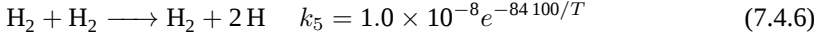
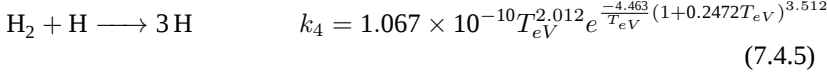
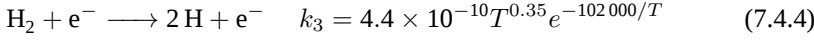
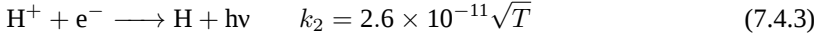
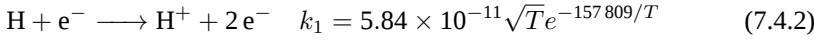
Το H2COOL εισάγει με τη σειρά του 2 ακόμα μεταβλητές. Έτσι, εκτός του ποσοστού ουδετέρου υδρογόνου, έχουμε το ποσοστό ιονισμένου υδρογόνου x_{HI} και το ποσοστό μοριακού Υδρογόνου x_{H_2} .

$$x_{\text{HI}} = \frac{n_{\text{HI}}}{n_{\text{H}}} \quad x_{\text{HII}} = \frac{n_{\text{HII}}}{n_{\text{H}}} \quad x_{\text{H}_2} = \frac{n_{\text{H}_2}}{n_{\text{H}}} \quad (7.4.1)$$

όπου η συνολική αριθμητική πυκνότητα του Υδρογόνου $n_{\text{H}} = n_{\text{HI}} + n_{\text{HII}} + 2n_{\text{H}_2}$.

Η χημική εξέλιξη του μοριακού, ατομικού και ιονισμένου υδρογόνου

ακολουθεί τις αντιδράσεις:



όπου T η θερμοκρασία σε Κέλβιν, T_{eV} η θερμοκρασία σε ηλεκτρονιοβόλτ, $T_2 = \frac{T}{100}$ και k_i ο ρυθμός εξέλιξης της κάθε αντίδρασης σε cm^3s^{-1} .

Η εξέλιξη των αριθμητικών πυκνοτήτων υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$S_i = \frac{dn_i}{dt} = \sum_{j,k} k_{j,k} n_j n_k - n_i \sum_j k_{i,j} n_j \quad (7.4.8)$$

όπου $k_{j,k}$ είναι ο ρυθμός παραγωγής του i στοιχείου από τα υπόλοιπα στοιχεία j και k , και $k_{i,j}$ ο ρυθμός καταστροφής του i στοιχείου από όλα τα j στοιχεία.

Δεν είμαι σίγουρος ότι είναι ακρβωσο όρος S_i

Ο κώδικας ολοκληρώνει τα ποσοστά των 3 ειδών υδρογόνου μέσω της επίλυσης της παραπάνω εξίσωσης μαζί με την εξίσωση μεταφοράς:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\vec{u} \cdot \vec{\nabla} X_i + S_i \quad (7.4.9)$$

όπου ο όρος μεταφοράς $-\vec{u} \cdot \vec{\nabla} X_i$ ολοκληρώνεται μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις μάζας, ορμής (hydro step) ενώ ο όρος S_i ολοκληρώνεται κατά το βήμα της ψύξης (cooling step).

Οι ενεργειακές απώλειες λόγω ψύξης τελικά υπολογίζονται, εκτός από τις παραπάνω αντιδράσεις, από τις απώλειες ιονισμού λόγω κρούσης Λ_{CI} και επανασύνδεσης λόγω ακτινοβολίας Λ_{RR} , απώλειες λόγω περιστροφής και τάλαντωσης (rotational-vibrational cooling) Λ_{rotvib} και διάσπασης (dissociation) Λ_{diss} των μορίων H_2 , και της διαδικασίας αλληλεπίδρασης σκόνης-αερίου (gas-grain process) Λ_{grain} .

$$\Lambda = \Lambda_{\text{CI}} + \Lambda_{\text{RR}} + \Lambda_{\text{rotvib}} + \Lambda_{\text{diss}} + \Lambda_{\text{grain}} \quad (7.4.10)$$

Depending on the requirement, the user can add more components to the cooling function, for e.g., cooling due to fixed fractions of standard molecules like CO, OH, H₂O etc or contributions from collisional excitation of lines as indicated in the SNEq module.

7.4.1 Προσομοίωση με H2COOL

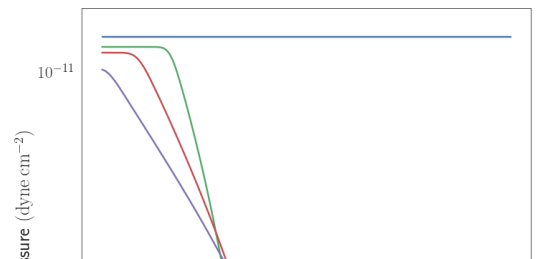
Ακολουθώντας την ίδια πορεία με προηγουμένως ορίζουμε στις αρχικές συνθήκες τα ποσοστά μοριακού, ουδετέρου και ιονισμένου υδρογόνου όπως φαίνονται στο πίνακα 4.

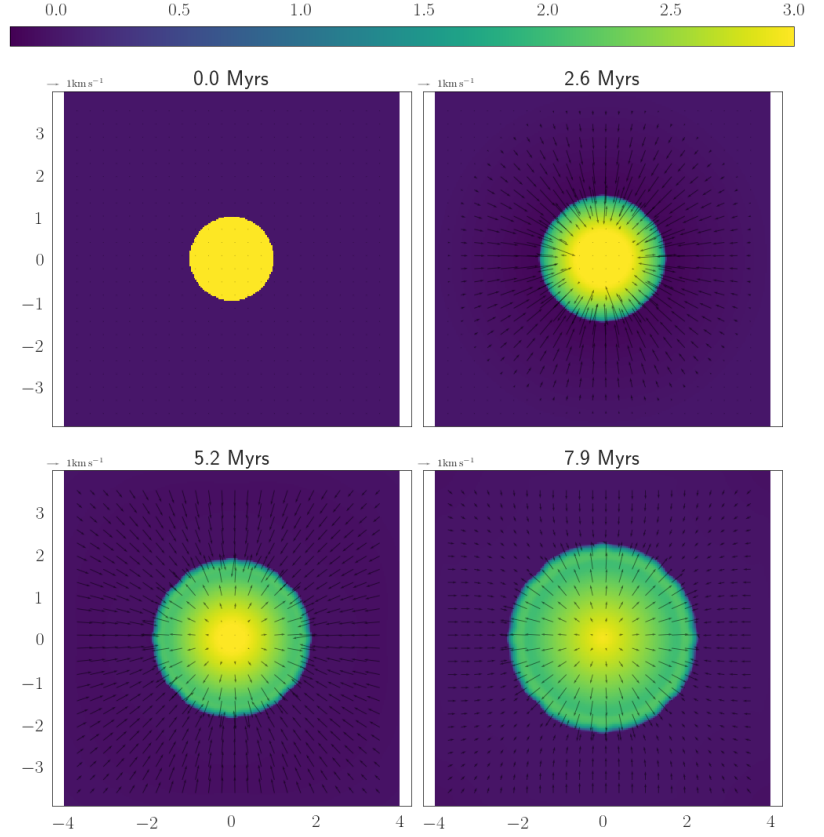
Το πρώτο που παρατηρούμε είναι ότι το νέφος διαστέλλεται σε χρονική κλίμακα τάξης του crossing time. Ο λόγος είναι γιατί η διαφορά πιέσεων είναι πολύ μεγαλύτερη καθώς το κεντρικό τμήμα του νέφους διατηρεί τη πίεση

Πίνακας 4

Αρχικές συνθήκες για τα ποσοστά των διαφορετικών μορφών Υδρογόνου

Περιοχή	x_{H_I}	x_{H_II}	x_{H_2}
Μοριακό Νέφος	0.1	0	0.9
Μεσογαλαξιακό μέσο	0.9	0.1	0



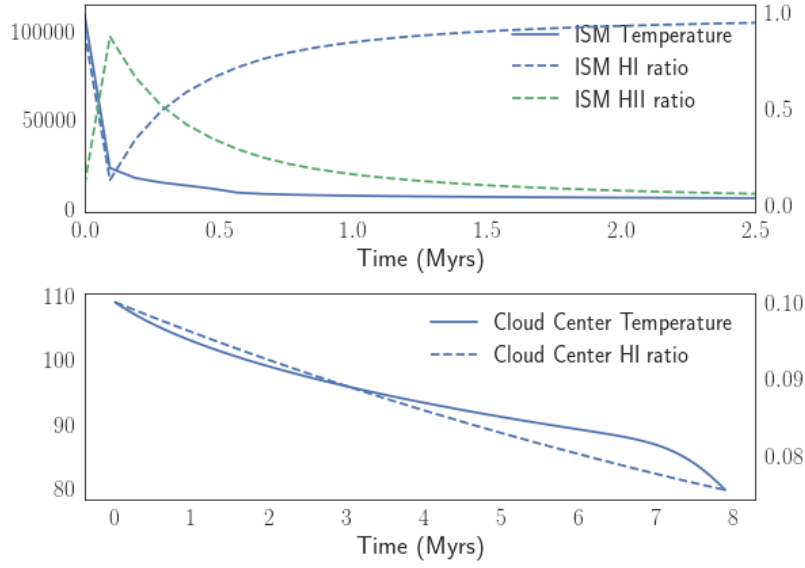


Σχήμα 26

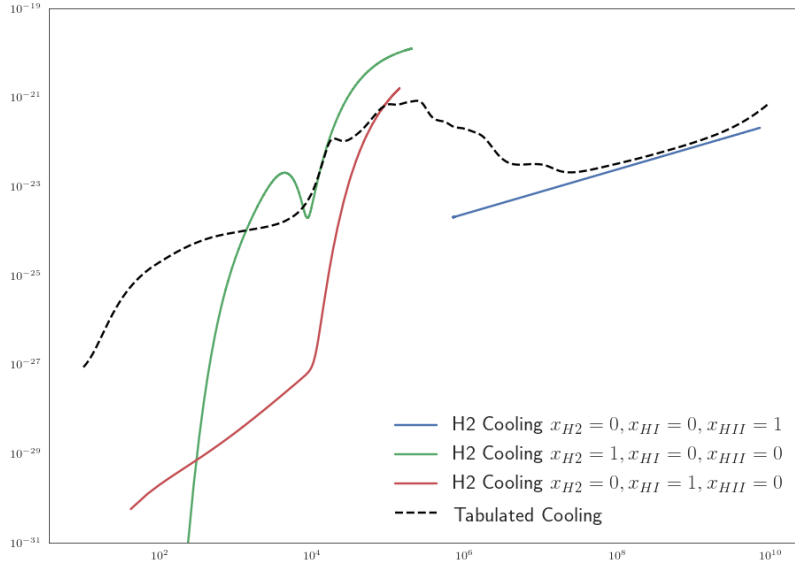
στα ίδια επίπεδα με την αρχική πίεση 10^{-8} . Για να αλλάξει η πυκνότητα στο εσωτερικό του νέφους χρειάζεται ένας αρκετά μεγάλος χρόνος, άρα η σχετική στασιμότητα της πίεσης σημαίνει και στασιμότητα της θερμοκρασίας. Όντως όπως βλέπουμε και στο σχήμα 25 η θερμοκρασία του νέφους μειώνεται πάρα πολύ αργά (τάξης εκατομμυρίων ετών ενώ η αντίστοιχη σε μέγεθος μείωση της θερμοκρασίας για το Tabulated Cooling ήταν τάξης ετών). Η διαφορά αυτή οφείλεται στο ότι το module H2COOL απευθύνεται αυστηρά στις μεταβάσεις και μεταβολές του Υδρογόνου. Οι ενεργειακές μεταβάσεις του υδρογόνου είναι σημαντικές για θερμοκρασίες περίπου πάνω από 100 K. Για χαμηλότερες θερμοκρασίες κυρίαρχο ρόλο παίζουν τα CO, OH, H₂O και He.

Επίσης λόγω της απουσίας των γραμμών εκπομπής των μετάλλων η ψύξη του διαγαλαξιακού αέριου επιβραδύνεται αρκετά κοντά στους 3×10^3 K καθώς ολόκληρο το υδρογόνο μετατρέπεται σε ουδέτερο (σχήμα 27).

Τα αποτελέσματα αυτά γίνονται απόλυτα κατανοήτα από τη καμπύλη ψύξης που παράξαμε για μερικές χαρακτηριστικές τιμές του ποσοστού ιονισμού, ουδετέρου και μοριακού υδρογόνου στο σχήμα 28.



Σχήμα 27



Σχήμα 28

8 Βαρύτητα

Είναι προφανές ότι έναν από τους ισχυρότερους ρόλους στην αστροφυ-
σική (αν όχι το μεγαλύτερο) τον παίζει η βαρύτητα.

8.1 Self Gravity

Επειδή ο PLUTO δεν μπορεί να χειριστεί την ιδιοβαρύτητα θα προσπα-
θήσουμε να τη προσεγγίσουμε τοποθετώντας ένα βαρυτικό δυναμικό ομογε-
νούς σφαίρας στο εσωτερικό του νέφους και ένα δυναμικό σημειακής μάζας

στο εξωτερικό του νέφους. Δηλαδή:

$$\vec{g}(x, y) = \begin{cases} \frac{GM}{R^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } r < R \\ \frac{GM}{r^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } r > R \end{cases} \quad (8.1.1)$$

$$\text{όπου } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

8.1.1 Βαρυτική Σταθερά

Για να χρησιμοποιήσουμε τη δύναμη της βαρύτητας θα πρέπει να υπολογίσουμε τη σταθερά G σε μονάδες κώδικα, όπως βλέπουμε και από το πίνακα 3. Άρα

$$G = G_{\text{cgs}} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2} = G_{\text{cgs}} \frac{1.67 \times 10^{-24} \text{g cm}^{-3}}{\rho_0} \frac{10^{18} \text{s}^2}{t_0^2} \quad (8.1.2)$$

Αντικαθιστώντας $G_{\text{cgs}} = 6.674 \times 10^{-8}$ βρίσκουμε

$$\boxed{G = 1.114 \times 10^{-13} G_0} \quad (8.1.3)$$

όπου $G_0 = (\rho_0 t_0)^{-1}$ η σταθερά της βαρύτητας σε μονάδες κώδικα.

8.1.2 Χρόνος Ελεύθερης Πτώσης

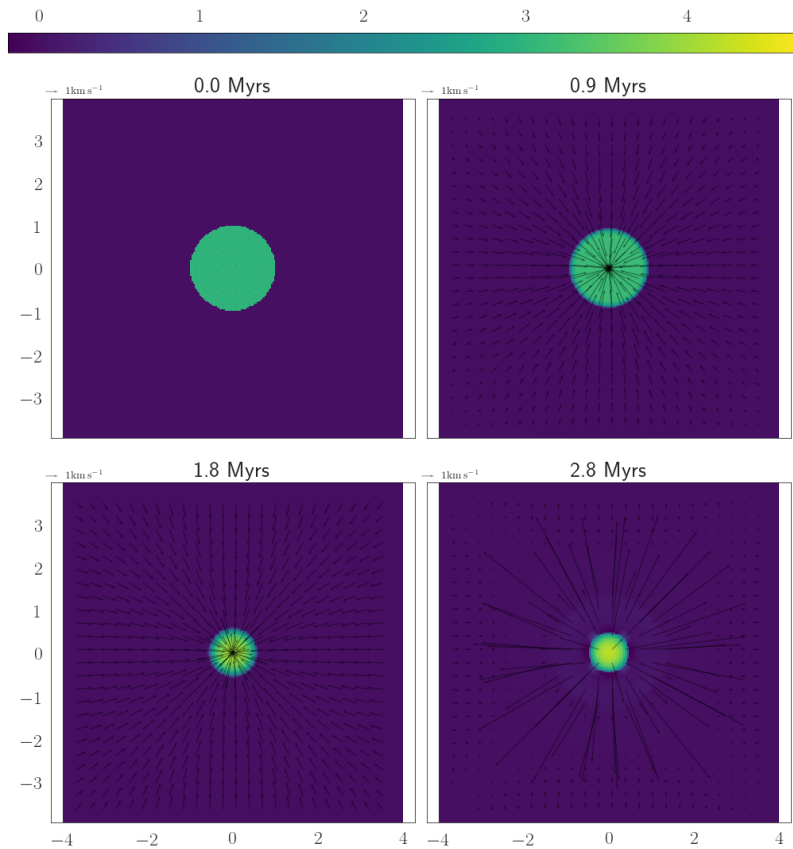
Ο χρόνος ελεύθερης πτώσης (free-fall time) είναι η χρονική κλίμακα που χρειάζεται ένα σώμα να καταρρεύσει κάτω από το ίδιο το βάρος του, αν δεν υπεισέρχονται άλλες δυνάμεις που να αντισταθμίσουν ή να επιταχύνουν τη διαδικασία. Έτσι παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στις χρονικές κλίμακες πολλών αστροφυσικών διεργασιών.

Στη περίπτωση του δικού μας νέφους ο χρόνος ελεύθερης πτώσης υπολογίζεται:

$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} = 51\,404\,t_0 = 1.6 \text{ Myrs} \quad (8.1.4)$$

8.2 Σφαιρικό νέφος μέσα σε βαρυτικό δυναμικό χωρίς Ψύξη

Για να εξετάσουμε την επίδραση της βαρύτητας αρχικά θα εκτελέσουμε την προσομοίωση που έχουμε κάνει και προηγουμένως, αρχικά σε ένα νέφος που δεν εμπεριέχει διαδικασία ψύξης.

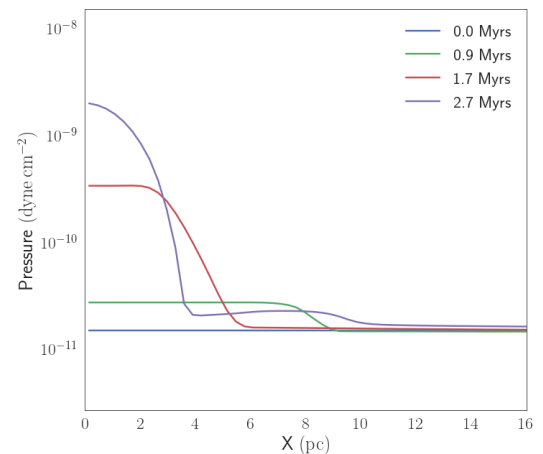


Σχήμα 29: Ο χάρτης της πυκνότητας (λογαριθμική κλίμακα) σε 4 διαδοχικά στιγμιότυπα έως και λίγο αργότερα από το χρόνο κατάρρευσης. Η εσωτερική πίεση του νέφους το διογκώνει έως η βαρύτητα αργότερα να το επαναφέρει.

Το αποτέλεσμα όπως φαίνεται από το σχήμα ?? δείχνουν ένα χρόνο κατάρρευσης κοντά στα 2 Myrs καθώς στη συνέχεια το νέφος αναπηδά λόγω της θερμικής πίεσης (σχήμα 30) και επιταχύνεται προς τα έξω. Το αποτέλεσμα είναι πολύ κοντά στην τιμή του χρόνου ελεύθερης πτώσης καθώς η πίεση δεν ήταν αρκετή για να επιβραδύνει νωρίτερα την κατάρρευση και επίσης η ακρίβεια των προσομοιώσεων δεν είναι αρκετή για να διαχειριστεί απόλυτα σωστά το φαινόμενο της βαρυτικής κατάρρευσης. Ένα pixel αντιστοιχεί σε $0.3125 \text{ parsec} \simeq 11 \text{ ly}$ μέγεθος πολύ μεγαλύτερο από ένα πρωτοαστέρα που θεωρούμε ότι είναι το αναμενόμενο αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης.

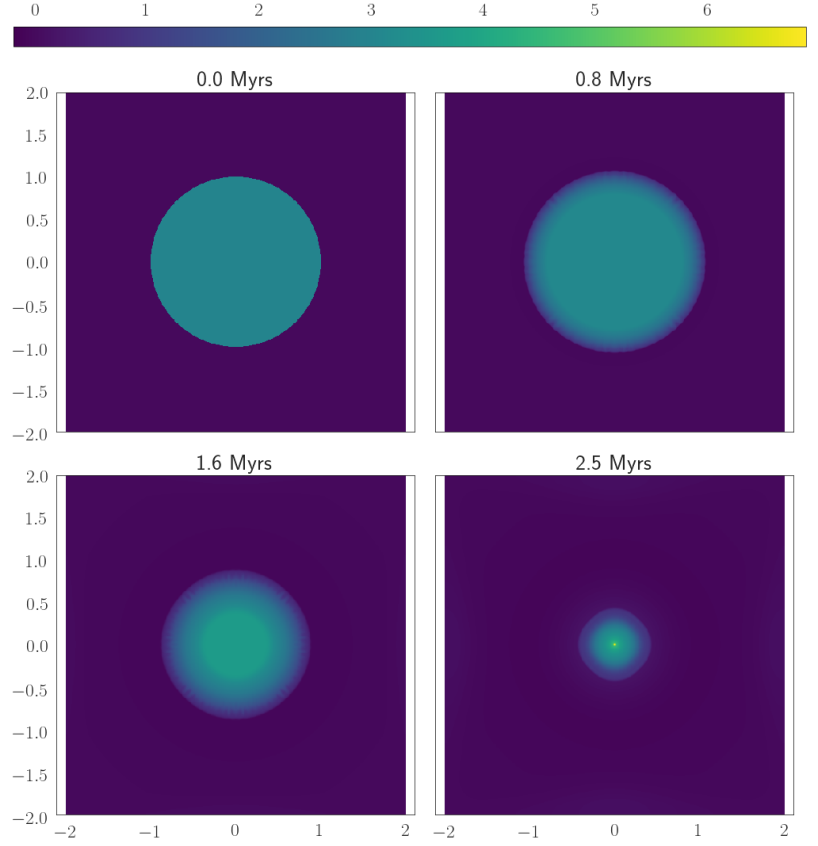
8.3 Σφαιρικό νέφος σε βαρυτικό δυναμικό με Radiation Cooling

Στη συνέχεια θα επαναλάβουμε τη προσομοίωση της βαρυτικής κατάρρευσης μαζί με τη ψύξη του αερίου. Επειδή κρίναμε ότι τελικά το Tabulated Cooling αποδίδει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα για τις χαμηλές θερμοκρασίες θα το χρησιμοποιήσουμε για τη προσομοίωση της ψύξης του νέφους.

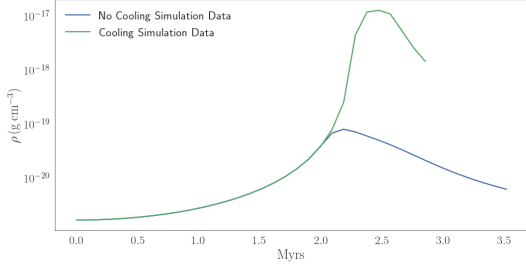


Σχήμα 30: Το προφίλ τη πίεσης σε 4 διαδοχικά στιγμιότυπα μέχρι και λίγο αργότερα από το χρόνο κατάρρευσης

Καλλιόπη: Εχω δεδομένα και για το H2COOL (αυτο ειχα χρησιμοποιησει αρχικα) τα αποτελεσματα ειναι σχεδον ταυτοσημα



Σχήμα 31: Ο χάρτης της πυκνότητας (λογαριθμική κλίμακα) σε 4 διαδοχικά στιγμιότυπα μέχρι το χρόνο κατάρρευσης.



Σχήμα 32: Πυκνότητα στο κέντρο του νέφους σε σχέση με το χρόνο για τις δύο προσομοιώσεις.

Για τη συγκεκριμένη προσομοίωση χρησιμοποιήσαμε μεγαλύτερη ανάλυση (512X512 pixel) και χρονική ανάλυση στα 95 kys. Θεωρούμε σαν χρόνο κατάρρευσης το χρόνο εκείνο όπου η κεντρική περιοχή αποκτά τη μέγιστη πυκνότητα. Έτσι υπολογίζουμε

$$t_{\text{col}} = (2.47 \pm 0.05) \text{ Myrs} \quad (8.3.1)$$

με τη μέγιστη πυκνότητα να έχει τιμή

$$\rho_{\text{max}} = 1.29 \times 10^{-17} \text{ g cm}^{-3} \quad (8.3.2)$$

8.3.1 Σφαίρα Bonnor-Ebert

Αν θεωρήσουμε ένα οπτικά διαφανές, σφαιρικό μοριακό νέφος το οποίο βρίσκεται σε ισορροπία πιέσεων και η θερμοκρασία του διατηρείται σταθερή (δηλαδή το πλεόνασμα ενέργειας από τη βαρυτική κατάρρευση εξισορροπείται από την ψύξη μέσω της εκπομπής ακτινοβολίας) τότε θα έχουμε:

$$\frac{GM_r}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = 0 \quad \text{Εξίσωση Κίνησης} \quad (8.3.3)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad \text{Εξίσωση Διατήρησης της Μάζας} \quad (8.3.4)$$

$$P = c_s^2 \rho \quad \text{Καταστατική Εξίσωση} \quad (8.3.5)$$

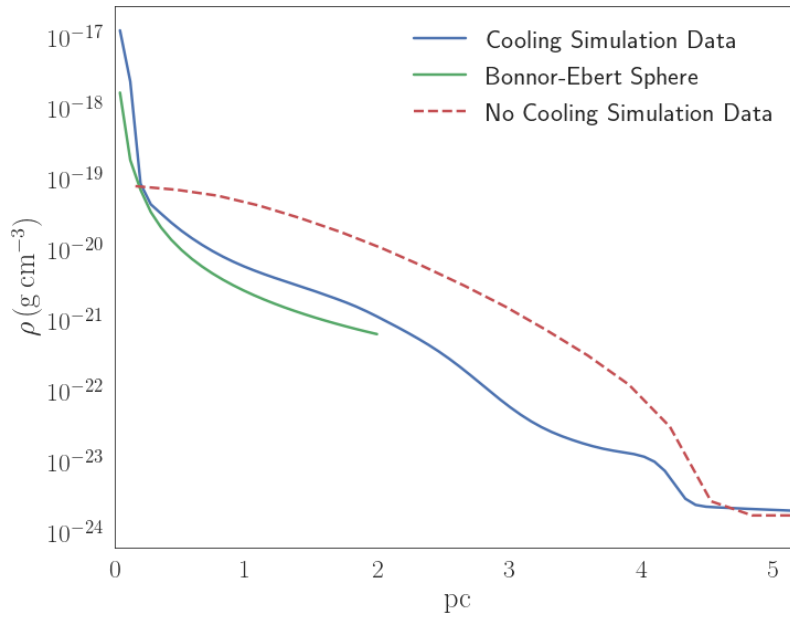
Συνδυάζοντας και τις τρεις έχουμε την εξίσωση Emden:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 c_s^2 \frac{d \ln \rho}{dr} \right) = -4\pi G \rho \quad (8.3.6)$$

Θα επικεντρωθούμε στην απλούστερη λύση αυτής της εξίσωσης, όπου η κεντρική πυκνότητα είναι άπειρη (λύση SIS - Singular Isothermal Sphere):

$$\rho_{\text{BE}}(r) = \frac{c_s^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2} \quad (8.3.7)$$

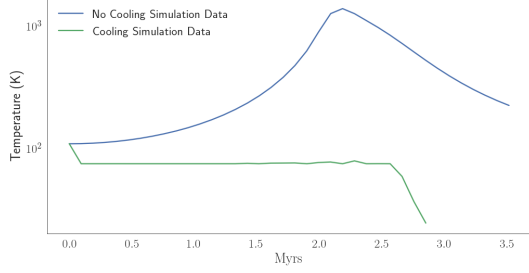
Ρεαλιστικότερες λύσεις - χωρίς ασυνέχειες στο κέντρο της σφαίρας - προσεγγίζονται ικανοποιητικά με τη παραπάνω εξίσωση μέχρι μια κρίσιμη απόσταση $r_c = \frac{c_s}{\sqrt{4\pi G \rho_c}}$ όπου ρ_c η πυκνότητα στο κέντρο ($r = 0$). Η θεωρητική αυτή κατανομή πυκνοτήτων ονομάζεται σφαίρα Bonnor - Ebert.



Σχήμα 33: Σύγκριση των κατανομών πυκνοτήτων για τις δύο προσομοιώσεις σε σχέση με το θεωρητικό μοντέλο της σφαίρας Bonnor - Ebert. Το χρονικό στιγμιότυπο αντιστοιχεί στο χρόνο κατάρρευσης της κάθε προσομοίωσης.

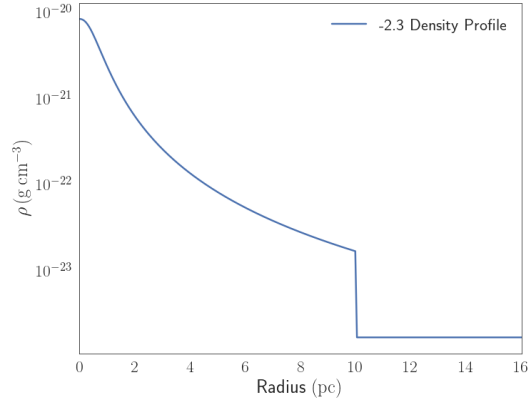
Η κρίσιμη απόσταση για μια κεντρική πυκνότητα της τάξης των $10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$ βρίσκεται στα περίπου 0.1 pc. Για τη προσομοίωση μας η απόσταση αυτή αντιστοιχεί στα 1.2 pixel, επομένως για να συγκρίνουμε επικεντρώναμε στη SIS λύση. Στο γράφημα 33 δείχνουμε τη κατανομή της σφαίρας Bonnor - Ebert μαζί με τις προσομοιώσεις με ή χωρίς ψύξη στον αντίστοιχο χαρακτηριστικό χρόνο κατάρρευσης.

Citation needed

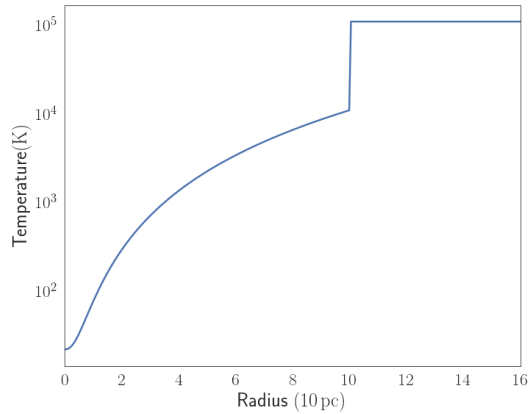


Σχήμα 34: Θερμοκρασία στο κέντρο του νέφους σε σχέση με το χρόνο της προσομοίωσης. Παρατηρούμε ότι η προσομοίωση με ενεργοποιημένο το H2COOL διατηρεί τη θερμοκρασία σχεδόν σταθερή μέχρι τη τελική κατάρρευση του νέφους.

χμμμ



Σχήμα 35: Κατανομή της πυκνότητας συναρτήσει της ακτίνας στο μοντέλο τύπου Plummer του μοριακού νέφους.



Σχήμα 36: Κατανομή θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτίνας δεδομένης της αρχικής πίεσης.

Παρατηρούμε ότι η προσομοίωση συμφωνεί με το θεωρητικό μοντέλο της σφαίρας Bonnor - Ebert και κατ' επέκταση με παρατηρησιακά δεδομένα

Από το γράφημα 34 βλέπουμε τη διαφορά στις θερμοκρασίες του νέφους για τις δύο προσομοιώσεις. Όταν έχουμε ψύξη το πλεόνασμα ενέργειας ακτινοβολείται διατηρώντας τη θερμοκρασία σε καλή προσέγγιση σταθερή μέχρι τη τελική κατάρρευση με αποτέλεσμα να έχουμε τη συμφωνία με τη σφαίρα Bonnor - Ebert.

8.3.2 Τεχνητή κατανομή πυκνότητας

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως ο PLUTO δεν μπορεί να ολοκληρώσει την εξίσωση Gauss άρα δεν μπορούμε να μελετήσουμε τα αποτελέσματα της ιδιοβαρύτητας όπως για παράδειγμα το φαινόμενο της ιεραρχικής κατακρήμνισης και τη δημιουργία των πυκνών μοριακών πυρήνων που θα μας δώσουν αστέρες (στο παραπάνω παράδειγμα παρατηρούμε τη δημιουργία μόνο ενός τέτοιου πυρήνα).

Η ενασχόληση μας όμως με τη προσθήκης του "τεχνητού" βαρυτικού δυναμικού στις προσομοιώσεις μας απέδωσε μια αποδεκτή κατανομή πυκνότητας για ένα σφαιρικό νέφος. Έτσι για φαινόμενα με χαρακτηριστική χρονική κλίμακα μικρότερη του χρόνου ελεύθερης πτώσης t_{ff} μπορούμε να χρησιμοποιούμε μια κατανομή σαν αυτή που παρατηρήσαμε στη προηγούμενη προσομοίωση αντί για μια μη ρεαλιστική σταθερή (και πολύ μεγάλης συνολικής μάζας) κατανομή όπως κάναμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Για να μην αποφύγουμε αριθμητικές αστάθειες στο κέντρο του νέφους αλλά και για πιο ρεαλιστική κατανομή της πυκνότητας θα γενικεύσουμε τη σχέση της κατανομής της πυκνότητας Bonnor - Ebert. εισάγοντας σαν παραμέτρους τη πυκνότητα στο κέντρο του νέφους ρ_c , μια κρίσιμη ακτίνα απ' όπου η πυκνότητα σταθεροποιείται r_c και ένα νόμο δύναμης για το τρόπο με τον οποίο μειώνεται.

Έτσι θα χρησιμοποιήσουμε μια κατανομή της μορφής Plummer:

$$\rho(r) = \frac{A}{B + r^a} \quad (8.3.8)$$

όπου $A = \rho_c r_c^a$, $B = r_c^a$ με a το νόμο δύναμης.

Από τη κατανομή που μας δίνει η προσομοίωση υπολογίζουμε μέσω της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων τη τιμή για το νόμο δύναμης

$$a = 2.30 \pm 0.14 \quad (8.3.9)$$

Όπως αναφέραμε προηγουμένως η προσομοίωση μας δεν μπορεί να περιγράψει απόλυτα ρεαλιστικά ένα μοριακό νέφος. Γι αυτό το λόγο δεν προσπαθούμε να να προσαρμόσουμε μια -πολύπλοκη- καμπύλη πυκνοτήτων πάνω στα αποτελέσματά μας, παρά να μελετήσουμε μια γενικότερη συμπεριφορά και να κρίνουμε αν η ψύξη λειτουργεί σε ικανοποιητικό βαθμό.

Έτσι παρότι κρατήσαμε τη τιμή του νόμου δύναμης, η εκτίμηση των υπολοίπων παραμέτρων θα γίνει περισσότερο "εμπειρικά" με βάση τα όσα γνωρίζουμε από πραγματικά παρατηρούμενα μοριακά νέφη. Θεωρώντας μια ακτίνα ενός μέσου μοριακού νέφους στα 10 pc και μια συνολική μάζα τάξης $10^3 M_\odot$ ταυτόχρονα με τη συνθήκη η πυκνότητα στο άκρο του νέφους να μην έχει μεγάλη διαφορά πολύ από αυτή του μεσοαστρικού αερίου κάναμε μια εκτίμηση των παραμέτρων

$$A = 10 \quad B = 0.002 \quad (8.3.10)$$

Έτσι υπολογίζουμε

$$\rho_c = \frac{A}{B} = 5000 \text{ cm}^{-3} \quad r_c = B^{1/a} = 0.67 \text{ pc} \quad (8.3.11)$$

Η τελική κατανομή, όπως και η κατανομή της θερμοκρασίας στο νέφος με δεδομένη την πίεση φαίνονται στα διαγράμματα (35,36)

Κάπου εδώ ολοκληρώνεται η διαδικασία του "χτισίματος" ενός μοριακού νέφους έτσι ώστε να χρησιμοποιηθεί σε μεγάλης κλίμακας προσομοίωση. Δοκιμάζοντας βήμα βήμα τις δυνατότητες του PLUTO καταφέραμε τελικά να δημιουργήσουμε μια όσο το δυνατόν ρεαλιστική απεικόνιση ενός μοριακού νέφους.