

Αριθμητικές προσομοιώσεις νεφών σε γαλαξίες

Παπαχρήστου Μιχάλης

28 Ιουνίου 2017

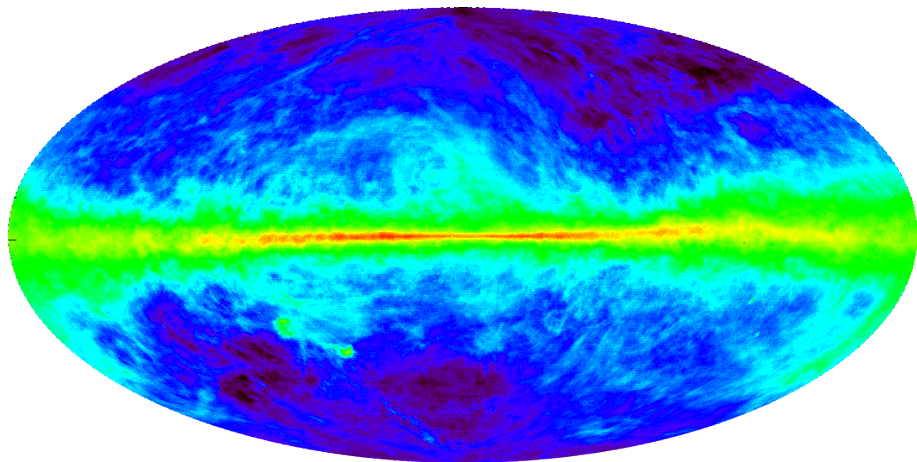
Μεσοαστρική Ύλη

Τι υπάρχει μεταξύ των αστερών?

Στο μεσοαστρικό χώρο έχουμε μια τεράστια ποσότητα ύλης υπό τη μορφή αερίου (99%) και σκόνης (1%). Στο γαλαξία μας η συνολική της μάζα είναι της τάξης των $10^9 M_{\odot}$, ενώ η πυκνότητα της κυμαίνεται από 10^{-4} έως 10^6 cm^{-3} .



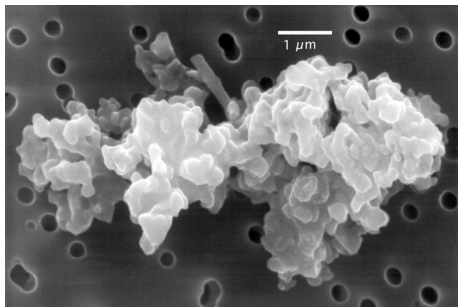
Μεσοαστρικό αέριο



- (90%) Υδρογόνο (H), (HII), (H₂)
- (9%) Ήλιο
- (1%) Βαρύτερα στοιχεία (C,O,Ne,Mg,Fe, κ.α.) και μόρια (CO,CS, κ.α.),

Μεσοαστρική Σκόνη

- Αποτελείται κυρίως από άνθρακα και πυρίτιο σε ενώσεις με Υδρογόνο, Οξυγόνο, Μαγνήσιο και Σίδηρο
- Το μέγεθος των κόκκων της σκόνης κυμαίνεται από $0.01 \mu\text{m}$ έως $1 \mu\text{m}$ ακολουθώντας μια κατανομή δύναμης όπου τα μικρότερα μεγέθη είναι πολυπληθέστερα από τα μεγαλύτερα.

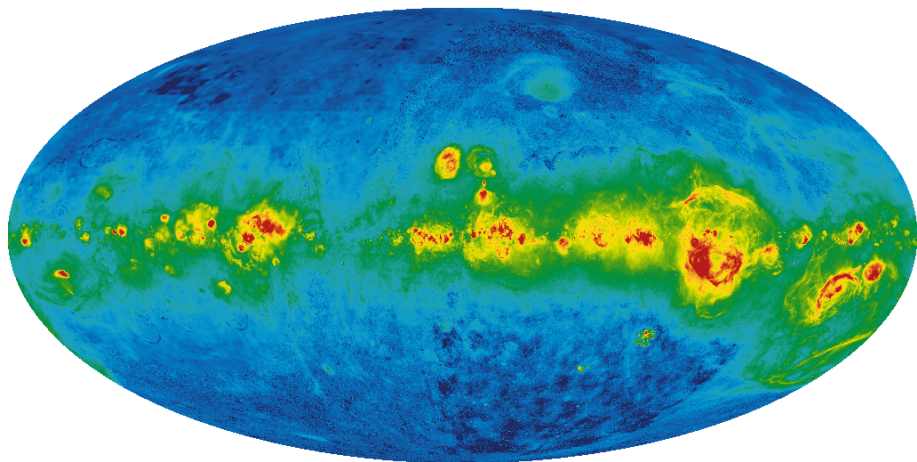


- Παρατηρείται στις σπείρες του Γαλαξία μας (αλλά και σε άλλους γαλαξίες) με τη χαρακτηριστική μορφή τεράστιων σκοτεινών "δρόμων" λόγω της επισκότισης των όπισθεν αστερών που προκύπτει από την απορρόφηση και σκέδαση του ορατού φωτός

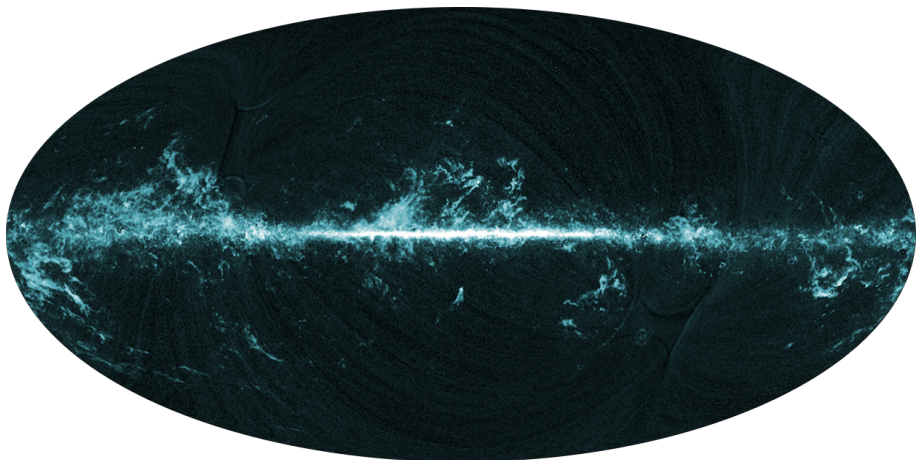
ψυχρή με θερμοκρασίες κάτω των 100 K, πυκνότητα 30 έως 50 cm^{-3} και ποσοστό ιονισμού κάτω του 0.1%, που αποτελείται από μοριακό και ατομικό αέριο Υδρογόνου και σκόνη

θερμή με θερμοκρασίες της τάξης των 10^3 έως 10^4 K, πυκνότητες 0.3 cm^{-3} , που αποτελείται από ατομικό και ιονισμένο αέριο Υδρογόνο (ποσοστό ιονισμού 2-20%)

υπερθερμή οφείλεται σε κρουστικά κύματα εκρήξεων supernova και αστρικών ανέμων με θερμοκρασίες τάξης 10^6 K και πυκνότητες μικρότερες των 0.01 cm^{-3} .



Εκπομπή H α (656.28 nm) από συνδυασμό τριών διαφορετικών παρατηρήσεων (WHAM - VTSS - SHASSA)



Εκπομπή CO που αντιστοιχεί σε θερμοκρασία 5.5 K και αποδίδει ένα ραδιοφωνικό φωτόνιο στα 2.6 mm.

Μεσοαστρική Ύλη

Φυσικά Χαρακτηριστικά - Σύνοψη

Κατηγορία	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα (cm^{-3})
Μοριακά Νέφη	10-50	$>10^3$
Ψυχρά Νέφη	100	30
HI		
Θερμό HI	10^3	0.1
Θερμό HII	10^4	10^{-2}
Περιοχές HII	10^4	>100
Υπέρθερμο Ιο- νισμένο αέριο	10^6 έως 10^7	10^{-3}

- Περιοχές όπου η ψυχρή μεσοαστρική ύλη έχει πυκνότητες ικανοποιητικά μεγαλύτερες από τη μέση πυκνότητα του μεσοαστρικού υλικού ώστε η ιδιοβαρύτητα του νέφους να παίζει σημαντικό ρόλο στη δυναμική του.
- Κατά τη βαρυτική κατάρρευση το MN κατακρημνίζεται σε όλο και πιο συμπυκνωμένες δομές έως ότου η πυκνότητα και η μάζα σε μια τέτοια περιοχή είναι αρκετή ώστε να γεννηθούν νέοι αστέρες.
- Αποτελούνται κυρίως από μοριακό Υδρογόνο H_2 το οποίο μπορεί να δημιουργηθεί χάρη στις συνθήκες θερμοκρασίας - πίεσης και την ύπαρξη της σκόνης

Πίνακας: Χαρακτηριστικά και διαφορετικοί τύποι Μοριακών Νεφών

Κατηγορία	Μέση ακτίνα (pc)	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα H_2 (cm^{-3})
Γιγαντιαίο Μοριακό Νέφος	20	15	100
Μοριακό Νέφος clump	5 2	10	300 10^3
Πυρήνας Νέφους	0.08	10	10^5

Ενεργειακή ισορροπία στη Μεσοαστρική Ύλη

Ξεκινάμε από τον πρώτο νόμο τις θερμοδυναμικής:

$$dE = \bar{d}Q - dW \quad (1)$$

Θεωρώντας τη καταστατική εξίσωση ιδανικού αερίου ο ρυθμός θέρμανσης/ψύξης ανά μονάδα όγκου είναι:

$$\Delta = \frac{1}{V} \frac{dQ}{dt} = n \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} kT \right) - kT \frac{dn}{dt} \quad (2)$$

Ορίζουμε τις συναρτήσεις ψύξης (cooling function) Λ και θέρμανσης (heating function) Γ ώστε

$$\Delta = \Gamma - \Lambda \quad (3)$$

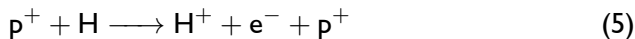
Μηχανισμοί Θέρμανσης

Κοσμική Ακτινοβολία (I)

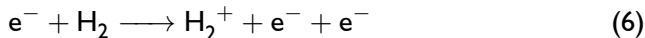
Κατά την αλληλεπίδραση ενός πρωτονίου της κοσμικής ακτινοβολίας με το μοριακό υδρογόνο



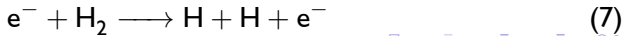
Ενώ στη περίπτωση της αλληλεπίδρασης της κοσμικής ακτινοβολίας με ουδέτερο Υδρογόνο ο ιονισμός πραγματοποιείται μέσω της:



Και στις δύο περιπτώσεις το ηλεκτρόνιο που διαφεύγει μπορεί είτε να ιονίσει περαιτέρω το μοριακό αέριο μέσω της



η οποία δεν προσδίδει θέρμανση αλλά εμπλουτίζει το χώρο με περισσότερο ενεργητικά ηλεκτρόνια ή να θερμάνει τελικά το αέριο μέσω της διάσπασης του μορίου



Ο ρυθμός θέρμανσης γενικά δίνεται από τη

$$\Gamma_{\text{CR}}(X) = \zeta(X) n_X \Delta E(X) \quad (8)$$

όπου η ενεργεία ανά ιονισμό ($\Delta E(X)$) βρίσκεται από το λεπτομερή υπολογισμό μέσω του δικτύου όλων τα πιθανών σεναρίων ενώ οι ρυθμοί ιονισμού ($\zeta(X)$) βρίσκονται από παρατηρησιακά δεδομένα.

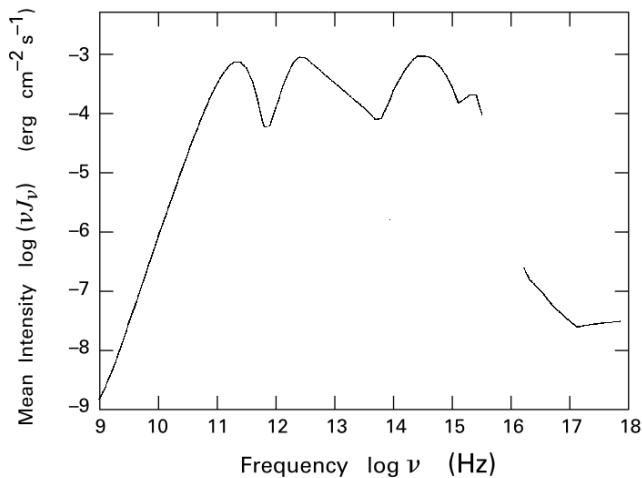
Ρυθμοί Θέρμανσης λόγω κοσμική ακτινοβολίας

$$\Gamma_{\text{CR}}(\text{HI}) = 1.6 \times 10^{-25} \left(\frac{n_{\text{HI}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \quad (\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (9)$$

$$\Gamma_{\text{CR}}(\text{H}_2) = 3.2 \times 10^{-25} \left(\frac{n_{\text{H}_2}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \quad (\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (10)$$

Μηχανισμοί Θέρμανσης

Διάχυτη Ακτινοβολία (I)



Μηχανισμοί Θέρμανσης

Διάχυτη Ακτινοβολία (2)

κοσμικό υπόβαθρο (11.3 Hz) Τα φωτόνια του κοσμικού υποβάθρου θερμαίνουν τα μοριακά νέφη διεγείροντας τις χαμηλότερες περιστροφικές ενεργειακές στάθμες του CO.

εκπομπή σκόνης (12.4 Hz) Τα μοριακά νέφη είναι διάφανα σε αυτή την ακτινοβολία

εκπομπή αστερών (14.5 Hz) Διέγερση ηλεκτρονίων που δεν καταφέρνουν να δραπετεύσουν από τους κόκκους σκόνης και τους θερμαίνουν

Θέρμανση των κόκκων σκόνης

$$\Gamma_d = 3.2 \times 10^{-21} \left(\frac{n_H}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \quad (\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (11)$$

Μηχανισμοί Θέρμανσης

Διάχυτη Ακτινοβολία (3)

υπεριώδες (15.3 Hz) Ιονισμός του ατομικού άνθρακα (C) ($\frac{n_{\text{C}}}{n_{\text{H}}} = 3 \times 10^{-4}$,
ενέργεια ιονισμού στα 11.2 eV) και ιονισμός και
απελευθέρωση ηλεκτρονίων από τους κόκκους σκόνης

Θέρμανση μέσω ιονισμού του άνθρακα

$$\Gamma_{\text{IR}}(\text{C}) = 6.41 \times 10^{-23} \left(\frac{n_{\text{H}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \quad (\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (12)$$

Θέρμανση μέσω ιονισμού των ηλεκτρονίων των κόκκων σκόνης

$$\Gamma_{\text{PE}} = 4.8 \times 10^{-23} \left(\frac{n_{\text{H}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \quad (\text{erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (13)$$

Μηχανισμοί Θέρμανσης

Άλλοι μηχανισμοί

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

Εξισώσεις Διατήρησης

Οι εξισώσεις διατήρησης είναι χρονοεξαρτώμενα συστήματα μερικών διαφορικών εξισώσεων με τη γενική μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \bar{f}(\bar{q}(x, t)) = 0 \quad (14)$$

αποτελούν τη γενικότερη (μη γραμμική) μορφή των γραμμικών υπερβολικών εξισώσεων με μορφή:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

όπου \mathbf{A} ένας τετραγωνικός διαγωνοποιήσιμος πίνακας με πραγματικές ιδιοτιμές.

Η (15) επιδέχεται αντίστοιχες λύσεις με την απλή κυματική εξίσωση

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

η οποία έχει σαν λύση τη κυματική λύση D'Alembert

$$q(x, t) = q(x - ut, 0) \quad (17)$$

Στη μη-γραμμική περίπτωση το σύστημα λέγεται υπερβολικό αν ο ιακωβιανός πίνακας $\mathbf{J}(q)$ με στοιχεία (i, j) τα $\frac{\partial f_i}{\partial g_j}$ είναι αντίστοιχα διαγωνοποιήσιμος με πραγματικές ιδιοτιμές.

Τότε μπορούμε να γράψουμε το σύστημα των μη-γραμμικών εξίσωσεων στη μορφή:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \mathbf{J}(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (18)$$

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

εξισώσεις Euler (I)

Οι εξισώσεις euler είναι ένα σύστημα μη-γραμμικών υπερβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν ένα ρευστό χωρίς ιξώδες και θερμική αγωγιμότητα.

Εξισώσεις Euler

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad \text{Διατήρηση Μάζας} \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u} + P) = 0 \quad \text{Διατήρηση Ορμής} \quad (20)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((E + P) \vec{u}) = 0 \quad \text{Διατήρηση Ενέργειας} \quad (21)$$

$$\text{με } E = \frac{P}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho u^2$$

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

εξισώσεις Euler (2)

Σύμφωνα με τα προηγούμενα μπορούμε να γράψουμε το σύστημα στη μορφή 14:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(\vec{x}, t) + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{f}(\bar{q}(\vec{x}, t)) = 0 \quad (22)$$

όπου

$$\bar{q}(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \vec{u} \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (23)$$

και

$$\mathbf{f}(\bar{q}) = \begin{pmatrix} \rho \vec{u} \\ \rho \vec{u} \vec{u} + P \\ \vec{u}(E + P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_2 \\ \frac{q_2^2}{q_1} + P(\bar{q}) \\ \frac{q_2}{q_1}(q_3 + P(\bar{q})) \end{pmatrix} \quad (24)$$

όπου $P(\bar{q})$ η καταστατική εξίσωση.

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

Μέθοδος πεπερασμένων διαφορών

Διακριτοποιούμε το χώρο $\Delta x = \Delta y = h$ και στο χρόνο $\Delta t = k$ τότε η προσεγγιστική τιμή στη θέση $(x_i, y_j) = (x_0 + ih, y_0 + jh)$ και στο χρόνο $t_n = t_0 + nk$ θα είναι:

$$Q_{ij}^n \simeq q(x_i, y_j, t_n) \quad (25)$$

Οπότε η μερική διαφορική εξίσωση της μορφής

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (26)$$

με αρχικές συνθήκες q_i^0 θα έχει λύση στο κελί με συντεταγμένες ij :

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} u (Q_i^n - Q_{i-1}^n) \quad (27)$$

Αντίστοιχα στη περίπτωση ενός συστήματος εξισώσεων η λύση θα ήταν

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} \mathbf{A} (Q_i^n - Q_{i-1}^n) \quad (28)$$

με τον πίνακα \mathbf{A} να έχει θετικές ιδιοτιμές.

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων

Αντί για τη προσεγγιστική τιμή Q_i^{n+1} της $q(x_i, t_{n+1})$ σε ένα συγκεκριμένο σημείο θα ορίσουμε μια νέα αντίστοιχη τιμή για τη μέση τιμή της ποσότητας σε κάθε ένα διάστημα $C_i = [x_i, x_{i+1}]$ του χώρου μας με $x_i = x_0 + (i-1)h$. Άρα τώρα η τιμή Q_i^n θα προσεγγίζει την μέση τιμή στο i διάστημα τη χρονική στιγμή t_n

$$Q_i^n \simeq \frac{1}{h} \int_{C_i} q(x, t_n) dx \quad (29)$$

Αν πάρουμε την ολοκληρωτική μορφή του νόμου διατήρησης σε ένα κελί η εξέλιξη στο χρόνο θα είναι

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} (F_{i+1}^n - F_i^n) \quad (30)$$

όπου

$$F_i^n \simeq \frac{1}{k} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_i, t)) dt \quad (31)$$

Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι η ροή στο σύνορο μεταξύ δύο κελιών εξαρτάται από τις τιμές των ποσοτήτων σε αυτά τα δύο κελιά, δηλαδή

$$F_i^n = F(Q_{i-1}^n, Q_i^n) \quad (32)$$

άρα αν γνωρίζουμε αυτή τη συνάρτηση ροής τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την εξέλιξη στο χρόνο της μέσης τιμής του κάθε κελιού

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} (F(Q_i^n, Q_{i+1}^n) - F(Q_{i-1}^n, Q_i^n)) \quad (33)$$

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

Πρόβλημα Riemann



Το πρόβλημα Riemann είναι η επίλυση του νόμου διατήρησης της μορφής

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial f(\bar{q})}{\partial x} = 0 \quad (34)$$

με αρχικές συνθήκες όπου υπάρχει μια ασυνέχεια:

$$\bar{q}(x, 0) = \begin{cases} \bar{q}_L & \text{για } x < 0 \\ \bar{q}_R & \text{για } x > 0 \end{cases} \quad (35)$$

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

Γραμμικό πρόβλημα Riemann

Η επίλυση του προβλήματος Riemann στη γραμμική περίπτωση του νόμου διατήρησης, δηλαδή στο σύστημα

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (36)$$

βασίζεται στο μετασχηματισμό των ποσοτήτων \bar{q} στις λεγόμενες χαρακτηριστικές μεταβλητές $\bar{\xi} = \mathbf{R}^{-1} \bar{q}$ όπου $\mathbf{R} = (\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_m)$ είναι ο πίνακας των ιδιοανυσμάτων του πίνακα \mathbf{A} , ενώ με $\bar{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ ορίζουμε το διαγώνιο πίνακα των ιδιοτιμών.

Οι εξισώσεις τότε γράφονται:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \bar{\Lambda} \vec{\nabla} \cdot \bar{\xi} = 0 \quad (37)$$

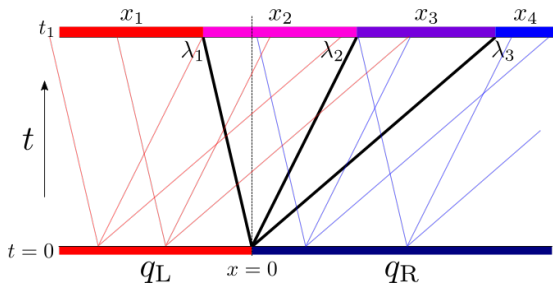
δηλαδή σαν ένα διαχωρισμένο σύστημα εξισώσεων με λύσεις:

$$\xi_p = \xi_p(x - \lambda_p t, 0) \quad (38)$$

Οι p χαρακτηριστικές καμπύλες δηλαδή καθορίζονται από τις ιδιοτιμές λ_p .

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

Γραμμικό πρόβλημα Riemann (2)



Οι λύσεις σε κάθε σημείο του χώρου καθορίζονται απόλυτα από τις p χαρακτηριστικές ιδιοτιμές λ_p έτσι ώστε η τελική λύση για κάθε σημείο x να είναι ο γραμμικός συνδυασμός των περιοχών που επηρεάζουν αυτό το σημείο, δηλαδή

$$q(x_1, t_1) = \xi_1^L r_1 + \xi_2^L r_2 + \xi_3^L r_3$$

$$q(x_2, t_1) = \xi_1^R r_1 + \xi_2^L r_2 + \xi_3^L r_3$$

$$q(x_3, t_1) = \xi_1^R r_1 + \xi_2^R r_2 + \xi_3^L r_3$$

$$q(x_4, t_1) = \xi_1^R r_1 + \xi_2^R r_2 + \xi_3^R r_3$$

Αριθμητικές υδροδυναμικές προσομοιώσεις

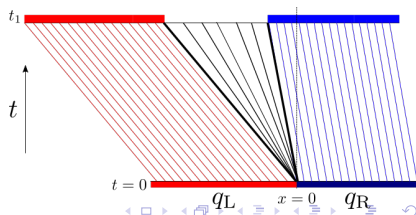
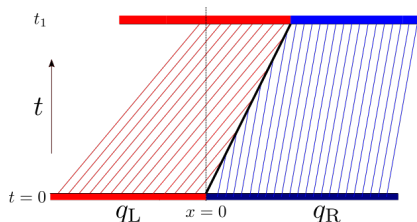
Μη Γραμμικό πρόβλημα Riemann

Η συνάρτηση ροής της διατηρούμενης ποσότητας εξαρτάται πια από την ίδια τη ποσότητα, δηλαδή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \bar{f}(\bar{q}(x, t)) = 0 \quad (39)$$

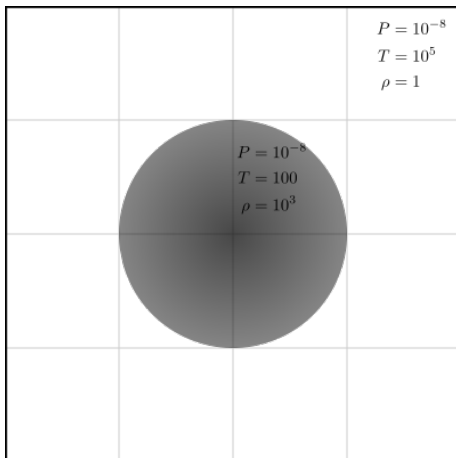
Για ομαλές λύσεις μπορούμε να μετασχηματίσουμε το παραπάνω σύστημα μέσω της ιακωβιανής $\mathbf{J} = \mathbf{f}'$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \mathbf{J}(\bar{q}(x, t)) \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (40)$$



Προσομοίωση Cooling

Ορισμός του Test Problem

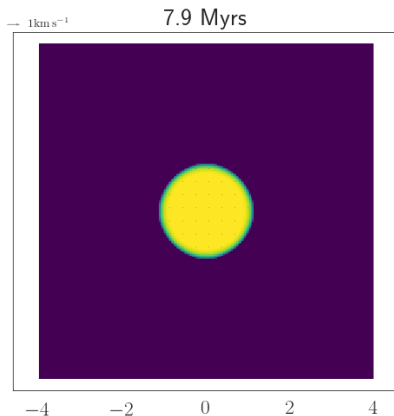
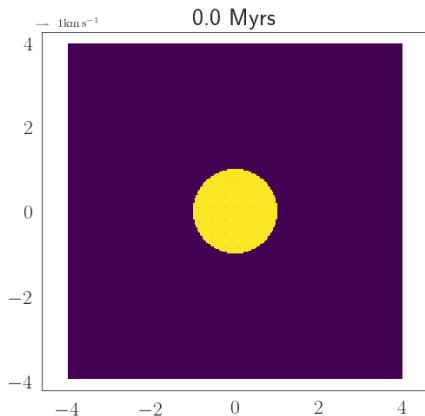


- Σφαιρικό, ομοιογενές νέφος που βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία πίεσης με το διαγαλαξιακό χώρο.
- Χρονικό διάστημα 8 Myrs η οποία εκτιμήθηκε από τη σχέση c_s/L_{cloud} όπου c_s η ταχύτητα του ήχου και L_{cloud} η ακτίνα του νέφους.

Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

No Cooling

0.0 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0

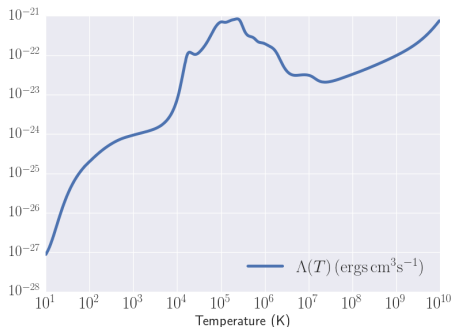


Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

Tabulated Cooling

Το οπτικό βάθος για ένα φωτόνιο που εκπέμπεται μέσα στο νέφος είναι:

$$\tau = nL\sigma_T \simeq 6.65 \times 10^{-3} \quad (41)$$



- Για θερμοκρασίες χαμηλότερες των 10^4 K η ψύξη προέρχεται από μοριακές εκπομπές (H_2, CO κλπ)
- Για θερμοκρασίες 10^4 έως 10^7 K οι γραμμές εκπομπής των μετάλλων κυριαρχούν
- Για θερμοκρασίες ανώτερες των 10^7 K κυριαρχεί η ακτινοβολία bremsstrahlung

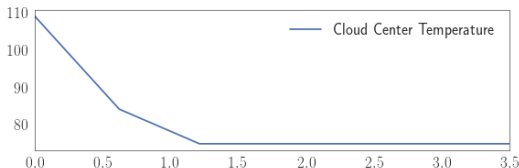
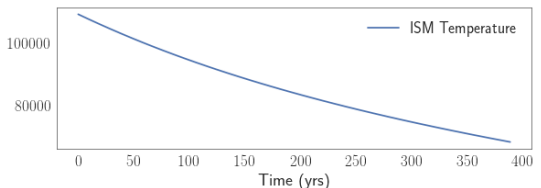
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

Tabulated Cooling

Χρονική κλίμακα ψύξης του νέφους:

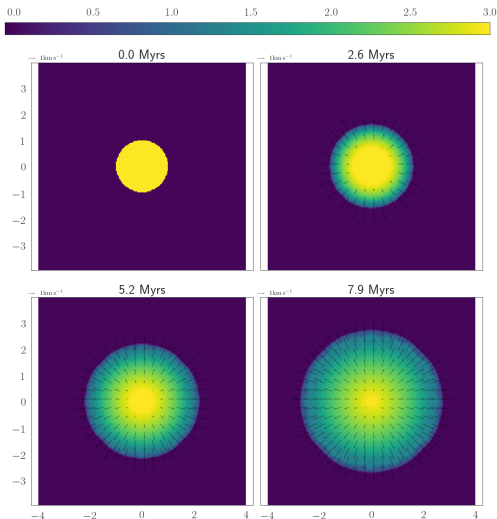
$$\tau_c = \frac{\rho e}{n^2 \Lambda(T)} = \frac{\frac{3}{2} k_b T}{n \Lambda(T)} \simeq 10^8 \text{s} \simeq 3 \text{yrs} \ll 10^5 \text{yrs} \quad (42)$$

Η αντίστοιχη χρονική κλίμακα και για το εξωτερικό του νέφους βρίσκουμε περίπου 600 yrs.



Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

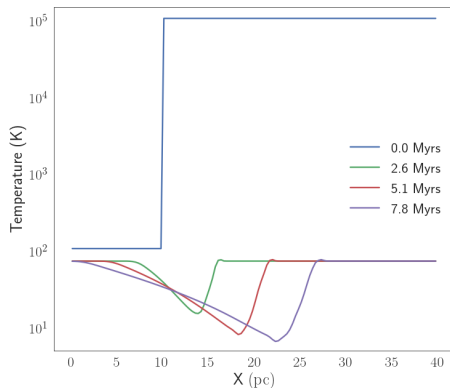
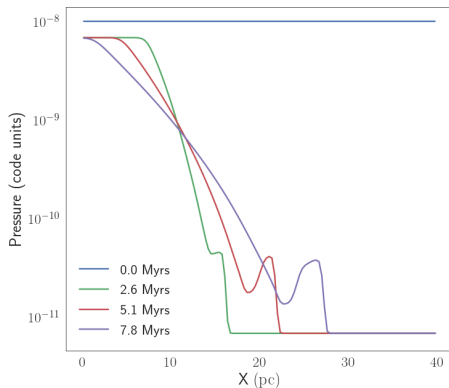
Tabulated Cooling



- Το αέριο στο εσωτερικό του νέφους κρύνει γρηγορότερα απ' ότι στο εξωτερικό περιβάλλον με συνέπεια η πίεση $P \sim \rho T$ να μικραίνει γρηγορότερα στο εσωτερικό (εφόσον αρχικά είναι ίδια παντού). Αυτή η διαφορά πίεσης δημιουργεί μια δύναμη η οποία θα έπρεπε να επιταχύνει το αέριο προς το εσωτερικό του.

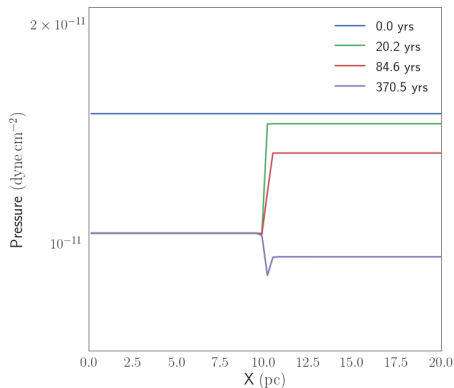
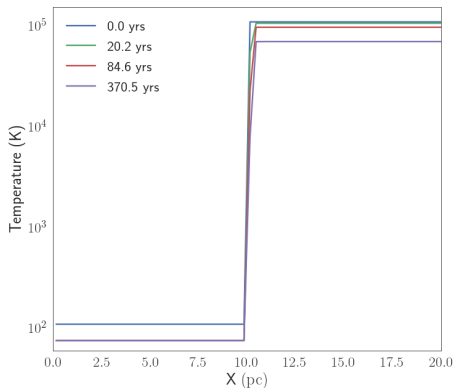
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

Tabulated Cooling



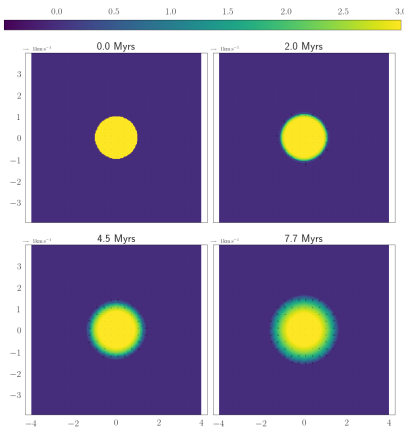
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

Tabulated Cooling/ Small time scale



Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

SNEq Cooling



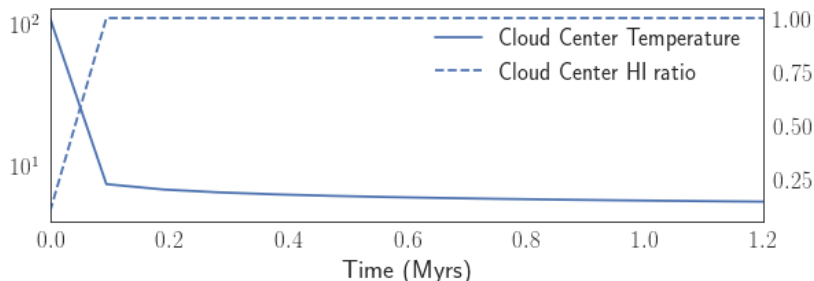
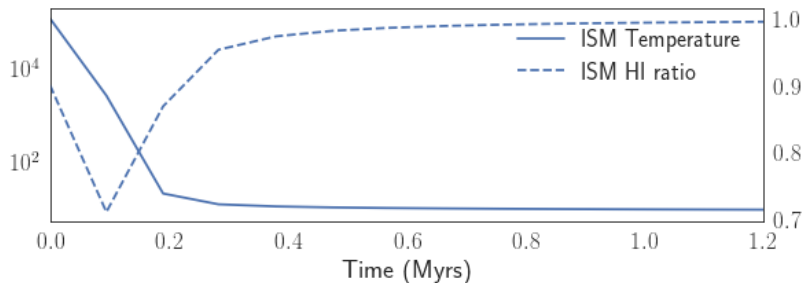
Σε κάθε βήμα της προσομοίωσης ο κώδικας ολοκληρώνει μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις και την χρονική μεταβολή του x_{HI} μαζί με την εξίσωση της ενέργειας:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda = -n_e n_H \left(\sum_{k=1}^{16} j_k + w_{i/r} \right) \quad (43)$$

όπου η άθροιση στα k υπολογίζει 16 διαφορετικές γραμμές εκπομπής.

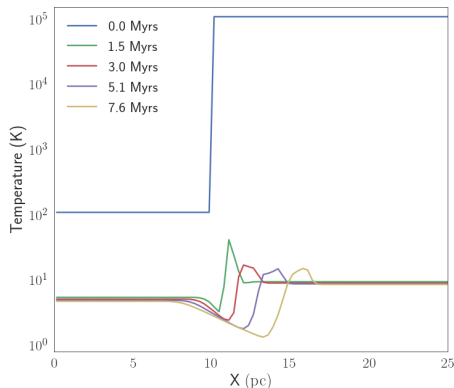
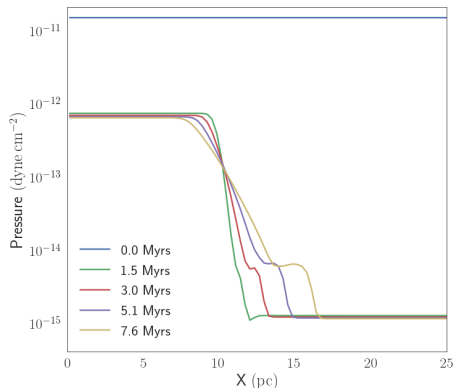
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

SNEq Cooling



Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

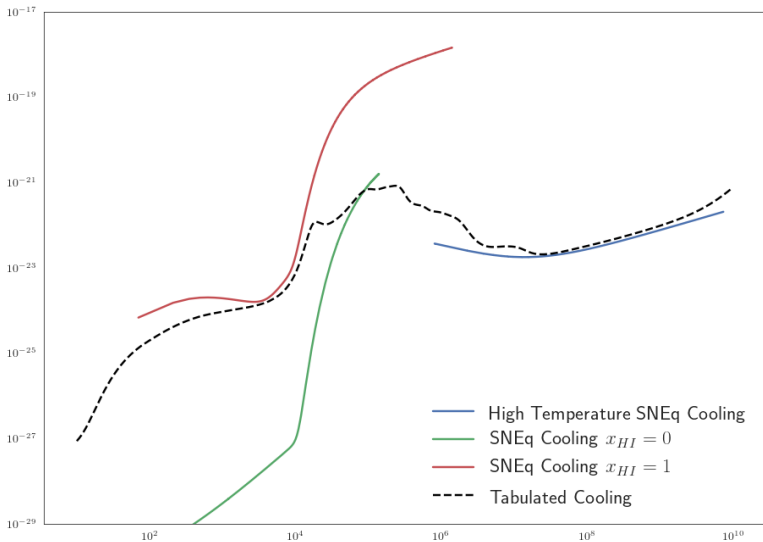
SNEq Cooling



Λόγω της σχεδόν ισοδύναμης ψύξης του νέφους με το μεσοαστρικό περιβάλλον η διαφορά πίεσης είναι μικρότερη όπως και η ταχύτητα του ήχου στο εσωτερικό του νέφους με αποτέλεσμα η φαινομενική κατάρρευση της κεντρικής περιοχής να είναι πολύ πιο αργή σε σχέση με το Tabulated Cooling.

Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

SNEq Cooling

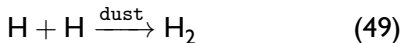
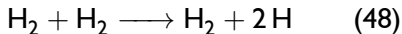
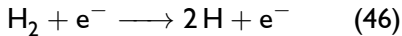
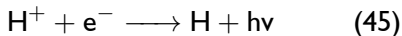
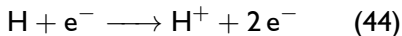


Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

H2 Cooling

Το H2COOL εισάγει 2 μεταβλητές το ποσοστό ιονισμένου υδρογόνου x_{HI} και το ποσοστό μοριακού Υδρογόνου x_{H_2} .

Η χημική εξέλιξη του μοριακού, ατομικού και ιονισμένου υδρογόνου ακολουθεί τις αντιδράσεις:

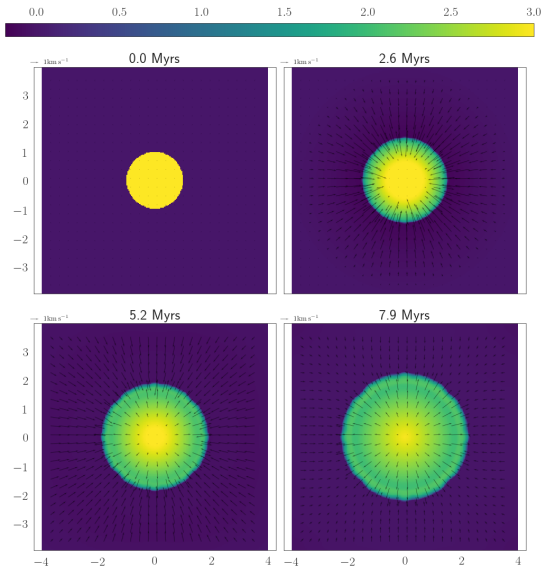


Οι ενεργειακές απώλειες λόγω ψύξης τελικά υπολογίζονται, εκτός από τις παραπάνω αντιδράσεις, από τις απώλειες ιονισμού λόγω κρούσης Λ_{CI} και επανασύνδεσης λόγω ακτινοβολίας Λ_{RR} , απώλειες λόγω περιστροφής και ταλάντωσης Λ_{rotvib} και διάσπασης Λ_{diss} των μορίων H_2 , και της διαδικασίας αλληλεπίδρασης σκόνης-αερίου Λ_{grain} .

$$\Lambda = \Lambda_{\text{CI}} + \Lambda_{\text{RR}} + \Lambda_{\text{rotvib}} + \Lambda_{\text{diss}} + \Lambda_{\text{grain}} \quad (50)$$

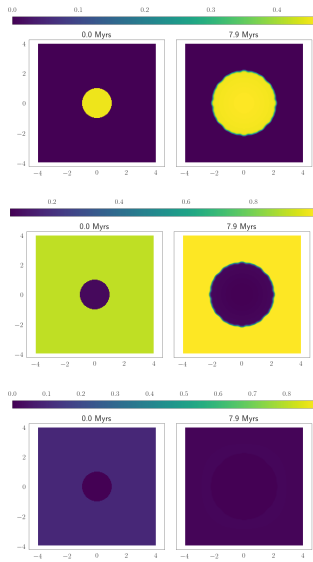
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

H2 Cooling



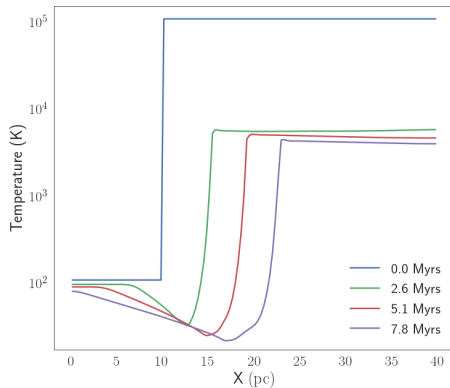
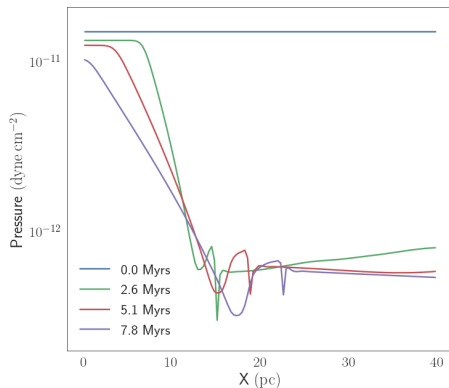
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

H₂ Cooling



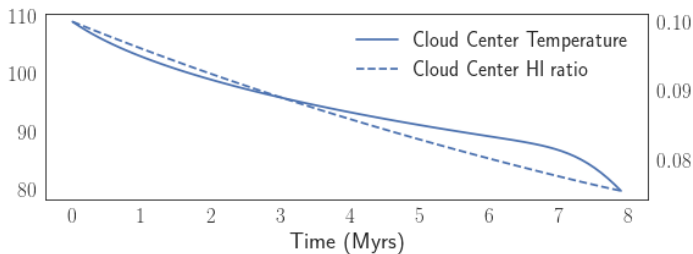
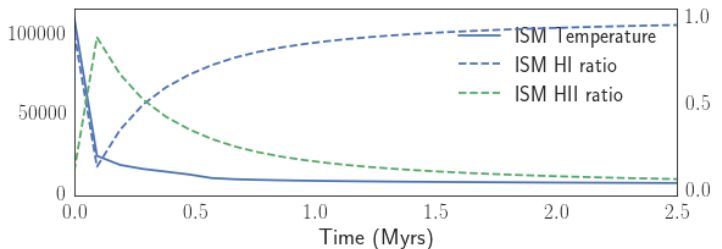
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

H2 Cooling



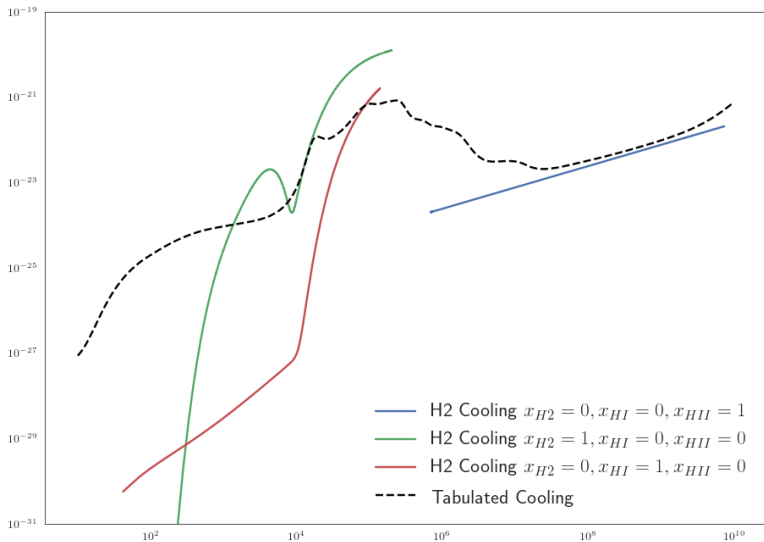
Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

H₂ Cooling

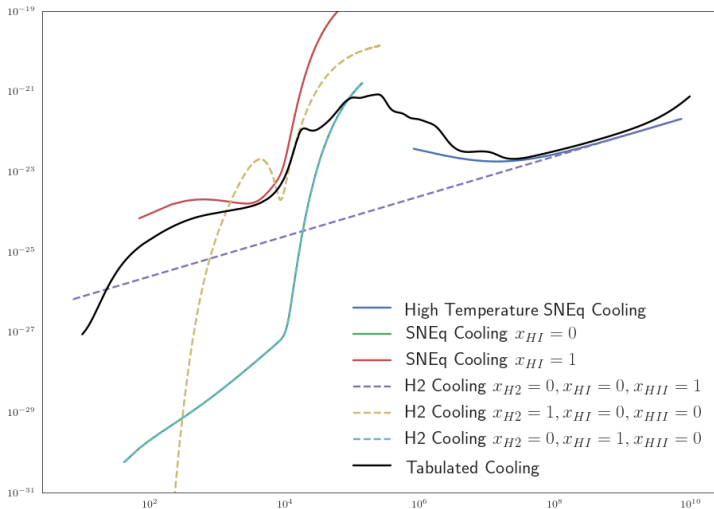


Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

H2 Cooling



Cooling Functions



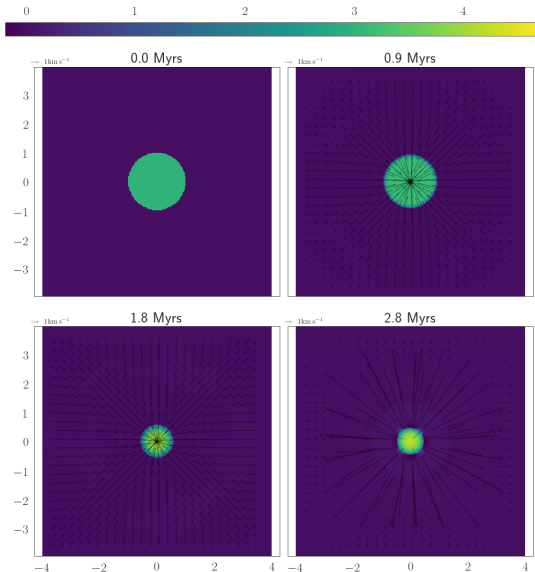
Ο PLUTO δεν μπορεί να χειριστεί την ιδιοβαρύτητα, άρα θα χρησιμοποιήσουμε τη προσέγγιση ενός ομοιογενούς βαρυτικού δυναμικού ομογενούς σφαίρας στο εσωτερικό του νέφους και ένα δυναμικό σημειακής μάζας στο εξωτερικό:

$$\vec{g}(x, y) = \begin{cases} \frac{GM}{R^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } \sqrt{x^2 + y^2} < R \\ \frac{GM}{r^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } \sqrt{x^2 + y^2} > R \end{cases} \quad (51)$$

Η χρονική κλίμακα που χρειάζεται ένα σώμα να καταρρεύσει κάτω από το ίδιο το βάρος του, αν δεν υπεισέρχονται άλλες δυνάμεις ονομάζεται χρόνος ελεύθερης πτώσης:

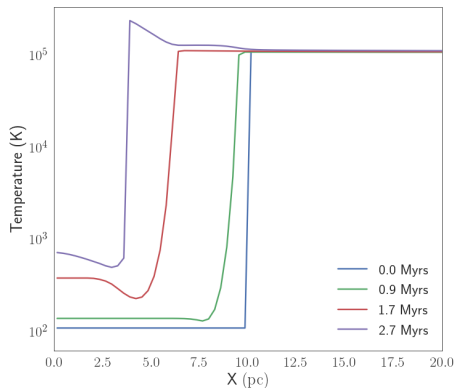
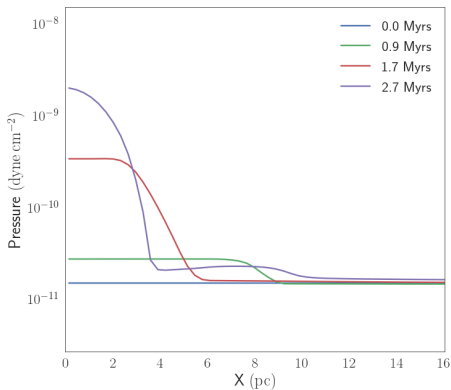
$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} = 1.6 \text{ Myrs} \quad (52)$$

Σφαιρικό νέφος μέσα σε βαρυτικό δυναμικό χωρίς Ψύξη

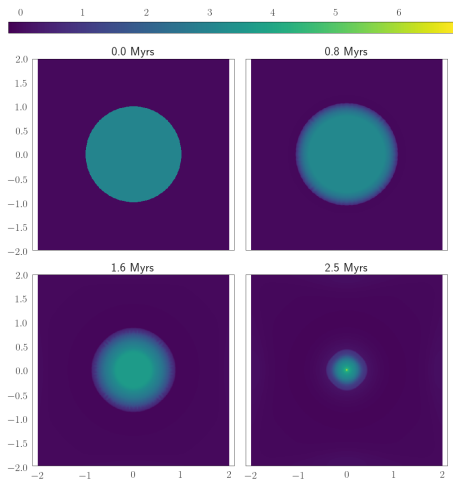


Σφαιρικό νέφος μέσα σε βαρυτικό δυναμικό χωρίς Ψύξη

Προφίλ Πίεσης



Σφαιρικό νέφος σε βαρυτικό δυναμικό με Radiation Cooling



Θεωρούμε σαν χρόνο κατάρρευσης το χρόνο εκείνο όπου η κεντρική περιοχή αποκτά τη μέγιστη πυκνότητα. Έτσι υπολογίζουμε

$$t_{\text{col}} = (2.47 \pm 0.05) \text{ Myrs} \quad (53)$$

με τη μέγιστη πυκνότητα να έχει τιμή

$$\rho_{\text{max}} = 1.29 \times 10^{-17} \text{ g cm}^{-3} \quad (54)$$

Οπτικά διαφανές, σφαιρικό μοριακό νέφος το οποίο βρίσκεται σε ισόθερμη κατάρρευση

$$\frac{GM_r}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = 0 \quad \text{Εξίσωση Κίνησης} \quad (55)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad \text{Εξίσωση Διατήρησης της Μάζας} \quad (56)$$

$$P = c_s^2 \rho \quad \text{Καταστατική Εξίσωση} \quad (57)$$

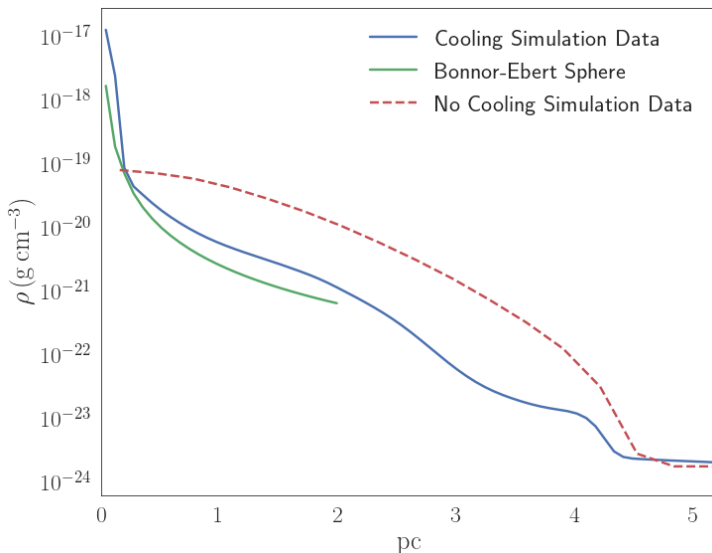
Συνδυάζοντας και τις τρεις έχουμε την εξίσωση Emden:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 c_s^2 \frac{d \ln \rho}{dr} \right) = -4\pi G \rho \quad (58)$$

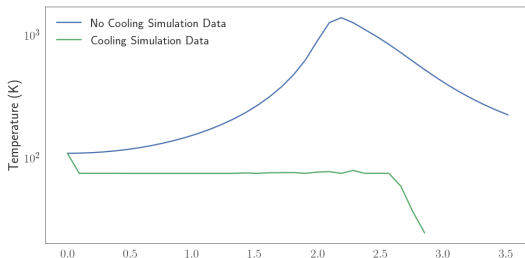
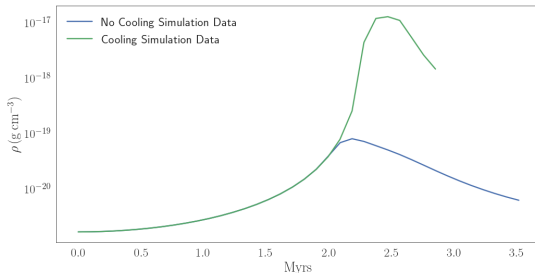
Θα επικεντρωθούμε στην απλούστερη λύση αυτής της εξίσωσης, όπου η κεντρική πυκνότητα είναι άπειρη (λύση SIS - Singular Isothermal Sphere):

$$\rho_{\text{BE}}(r) = \frac{c_s^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2} \quad (59)$$

Σφαιρικό νέφος σε βαρυτικό δυναμικό με Radiation Cooling



Σφαιρικό νέφος σε βαρυτικό δυναμικό με Radiation Cooling



Δημιουργία Μοντέλου κατανομής Πυκνότητας

Θα χρησιμοποιήσουμε μια κατανομή της μορφής Plummer:

$$\rho(r) = \frac{A}{B + r^a} \quad (60)$$

όπου $A = \rho_c r_c^a$, $B = r_c^a$ με a το νόμο δύναμης.

Από τη κατανομή που μας δίνει η προσομοίωση υπολογίζουμε μέσω της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων τη τιμή για το νόμο δύναμης

$$a = 2.30 \pm 0.14 \quad (61)$$

Η εκτίμηση των υπολοίπων παραμέτρων γίνεται με βάση "εμπειρικά" δεδομένα από τα μοριακά νέφη. Για μια ακτίνα ενός μέσου μοριακού νέφους στα 10 pc και μια συνολική μάζα τάξης $10^3 M_\odot$ ταυτόχρονα με τη συνθήκη η πυκνότητα στο άκρο του νέφους να μην έχει μεγάλη διαφορά πολύ από αυτή του μεσοαστρικού αερίου βρίσκουμε

$$A = 10 \quad B = 0.002 \quad (62)$$

Έτσι υπολογίζουμε

$$\rho_c = \frac{A}{B} = 5000 \text{ cm}^{-3} \quad r_c = B^{1/a} = 0.6$$

