

Αριθμητικές προσομοιώσεις νεφών σε γαλαξίες

Παπαχρήστου Μιχάλης

16 Ιουνίου 2017

Σε αυτή την εργασία θα προσπαθήσουμε να μελετήσουμε μέσω αριθμητικών εξομοιώσεων τη δυναμική ενός μοριακού νέφους (MC) μέσα στο διαγαλαξιακό μέσο (ISM). Για τις αριθμητικές εξομοιώσεις θα χρησιμοποιήσουμε τον κώδικα PLUTO (**mignone_pluto: 2007**) ώστε να μελετήσουμε μια όσο το δυνατόν ρεαλιστικότερη απεικόνιση ενός σφαιρικού μοριακού νέφους χτίζοντας την, βήμα βήμα μέσω διαφορετικών φυσικών διεργασιών (Radiative Cooling, Magnetic Fields, Gravity, etc)

1 Ορισμός του test problem

Πριν προχωρήσουμε σε πολύπλοκες διαδικασίες, θα πρέπει να εξετάσουμε την απόδοση και την ευστάθεια του κώδικα PLUTO σε κάποια περισσότερο "απλοϊκά" σενάρια. Γι αυτό το λόγο θα ορίσουμε ένα test problem με ένα σφαιρικό, ομοιογενές νέφος που βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία πίεσης με το διαγαλαξιακό χώρο.

1.1 Αρχικές Συνθήκες

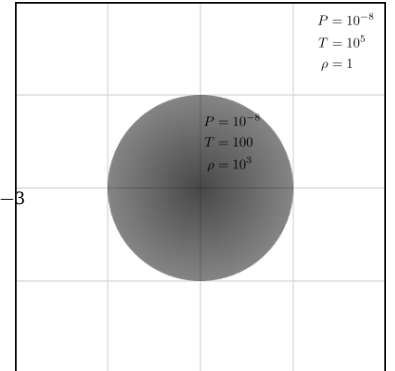
Θεωρούμε ένα στατικό μοριακό νέφος ακτίνας 10 pc με αριθμητική πυκνότητα της τάξης των 1000 cm^{-3} δηλαδή πυκνότητας $\rho = 1.67 \times 10^{-21} \text{ g cm}^{-3}$ και θερμοκρασίας $T = 100 \text{ K}$. Για το διαγαλαξιακό μέσο θεωρούμε αντίστοιχα μια αριθμητική πυκνότητα της τάξης του 1 cm^{-3} δηλαδή $\rho = 1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ και θερμοκρασία $T = 10^5 \text{ K}$.

1.2 Μονάδες κώδικα

Για τις ολοκληρώσεις ο PLUTO χρησιμοποιεί αδιάστατες μεταβλητές για τις ποσότητες πίεσης, πυκνότητας, ταχύτητας, χρόνου και θέσης έτσι ώστε οι αριθμητικές τιμές να εμπίπτουν σε πλαίσια που αποφεύγονται αριθμητικά σφάλματα ($> 10^{-9}$, $< 10^{12}$). Στο παρακάτω πίνακα ορίζουμε τις νέες μονάδες, τις οποίες ονομάζουμε και μονάδες κώδικα:

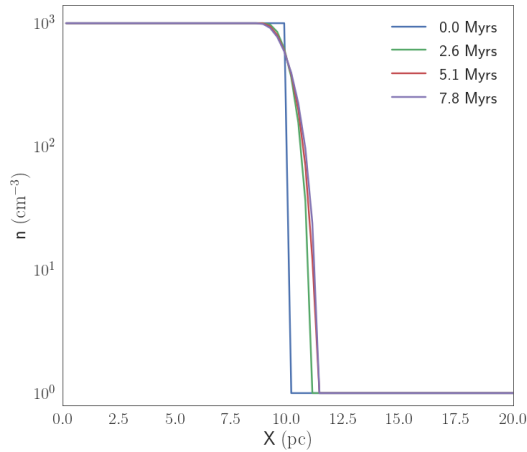
Πίνακας 1: Code Units

| Quantity | Symbol | Code Unit |
|-------------|-------------------------------|---|
| Length | L_0 | $3 \times 10^{19} \text{ cm} = 10 \text{ pc}$ |
| Velocity | V_0 | $3 \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$ |
| Density | ρ_0 | $1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^3$ |
| Time | $t_0 = \frac{L_0}{V_0}$ | $10^9 \text{ sec} = 32 \text{ yrs}$ |
| Pressure | $P_0 = \rho_0 V_0^2$ | $1.5 \times 10^{-3} \text{ dyn cm}^{-2}$ |
| Temperature | $T_0 = \frac{V_0^2 m_p}{k_b}$ | 10^{13} K |



Σχήμα 1: Αρχικές συνθήκες ενός στατικού σφαιρικού νέφους ακτίνας 10 pc

Βάλε τι ρυθμίσεις κάναμε στο PLUTO από τα pluto.ini



Σχήμα 2: Προφίλ της πυκνότητας κατά μήκος της ευθείας $y = 0$.

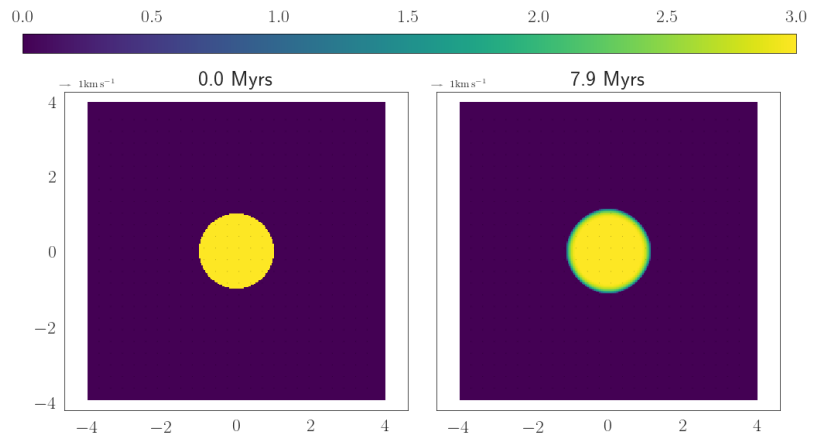
δειξε το αυτό

2 Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

Αρχικά θα εκτελέσουμε τη προσομοίωση μας χωρίς καμία "ιδιαίτερη" φυσική διεργασία, δηλαδή θα αφήσουμε ελεύθερο ένα πυκνό σφαιρικό νέφος με τις παραπάνω αρχικές συνθήκες μέσα στο αραιό-θερμό διαγαλαξιακό αέριο.

Όπως παρατηρούμε από το σχήμα ?? και καλύτερα από το σχήμα 2 μέσα σε 8 εκατομμύρια χρόνια το νέφος είναι στη πράξη σταθερό.

Η φαινομενική διάχυση που παρατηρούμε είναι αποτέλεσμα αριθμητικών σφαλμάτων στις ταχύτητες (τάξης των 10^{-18}) καθώς δεν παίρνουμε υπ όψιν μας τη μοριακή διάχυση. Η διάχυση προσθέτει έναν ελλειπτικό όρο στις εξισώσεις με συνέπεια μεγαλύτερη αριθμητική αστάθεια. Καθώς η διάχυση αφορά πολύ μικρές χωρικές κλίμακες τη θεωρούμε αμελητέα. Η πίεση παραμένει παντού σταθερή και γι αυτό το σχετικό διάγραμμα παραλείπεται.



Σχήμα 3: Στιγμιότυπα της πυκνότητας ενός σφαιρικού νέφους έως τα 8 εκατομμύρια χρόνια.

3 Σφαιρικό νέφος με Radiation Cooling

Σκοπός μας είναι να εστιάσουμε στην επιρροή της ψύξης στη δυναμική του αερίου. Ο PLUTO μας δίνει αυτή τη δυνατότητα με τη χρήση διάφορων modules όπου το αέριο ψύχεται καθώς ακτινοβολεί (Radiation Cooling).

3.1 Οπτικό βάθος

Το νέφος έχει αριθμητική πυκνότητα $1000 \text{ atoms cm}^{-3}$ άρα το οπτικό βάθος για ένα φωτόνιο που εκπέμπεται μέσα στο νέφος είναι:

$$\tau = nL\sigma_T \simeq 6.65 \times 10^{-3} \quad (3.1.1)$$

όπου $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ είναι η ενεργός διατομή Thomson.

Έτσι μπορούμε να συμπεράνουμε ότι είναι οπτικά αδιαφανές, άρα θεωρούμε ότι η ψύξη θα γίνεται ταυτόχρονα σε όλο τον όγκο του νέφους.

3.2 Tabulated Cooling

Το πρώτο cooling module που θα χρησιμοποιήσουμε ονομάζεται Tabulated Cooling, το οποίο υπολογίζει τον όρο ψύξης $\Lambda(T)$ στην εξίσωση ενέργειας

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda^*(n, T) = -n^2 \Lambda(T) \quad (3.2.1)$$

με αριθμητικές τιμές από έναν εμπειρικό πίνακα καθώς δεν έχουμε αναλυτική μορφή τη συνάρτησης ψύξης. Η μορφή της $\Lambda(T)$ εξαρτάται από τη μεταλλικότητα του αερίου, καθώς οι γραμμές εκπομπής (για θερμοκρασίες 10^4 έως 10^7 K) των μετάλλων κυριαρχούν. Για θερμοκρασίες ανώτερες των 10^7 K κυριαρχεί η ακτινοβολία bremsstrahlung ενώ για χαμηλότερες των 10^4 K η ψύξη προέρχεται από μοριακές εκπομπές (H_2, CO κλπ).

Οι εμπειρικές τιμές της $\Lambda(T)$ που χρησιμοποιήσαμε έχουν παραχθεί από το λογισμικό cloudy με αναλογίες αντίστοιχες της ηλιακής ατμόσφαιρας φαίνονται στο σχήμα 4) σε μονάδες $\text{ergs cm}^3 \text{s}^{-1}$ και για $n = \frac{\rho}{\mu m_u}$.

Η "απλότητα" του συγκεκριμένου module το οποίο δεν συμπεριλαμβάνει τις χημικές διεργασίες, όπως θα δούμε παρακάτω, του προσδίδει αφενός το πλεονέκτημα των χαμηλών υπολογιστικών απαιτήσεων αλλά και την ευκολία στο να κάνουμε μια πρώτη εκτίμηση της χρονικής εξέλιξης των φαινομένων.

Χρονική κλίμακα ψύξης

Για μια αρχική θερμοκρασία $T = 100$ K και αριθμητική πυκνότητα $n = 10^3 \text{ protons cm}^{-3}$ από την εξίσωση της ενέργειας μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του νέφους:

$$\tau_c = \frac{\rho e}{n^2 \Lambda(T)} = \frac{\frac{3}{2} k_b T}{n \Lambda(T)} \simeq 10^8 \text{ s} \simeq 3 \text{ yrs} \quad (3.2.2)$$

Βλέπουμε ότι η χρονική κλίμακα ψύξης είναι τάξης ετών, δηλαδή εξαιρετικά μικρή σε σχέση με τους χρόνους που προσομοιώνουμε (τάξης 10^5 yrs) και τους χρόνους δυναμικής των νεφών γενικά.

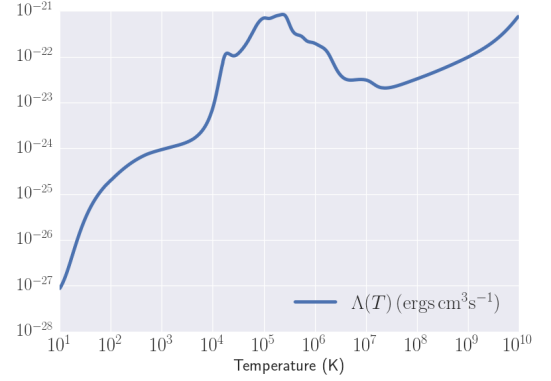
Αν υπολογίσουμε την αντίστοιχη χρονική κλίμακα και για το εξωτερικό του νέφους βρίσκουμε περίπου 600 yrs.

Δυναμική του νέφους

Το αέριο στο εσωτερικό του νέφους κρύνει γρηγορότερα απ' ό,τι στο εξωτερικό περιβάλλον με συνέπεια η πίεση $P \sim \rho T$ να μικραίνει γρηγορότερα στο εσωτερικό (εφόσον αρχικά είναι ίδια παντού). Αυτή η διαφορά πίεσης δημιουργεί μια δύναμη η οποία θα έπρεπε να επιταχύνει το αέριο προς το εσωτερικό του.

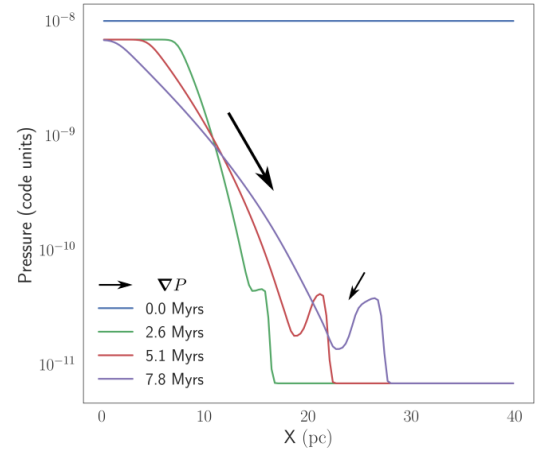
Από τις προσομοιώσεις όμως, βλέπε σχήματα (5,5) παρατηρούμε το αντίθετο αποτέλεσμα, δηλαδή μια διαφορά πίεσης με φορά δύναμης προς τα έξω.

Σχήμα 4: Παράμετρος ψύξης Λ

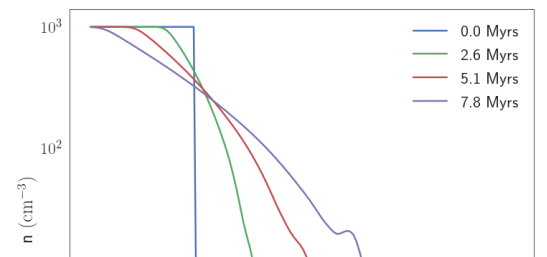


$$k_b = 1.38 \times 10^{-16} \text{ ergs K}^{-1}$$

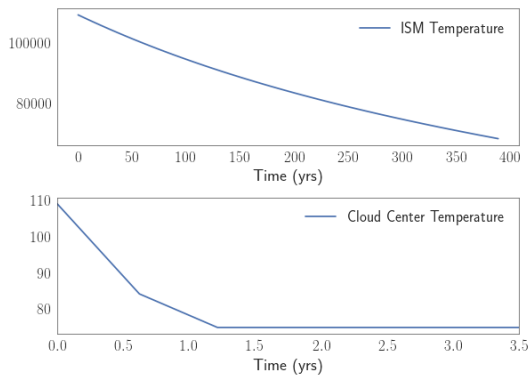
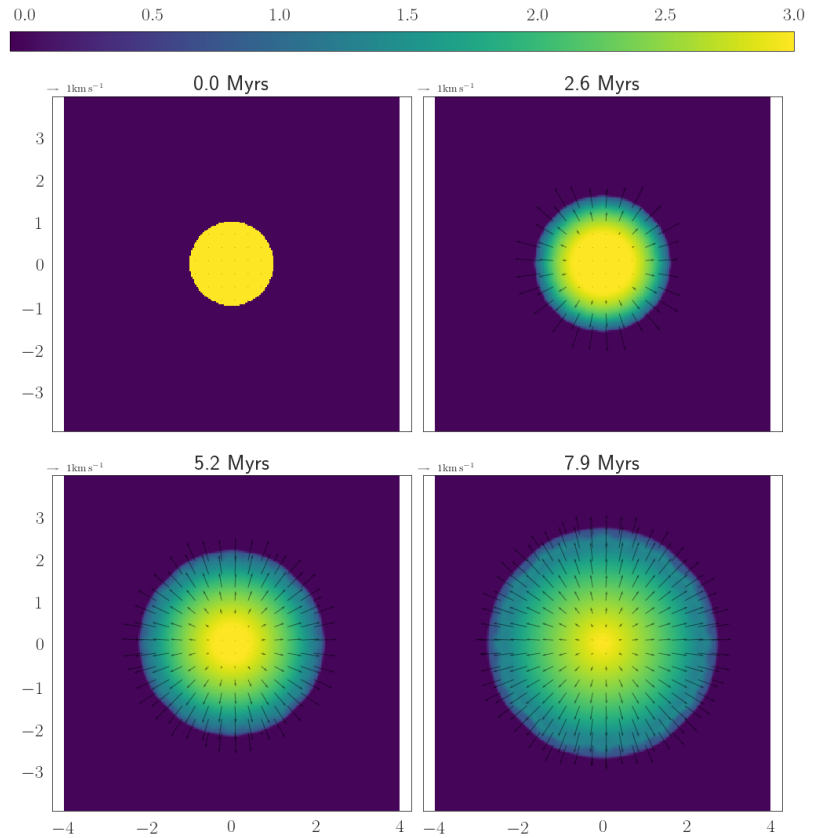
θα έπρεπε το εξωτερικό να μένει σταθερά στους 10000?



Σχήμα 5: Το προφίλ της πίεσης του αερίου με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας $y = 0$ με το χρόνο. Ενδεικτικά (εκτός κλίμακας) δείχνουμε και τη κλίση της πίεσης.



Σχήμα 7: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους στο χρόνο σε λογαριθμική κλίμακα.



Σχήμα 8: Η θερμοκρασία στο κέντρο του νέφους συναρτήσει του χρόνου σε ακρίβεια τάξης ετών

Για να μελετήσουμε αυτή τη "παράδοξη" συμπεριφορά διαφορά επαναλάβουμε την προσομοίωση σε χρόνους τάξης ετών. Όπως βλέπουμε από το γράφημα 8 η θερμοκρασία στο εσωτερικό όντως μειώνεται αρκετά γρηγορότερα από το εξωτερικό με αποτέλεσμα τη δημιουργία ισοζυγίου δύναμης προς το εσωτερικό.

Καθώς όμως ξεπερνάμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του αερίου αυτή ψύξη πρακτικά σταματάει λόγω του ότι η θερμοκρασία του νέφους άγγιξε κάποια ελάχιστη τιμή, περίπου στους 70 K.

Γιατί το GAMHMENO μένει στους 80???

Το ISM έχοντας πολύ υψηλότερη αρχική θερμοκρασία, μικρότερη πυκνότητα και μεγαλύτερη χρονική κλίμακα ψύξης συνεχίζει να ρίχνει τη πίεση του μέχρι που αυτή ξεπερνάει τη πίεση του νέφους αντιστρέφοντας τη διαδικασία και ξεκινώντας τη διαστολή του νέφους (βλέπε και σχήμα ??).

Crossing Time

Από την εξίσωσης της ορμής:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} \quad (3.2.3)$$

η διαφορά πίεσης που εμφανίζεται λόγω διαφορετικού ρυθμού (και κυρίως τερματισμού της) ψύξης των δύο αερίων δημιουργεί μια δύναμη ακτινικά προς τα έξω η οποία διαστέλλει το νέφος. Ουσιαστικά η διαστολή αυτή είναι η μετάδοση δύο κυμάτων. Ενόσ κύματος συμπύκνωσης προς το εξωτερικό το οποίο συνοδεύεται από ένα κύμα αραιώσης στο εσωτερικό. Δηλαδή εν τέλει έχουμε μια φαινομενική "κατάρρευση" του νέφους, αφού η φαινομενική ακτίνα του (δηλαδή η ακτίνα εκείνη που διατηρεί την αρχική πυκνότητα) μικραίνει.

Η ταχύτητα διάδοσης αυτής της "κατάρρευσης" δηλαδή η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων είναι η ταχύτητα του ήχου στο εκάστοτε μέσο. Η τοπική ταχύτητα του ήχου είναι:

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \quad (3.2.4)$$

όπου $\gamma = 5/3$

Από τις αρχικές συνθήκες (παράγραφος 1.1) οι τοπικές ταχύτητες του ήχου για το εσωτερικό και το εξωτερικό είναι:

$$c_s = 1.2 \text{ km s}^{-1} \quad (\text{MC}) \quad (3.2.5)$$

$$c_s = 38.7 \text{ km s}^{-1} \quad (\text{ISM}) \quad (3.2.6)$$

Καθώς η πίεση πέφτει, η ταχύτητα του ήχου στο νέφος μειώνεται κατά ένα παράγοντα $\sim 0.75^{1/2} = 0.8$ δηλαδή περίπου 1 km s^{-1} .

Άρα τώρα μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα της "κατάρρευσης" με βάση την ακτίνα του νέφους:

$$\tau_R = \frac{R}{c_s} \simeq 7.5 \text{ Myrs} \quad (3.2.7)$$

το οποίο φαίνεται να συμφωνεί με τη παρατήρηση, βλέπε σχήμα ??.

Πρώτα Συμπεράσματα

Με τη χρήση του Tabulated Cooling Module του PLUTO δείξαμε ότι η προσπάθεια προσομοίωσης της δυναμική ενός σχετικά κρύου αερίου είναι εσφαλμένη καθώς οδηγεί σε μια κατώτατη θερμοκρασία η οποία προκύπτει από τα όρια του πίνακα θερμοκρασιών.

Παρότι θα μπορούσαμε να επεκτείνουμε μέσω τεχνικών παρεμβολής τον πίνακα $\Lambda(T)$ κρίναμε ότι κάτι τέτοιο απλά θα προσφέρει μια νέα χαμηλότερη θερμοκρασία και άρα μια επανάληψη των ίδιων περίπου αποτελεσμάτων με μια σχετική χρονική καθυστέρηση.

Άρα χρειαζόμαστε μια νέα προσέγγιση του όρου ψύξης στις χαμηλές θερμοκρασίες ώστε να αποκομίσουμε μια ρεαλιστικότερη απεικόνιση της εξέλιξης ενός κρύου αερίου μέσα στο διαγαλαξιακό μέσο.

Με βάση ένα εσφαλμένο μοντέλο έχουμε ενδείξεις για το πόσο σημαντικό ρόλο παίζει, σε νέφη τεραστίων διαστάσεων η ψύξη στις πολύ μικρές θερμοκρασίες.

3.3 SNEq Cooling

Με βάση τα παραπάνω θα εξετάσουμε το δεύτερο module ψύξης μέσω ακτινοβολίας οπτικά αραιού μέσου του PLUTO, το οποίο ονομάζεται **Simplified Non-Equilibrium Cooling (SNEq)**.

Για να χρησιμοποιήσουμε το SNEq θα πρέπει να ορίσουμε σαν μια ακόμη μεταβλητή την αναλογία ουδετέρου Υδρογόνου σε σχέση με το Πλάσμα. Σε κάθε βήμα της προσομοίωσης ο κώδικας ολοκληρώνει μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις και την χρονική μεταβολή του x_{HI} μέσω της εξίσωσης:

$$\frac{\partial x_{\text{HI}}}{\partial t} = n_e (-(c_r + c_i)f_n + c_r) \quad (3.3.1)$$

μαζί με την εξίσωση της ενέργειας ή οποία γίνεται:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda = -n_e n_H \left(\sum_{k=1}^{16} j_k + w_{i/r} \right) \quad (3.3.2)$$

όπου η άθροιση στα k υπολογίζει 16 διαφορετικές γραμμές εκπομπής (Ly α , H α , HeI (584+623), CI (9850 + 9823), CII (156 μ), CII (2325 \AA), NI (5200 \AA), NII (6584 + 6548 \AA), OI (63 μ), OI (6300 + 6363 \AA), OII (3727), MgII (2800), SiII (35 μ), SII (6717 + 6727), FeII (25 μ), FeII (1.6 μ))

Ο συντελεστής j_k έχει μονάδες erg/sec cm^3 και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$j_k = \frac{\hbar^2 \sqrt{2\pi}}{\sqrt{k_B m_e m_e}} f_k q_{12} \frac{h\nu_k}{1 + n_e(q_{21}/A_{21})} \quad (3.3.3)$$

με k τον δείκτη της εκάστοτε μετάπτωσης και $f_k = n_k/n_H$ το ποσοστό του εκάστοτε στοιχείου.

$$q_{12} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{12}}{g_1} e^{-\frac{h\nu_k}{k_B T}} \quad q_{21} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{21}}{g_2} \quad (3.3.4)$$

με $\Omega_{12} = \Omega_{21}$ η ισχύς της σύγκρουσης με τιμές οι οποίες είναι καταγεγραμμένες σε πίνακα. Το $w_{i/r}$ αντιπροσωπεύει τη θερμική ενέργεια που χάνεται από τον ιονισμό και την επανασύνδεση:

$$w_{i/r} = c_i \times 13.6 \times 1.6 \times 10^{-12} f_n + c_r \times 0.67 \times 1.6 \times 10^{-12} (1 - f_n) \frac{T}{11590} \quad (3.3.5)$$

όπου c_r και c_i είναι οι ρυθμοί ιονισμού και επανασύνστασης του Υδρογόνου:

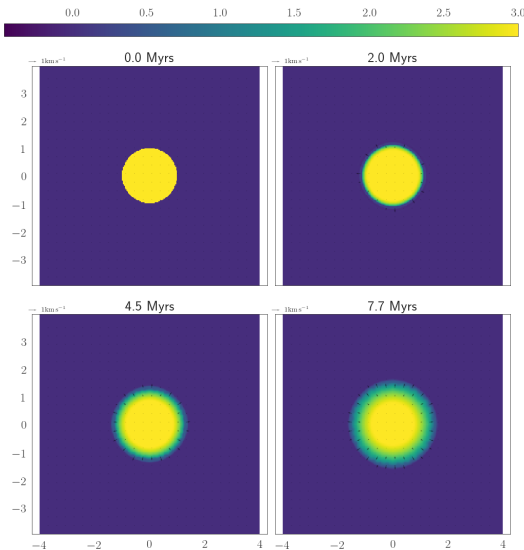
$$c_r = \frac{2.6 \times 10^{-11}}{\sqrt{T}} \quad c_i = \frac{1.08 \times 10^{-8} \sqrt{T}}{13.6^2} e^{-\frac{157890}{\sqrt{T}}} \quad (3.3.6)$$

Προσομοίωση με SNEq Cooling

Δεχόμενοι σαν βάση τη προηγούμενη προσπάθεια μας και τις ίδιες αρχικές συνθήκες για να χρησιμοποιήσουμε το SNEq Cooling Module θα πρέπει να ορίσουμε το ποσοστό ουδετέρου Υδρογόνου x_{HI} .

Για να ελέγξουμε την ευστάθεια των χημικών διεργασιών θεωρήσαμε σαν αρχική συνθήκη το ποσοστό του ουδετέρου υδρογόνου να είναι στο εσωτερικό του νέφους $x_{\text{HI}} = 0.1$ οπότε θα περιμέναμε λόγω της χαμηλής θερμοκρασίας και υψηλής πυκνότητας το ποσοστό αυτό να αυξηθεί. Στο εξωτερικό του νέφους, με το ίδιο σκεπτικό, χρησιμοποιούμε τη τιμή $x_{\text{HI}} = 0.9$ οπότε

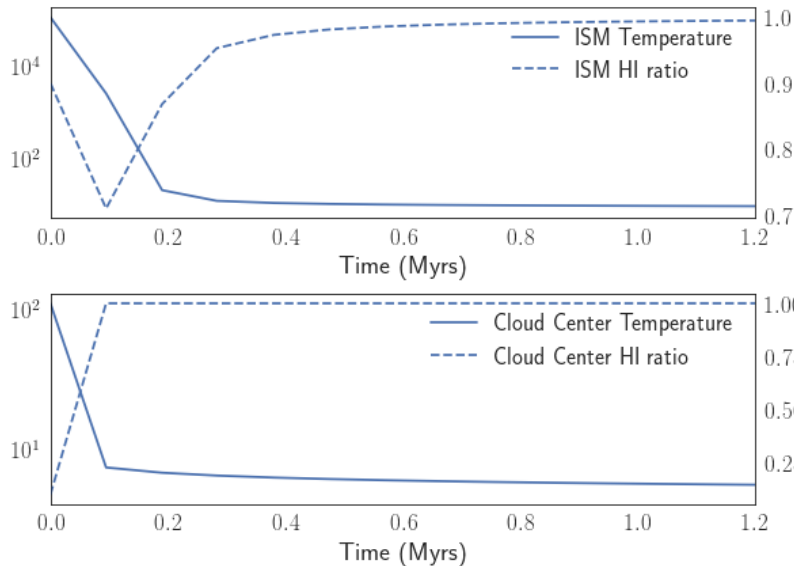
Render line emmissions



Σχήμα 9: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους για τη προσομοίωση του SNEq Cooling στο χρόνο (σε λογαριθμική κλίμακα).

αντίστοιχα περιμένουμε λόγω της υψηλής θερμοκρασίας και της χαμηλής πυκνότητας σχεδόν ολόκληρο το υδρογόνο να είναι σε ατομική μορφή.

Όπως παρατηρούμε και από το σχήμα 12 η συμπεριφορά είναι όντως η αναμενόμενη εκτός από το μεσοαστρικό χώρο ο οποίος κρυώνει σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα αναγκάζοντας το ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου να μειώνεται έως ότου η χαμηλή θερμοκρασία να το επαναφέρει στο 100%.



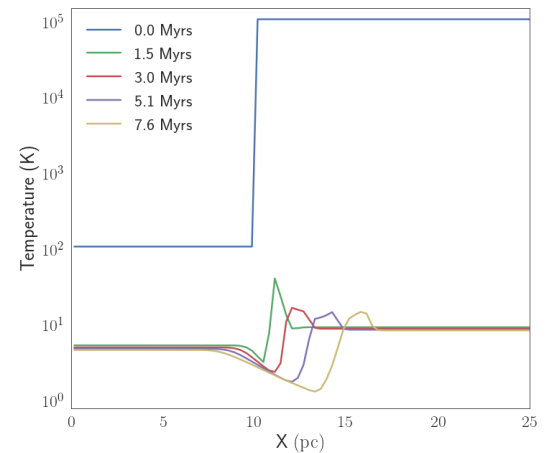
Σχήμα 12: Θερμοκρασία (αριστερή κλίμακα) και ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου (διακεκομμένη καμπύλη, δεξιά κλίμακα) για το μεσοαστρικό αέριο (επάνω σχήμα) και εσωτερικό του νέφους (κάτω σχήμα)

Η θερμοκρασία του νέφους φτάνει σε τιμές κάτω των 10 K το οποίο έρχεται σε συμφωνία με τα παρατηρησιακά δεδομένα από τα μοριακά νέφη. Όπως είδαμε και προηγουμένως η θερμοκρασία του μεσοαστρικού χώρου μειώνεται αρκετά γρήγορα κοντά στους 10 K.

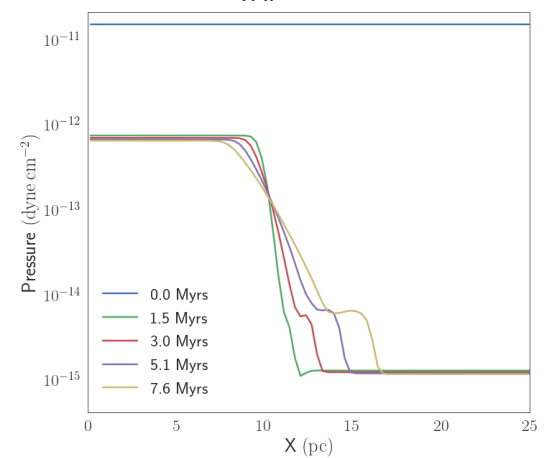
Γιατί ρε ΓΑΜΗΜΕΝΟ??

Λόγω της σχεδόν ισοδύναμης ψύξης του νέφους με το μεσοαστρικό περιβάλλον η διαφορά πίεσης είναι μικρότερη όπως και η ταχύτητα του ήχου στο εσωτερικό του νέφους με αποτέλεσμα η φαινομενική κατάρρευση της κεντρικής περιοχής να είναι πολύ πιο αργή σε σχέση με το Tabulated Cooling. Στο σχήμα 13 παρουσιάζουμε τις διαφορές στη ταχύτητα του ήχου μεταξύ του tabulated Cooling και του SNeq Cooling.

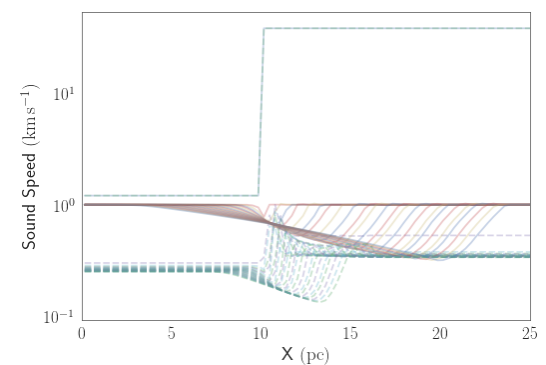
Συμπερασματικά παρότι η ψύξη στο εσωτερικό του νέφους αποδίδει πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα σε σχέση με τις παρατηρήσεις η



Σχήμα 10



Σχήμα 11



Σχήμα 13

αφου δεν εχουμε CO γιατί κρυώνει τόσο χαμηλα

3.4 H2 Cooling

Παρότι σε υψηλές θερμοκρασίες η προσέγγιση του αερίου σαν ιονισμένο πλάσμα είναι ικανοποιητική σε χαμηλές θερμοκρασίες όπου κυριαρχούν οι μοριακές εκπομπές είναι ανεπαρκής έως και λανθασμένη. Οι περισσότεροι μαγνητοϋδροδυναμικοί αριθμητικοί κώδικες όπως και ο PLUTO επιλύουν τις εξισώσεις με τη προσέγγιση του ενός ρευστού το οποίο σημαίνει ότι δυναμικά δεν μπορούμε να αποφύγουμε το μη υπολογισμό φαινομένων της αλληλεπίδρασης των πολλαπλών στοιχείων, μορίων και σκόνης (ειδικότερα αν βάλουμε στο παιχνίδι και μαγνητικά πεδία).

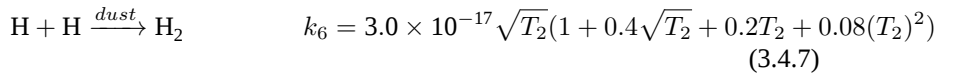
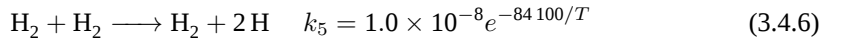
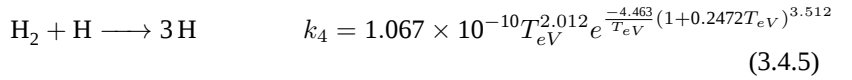
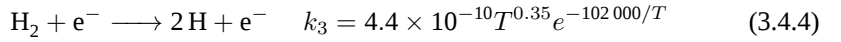
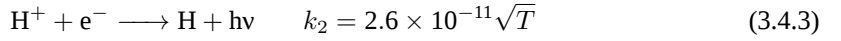
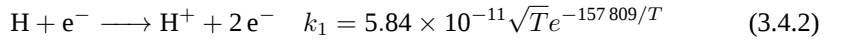
Τα Cooling modules SNEq και H2Cool δραστηριοποιούνται παράλληλα με την ολοκλήρωση των κινητικών εξισώσεων υπολογίζοντας την εξέλιξη της χημικής σύστασης του αερίου μέσω χημικών δικτύων και με βάση τη πυκνότητα και τη θερμοκρασία.

Το H2COOL εισάγει με τη σειρά του 2 ακόμα μεταβλητές. Έτσι, εκτός του ποσοστού ουδετέρου υδρογόνου, έχουμε το ποσοστό ιονισμένου υδρογόνου x_{H_I} και το ποσοστό μοριακού Υδρογόνου x_{H_2} .

$$x_{H_I} = \frac{n_{H_I}}{n_H} \quad x_{H_2} = \frac{n_{H_2}}{n_H} \quad x_{H_2} = \frac{n_{H_2}}{n_H} \quad (3.4.1)$$

όπου η συνολική αριθμητική πυκνότητα του Υδρογόνου $n_H = n_{H_I} + n_{H_2} + 2n_{H_2}$.

Η χημική εξέλιξη του μοριακού, ατομικού και ιονισμένου υδρογόνου ακολουθεί τις αντιδράσεις:



όπου T η θερμοκρασία σε Κέλβιν, T_{eV} η θερμοκρασία σε ηλεκτρονιοβόλτ, $T_2 = \frac{T}{100}$ και k_i ο ρυθμός εξέλιξης της κάθε αντίδρασης σε cm^3s^{-1} .

Η εξέλιξη των αριθμητικών πυκνοτήτων υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$S_i = \frac{dn_i}{dt} = \sum_{j,k} k_{j,k} n_j n_k - n_i \sum_j k_{i,j} n_j \quad (3.4.8)$$

Δεν είμαι σίγουρος ότι είναι ακρβωσο όρος S_i

όπου $k_{j,k}$ είναι ο ρυθμός παραγωγής του i στοιχείου από τα υπόλοιπα στοιχεία j και k , και $k_{i,j}$ ο ρυθμός καταστροφής του i στοιχείου από όλα τα j στοιχεία.

Ο κώδικας ολοκληρώνει τα ποσοστά των 3 ειδών υδρογόνου μέσω της επίλυσης της παραπάνω εξίσωσης μαζί με την εξίσωση μεταφοράς:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\vec{u} \cdot \vec{\nabla} X_i + S_i \quad (3.4.9)$$

όπου ο όρος μεταφοράς $-\vec{u} \cdot \vec{\nabla} X_i$ ολοκληρώνεται μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις μάζας, ορμής (hydro step) ενώ ο όρος S_i ολοκληρώνεται κατά το βήμα της ψύξης (cooling step).

Οι ενεργειακές απώλειες λόγω ψύξης τελικά υπολογίζονται, εκτός από τις παραπάνω αντιδράσεις, από τις απώλειες ιονισμού λόγω κρούσης Λ_{CI} και επανασύνδεσης λόγω ακτινοβολίας Λ_{RR} , απώλειες λόγω περιστροφής και τάλαντωσης (rotational-vibrational cooling) Λ_{rotvib} και διάσπασης (dissociation) Λ_{diss} των μορίων H_2 , και της διαδικασίας αλληλεπίδρασης σκόνης-αερίου (gas-grain process) Λ_{grain} .

$$\Lambda = \Lambda_{\text{CI}} + \Lambda_{\text{RR}} + \Lambda_{\text{rotvib}} + \Lambda_{\text{diss}} + \Lambda_{\text{grain}} \quad (3.4.10)$$

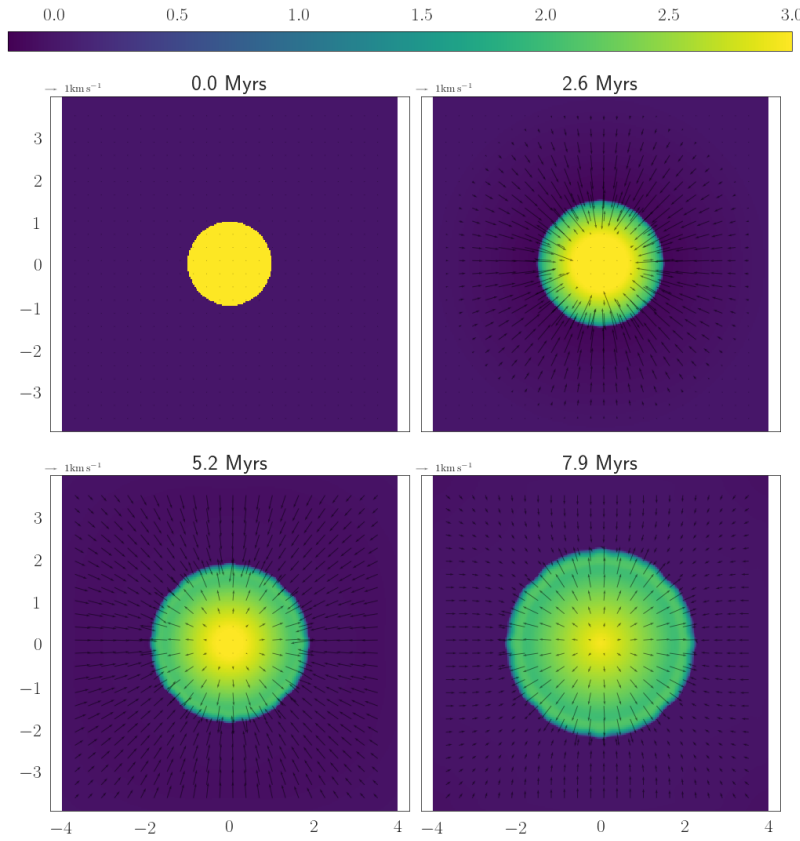
Depending on the requirement, the user can add more components to the cooling function, for e.g., cooling due to fixed fractions of standard molecules like CO, OH, H_2O etc or contributions from collisional excitation of lines as indicated in the SNEq module.

Προσομοίωση με H2COOL

Ακολουθώντας την ίδια πορεία με προηγουμένως ορίζουμε στις αρχικές συνθήκες τα ποσοστά μοριακού, ουδετέρου και ιονισμένου υδρογόνου όπως φαίνονται στο πίνακα 2.

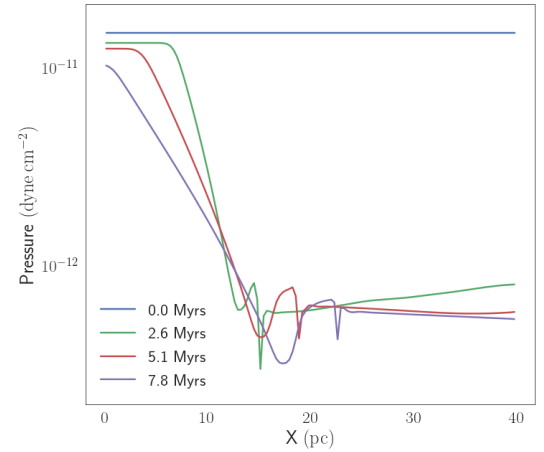
Πίνακας 2: Αρχικές συνθήκες για τα ποσοστά των Υδρογόνου

| Περιοχή | x_{H_I} | x_{H_II} | x_{H_2} |
|--------------------|-------------------------|--------------------------|------------------|
| Μοριακό Νέφος | 0.1 | 0 | 0.9 |
| Μεσογαλαξιακό μέσο | 0.9 | 0.1 | 0 |

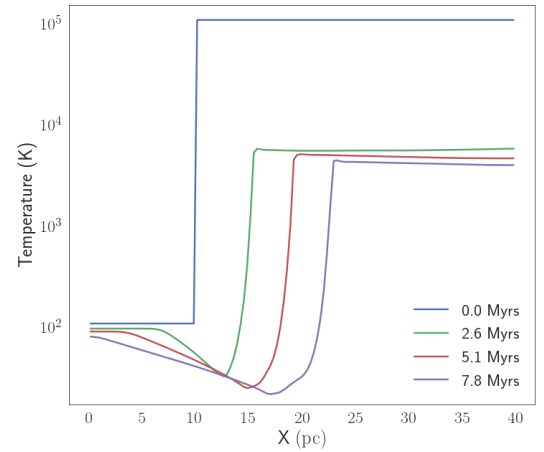


Σχήμα 16

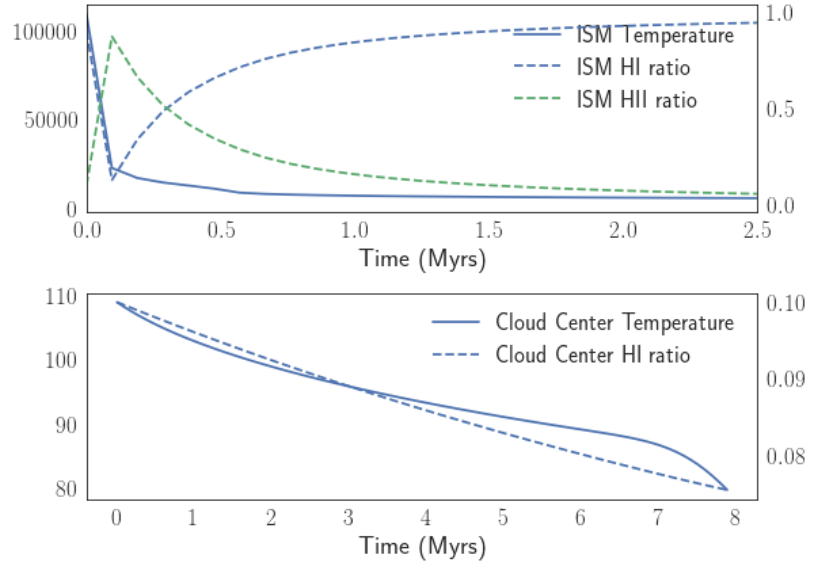
Το πρώτο που παρατηρούμε είναι ότι το νέφος διαστέλλεται σε χρονική κλίμακα τάξης του crossing time. Ο λόγος είναι γιατί η διαφορά πιέσεων είναι πολύ μεγαλύτερη καθώς το κεντρικό τμήμα του νέφους διατηρεί τη πίεση



Σχήμα 14



Σχήμα 15



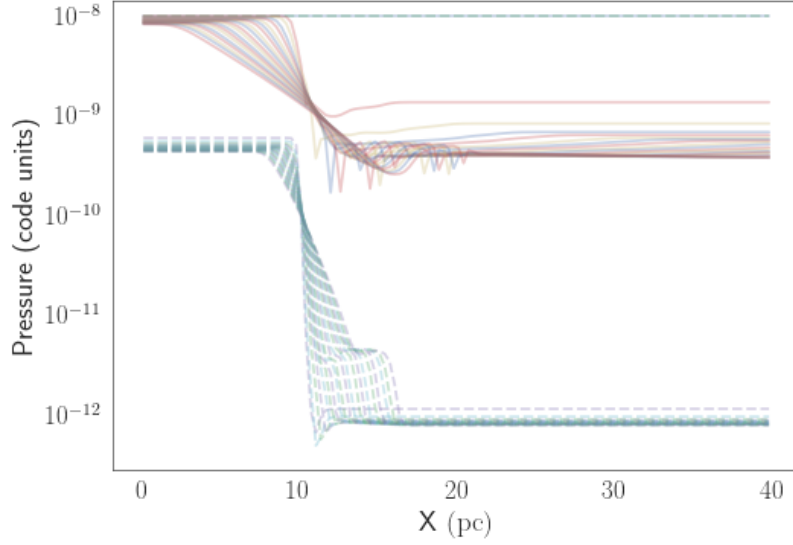
Σχήμα 17

στα ίδια επίπεδα με την αρχική πίεση 10^{-8} . Για να αλλάξει η πυκνότητα στο εσωτερικό του νέφους χρειάζεται ένας αρκετά μεγάλος χρόνος, άρα η σχετική στασιμότητα της πίεσης σημαίνει και στασιμότητα της θερμοκρασίας. Όντως όπως βλέπουμε και στο σχήμα 15 η θερμοκρασία του νέφους διατηρείται κοντά στην αρχική τιμή των 100 K.

Ενώ για το διαγαλαξιακό μέσο ο ρυθμός ψύξης φαίνεται να επιβραδύνεται αρκετά κοντά στους 3×10^3 K καθώς ολόκληρο το υδρογόνο μετατρέπεται σε ουδέτερο (σχήμα 17).

Οι παρατηρήσεις των μοριακών νεφών μας δίνουν θερμοκρασίες της τάξεως των 30 K. Η ασυμφωνία με την προσομοίωση εξηγείται καθώς το module H2COOL απευθύνεται αυστηρά στις μεταβάσεις και μεταβολές του Υδρογόνου. Οι ενεργειακές μεταβάσεις του υδρογόνου είναι σημαντικές για θερμοκρασίες περίπου πάνω από 100 K. Για χαμηλότερες θερμοκρασίες κυρίαρχο ρόλο παίζουν τα CO, OH, H₂O και He

Αν χρησιμοποιούσαμε χαμηλότερη θερμοκρασία (για παράδειγμα τους 30 K) τότε το αέριο θα διατηρούταν σε αυτή τη θερμοκρασία. Επειδή όμως θέλαμε να μελετήσουμε τη ψύξη στο νέφος αποφύγαμε να "επιβάλλουμε" τη δική μας αποδεκτή θερμοκρασία.



Σχήμα 18

4 Βαρύτητα

Είναι προφανές ότι έναν από τους ισχυρότερους ρόλους στην αστροφυ-
σική (αν όχι το μεγαλύτερο) τον παίζει η βαρύτητα.

4.1 Self Gravity

Επειδή ο PLUTO δεν μπορεί να χειριστεί την ιδιοβαρύτητα θα προσπα-
θήσουμε να τη προσεγγίσουμε τοποθετώντας ένα βαρυτικό δυναμικό ομογε-
νούς σφαίρας στο εσωτερικό του νέφους και ένα δυναμικό σημειακής μάζας
στο εξωτερικό του νέφους. Δηλαδή:

$$\vec{g}(x, y) = \begin{cases} \frac{GM}{R^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } r < R \\ \frac{GM}{r^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } r > R \end{cases} \quad (4.1.1)$$

$$\text{όπου } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Βαρυτική Σταθερά

Για να χρησιμοποιήσουμε τη δύναμη της βαρύτητας θα πρέπει να υπο-
λογίσουμε τη σταθερά G σε μονάδες κώδικα, όπως βλέπουμε και από το
πίνακα 1. Άρα

$$G = G_{\text{cgs}} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2} = G_{\text{cgs}} \frac{1.67 \times 10^{-24} \text{g cm}^{-3}}{\rho_0} \frac{10^{18} \text{s}^2}{t_0^2} \quad (4.1.2)$$

Αντικαθιστώντας $G_{\text{cgs}} = 6.674 \times 10^{-8}$ βρίσκουμε

$$\boxed{G = 1.114 \times 10^{-13} G_0} \quad (4.1.3)$$

όπου $G_0 = (\rho_0 t_0)^{-1}$ η σταθερά της βαρύτητας σε μονάδες κώδικα.

Χρόνος Ελεύθερης Πτώσης

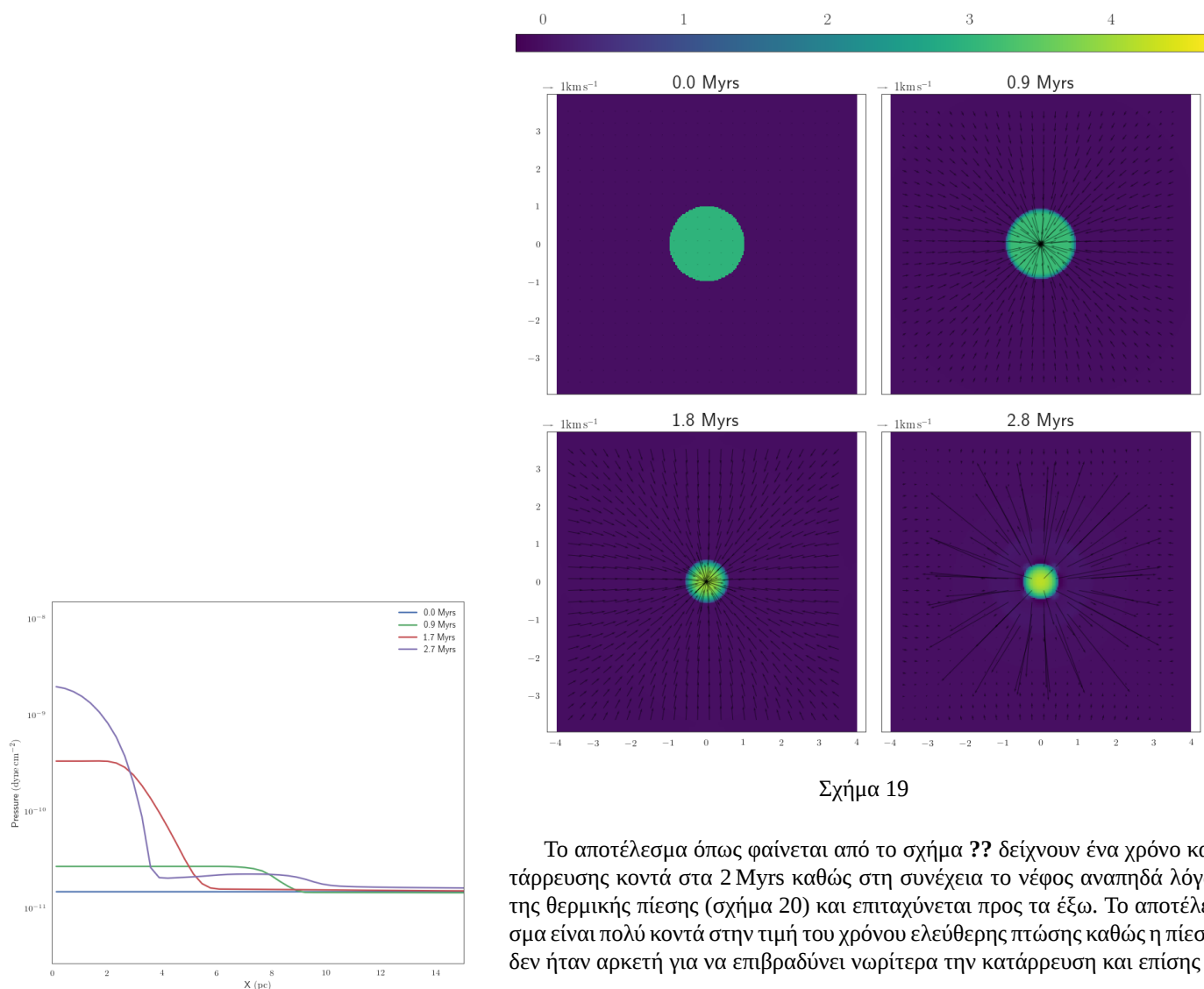
Ο χρόνος ελεύθερης πτώσης (free-fall time) είναι η χρονική κλίμακα που χρειάζεται ένα σώμα να καταρρεύσει κάτω από το ίδιο το βάρος του, αν δεν υπεισέρχονται άλλες δυνάμεις που να αντισταθμίσουν ή να επιταχύνουν τη διαδικασία. Έτσι παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στις χρονικές κλίμακες πολλών αστροφυσικών διεργασιών.

Στη περίπτωση του δικού μας νέφους ο χρόνος ελεύθερης πτώσης υπολογίζεται:

$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} = 51\,404\,t_0 = 1.6\,\text{Myrs} \quad (4.1.4)$$

4.2 Σφαιρικό νέφος μέσα σε βαρυτικό δυναμικό χωρίς Ψύξη

Για να εξετάσουμε την επίδραση της βαρύτητας αρχικά θα εκτελέσουμε την προσομοίωση που έχουμε κάνει και προηγουμένως, αρχικά σε ένα νέφος που δεν εμπεριέχει διαδικασία ψύξης.



Σχήμα 19

Το αποτέλεσμα όπως φαίνεται από το σχήμα ?? δείχνουν ένα χρόνο κατάρρευσης κοντά στα 2 Myrs καθώς στη συνέχεια το νέφος αναπηδά λόγω της θερμικής πίεσης (σχήμα 20) και επιταχύνεται προς τα έξω. Το αποτέλεσμα είναι πολύ κοντά στην τιμή του χρόνου ελεύθερης πτώσης καθώς η πίεση δεν ήταν αρκετή για να επιβραδύνει νωρίτερα την κατάρρευση και επίσης η

Σχήμα 20

ακρίβεια των προσομοιώσεων δεν είναι αρκετή για να διαχειρίσκει απόλυτα σωστά το φαινόμενο της βαρυτικής κατάρρευσης. Ένα pixel αντιστοιχεί σε $0.3125 \text{ parsec} \simeq 1 \text{ ly}$ μέγεθος πολύ μεγαλύτερο από ένα πρωτοαστέρα.

4.3 Σφαιρικό νέφος με Radiation Cooling με ιδιοβαρύτητα

Στη συνέχεια θα επαναλάβουμε τη προσομοίωση της βαρυτικής κατάρρευσης μαζί με τη ψύξη του αερίου

χρησιμοποιήσουμε Θεωρώντας μέχρι στιγμής το πιο ρεαλιστικό προσομοιωτή ψύξης αυτό του H2COOL, θα δοκιμάσουμε να επαναλάβουμε τη προσομοίωση μέσα σε δυναμικό ιδιοβαρύτητας έτσι όπως ορίστηκε στη παράγραφο 4.1.

Σφαίρα Bonnor-Ebert

Η σφαίρα Bonnor-Ebert είναι η θεωρητική κατασκευή μιας ισόθερμης σφαίρας όπου η βαρύτητα εξισορροπείται από την εσωτερική πίεση. Δηλαδή ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\frac{Gm}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = 0 \text{ Εξίσωση Κίνησης} \quad (4.3.1)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho \text{ Εξίσωση διατήρησης της Μάζας} \quad (4.3.2)$$

$$P = c_s^2 \rho \text{ Καταστατική Εξίσωση} \quad (4.3.3)$$

Συνδυάζοντας και τις τρεις έχουμε:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 c_s^2 \frac{d \ln \rho}{dr} \right) = -4\pi G \rho \quad (4.3.4)$$

Η λύση της οποίας μας δίνει τη πυκνότητα συναρτήση της ακτίνας μέσα στο μοριακό πυρήνα:

$$\rho(r) = \frac{c_s^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2} \quad (4.3.5)$$