

Αριθμητικές προσομοιώσεις νεφών σε γαλαξίες

Παπαχρήστου Μιχάλης

28 Ιουνίου 2017

Σε αυτή την εργασία θα προσπαθήσουμε να μελετήσουμε μέσω αριθμητικών εξομοιώσεων τη δυναμική ενός μοριακού νέφους (MC) μέσα στο διαγαλαξιακό μέσο (ISM). Για τις αριθμητικές εξομοιώσεις θα χρησιμοποιήσουμε τον κώδικα PLUTO ([mignone_pluto:_2007](#)) ώστε να μελετήσουμε μια όσο το δυνατόν ρεαλιστικότερη απεικόνιση ενός σφαιρικού μοριακού νέφους χτίζοντας την, βήμα βήμα μέσω διαφορετικών φυσικών διεργασιών (Radiative Cooling, Magnetic Fields, Gravity, etc)

1 Μοριακά Νέφη και διαγαλαξιακός χώρος

Στον μεσοαστρικό χώρο υπάρχει μια τεράστια ποσότητα ύλης υπό τη μορφή αερίου και σκόνης. Η ύλη αυτή, που μπορούμε να πούμε ότι είναι το πρωτόγενες καύσιμο στη διαδικασία αστρικής δημιουργίας των γαλαξιών, αποτελείται περίπου κατά 99% από αέριο και κατά 1% από σκόνη με τη συνολική της μάζα για το δικό μας γαλαξία να είναι της τάξης των $10^9 M_{\odot}$, ενώ η πυκνότητα της κυμαίνεται από 10^{-4} έως 10^6 cm^{-3} .

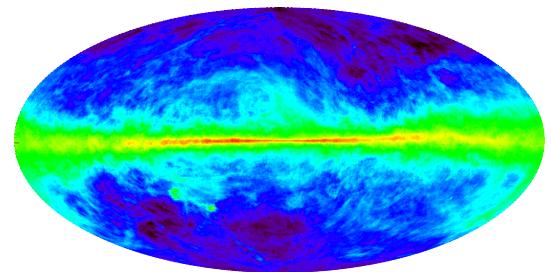
Μεσοαστρικό Αέριο Το Μεσοαστρικό Αέριο παρατηρείται σε νεφελώδη μορφή και αποτελείται κυρίως (περίπου το 90%) από υδρογόνο σε ατομική (H), ιονισμένη (HII) και μοριακή (H_2) κατάσταση. Δεύτερο σε αναλογία είναι το Ήλιο (He) (περίπου 9%) ενώ το υπόλοιπο 1% είναι βαρύτερα στοιχεία (C,O,Ne,Mg,Fe, κ.α.) και μόρια (CO,CS, κ.α.).

Μεσοαστρική Σκόνη Η Μεσοαστρική Σκόνη αποτελείται κυρίως από άνθρακα και πυρίτιο σε ενώσεις με Υδρογόνο, Οξυγόνο, Μαγνήσιο και Σίδηρο ενώ το μέγεθος των κόκκων της σκόνης κυμαίνεται από 0.01 μμ έως 1 μμ ακολουθώντας μια κατανομή δύναμης όπου τα μικρότερα μεγέθη είναι πολυπληθέστερα από τα μεγαλύτερα. Η Μεσοαστρική Σκόνη παρατηρείται στις σπείρες του Γαλαξία μας (αλλά και σε άλλους γαλαξίες) με τη χαρακτηριστική μορφή τεράστιων σκοτεινών "δρόμων" λόγω της επισκόπισης των όπισθεν αστέρων που προκύπτει από την απορρόφηση και σκέδαση του ορατού φωτός.

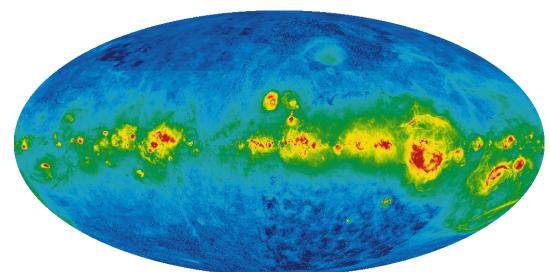
2 Φάσεις και χαρακτηριστικά της Μεσοαστρικής Ύλης

Η Μεσοαστρική Ύλη (ISM) απαντάται σε τρεις φάσεις με διαφορετικά φυσικά και χημικά χαρακτηριστικά:¹ τη **ψυχρή**, με θερμοκρασίες κάτω των

¹Για τα χημικά χαρακτηριστικά αναφερόμαστε στή σύνθεση των μορίων και στην αναλογία των στοιχείων. Στα φυσικά χαρακτηριστικά αναφερόμαστε στη πυκνότητα και τη θερμοκρασία της Ύλης



Σχήμα 1: Εκπομπή του HI στα 21.1 cm (Kalberla et al., 2005)Η εκπομπή της γραμμής 21 cm στα ραδιοκύματα που οφείλεται στη μετάπτωση αντιστροφής του spin του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου στη βασική κατάσταση του ατόμου του Υδρογόνου. Η ενεργειακή διαφορά των καταστάσεων είναι $h\nu = 6 \times 10^{-6}$ eV, η οποία αντιστοιχεί σε μήκος κύματος 21 cm.

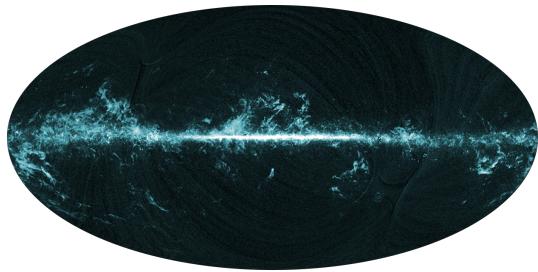


Σχήμα 2: Εκπομπή Ha από συνδυασμό τριών διαφορετικών παρατηρήσεων (WHAM - VTSS - SHASSA) [finkbeiner_2003](#) Η εκπομπή Ha (656.28 nm) προέρχεται από την επανασύνδεση ιονισμένων ατόμων υδρογόνου κοντά σε θερμούς αστέρες O και B (HII Regions).

100 K, πυκνότητα 30 έως 50 cm⁻³ και ποσοστό ιονισμού κάτω του 0.1%, που αποτελείται από μοριακό και ατομικό αέριο Υδρογόνου και σκόνη, τη **θερμή**, με θερμοκρασίες της τάξης των 10³ έως 10⁴ K, πυκνότητες 0.3 cm⁻³, που αποτελείται από ατομικό και ιονισμένο αέριο Υδρογόνο (ποσοστό ιονισμού 2-20%) και την **υπέρθερμη** που οφείλεται σε κρουστικά κύματα εκρήξεων supernova και αστρικών ανέμων με θερμοκρασίες τάξης 10⁶ K και πυκνότητες μικρότερες των 0.01 cm⁻³.

Πίνακας 1: Χαρακτηριστικά της μεσοαστρικής ύλης

Κατηγορία	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα (cm ⁻³)
Μοριακά Νέφη	10-50	>10 ³
Ψυχρά Νέφη HI	100	30
Θερμό HI	10 ³	0.1
Θερμό HII	10 ⁴	10 ⁻²
Περιοχές HII	10 ⁴	>100
Υπέρθερμο Ιονισμένο αέριο	10 ⁶ έως 10 ⁷	10 ⁻³



Σχήμα 3: Εκπομπή CO όπως τη χαρτογράφησε το Planck.[planck_2014](#)

Το H₂ είναι ένα πλήρως συμμετρικό μόριο επομένων δεν έχει μόνιμη διπολική ροπή. Αυτό έχει σαν συνέπεια η διέγερση του να είναι σε θερμοκρασίες τις τάξεις των 500 K. Άρα για τις τυπικές θερμοκρασίες των μοριακών νεφών 10–50 K είναι αδύνατον να το παρατηρήσουμε άμεσα.

Ο εναλλακτικός τρόπος παρατήρησης του H₂ είναι εμμέσως μέσω της εκπομπής διαφορετικών μορίων που είναι πιο "ευαίσθητα" στις χαμηλές θερμοκρασίες, όπως του CO που είναι το δεύτερο σε αναλογία μόριο στο Σύμπαν και έχει μόνιμη διπολική ροπή (άρα έχουμε περιστροφικές ενεργειακές μεταβάσεις) πράγμα του επιτρέπει να εκπέμπει σημαντικά στο ραδιοφωνικό φάσμα..

Η χαμηλότερη μετάβαση αντιστοιχεί σε θερμοκρασία 5.5 K και αποδίδει ένα ραδιοφωνικό φωτόνιο στα 2.6 mm.

3 Μοριακά Νέφη

Τα Μοριακά Νέφη είναι περιοχές όπου ψυχρή μεσοαστρική ύλη έχει πυκνότητες ικανοποιητικά μεγαλύτερες από τη μέση πυκνότητα του μεσοαστρικού υλικού έτσι η ιδιοβαρύτητα του νέφους να παίζει σημαντικό ρόλο στη δυναμική του. Καθώς το μοριακό νέφος καταρρέει, κατακρημνίζεται σε όλο και πιο συμπυκνωμένες δομές έως ότου η πυκνότητα και η μάζα σε μια τέτοια περιοχή είναι αρκετή ώστε να γεννηθούν νέοι αστέρες.

Όπως φαίνεται και από το όνομα τους, τα Μοριακά Νέφη αποτελούνται κυρίως από μοριακό Υδρογόνο H₂. Στο γαλαξία μας πάνω από το 80% του μοριακού Υδρογόνου βρίσκεται σε μοριακά νέφη κατανεμημένα πάνω στις σπείρες του δίσκου αλλά κυρίως σε ένα δακτύλιο ακτίνας 3 με 5 kpc από το κέντρο του γαλαξία [rathborne_2009](#) Από παρατηρήσεις στο CO τα μοριακά νέφη δείχνουν να έχουν μάζες που κυμαίνονται από 10³ έως 10⁶ M_⊙ με μια κατανομή νόμου δύναμης –1.6. [stahler_2004](#)

Για να δημιουργηθεί το Μοριακό Υδρογόνο καταλυτικό ρόλο παίζει η μεσοαστρική σκόνη. Όταν δύο άτομα Υδρογόνου ενώνονται και δημιουργούν ένα μόριο H₂ αυτό κερδίζει ενέργεια η οποία όμως δεν μπορεί να αποδοθεί στο περιβάλλον με αποτέλεσμα το μόριο να διασπάται. Παρολούστα αν η διαδικασία αυτή γίνεται πάνω σε έναν κόκκο σκόνης, τότε αυτός λειτουργεί καταλυτικά απορροφώντας το πλεόνασμα ενέργειας και το μόριο παραμένει σταθερό. Έτσι το ουδέτερο Υδρογόνο λειτουργεί σαν καύσιμο που τροφοδοτεί τις πυκνότερες περιοχές του μοριακού Υδρογόνου.

Ένα τυπικό μοριακό νέφος επιβιώνει για 3×10^7 yrs πριν καταστραφεί από τους βίαιους αστρικούς ανέμους των αστέρων τύπου O και B που έχουν δημιουργηθεί στο εσωτερικό του. Κατά τη διάρκεια της ζωής του το νέφος αποδίδει τελικά ένα 3% της μάζας του σε αστέρες. Έτσι για παράδειγμα αν θεωρήσουμε μια τιμή της συνολικής μάζας του μοριακού H₂ στο Γαλαξιακό δίσκο 2×10^9 M_⊙ βρίσκουμε ότι ο ρυθμός δημιουργίας αστέρων (SFR) για το Γαλαξία μας είναι περίπου 2 M_⊙ ανά έτος.

Πίνακας 2: Χαρακτηριστικά και διαφορετικοί τύποι Μοριακών Νεφών

Κατηγορία	Μέση ακτίνα (pc)	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα H ₂ (cm ⁻³)	Μάζα (M _⊙)
Γιγαντιαίο Μοριακό Νέφος	20	15	100	10 ⁵
Μοριακό Νέφος	5	10	300	10 ⁴
clump	2	10	10 ³	10 ³
Πυρήνας Νέφους	0.08	10	10 ⁵	10

4 Ενεργειακή ισορροπία

Η κινητική θερμοκρασία² της Μεσοαστρικής Ύλης κυμαίνεται σε ένα εύρος τιμών 6 τάξεων μεγέθους όπως παρατηρούμε και από τον πίνακα 1. Για να περιγράψουμε και να μοντελοποιήσουμε την ενεργειακή ισορροπία στη Μεσοαστρική Ύλη και άρα να εξηγήσουμε και τις παρατηρούμενες θερμοκρασίες θα πρέπει να υπολογίσουμε τις διαδικασίες θέρμανσης και ψύξης.

Ο πιο γενικός διαχωρισμός των μηχανισμών θέρμανσης και ψύξης αφορά τις διαδικασίες που έχουν να κάνουν με θέρμανση λόγω φώτο-ιονισμού και διαδικασίες ψύξης λόγω διέγερσης από αλληλεπίδραση μεταξύ σωματιδίων. Παρακάτω θα παρουσιαστεί μια διαισθητική εικόνα των διαδικασιών αυτών.

- **Φώτο-ιονισμός ουδέτερων ατόμων**

Ενα φωτόνιο προσπίπτει σε ένα ουδέτερο άτομο επάγοντας τον ιονισμό του. Έχουμε λοιπόν ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο με ενέργεια E το οποίο μέσω συγκρούσεων με άλλα ουδέτερα σωμάτια του αερίου μεταφέρει ενέργεια στο αέριο, θερμαίνοντας το. Ωστόσο, λόγω επανασύνδεσης (recombination) η αποδιδόμενη ενέργεια είναι μικρότερη από την αρχική ενέργεια του ηλεκτρονίου.

- **Αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωματιδίων**

Ελεύθερα σωματίδια αλληλεπιδρούν μέσω κρούσεων επάγοντας μεταβάσεις σε διεγερμένες ενεργειακές στάθμες. Κατά τις συνεπακόλουθες μεταβάσεις στην βασική κατάσταση εκπέμπονται φωτόνια, τα οποία εφόσον διαφύγουν από την περιοχή αντιστοιχού σε απώλεια ενέργειας. Ακολουθεί μια αυστηρότερη περιγραφή των παραπάνω διεργασιών.

4.1 Θερμοδυναμική περιγραφή

Ξεκινάμε από τον πρώτο νόμο τις θερμοδυναμικής:

$$dE = \bar{d}Q - dW \quad (4.1.1)$$

Όπου dE η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας, $\bar{d}Q$ η θερμότητα που απορρόφησε το σύστημα και dW το έργο που έγινε από το σύστημα.

Για ιδανικά αέρια, η εσωτερική ενέργεια εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία και η καταστατική εξίσωση γράφεται ως: $p = nk_b T$, όπου k_b η σταθερά του Boltzmann και n η αριθμητική πυκνότητα του αερίου. Ακολούθως, χρησιμοποιώντας το ότι η εσωτερική ενέργεια μονατομικού ιδανικού αερίου είναι $E = \frac{3}{2} N k_b T$ η απορροφούμενη θερμότητα ανά μονάδα όγκου είναι:

$$\frac{dQ}{V} = nd \left(\frac{3}{2} k_b T \right) - k_b T dn \quad (4.1.2)$$

Στη γενικότητα, οι διαδικασίες θέρμανσης και ψύξης εξαρτώνται από τον χρόνο και η ολική ενέργεια ανά μονάδα όγκου ανά μονάδα χρόνου ισούται με:

$$\Delta = n \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} k_b T \right) - k_b T \frac{dn}{dt} \quad (4.1.3)$$

²Το ψυχρό μεσοαστρικό αέριο λόγω της γενικά χαμηλής του πυκνότητας δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία. Επομένως όταν μιλάμε για θερμοκρασία αναφερόμαστε στη κινητική του θερμοκρασία. spitzer_1998

Στην σχέση 4.1.3 αγνοήσαμε τη θερμική αγωγιμότητα η οποία δεν παίζει ιδιαίτερο ρόλο στις τυπικές θερμοκρασίες του μεσοαστρικού υλικού $T < 2 \cdot 10^4 K$. Γενικά θα έπρεπε να προσθέσουμε στο αριστερό μέλος την ποσότητα $\nabla \cdot (K \nabla T)$ όπου K η θερμική αγωγιμότητα. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι σε περιοχές υψηλών θερμοκρασιών, η παρουσία μαγνητικών πεδίων επηρεάζει επιπλέον την θερμική αγωγιμότητα.

Εστω τώρα ότι η θερμότητα ανά μονάδα όγκου και χρόνου που προστίθεται στο αέριο από την αλληλεπίδραση των σωματιδίων ξ , n είναι $\Gamma_{\xi\eta}$ και όμοια, η συνεισφορά των αλληλεπιδράσεων αυτών στην ψύξη είναι $\Lambda_{\xi\eta}$. Ορίζουμε τις συναρτήσεις ψύξης (cooling function) και θέρμανσης (heating function) ως:

$$\Lambda = \sum_{\xi\eta} \Lambda_{\xi\eta} \quad (4.1.4)$$

$$\Gamma = \sum_{\xi\eta} \Gamma_{\xi\eta} \quad (4.1.5)$$

Συνεπώς έχουμε ότι:

$$\Delta = \Gamma - \Lambda \quad (4.1.6)$$

Μπορούμε να δούμε ότι αν η αριθμητική πυκνότητα και η θερμοκρασία δεν μεταβάλλονται με τον χρόνο ισχύει ότι

$$\Delta = 0 \Rightarrow \Gamma = \Lambda \quad (4.1.7)$$

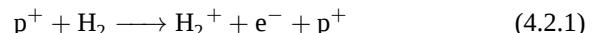
Με βάση τη τελευταία σχέση μπορούμε να ορίσουμε τη θερμοκρασία *ισορροπίας*. Για τον ορισμό της τελευταίας χρειάζεται να γνωρίζουμε όλους τους μηχανισμούς θέρμανσης και ψύξης του αερίου. Στο υπόλοιπο κείμενο θα θεωρήσουμε ότι το αέριο βρίσκεται στη θερμοκρασία σταθερής κατάστασης εκτός και αν αναφέρεται κάτι διαφορετικό. Εν συνεχείᾳ θα παρουσιάσουμε τις συναρτήσεις ψύξης/θέρμανσης για διάφορες φυσικές διαδικασίες.

4.2 Μηχανισμοί Θέρμανσης

4.2.1 Κοσμική ακτινοβολία

Ένας πολύ σημαντικός μηχανισμός θέρμανσης της μεοαστρικής ύλης και κατα συνέπεια και των μοριακών νεφών είναι η κοσμική ακτινοβολία. Η κοσμική ακτινοβολία αποτελείται επί το πλείστον από σχετικιστικά πρωτόνια μαζί με λιγότερα βαρύτερα στοιχεία ή ηλεκτρόνια. Η ενεργειακή κατανομή των κοσμικών αυτών σωματιδίων κυμαίνεται από ενέργειες των 10 έως 10^{14} MeV με κατανομή νόμου δύναμης $\Phi_{\text{CR}}(E) \sim E^{-2.7}$ (για τη ροή) (βλέπε και σχήμα 4).

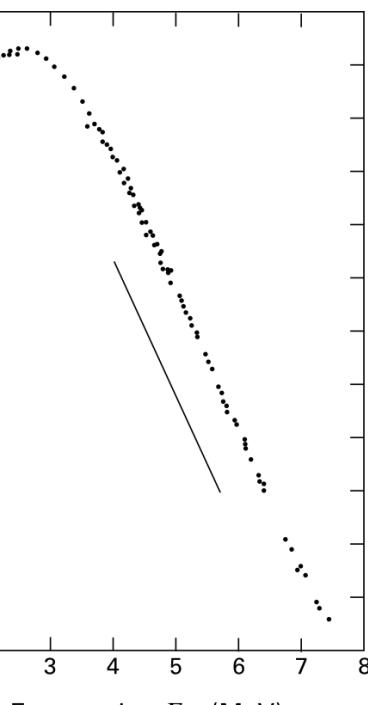
Κατά την αλληλεπίδραση ενός πρωτονίου της κοσμικής ακτινοβολίας με το μοριακό υδρογόνο ενός μοριακού νέφους είτε το H_2 θα διεγερθεί και θα διασπαστεί σε δύο Υδρογόνα είτε θα έχουμε απευθείας ιονισμό. Ξεκινώντας από τον ιονισμό έχουμε την αντίδραση:



Καθώς το ηλεκτρόνιο που διαφεύγει αλληλεπιδρά με τα γειτονικά μοριακά υδρογόνα θερμαίνει το αέριο με ρυθμό

$$\Gamma_{\text{CR}}(H_2) = \zeta(H_2) n_{H_2} \Delta E(H_2) \quad (4.2.2)$$

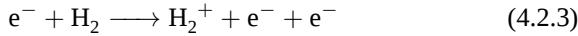
όπου $\zeta(H_2)$ είναι ο ρυθμός ιονισμού ενός μορίου H_2 , n_{H_2} η αριθμητική πυκνότητα του μοριακού υδρογόνου και $\Delta E(H_2)$ η θερμική ενέργεια που προσδίδεται στο αέριο σε κάθε ιονισμό. Η ενέργεια αυτή εξαρτάται από την ενέργεια του κοσμικού πρωτονίου. Πρωτόνια με ενέργεια μεγαλύτερη του 1 GeV



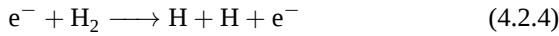
Σχήμα 4

διεγείρουν το πυρήνα με αποτέλεσμα την εκπομπή ακτίνων γ και δεν εναποθέτουν ενέργεια στο αέριο. Παίρνοντας μια τυπική για το πρωτόνιο τιμή των 10 MeV η ενέργεια που αποδίδεται στο ηλεκτρόνιο είναι 30 eV.

Το ηλεκτρόνιο τώρα μπορεί είτε να ιονίσει περαιτέρω το μοριακό αέριο μέσω της

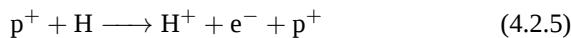


η οποία δεν προσδίδει θέρμανση αλλά εμπλουτίζει το χώρο με περισσότερο ενεργητικά ηλεκτρόνια ή να θερμάνει τελικά το αέριο μέσω της διάσπασης του μορίου



Κάνοντας το λεπτομερή υπολογισμό μέσω του δικτύου όλων τα πιθανών σεναρίων βρίσκουμε ότι η ενεργειακή ενέργεια ανά ιονισμό είναι $\Delta E(H_2) = 7 \text{ eV}$. Η τιμή αυτή δεν εξαρτάται σημαντικά από την ενέργεια του κοσμικού πρωτονίου, ενδεικτικά η τιμή του $\Delta E(H_2)$ για ενέργειες πρωτονίων 1 έως 100 MeV κυμαίνεται αντίστοιχα στα 6.3 έως 7.6 eV.

Στη περίπτωση της αλληλεπίδρασης της κοσμικής ακτινοβολίας με ουδέτερο Υδρογόνο ο ιονισμός πραγματοποιείται μέσω της:



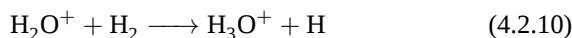
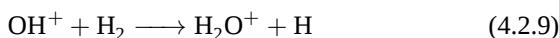
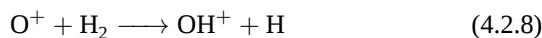
όπου το ηλεκτρόνιο τώρα δραπετεύει με ενέργεια στα 35 eV συνεισφέροντας με ρυθμό θέρμανσης αντίστοιχα με πριν

$$\Gamma_{\text{CR}}(\text{HI}) = \zeta(\text{HI}) n_{\text{HI}} \Delta E(\text{HI}) \quad (4.2.6)$$

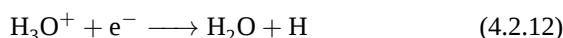
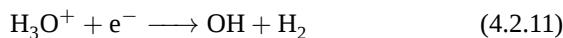
Η ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι όμως αρκετά υψηλή ώστε για να θερμάνει το αέριο, με αποτέλεσμα τα διεγερμένα ή ιονισμένα άτομα να ατκινοβιολούν το πλεόνασμα. Τελικά η θέρμανση θα ξεκινήσει όταν το ηλεκτρόνιο αποχτήσει ενέργεια κάτω από 10.2 eV η οποία αντιστοιχεί στη πρώτη διεγερμένη στάθμη του υδρογόνου ($n = 2$). Επειτα από αριθμητικούς υπολογισμούς η ενέργεια ανά ιονισμό $\Delta E(\text{HI})$ υπολογίζεται στα 6 eV.

Ο υπολογισμός των ρυθμών ιονισμού $\zeta(H_2)$, $\zeta(\text{HI})$ μπορεί να εκτιμηθεί μέσω παρατηρήσεων. Καθώς το ιονισμένο από τις κοσμικές ακτίνες υδρογόνο αντιδρά με γειτονικά μόρια ξεκινά μια αλληλουχία αντιδράσεων που έχουν σαν αποτέλεσμα όλο και πιο πολύπλοκες ενώσεις. Έτσι παρατηρώντας τις αναλογίες αυτών των ενώσεων μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση για το ρυθμό ιονισμού.

Αν πάρουμε για παράδειγμα την αλληλεπίδραση του ιονισμένου υδρογόνου με το οξυγόνο έχουμε την ακόλουθη αλληλουχία αντιδράσεων



Το H_3O^+ δεν μπορεί να δεχτεί παραπάνω υδρογόνα άρα κατά την επανασύνδεση έχει δύο πιθανά αποτελέσματα



με τη πρώτη αντίδραση να είναι πιο πιθανή με πιθανότητα από εργαστηριακές μετρήσεις να είναι $p = 0.75$. Στη στατική κατάσταση όπου ο ρυθμός δημιουργίας OH $p\zeta(\text{HI})n_{\text{HI}}$ είναι ίδιος με το ρυθμό καταστροφής του $\frac{n_{\text{OH}}}{\tau_{\text{photo}}}$ με τ_{photo} να είναι ο χαρακτηριστικός χρόνος φωτοδιάσπασης από τα υπεριώδη φωτόνια με τυπική τιμή στα διάχυτα νέφη $2 \times 10^{10} \text{ s}$.

Άρα αντικαθιστώντας τη παρατηρησιακή τιμή της σχετικής αναλογίας του OH (μέσω γραμμών απορρόφησης στο υπεριώδες) $\frac{n_{\text{OH}}}{n_{\text{H}}} = 2 \times 10^{-7}$ βρίσκουμε

$$\zeta(\text{HI}) = \frac{n_{\text{OH}}}{n_{\text{H}}} (p\tau_{\text{photo}})^{-1} = 2 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1} \quad (4.2.13)$$

Για τον ιονισμό του μοριακού υδρογόνου θεωρητικοί υπολογισμοί δίνουν ότι η πιθανότητα ιονισμού είναι 1.6 φορές σε σχέση με το ατομικό υδρογόνο. Περνώντας υπόψιν και τις διορθώσεις από τους δευτερεύων ιονισμούς έχουμε τελικά:

$$\zeta(\text{H}_2) = 3 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1} \quad (4.2.14)$$

Άρα τελικά οι ρυθμοί θέρμανσης θα είναι

$$\Gamma_{\text{CR}}(\text{HI}) = 1.6 \times 10^{-25} \left(\frac{n_{\text{HI}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.2.15)$$

$$\Gamma_{\text{CR}}(\text{H}_2) = 3.2 \times 10^{-25} \left(\frac{n_{\text{H}_2}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.2.16)$$

4.2.2 Διάχυτη ακτινοβολία

Ένας δεύτερος μηχανισμός θέρμανσης του μεσοαστρικού αερίου είναι η διάχυτη ακτινοβολία. Όπως βλέπουμε κι από το σχήμα 5 με τη μέση ένταση της αστρικής ακτινοβολίας για τη γειτονιά του Ήλιου.

Τα πρώτα από τα τρία μέγιστα που παρατηρούμε αντιστοιχεί στο κοσμικό υπόβαθρο ($10^{11.3} \text{ Hz}$) με μια κατανομή μέλανος σώματος που αντιστοιχεί στους $10^{2.74} \text{ K}$ από όχι της μεγάλης έκρηξης. Τα φωτόνια του κοσμικού υποβάθρου θερμαίνουν τα μοριακά νέφη διεγείροντας τις χαμηλότερες περιστροφικές ενέργειακές στάθμες του CO.

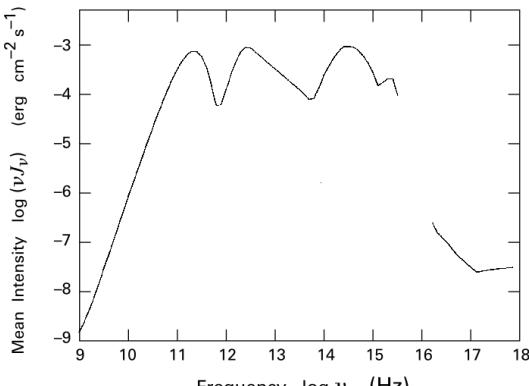
Το επόμενο μέγιστο ($10^{12.4} \text{ Hz}$) προέρχεται από την εκπομπή των κόκκινων σκόνης στο βαθύ υπέρυθρο καθώς αυτοί θερμαίνονται από την αστρική ακτινοβολία. Αν και με το μηχανισμό αυτό θα ασχοληθούμε ξανά στη συνέχεια, η συγκεκριμένη ακτινοβολία δεν προσφέρει θέρμανση στα μοριακά νέφη καθώς δεν αλληλεπιδρά μαζί τους.

Το τελευταίο μέγιστο ($10^{14.5} \text{ Hz}$) στο οπτικό μέρος του φάσματος αντιστοιχεί στην ακτινοβολία από τους αστέρες. Αν προσεγγίσουμε την ακτινοβολία αυτή με μια κατανομή μέλανος σώματος βρίσκουμε μια ενεργό θερμοκρασία $\bar{T} = 5400 \text{ K}$ η οποία αντιστοιχεί σε ένα αστέρα φασματικού τύπου G3 με παράμετρο μείωσης $A = \Omega/4\pi = 10^{-13}$, όπου Ω η στερεά γωνία που θα καταλαμβάνει ο "αστέρας" αυτός στον ουρανό.

Στη συνέχεια έχουμε ένα μικρότερο μέγιστο ($10^{15.3} \text{ Hz}$) στο υπεριώδες που αντιστοιχεί στους πολύ θερμούς αστέρες και μπορεί αντίστοιχα να προσεγγιστεί από ένα μέλαν σώμα θερμοκρασίας $\bar{T} = 3.4 \times 10^4 \text{ K}$ και παράμετρο μείωσης $\Omega/4\pi = 10^{-17}$.

Η ακτινοβολία στις μεγαλύτερες συχνότητες σχετίζεται με εκπομπή του υπέρθερμου αερίου με θερμοκρασίες της τάξης των 10^6 K που όπως είπαμε και προηγουμένως θερμαίνεται από κρουστικά κύματα εκρήξεων supernovae και βίαιους αστρικών ανέμους.

Παρακάτω θα επικεντρωθούμε στη θέρμανση από τη κοσμική ακτινοβολία και το διάχυτο πεδίο ακτινοβολίας και θα αποφύγουμε να μιλήσουμε για



Σχήμα 5

την επίδραση των ίδιων των αστέρων που δημιουργούνται εντός των μοριακών νεφών. Ενδεικτικά, αν θεωρήσουμε ότι οι αστέρες αυτοί δεν συμπεριλαμβάνονται στο πεδίο ακτινοβολίας που αναφέρουμε παραπάνω επιδρούν μέσω της ακτινοβολίας στο υπεριώδες και τις ακτίνες X (δημιουργία των περιοχών HII).

Ιονισμός Άνθρακα Η ένταση στο υπεριώδες τμήμα της ακτινοβολίας είναι αρκετά χαμηλή στις ενέργειες πάνω από 13.6 eV ώστε ο ιονισμός του Υδρογόνου να είναι σημαντικός. Όμως μια σειρά από βαρύτερα στοιχεία έχουμε χαμηλότερες ενέργειες ιονισμού. Το πιο συχνό από αυτά είναι ο ατομικός άνθρακας (CI) με αριθμητική αναλογία $\frac{n_{\text{CI}}}{n_{\text{H}}} = 3 \times 10^{-4}$ και ενέργεια ιονισμού στα 11.2 eV. Ο μηχανισμός θέρμανσης είναι ανάλογος με προηγουμένως δινοντας ένα ρυθμό θέρμανσης:

$$\Gamma_{\text{IR}}(\text{CI}) = \zeta(\text{CI}) n_{\text{C}} \Delta E(\text{CI}) \quad (4.2.17)$$

με $\zeta(\text{CI})$ το ρυθμό ιονισμού και $\Delta E(\text{CI})$ τη μέση ενέργεια του εξεγερμένου ηλεκτρονίου.

Ολοκληρώνοντας τη μέση ένταση ακτινοβολίας J_{ν} στις συχνότητες που μας ενδιαφέρουν και πολλαπλασιάζοντας με την ενεργό διατομή ιονισμού του CI βρίσκουμε

$$\zeta(\text{CI}) = 10^{-10} \text{ s}^{-1} \quad \Delta E(\text{CI}) = 1 \text{ eV} \quad (4.2.18)$$

άρα βρίσκουμε τελικά για το ρυθμό θέρμανσης, χρησιμοποιώντας και τη σχετική αναλογία του CI

$$\Gamma_{\text{IR}}(\text{CI}) = 6.41 \times 10^{-23} \left(\frac{n_{\text{H}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.2.19)$$

Διέγερση Μοριακού Υδρογόνου Ένα φωτόνιο ενέργειας 11.2 eV διεγέρει ένα μόριο H_2 . Το διεγερμένο μόριο είτε θα επανέρθει στη βασική κατάσταση μέσω της εκπομπής ακτινοβολίας στο υπέρυθρο και υπεριώδες είτε θα διασπαστεί εκπέμποντας ένα φωτόνιο ενέργειας $h\nu - \Delta E_{\text{diss}}$ – ε όπου ε η κινητική ενέργεια που θα διαχυθεί στα γειτονικά άτομα. Η τιμή της ε κυμαίνεται στα περίπου 2 eV.

Επειδή όμως το μοριακό υδρογόνο δεν είναι εκτεθειμένο στο διαστρικό πεδίο ακτινοβολίας ο μηχανισμός αυτός δεν αποδίδει τελικά στη θέρμανση του νέφους.

Θέρμανση Κόκκων σκόνης Τα υπεριώδη φωτόνια επίσης μπορούν να διεγίρουν ηλεκτρόνια και από τους κόκκους σκόνης τα οποία στη συνέχεια θερμαίνουν το γειτονικό αέριο. Ένα φωτόνιο μπορεί να εισχωρήσει μέχρι μια απόσταση 100 Å εντός του κόκκου έως ότου αποδεσμεύσει ένα ηλεκτρόνιο. Από τα ηλεκτρόνια που θα αποδεσμευτούν μόνο ένα 10% θα φτάσει στην επιφάνεια και ένα ποσοστό από αυτά θα έχει την απαιτούμενη ενέργεια που χρειάζεται για να αποδεσμευτεί από την επιφάνεια του κόκκου που είναι περίπου 6 eV. Τελικά η ενέργεια του ελεύθερου ηλεκτρονίου είναι τη τάξης του 1 eV άρα μπορούμε να πούμε ότι ο συντελεστής ενέργειακής απόδοσης ϵ_{PE} είναι περίπου 0.01. Παρόλο τη μικρή ενέργειακή απόδοση η θέρμανση είναι σημαντική λόγο του μεγάλου μεγέθους των κόκκων. Ετσι μπορούμε να

Αξίζει να σημειωθεί ότι η τιμή για το $\Gamma_{\text{IR}}(\text{CI})$ είναι μέγιστη καθώς προϋποθέτει ότι όλη η ποσότητα του άνθρακα είναι σε ουδέτερη μορφή. Στη πράξη στις περιοχές όπου η θέρμανση είναι σημαντική, το ποσοστό ιονισμού του άνθρακα είναι μεγάλο άρα η τιμή για τη $\Gamma_{\text{IR}}(\text{CI})$ θα είναι σαφώς μικρότερη

υπολογίζουμε το ρυθμό θέρμανσης:

$$\Gamma_{\text{PE}} = 4\pi n_d \sigma_d \epsilon_{\text{PE}} \int_{\text{FUV}} J_\nu d\nu \quad (4.2.20)$$

όπου ολοκληρώνουμε στις ενέργειες πάνω από 6 eV και ο παράγοντας 4π προέρχεται από τη παραδοχή ότι η ειδικής ένταση της ακτινοβολίας είναι ισοτροπική και οι κόκκοι έχουν σφαιρικό σχήμα.

Με βάση θεωρητικές και εμπειρικές εκτιμήσεις μπορούμε να υπολογίζουμε τη ποσότητα $\Sigma_d = n_d \sigma_d / n_H$ στα $1.5 \times 10^{-21} \text{ cm}^2$ ενώ από παρατηρήσεις βρίσκουμε τη λεγόμενη "ροή Habing" $4\pi \int_{\text{FUV}} J_\nu d\nu$ στα $1.6 \times 10^{-3} \text{ erg cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Άρα τελικά:

$$\Gamma_{\text{PE}} = 4.8 \times 10^{-23} \left(\frac{n_H}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.2.21)$$

Το ποσοστό των ηλεκτρονίων που δεν καταφέρνουν να διαφύγουν ανεβάζουν τη θερμοκρασία του ίδιου του κόκκου T_d . Στο μηχανισμό αυτό συμμετέχουν και τα οπτικά φωτόνια, που λόγο της πολύ μεγαλύτερης ροής μπορούμε να θεωρήσουμε αμελητέα πια τη ροή στο υπεριώδες. Έτσι έχουμε για τη θέρμανση των κόκκων:

$$\Gamma_d = 4\pi n_d \sigma_d \int_{\text{VIS}} Q_{\text{abs}}(\nu) J_\nu d\nu \quad (4.2.22)$$

με $Q_{\nu,\text{abs}}$ να είναι ο συντελεστής απορρόφησης ο οποίος στο οπτικό είναι αναλόγος του ν . Αν θεωρήσουμε το πεδίο ακτινοβολίας J_ν σαν μέλαν σώμα θερμοκρασίας \bar{T} με μέγιστο στη συχνότητα ν_{max} θα έχουμε

$$\Gamma_d = 4\pi n_d \sigma_d A Q_{\nu_{\text{max}}} \int_0^\infty \left(\frac{\nu}{\nu_{\text{max}}} \right) \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_B T}} d\nu \quad (4.2.23)$$

Αντικαθιστώντας όπως προηγουμένως και χρησιμοποιώντας για τη $Q_{\nu_{\text{max}}}$ τη τιμή 0.1 για $\nu_{\text{max}} = 3 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ βρίσκουμε:

$$\Gamma_d = 3.2 \times 10^{-21} \left(\frac{n_H}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.2.24)$$

Η θέρμανση αυτή όπως έχουμε αναφέρει απευθύνεται μόνο στους κόκκους σκόνης και όχι γενικά στο αέριο. Οι κόκκοι σκόνης μπορούν να μεταφέρουν θερμότητα στο αέριο μόνο σε πολύ μεγάλες πυκνότητες όπου η θέρμανση είναι της μορφής

$$\Gamma_{d-g} = 10^{-33} n_e^2 T^{1/2} (T_d - T) \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.2.25)$$

4.2.3 Άλλοι μηχανισμοί

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε ενδεικτικά μη

4.3 Μηχανισμοί Ψύξης

Οι πιο σημαντικοί μηχανισμοί ψύξης του μεσοαστρικού αερίου περιλαμβάνουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωματιδίων (ηλεκτρονίων, ιόντων και ουδετέρων ατόμων) με διεγερμένες τις κοντινές στη βασική ενεργειακές στάθμες. Κατά τη κρούση το διεγερμένο άτομο τείνει να επιστρέψει στη βασική του ενεργειακή στάθμη εκπέμποντας ακτινοβολία που μπορεί να δραπετεύσει από τη περιοχή ψύχωντας τελικά το αέριο.

4.3.1 Αλληλεπίδραση ηλεκτρονίου - ιόντος

Για το μεσοαστρικό αέριο που είναι σε μεγάλο βαθμό ιονισμένο οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ ιόντων και ηλεκτρονίων είναι ο κυρίαρχος μηχανισμός ψύξης.

Αν θεωρήσουμε μια αλληλεπίδραση μεταξύ ηλεκτρονίων (πυκνότητας n_e) και ιόντων. Αν n_{i1} είναι ο αριθμός των ιόντων του πληθυσμού i ενεργειακής στάθμης u ανά μονάδα όγκου. Τότε ο ρυθμός ψύξης θα δίνεται από τη σχέση

$$\Lambda_{ei} = n_e \sum_1 \sum_{u>1} E_{1u} (n_{iu} \gamma_{u1} - n_{i1} \gamma_{1u}) \quad (4.3.1)$$

όπου γ_{u1} ο ρυθμός κρούσεων για τη μετάβαση $u \rightarrow 1$.

Αν θεωρήσουμε ότι τα ιόντα εικκινούν από τη βασική στάθμη $1 = 1$ τότε

$$\Lambda_{ei} = n_e \sum_{u>1} E_{1u} (n_{iu} \gamma_{u1} - n_{i1} \gamma_{1u}) \quad (4.3.2)$$

Τα ιόντα με τη σημαντικότερη επιρροή στη ψύξη είναι τα CII, SiIII, OI, FeII, NII, CI. Για παράδειγμα για τη μετάβαση $^2P_{1/2} \longrightarrow ^2P_{3/2}$ του CII έχουμε $= 0.0079$ eV που αντιστοιχεί σε μια θερμοκρασία 90 K. Άλλες σημαντικές μεταβάσεις είναι του SiII ($^2P_{1/2} \longrightarrow ^2P_{3/2}$) στους 400 K και OI ($^3P_2 \longrightarrow ^3P_{10}$) στους 230 K.

Θεωρώντας ότι βρισκόμαστε σε θερμοδυναμική ισορροπία έχουμε $\gamma_{1u} = \frac{g_u}{g_1} \gamma_{u1} e^{E_{1u}/k_b T}$ και ότι εισάγοντας τον αδιάστατο αριθμό collision strength $\Omega(u, 1) = \gamma_{u1} g_u \frac{(2\pi m_e)^{3/2}}{h^2} (k_b T)^{1/2}$ ο οποίος αν και εξαρτάται από τη ταχύτητα του ηλεκτρονίου μπορούμε σε καλή προσέγγιση να τον θεωρήσουμε σταθερό.

Άρα τελικά βρίσκουμε:

$$\Lambda_{ei} = 8.6 \times 10^{-6} n_e n_{iu} T^{-1/2} e^{-E_{u1}/k_b T} \frac{E_{u1} \Omega(u, 1)}{g_u} \quad (\text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1}) \quad (4.3.3)$$

Τα σχετικά αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 6

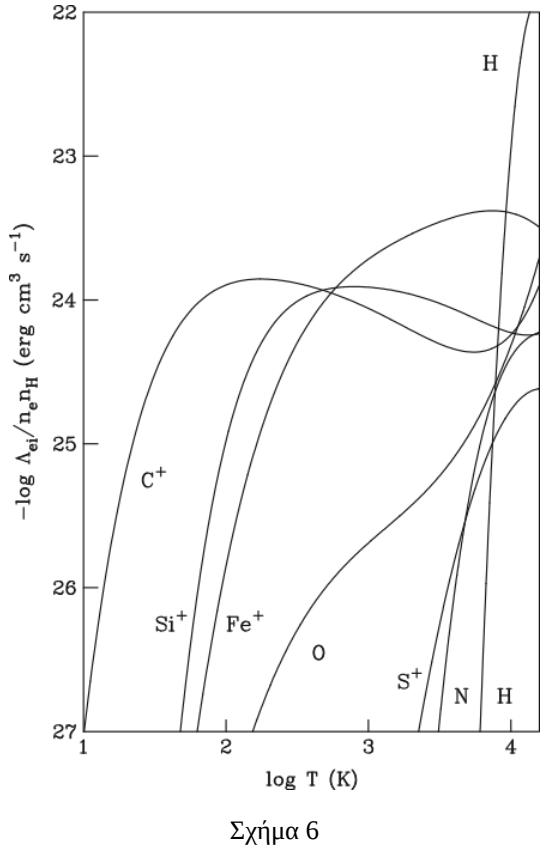
4.3.2 Αλληλεπίδραση ηλεκτρονίου - ιόντος

Έστω τώρα ότι ο πληθυσμός διεγείρεται από συγκρούσεις με άτομα H με ρυθμό $n_H \gamma_{u1}$. Στη περίπτωση όπου η πυκνότητα του υδρογόνου είναι μικρότερη από μια κρίσιμη $n_{crit} = A_{u1} / \gamma_{u1}$ τότε το διεγερμένο ιόν θα αποδιεγείρεται μέσω της εκπομπής ακτινοβολίας. Ο ρυθμός ψύξης δηλαδή θα είναι:

$$\Lambda_{H,u1} = n_1 n_H \gamma_{u1} \Delta E_{u1} = \frac{g_u}{g_1} n_1 n_H \gamma_{u1} \Delta E_{u1} e^{-T_o/T} \quad (4.3.4)$$

όπου $T_o = \Delta E/k_b$ και T η θερμοκρασία του αερίου. Εφόσον ένα μικρό ποσοστό ατόμων είναι διεγερμένο κάθε χρονική στιγμή η τιμή $n_1 n_H$ μπορεί να προσεγγιστεί από τη $a n_H^2$ όπου a η αναλογία του εκάστοτε πληθυσμού σε σχέση με το υδρογόνο.

Στη περίπτωση όπου η πυκνότητα του υδρογόνου είναι μεγαλύτερη από τη κρίσιμη, τότε η αποδιέγερση θα επέλθει μέσω κρούσεων με γειτονικά μόρια. Τότε βρισκόμαστε σε τοπική θερμοδυναμική ισορροπία και ο ρυθμός



Σχήμα 6

ψύξης θα δίνεται:

$$\Lambda_{\text{H.u1}} = n_1 A_{\text{u1}} \Delta E_{\text{u1}} = \frac{g_u}{g_1} n_1 A_{\text{u1}} \Delta E_{\text{u1}} e^{-T_o/T} \quad (4.3.5)$$

Αντικαθιστώντας με τυπικές τιμές και επιτρεπόμενες μεταβάσεις βρίσκουμε για παράδειγμα για τα πιο σημαντικά στη ψύξη ιόντα OI και CII βρίσκουμε:

$$\Lambda_{\text{H-OI}} = 3.2 \times 10^{-22} \left(\frac{n_{\text{H}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right)^2 e^{\left(\frac{-230 \text{ K}}{T} \right)} \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.3.6)$$

και

$$\Lambda_{\text{H-CII}} = 4.8 \times 10^{-21} \left(\frac{n_{\text{H}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right)^2 e^{\left(\frac{-92 \text{ K}}{T} \right)} \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.3.7)$$

Ο άνθρακας περιμέναμε να έχει μεγάλη επίδραση στους μηχανισμούς ψύξης, καθώς όπως είχαμε αναφέρει στο προηγούμενο κεφάλαιο, έχει μεγάλο ποσοστό ιονισμού λόγω της απορρόφησης της υπεριώδους ακτινοβολίας.

4.3.3 Ψύξη μέσω μορίων

Στις πολύ ψυχρές περιοχές των μοριακών νεφών η κύρια μορφή ψύξης προέρχεται από τη εκπομπή μέσω περιστροφικών μεταβάσεων κυρίως του CO που έχει μόνιμη διπολική ροτή με τη χαμηλότερη μετάβαση $J = 1 \rightarrow 0$ να αντιστοιχεί σε θερμοκρασία 5.5 K.

Εδώ όμως θα πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτική καθώς στην εκπομπή αυτή τα μοριακά νέφη είναι οπτικά αδιαφανή με αποτέλεσμα να έχουμε τη λεγόμενη παγίδευση των φωτονίων (photon trapping) και άρα να μην έχουμε ψύξη.

Παρόλαυτα πάνω από κάποια μεταβάση $J^* + 1 \rightarrow J^*$ η οποία εξαρτάται από τη θερμοκρασία, το οπτικό βάθος της εκπομπής γίνεται αρκετά μικρό ώστε η εκπομπή να ψύχει το μοριακό αέριο.

Η κρίσιμη τιμή j^* βρίσκεται από τη λύση της εξίσωσης

$$e^{\frac{j^*(J^*+1)}{2\theta}} = \frac{3A_{10}N_{\text{CO}}c^3}{16\pi\nu_{10}^3\delta V} \left(\frac{J^*+1}{2J^*+1} \right) \frac{1-e^{-(J^*+1)/\theta}}{\theta} \quad (4.3.8)$$

όπου $\theta = \frac{T}{5.5 \text{ K}}$, ΔV η διασπορά ταχυτήτων για το νέφος και N_{CO} η πυκνότητα στήλης του CO.

Αν βρούμε τη j^* τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το ρυθμό ψύξης του CO μέσω της

$$\Lambda_{\text{CO}} = 8 \times 10^{-24} \frac{(J^*+1)^5}{\theta(2J^*+1)} e^{-\frac{(J^*+1)(J^*+2)}{2\theta}} \left(\frac{n_{\text{H}}}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.3.9)$$

4.3.4 Ψύξη μέσω σκόνης

Οι κόκκοι σκόνης παίζουν κι αυτοί καθοριστικό ρόλο στη ψύξη των μοριακών νεφών καθώς κατά τη σύγκρουση τους με μόρια και άτομα θερμαίνονται και εκπέμπουν ακτινοβολία στο υπέρυθρο. Ταυτόχρονα έχουμε δει ότι θερμαίνονται απορροφώντας ακτινοβολία στο οπτικό και υπεριώδες.

Η ισοτροπική αυτή εκπομπή θεωρώντας το κόκκο σκόνης μέλαν σώμα με συντελεστή εκπομπής Q_ν θα είναι

$$\Lambda_d = 4\pi n_d \sigma_d \int_0^\infty Q_\nu B_\nu(T_d) d\nu \quad (4.3.10)$$

Με μια τυπική θερμοκρασία της σκόνης 30 K η κατανομή μέλαν σώματος εκπέμπει με μέγιστο στα 100 μμ. Σε αυτά τα μήκη κύματος ο συντελεστής εκπομπής έχει τη μορφή $Q_\nu = Q_{\nu_{\max}} (\nu/\nu_{\max})^2$. Ολοκληρώνοντας και αντικαθιστώντας όπως και προηγουμένως $n_d \sigma_d = \Sigma_d n_H$ βρίσκουμε

$$\Lambda_{\text{CO}} = 1.6 \times 10^{-22} \left(\frac{n_H}{10^3 \text{ cm}^{-3}} \right) \left(\frac{T_d}{10 \text{ K}} \right)^6 \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) \quad (4.3.11)$$

όπου αντικαταστήσαμε τις παραμέτρους με τυπικές τιμές.

5 Αριθμητικές Μαγνητοϋδροδυναμικές εξισώσεις

Για να μελετήσουμε τη δυναμική των μοριακών νεφών στους γαλαξίες και τις αλληλεπιδράσεις τους με βίασα - ενεργητικά φαινόμενα όπως πίδακες από κέντρα γαλαξιών και αστρικούς ανέμους θα καταφύγουμε στην προσομοίωση τους μέσω της αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων της υδροδυναμικής και μαγνητουδροδυναμικής.

Ο υπολογιστικός κώδικας που θα χρησιμοποιήσουμε ονομάζεται PLUTO **mignone_pluto: 2007** και παρακάτω θα εκθέσουμε σε γενικές γραμμές και όχι πολλές τεχνικές λεπτομέρειες το τρόπο με τον οποίο ο PLUTO αλλά και μια μεγάλη οικογένεια αντίστοιχων ολοκληρωτών επιλύσουν τις αντίστοιχες εξισώσεις.

5.1 Εξισώσεις Διατήρησης

Οι εξισώσεις διατήρησης είναι χρονοεξαρτώμενα συστήματα μερικών διαφορικών εξισώσεων που έχουν τη γενική μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \bar{f}(\bar{q}(x, t)) = 0 \quad (5.1.1)$$

με $\bar{q}(x, t) \in \mathbb{R}^m$ ένα m -διάστατο άνυσμα των διατηρουμένων ποσοτήτων με $\int_{-\infty}^{\infty} q_j(x, t) dx$ να είναι η ολική ποσότητα η οποία παραμένει σταθερή στο χρόνο t .

Η $q_j(x, t)$ είναι ουσιαστικά η χωρική κατανομή (πυκνότητα) στο χρόνο t η οποία γενικά μεταβάλλεται με το χρόνο. Αυτή η μεταβολή περιγράφεται από τη συνάρτηση ροής $f_j(q(x, t))$.

Το σύστημα 5.1.1 είναι η γενικότερη (μη γραμμική) μορφή των γραμμικών υπερβολικών εξισώσεων της μορφής:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (5.1.2)$$

όπου \mathbf{A} ένας τετραγωνικός διαγωνοποιήσιμος πίνακας με πραγματικές ιδιότιμές.

Όπως και για τη περίπτωση μιας εξίσωσης

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (5.1.3)$$

η οποία έχει σαν λύση τη κυματική λύση D'Alembert

$$q(x, t) = q(x - ut, 0) \quad (5.1.4)$$

η γενική εξίσωση 5.1.2 επιδέχεται αντίστοιχες κυματικές λύσεις.

Στη μη-γραμμική περίπτωση 5.1.1 το σύστημα λέγεται υπερβολικό αν ο ιακωβιανός πίνακας $\mathbf{J}(q)$ με στοιχεία (i, j) τα $\frac{\partial f_i}{\partial q_j}$ είναι αντίστοιχα διαγωνοποιήσιμος με πραγματικές ιδιοτιμές.

Τότε μπορούμε να γράψουμε το σύστημα των μη-γραμμικών εξίσωσεων στη μορφή:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \mathbf{J}(\bar{q}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (5.1.5)$$

5.2 Εξισώσεις Euler

Οι εξισώσεις Euler είναι ένα σύστημα μη-γραμμικών υπερβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν ένα ρευστό χωρίς ιξώδες και θερμική αγωγιμότητα.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad \text{Διατήρηση Μάζας} \quad (5.2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u} + P) = 0 \quad \text{Διατήρηση Ορμής} \quad (5.2.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((E + P) \vec{u}) = 0 \quad \text{Διατήρηση Ενέργειας} \quad (5.2.3)$$

$$\text{με } E = \frac{P}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho u^2 \text{ η ενέργεια για ένα πολυτροπικό αέριο και } P \text{ η πίεση.}$$

Σύμφωνα με τα προηγούμενα μπορούμε να γράψουμε το σύστημα στη μορφή 5.1.1:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(\vec{x}, t) + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{f}(\bar{q}(\vec{x}, t)) = 0 \quad (5.2.4)$$

όπου

$$\bar{q}(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \vec{u} \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (5.2.5)$$

και

$$\mathbf{f}(\bar{q}) = \begin{pmatrix} \rho \vec{u} \\ \rho \vec{u} \vec{u} + P \\ \vec{u}(E + P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_2 \\ \frac{q_2}{q_1} + P(\bar{q}) \\ \frac{q_2}{q_1} (q_3 + P(\bar{q})) \end{pmatrix} \quad (5.2.6)$$

όπου $P(\bar{q})$ η καταστατική εξίσωση.

Τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε την πίνακα της ιακωβιανής

$$\mathbf{J}(\bar{q}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}(\gamma-3)u^2 & (3-\gamma)u & \gamma-1 \\ \frac{1}{2}(\gamma-1)u^3 - uH & H - (\gamma-1)u^2 & \gamma u \end{pmatrix} \quad (5.2.7)$$

με ιδιοτιμές - ιδιοανύσματα

$$\lambda_1 = u - c_s \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ u - c_s \\ H - uc_s \end{pmatrix} \quad (5.2.8)$$

$$\lambda_2 = u \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ u^2/2 \end{pmatrix} \quad (5.2.9)$$

$$\lambda_3 = u + c_s \quad r_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ u + c_s \\ H + uc_s \end{pmatrix} \quad (5.2.10)$$

$$(5.2.11)$$

όπου $\gamma = 5/3$, $c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ η ταχύτητα του ήχου, $H = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} u^2$ η ενθαλπία.

5.3 Πηγές

Μέχρι τώρα έχουμε υποθέσει ότι όλες οι διατηρούμενες ποσότητες, "διατηρούνται". Σε πραγματικές συνθήκες όμως υπάρχουν πηγές που προσθέτουν ή αφαιρούν (καταβόθρες) από τις ποσότητες μας. Μερικά παραδείγματα είναι:

- Χημικές διεργασίες, ιονισμός και επανασύνδεση που ανταλλάσσουν / δημιουργούν / καταστρέφουν μάζες μεταξύ στοιχείων (διατήρηση της μάζας για πολλαπλά ρευστά)
- Εξωτερικές δυνάμεις όπως η βαρύτητα που λειτουργούν σαν πηγές στις εξισώσεις ορμής και ενέργειας.
- Μεταφορά θερμότητας μέσω ακτινοβολίας που λειτουργεί σαν πηγή (θέρμανση) ή καταβόθρα (ψύξη)

Οι εξισώσεις μας τότε αποκτούν τη μη ομογενή μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q}(\vec{x}, t) + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{q}(\vec{x}, t)) = S(\mathbf{q}(\vec{x}, t)) \quad (5.3.1)$$

5.4 Αριθμητική επίλυση υπερβολικών εξισώσεων

Η αριθμητική επίλυση των υπερβολικών εξισώσεων αποτελεί μια δύσκολη διαδικασία

5.4.1 Μέθοδος πεπερασμένων διαφορών

Η βασική αρχή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών -όπως και μεθόδων που πηγάζουν από αυτή και θα δούμε στη συνέχεια- είναι η διακριτοποιήση του χώρου και του χρόνου. Δηλαδή αναζητούμε μια προσεγγιστική τιμή των προς αναζήτηση ποσοτήτων σε συγκεκριμένα σημεία στο χώρο και στο χρόνο. Αν διακριτοποιήσουμε το χώρο κατα αποστάσεις $\Delta x = \Delta y = h$ και στο χρόνο $\Delta t = k$ τότε η προσεγγιστική τιμή στη θέση $(x_i, y_j) = (x_0 + ih, y_0 + jh)$ και στο χρόνο $t_n = t_0 + nk$ θα είναι:

$$Q_{ij}^n \simeq q(x_i, y_j, t_n) \quad (5.4.1)$$

Οπότε για παράδειγμα για μια μερική διαφορική εξίσωση της μορφής

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (5.4.2)$$

θα γράφεται:

$$\frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{k} + u \left(\frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{k} \right) = 0 \quad (5.4.3)$$

άρα με βάση τις αρχικές συνθήκες q_i^0 μπορούμε να ολοκληρώσουμε στο χρόνο, άρα η λύση στο κελί με συντεταγμένες ίjen θα είναι:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} u (Q_i^n - Q_{i-1}^n) \quad (5.4.4)$$

Αντίστοιχα στη περίπτωση ενός συστήματος εξισώσεων η λύση θα ήταν

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} \mathbf{A} (Q_i^n - Q_{i-1}^n) \quad (5.4.5)$$

με τον πίνακα \mathbf{A} να έχει θετικές ιδιοτιμές.

Η τιμή των ποσοτήτων σε ένα κελί παρατηρούμε ότι εξαρτάται από τις τιμές των αμέσως γειτονικών κελιών. Η ακρίβεια μας τώρα είναι της τάξης του h . Για να πετύχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια μπορούμε να ανανεώνουμε τις ποσότητες q_j με βάση πιο απομακρυσμένα κελιά, όπως για παράδειγμα η μέθοδος leapfrog:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^{n-1} - \frac{k}{h} \mathbf{A} (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) \quad (5.4.6)$$

ή να κρατήσουμε τους 3 πρώτους όρους από το αναπτύγμα Taylor $q(x, t + k) = q(x, t) + k \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{2} k^2 \frac{\partial^2 q}{\partial t^2}$ τη μέθοδο Lax-Wendroff:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{2h} \mathbf{A} (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n) + \frac{k^2}{2h^2} \mathbf{A}^2 (Q_{i+1}^n - 2Q_i^n + Q_{i-1}^n) \quad (5.4.7)$$

Παρά το βαθμό ακρίβεια της κάθε μέθοδο μεταξύ των παραπάνω, οι μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών δεν καταφέρνουν να διατηρήσουν τις ολοκληρώσιμες ποσότητες ειδικά όταν εμπλέκονται κρουστικά κύματα και ασυνέχειες. Γι αυτό το σκοπό θα χρησιμοποιήσουμε τις λεγόμενες μεθόδους πεπερασμένων όγκων.

5.4.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων

Αντί για τη προσεγγιστική τιμή Q_i^{n+1} της $q(x_i, t_{n+1})$ σε ένα συγκεκριμένο σημείο θα ορίσουμε μια νέα αντίστοιχη τιμή για τη μέση της ποσότητας σε κάθε ένα διάστημα $C_i = [x_i, x_{i+1}]$ του χώρου μας με $x_i = x_0 + (i-1)h$.

Άρα τώρα η τιμή Q_i^n θα προσεγγίζει την μέση τιμή στο i διάστημα τη χρονική στιγμή t_n

$$Q_i^n \simeq \frac{1}{h} \int_{C_i} q(x, t_n) dx \quad (5.4.8)$$

Αν η $q(x, t)$ δεν περιέχει ασυνέχειες τότε η Q_i^n τη προσεγγίζει στο μέσο του διαστήματος με ακρίβεια τάξης μεγέθους $\mathcal{O}(h^2)$.

Αν πάρουμε την ολοκληρωτική μορφή του νόμου διατήρησης σε ένα κελί η εξέλιξη στο χρόνο θα είναι

$$\int_{C_i} q(x, t_{n+1}) dx - \int_{C_i} q(x, t_n) dx = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_i, t)) dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_{i+1}, t)) dt \quad (5.4.9)$$

κατάλληλα διαιρώντας με h και αντικαθιστώντας τις Q_i^n βρίσκουμε την εξέλιξη στο χρόνο

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{1}{h} \left(\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_i, t)) dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_{i+1}, t)) dt \right) \quad (5.4.10)$$

και τελικά

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} (F_{i+1}^n - F_i^n) \quad (5.4.12)$$

όπου

$$F_i^n \simeq \frac{1}{k} \int_{t_n}^{t_n} f(q(x_i, t)) dt \quad (5.4.13)$$

η προσεγγιστική τιμή της μέσης ροής κατά μήκος της x_i . Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι η ροή στο σύνορο μεταξύ δύο κελιών εξαρτάται από τις τιμές των ποσοτήτων σε αυτά τα δύο κελιά, δηλαδή

$$F_i^n = F(Q_{i-1}^n, Q_i^n) \quad (5.4.14)$$

άρα αν γνωρίζουμε αυτή τη συνάρτηση ροής τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την εξέλιξη στο χρόνο της μέσης τιμής του κάθε κελιού

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{k}{h} (F(Q_i^n, Q_{i+1}^n) - F(Q_{i-1}^n, Q_i^n)) \quad (5.4.15)$$

Η μέθοδος (ή καλύτερα η οικογένεια μεθόδων) που ακολουθούμε στην εύρεση των συναρτήσεων ροής ονομάζεται μέθοδος Godunov, από τον Sergei K. Godunov που πρώτος την εισήγαγε το 1959. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην επίλυση του προβλήματος Riemann μεταξύ των κελιών. Παρακάτω θα αναπτύξουμε το πως λύνεται το πρόβλημα Riemann.

5.5 Πρόβλημα Riemann

Το πρόβλημα Riemann είναι η επίλυση του νόμου διατήρησης της μορφής

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial f(\bar{q})}{\partial x} = 0 \quad (5.5.1)$$

με αρχικές συνθήκες όπου υπάρχει μια ασυνέχεια:

$$\bar{q}(x, 0) = \begin{cases} \bar{q}_L & \text{για } x < 0 \\ \bar{q}_R & \text{για } x > 0 \end{cases} \quad (5.5.2)$$

Για να δώσουμε μια αναλυτική λύση στο γενικό πρόβλημα (μη-γραμμικό) Riemann θα ξεκινήσουμε από τη γραμμική περίπτωση.

5.5.1 Γενική επίλυση του γραμμικού προβλήματος Riemann

Η επίλυση του προβλήματος Riemann στη γραμμική περίπτωση του νόμου διατήρησης, δηλαδή στο σύστημα

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0 \quad (5.5.3)$$

βασίζεται στο μετασχηματισμό των ποσοτήτων \bar{q} στις λεγόμενες χαρακτηριστικές μεταβλητές $\bar{\xi} = \mathbf{R}^{-1}\bar{q}$ όπου $\mathbf{R} = (\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_m)$ είναι ο πίνακας των ιδιοανυσμάτων του πίνακα \mathbf{A} , ενώ με $\bar{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ ορίζουμε το διαγώνιο πίνακα των ιδιοτιμών. Για τον πίνακα \mathbf{A} ισχύει ότι $\mathbf{A} = \mathbf{R}\bar{\Lambda}\mathbf{R}^{-1}$.

Οι εξισώσεις τότε γράφονται:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \bar{\Lambda} \vec{\nabla} \cdot \bar{\xi} = 0 \quad (5.5.4)$$

δηλαδή σαν ένα διαχωρισμένο σύστημα εξισώσεων της μορφής

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (5.5.5)$$

που όπως έχουμε δει ήδη έχουν λύσεις:

$$\xi_p = \xi_p(x - \lambda_p t, 0) \quad (5.5.6)$$

με $p = 1 \dots m$ για τις m εξισώσεις (μονοδιάστατη περίπτωση). Οι p χαρακτηριστικές καμπύλες δηλαδή καθορίζονται από τις ιδιοτιμές λ_p .

Άρα αν επιστρέψουμε στις αρχικές μεταβλητές:

$$\bar{q}(x, t) = \sum_{p=1}^m \xi_p(x - \lambda_p t, 0) \bar{r}_p \quad (5.5.7)$$

Για τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος Riemann ο μετασχηματισμός μας δίνει:

$$\xi_p(x, 0) = \begin{cases} \xi_p^L & \text{για } x < 0 \\ \xi_p^R & \text{για } x > 0 \end{cases} \quad (5.5.8)$$

άρα από 5.5.6

$$\xi_p(x, t) = \begin{cases} \xi_p^L & \text{για } x - \lambda_p t < 0 \\ \xi_p^R & \text{για } x - \lambda_p t > 0 \end{cases} \quad (5.5.9)$$

Άρα με αρχικές συνθήκες Riemann, βλέπουμε ότι η λύση για τις μετασχηματισμένη μεταβλητή ξ_p σε ένα οποιαδήποτε σημείο εξαρτάται απόλυτα αό τη σχετική θέση σε σχέση με την αντίστοιχη χαρακτηριστική καμπύλη της λ_p .

Καθώς διασχίζουμε τη καμπύλη αυτή ουσιαστικά μετακινούμαστε από τις συνθήκες ξ_p^L στις ξ_p^R . Το άλμα αυτό υπακούει τις συνθήκες Rankine-Hugoniot άρα για κάθε σημείο μπορούμε τελικά να γράψουμε τη λύση.

$$\bar{q}(x, t) = q_L + \sum_{\lambda_p < x/t} (\xi_p^R - \xi_p^L) \bar{r}_p = q_R - \sum_{\lambda_p > x/t} (\xi_p^R - \xi_p^L) \bar{r}_p \quad (5.5.10)$$

5.5.2 Επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος Riemann

Στη μη γραμμική περίπτωσή των νόμων διατήρησης, όπως είναι και οι εξισώσεις Euler, η συνάρτηση ροής της διατηρούμενης ποσότητας εξαρτάται πια από την ίδια τη ποσότητα, δηλαδή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \bar{f}(\bar{q}(x, t)) = 0 \quad (5.5.11)$$

Για ομαλές λύσεις μπορούμε να μετασχηματίσουμε το παραπάνω σύστημα μέσω της ιακωβιανής $\mathbf{J} = \mathbf{f}'$

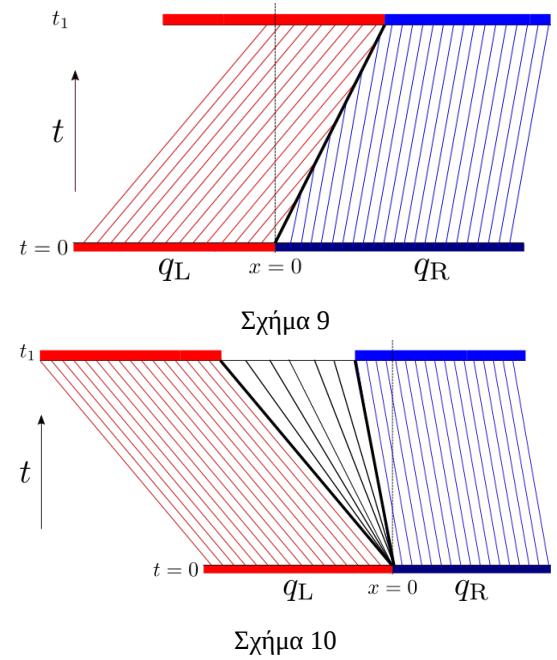
$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{q}(x, t) + \mathbf{J}(q(x, t)) \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (5.5.12)$$

Λειτουργώντας όπως και στη γραμμική περίπτωση παρατηρούμε ότι οι ιδιοτιμές και τα ιδιοανύσματα της ιακωβιανής είναι συναρτήσεις των ποσοτήτων q_j . Δηλαδή οι κλίσεις των χαρακτηριστικών καμπύλων μπορούν να αλλάζουν στο χώρο και στο χρόνο.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι σε περιοχές ανάμεσα σε αυτές οι λύσεις περιγράφονται ακριβώς όπως και στη γραμμική περίπτωση, ενώ ταυτόχρονα έχουμε και τη δημιουργία 2 νέων ειδών κυμάτων. Τα κρουστικά κύματα (shock wave) και τα κύματα αραίωσης (rarefaction wave) όπως ονομάζονται γίνονται κατανοητά από την απλή περίπτωση για μια εξίσωση και μια διάσταση (σχήματα 9, 10).

Η συνολική λύση πια είναι πολύ πολυπλοκότερη με προηγουμένως, και η αναλυτική της προσέγγιση αδύνατη. Για κάθε σημείο του χώρου πρέπει να βρούμε με πιο είδος "χαρακτηριστικής" καμπύλης συνδέεται με το υπόλοιπον χωρίο. Ετσι εκτός από τη περίπτωση της "ανεπηρέαστης" χαρακτηριστικής μπορεί να έχουμε σύνδεση μέσω 2 shock, 2 rarefaction ή ο συνδυασμός shock-rarefaction.

Περνώντας στο φασικό χώρο των "ανεξάρτητων" μεταβλητών μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές αυτές κινούμενοι πάνω στις καμπύλες που παράγουν τα ιδιοανύσματα και υπολογίζοντας τα σημεία όπου αυτές τέμνονται και επιλέγοντας τη φυσικά αποδεκτή λύση.



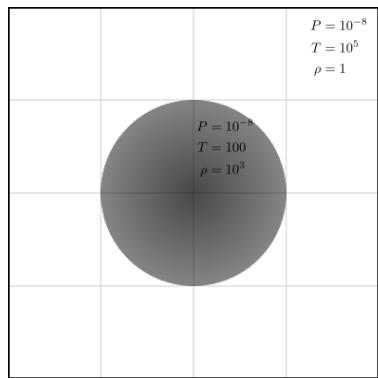
5.6 Κώδικας PLUTO

6 Ορισμός του test problem

Πριν προχωρήσουμε σε πολύπλοκες διαδικασίες, θα πρέπει να εξετάσουμε την απόδοση και την ευστάθεια του κώδικα PLUTO σε κάποια περισσότερο "απλοικά" σενάριο. Γι αυτό το λόγο θα ορίσουμε ένα test problem με ένα σφαιρικό, ομοιογενές νέφος που βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία πίεσης με το διαγαλαξιακό χώρο.

Στις επόμενες προσομοιώσεις ορίσαμε σαν χώρο ολοκλήρωσης ένα κουτί δύο διαστάσεων x_1 και x_2 όπου η καθε διάσταση απαρτίζεται από 256 κελιά και καλύπτεται από τις τιμές -4 έως $4 L_0$ δηλαδή ένα συνολικό εμβαδό $40 \text{ pc} \times 40 \text{ pc}$. Για το χρονικό διάστημα θεωρήσαμε τη τιμή $250\,000 t_0 = 8 \text{ Myrs}$ η οποία εκτιμήθηκε - όπως αναφέρουμε πιο αναλυτικά στη παράγραφο 8.2.3 - από τη σχέση c_s/L_{cloud} όπου c_s η ταχύτητα του ήχου και L_{cloud} η ακτίνα του νέφους.

Η χρονική ανάλυση των δεδομένων, δηλαδή τα διαστήματα ανά οποία ο κώδικας θα μας δίνει αποτελέσματα ορίστηκε στα $3000 t_0 = 96 \text{ kyrs}$, ενώ για τη παράμετρο CFL κρατήσαμε την προκαθορισμένη τιμή 0.4.



Σχήμα 11: Αρχικές συνθήκες ενός στατικού σφαιρικού νέφους ακτίνας 10 pc

Για τις συνοριακές συνθήκες χρησιμοποιήσαμε τη Neumann συνθήκη η παράγωγος στη συνοριακές επιφάνειες να είναι μηδενική, δηλαδή $\frac{\partial q}{\partial n} = 0$ μέσω της επιλογής outflow του PLUTO.

6.1 Αρχικές Συνθήκες

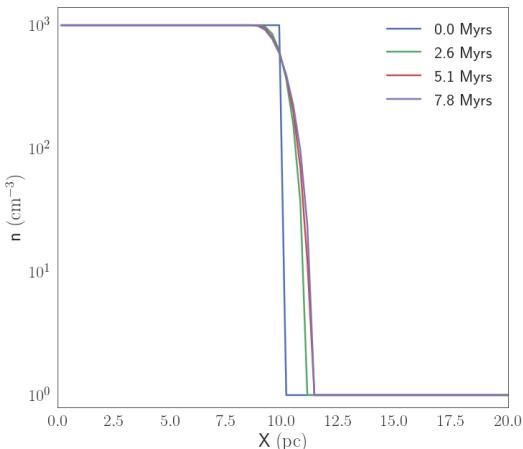
Θεωρούμε ένα στατικό μοριακό νέφος ακτίνας 10 pc με αριθμητική πυκνότητα της τάξης των 1000 cm^{-3} δηλαδή πυκνότητας $\rho = 1.67 \times 10^{-21} \text{ g cm}^{-3}$ και θερμοκρασίας $T = 100 \text{ K}$. Για το διαγαλαξιακό μέσο θεωρούμε αντίστοιχα μια αριθμητική πυκνότητα της τάξης του 1 cm^{-3} δηλαδή $\rho = 1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ και θερμοκρασία $T = 10^5 \text{ K}$.

6.2 Μονάδες κώδικα

Για τις ολοκληρώσεις ο PLUTO χρησιμοποιεί αδιάστατες μεταβλητές για τις ποσότητες πίεσης, πυκνότητας, ταχύτητας, χρόνου και θέσης έτσι ώστε οι αριθμητικές τιμές να εμπίπτουν σε πλαίσια που αποφεύγονται αριθμητικά σφάλματα ($> 10^{-9}$, $< 10^{12}$). Στο παρακάτω πίνακα ορίζουμε τις νέες μονάδες, τις οποίες ονομάζουμε και μονάδες κώδικα:

Πίνακας 3: Code Units

Quantity	Symbol	Code Unit
Length	L_0	$3 \times 10^{19} \text{ cm} = 10 \text{ pc}$
Velocity	V_0	$3 \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$
Density	ρ_0	$1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^3$
Time	$t_0 = \frac{L_0}{V_0}$	$10^9 \text{ sec} = 32 \text{ yrs}$
Pressure	$P_0 = \rho_0 V_0^2$	$1.5 \times 10^{-3} \text{ dyn cm}^{-2}$
Temperature	$T_0 = \frac{V_0^2 m_p}{k_b}$	10^{13} K



Σχήμα 12: Προφίλ της πυκνότητας κατά μήκος της ευθείας $y = 0$.

7 Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

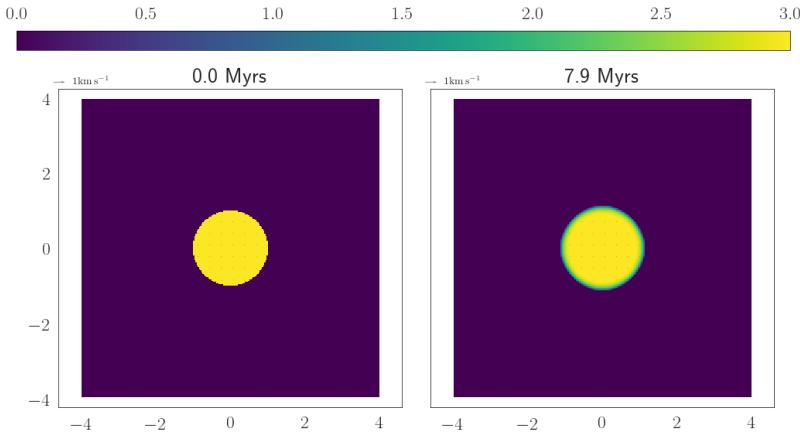
Αρχικά θα εκτελέσουμε τη προσομοίωση μας χωρίς καμία "ιδιαίτερη" φυσική διεργασία, δηλαδή θα αφήσουμε ελεύθερο ένα πυκνό σφαιρικό νέφος με τις παραπάνω αρχικές συνθήκες μέσα στο αραιό-θερμό διαγαλαξιακό αέριο.

Όπως παρατηρούμε από το σχήμα ?? και καλύτερα από το σχήμα 12 μέσα σε 8 εκατομμύρια χρόνια το νέφος είναι στη πράξη σταθερό.

Η φαινομενική διάχυση που παρατηρούμε είναι αποτέλεσμα αριθμητικών σφαλμάτων στις ταχύτητες (τάξης των 10^{-18}) καθώς δεν παίρνουμε υπόψιν μας τη μοριακή διάχυση. Η διάχυση προσθέτει έναν ελλειπτικό όρο στις εξισώσεις με συνέπεια μεγαλύτερη αριθμητική αστάθεια. Καθώς η διάχυση αφορά πολύ μικρές χωρικές κλίμακες τη θεωρούμε αμελητέα. Η πίεση παραμένει παντού σταθερή και γι αυτό το σχετικό διάγραμμα παραλείπεται.

8 Σφαιρικό νέφος με Radiation Cooling

Σκοπός μας είναι να εστιάσουμε στην επιρροή της ψύξης στη δυναμική του αερίου. Ο PLUTO μας δίνει αυτή τη δυνατότητα με τη χρήση διάφορων modules όπου το αέριο ψύχεται καθώς ακτινοβολεί (Radiation Cooling).



Σχήμα 13: Στιγμιότυπα της πυκνότητας ενός σφαιρικού νέφους έως τα 8 εκατομμύρια χρόνια.

8.1 Οπτικό βάθος

Το νέφος έχει αριθμητική πυκνότητα 1000 cm^{-3} άρα το οπτικό βάθος για ένα φωτόνιο που εκπέμπεται μέσα στο νέφος είναι:

$$\tau = nL\sigma_T \simeq 6.65 \times 10^{-3} \quad (8.1.1)$$

όπου $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ είναι η ενεργός διατομή Thomson.

Έτσι μπορούμε να συμπεράνουμε οτι είναι οπτικά αδιαφανές, άρα θεωρούμε ότι η ψύξη θα γίνεται ταυτόχρονα σε όλο τον όγκο του νέφους.

8.2 Tabulated Cooling

Το πρώτο cooling module που θα χρησιμοποιήσουμε ονομάζεται Tabulated Cooling, το οποίο υπολογίζει τον όρο ψύξης $\Lambda(T)$ στην εξίσωση ενέργειας

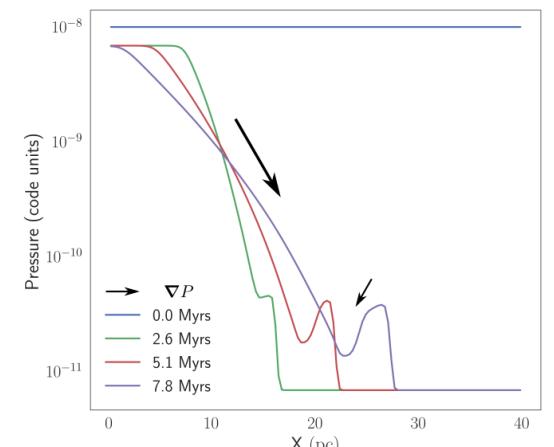
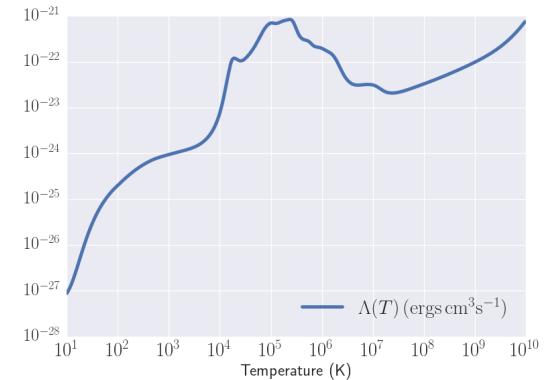
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda^*(n, T) = -n^2 \Lambda(T) \quad (8.2.1)$$

με αριθμητικές τιμές από έναν εμπειρικό πίνακα καθώς δεν έχουμε αναλυτική μορφή τη συνάρτησης ψύξης. Η μορφή της $\Lambda(T)$ εξαρτάται από τη μεταλλικότητα του αερίου, καθώς οι γραμμές εκπομπής (για θερμοκρασίες 10^4 έως 10^7 K) των μετάλλων κυριαρχούν. Για θερμοκρασίες ανώτερες των 10^7 K κυριαρχεί η ακτινοβολία bremsstrahlung ενώ για χαμηλότερες των 10^4 K η ψύξη προέρχεται από μοριακές εκπομπές (H_2, CO κλπ).

Οι εμπειρικές τιμές της $\Lambda(T)$ που χρησιμοποιήσαμε έχουν παραχθεί από το λογισμικό cloudy με αναλογίες αντίστοιχες της ηλιακής ατμόσφαιρας φαινονται στο σχήμα 14) σε μονάδες $\text{ergs cm}^3 \text{s}^{-1}$ και για $n = \frac{\rho}{\mu m_u}$.

Η "απλότητα" του συγκεκριμένου module το οποίο δεν συμπεριλαμβάνει τις χημικές διεργασίες, όπως θα δούμε παρακάτω, του προσδίδει αφενός το πλεονέκτημα των χαμηλών υπολογιστικών απαιτήσεων αλλά και την ευκολία στο να κάνουμε μια πρώτη εκτίμηση της χρονικής εξέλιξης των φαινομένων.

Σχήμα 14: Παράμετρος ψύξης Λ



Σχήμα 15: Το προφίλ της πίεσης του αερίου με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module σε διάφορα χρονικά στάδια. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να διατηρείται η πίεση στην καρδιά του νέφους.

8.2.1 Χρονική κλίμακα ψύξης

Για μια αρχική θερμοκρασία $T = 100\text{ K}$ και αριθμητική πυκνότητα $n = 10^3\text{ cm}^{-3}$ από την εξίσωση της ενέργειας μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του νέφους:

$$\tau_c = \frac{\rho e}{n^2 \Lambda(T)} = \frac{\frac{3}{2} k_b T}{n \Lambda(T)} \simeq 10^8 \text{ s} \simeq 3 \text{ yrs} \quad (8.2.2)$$

Βλέπουμε ότι η χρονική κλίμακα ψύξης είναι τάξης ετών, δηλαδή εξαιρετικά μικρή σε σχέση με τους χρόνους που προσομοιώνουμε (τάξης 10^5 yrs) και τους χρόνους δυναμικής των νεφών γενικά.

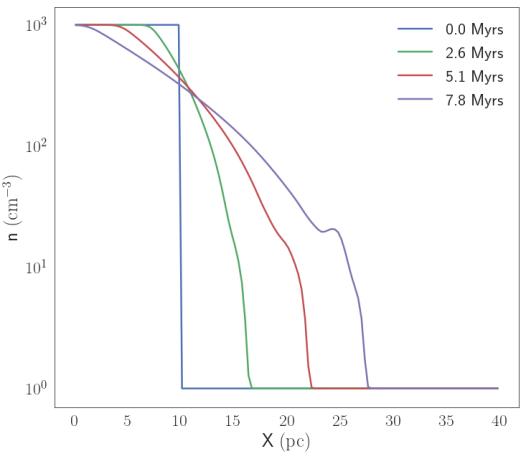
Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι καθώς τα modules που θα χρησιμοποιήσουμε μελετούν μόνο τη ψύξη του αερίου και όχι τη θέρμανση του, για παράδειγμα μέσω κοσμικής ακτινοβολίας, το μεσσαστρικό αέριο

Αν υπολογίζουμε την αντίστοιχη χρονική κλίμακα και για το εξωτερικό του νέφους βρίσκουμε περίπου 600 yrs.

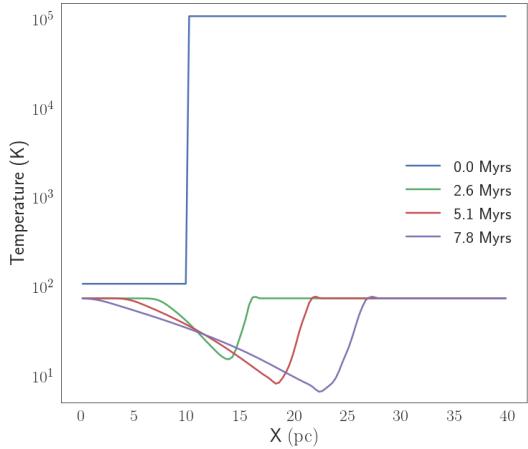
8.2.2 Δυναμική του νέφους

Το αέριο στο εσωτερικό του νέφους κρυώνει γρηγορότερα απ' ότι στο εξωτερικό περιβάλλον με συνέπεια η πίεση $P \sim \rho T$ να μικραίνει γρηγορότερα στο εσωτερικό (εφόσον αρχικά είναι ίδια παντού). Αυτή η διαφορά πίεσης δημιουργεί μια δύναμη η οποία θα έπρεπε να επιταχύνει το αέριο προς το εσωτερικό του.

Από τις προσομοιώσεις όμως, βλέπε σχήματα (15,15) παρατηρούμε το αντίθετο αποτέλεσμα, δηλαδή μια διαφορά πίεσης με φορά δύναμης προς τα έξω.

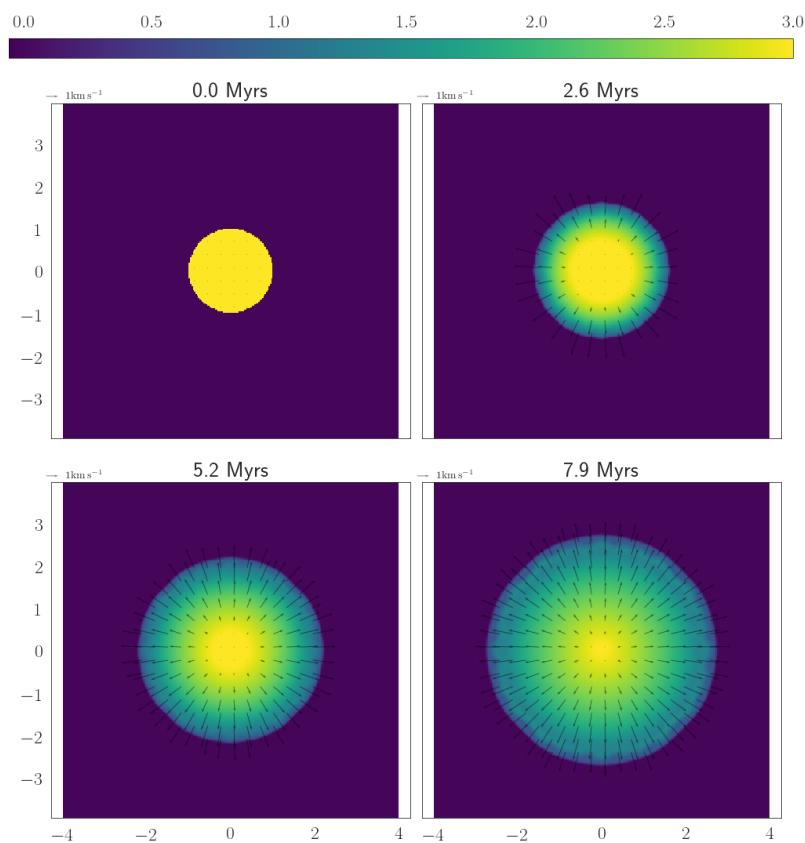


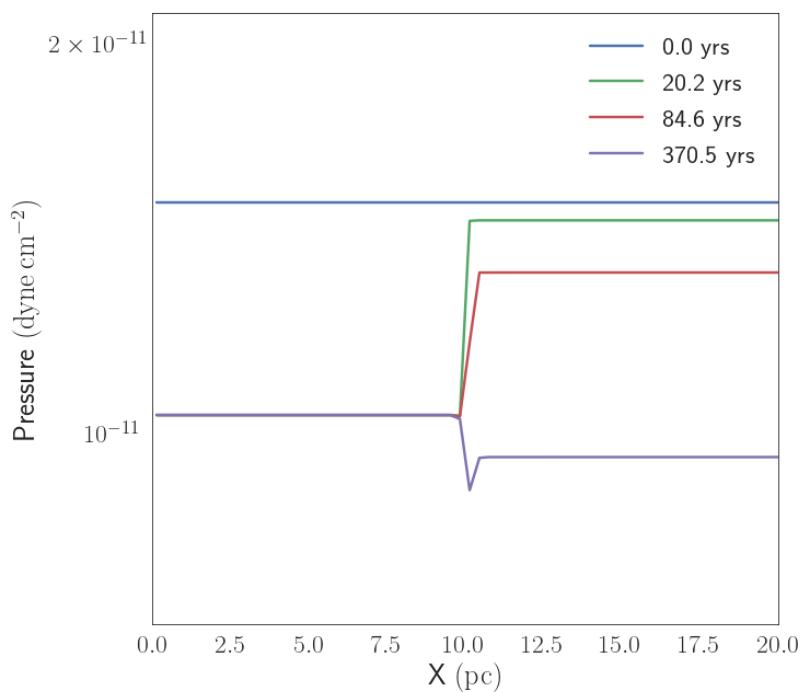
Σχήμα 16: Το προφίλ της πυκνότητας του αερίου με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας $y = 0$ με το χρόνο.



Σχήμα 17: Το προφίλ τη θερμοκρασίας με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας $y = 0$ με το χρόνο

Σχήμα 18: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους στο χρόνο σε λογαριθμική κλίμακα.





Σχήμα 19

Για να μελετήσουμε αυτή τη "παράδοξη" συμπεριφορά διαφορά επαναλάβαμε την προσομοίωση σε χρόνους τάξης ετών. Όπως βλέπουμε από το γράφημα 20 η θερμοκρασία στο εσωτερικό όντως μειώνεται αρκετά γρηγορότερα από το εξωτερικό με αποτέλεσμα τη δημιουργία ισοζυγίου δύναμης προς το εσωτερικό.

Καθώς όμως ξεπερνάμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του αερίου αυτή ψύξη πρακτικά σταματάει λόγω του ότι η θερμοκρασία του νέφους άγγιζε κάποια ελάχιστη τιμή, περίπου στους 70 K.

Το ISM έχοντας πολύ υψηλότερη αρχική θερμοκρασία, μικρότερη πυκνότητα και μεγαλύτερη χρονική κλίμακα ψύξης συνεχίζει να ρίχνει τη πίεση του μέχρι που αυτή ξεπερνάει τη πίεση του νέφους αντιστρέφοντας τη διαδικασία και ξεκινώντας τη διαστολή του νέφους (βλέπε και σχήμα 19).

8.2.3 Crossing Time

Από την εξίσωσης της ορμής:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} \quad (8.2.3)$$

η διαφορά πίεσης που εμφανίζεται λόγο διαφορετικού ρυθμού (και κυρίως τερματισμού της) ψύξης των δύο αερίων δημιουργεί μια δύναμη ακτινικά προς τα έξω η οποία διαστέλλει το νέφους. Ουσιαστικά η διαστολή αυτή είναι η μετάδοση δύο κυμάτων. Ενός κύματος συμπύκνωσης προς το εξωτερικό το οποίο συνοδεύεται από ένα κύμα αραίωσης στο εσωτερικό. Δηλαδή εν τέλει έχουμε μια φαινομενική "κατάρρευση" του νέφους, αφού η φαινομενική ακτίνα του (δηλαδή η ακτίνα εκείνη που διατηρεί την αρχική πυκνότητα) μικραίνει.

Η ταχύτητα διάδοσης αυτής της "κατάρρευσης" δηλαδή η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων είναι η ταχύτητα του ήχου στο εκάστοτε μέσο. Η τοπική ταχύτητα του ήχου είναι:

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \quad (8.2.4)$$

όπου $\gamma = 5/3$

Από τις αρχικές συνθήκες (παράγραφος 6.1) οι τοπικές ταχύτητες του ήχου για το εσωτερικό και το εξωτερικό είναι:

$$c_s = 1.2 \text{ km s}^{-1} \quad (\text{MC}) \quad (8.2.5)$$

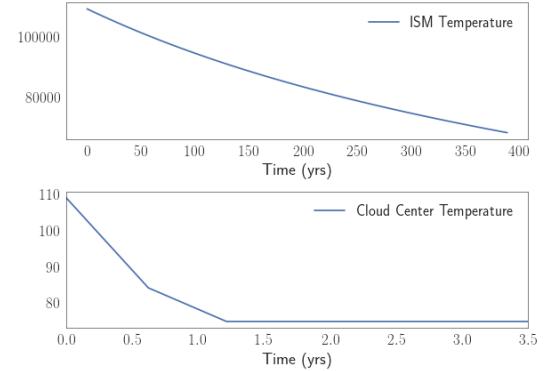
$$c_s = 38.7 \text{ km s}^{-1} \quad (\text{ISM}) \quad (8.2.6)$$

Καθώς η πίεση πέφτει, η ταχύτητα του ήχου στο νέφος μειώνεται κατά ένα παράγοντα $\sim 0.75^{1/2} = 0.8$ δηλαδή περίπου 1 km s^{-1} .

Άρα τώρα μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα της "κατάρρευσης" με βάση την ακτίνα του νέφους:

$$\tau_R = \frac{R}{c_s} \simeq 7.5 \text{ Myrs} \quad (8.2.7)$$

το οποίο φαίνεται να συμφωνεί με τη παρατήρηση, βλέπε σχήμα ??.



Σχήμα 20: Η θερμοκρασία στο κέντρο του νέφους συναρτήσει του χρόνου σε ακρίβεια τάξης ετών

8.2.4 Πρώτα Συμπεράσματα

Με τη χρήση του Tabulated Cooling Module του PLUTO δείξαμε ότι η προσπάθεια προσομοίωσης της δυναμικής ενός σχετικά κρύου αερίου ότι οδηγεί σε μια σχεδόν κατώτατη θερμοκρασία η οποία προκύπτει από τη απότομη αύξηση της κλίσης της καμπύλης ψύξης.

Παρότι δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα η σταθερότητα της είναι μη ρεαλιστική (καθώς η μεταλλικότητα και η αναλογία ιόντων μπορεί να αλλάζει ανά περιοχή και ανά χρονο) κάτι που κρίνουμε οτί προς το παρόν δεν μας καλύπτει.

8.3 SNEq Cooling

Με βάση τα παραπάνω θα εξετάσουμε το δεύτερο module ψύξης μέσω ακτινοβολίας οπτικά αραιού μέσου του PLUTO, το οποίο ονομάζεται **Simplified Non-Equilibrium Cooling (SNEq)**.

Για να χρησιμοποιήσουμε το SNEq θα πρέπει να ορίσουμε σαν μια ακόμη μεταβλητή την αναλογία ουδετέρου Υδρογόνου σε σχέση με το Πλάσμα. Σε κάθε βήμα της προσομοίωσης ο κώδικας ολοκληρώνει μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις και την χρονική μεταβολή του x_{HI} μέσω της εξίσωσης:

$$\frac{\partial x_{\text{HI}}}{\partial t} = n_e (- (c_r + c_i) f_n + c_r) \quad (8.3.1)$$

μαζί με την εξίσωση της ενέργειας ή οποία γίνεται:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e) = -\Lambda = -n_e n_{\text{H}} \left(\sum_{k=1}^{16} j_k + w_{i/r} \right) \quad (8.3.2)$$

όπου η άθροιση στα k υπολογίζει 16 διαφορετικές γραμμές εκπομπής ($\text{Ly } \alpha$, $\text{H } \alpha$, HeI (584+623), CI (9850 + 9823), CII (156 μ), CII (2325 \AA), NI (5200 \AA), NII (6584 + 6548 \AA), OI (63 μ), OI (6300 + 6363 \AA), OII (3727), MgII (2800), SiII (35 μ), SII (6717 + 6727), FeII (25 μ), FeII (1.6 μ))

Ο συντελεστής j_k έχει μονάδες erg/sec cm^3 και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$j_k = \frac{\hbar^2 \sqrt{2\pi}}{\sqrt{k_B m_e m_e}} f_k q_{12} \frac{h\nu_k}{1 + n_e (q_{21}/A_{21})} \quad (8.3.3)$$

με k τον δείκτη της εκάστοτε μετάπτωσης και $f_k = n_k/n_{\text{H}}$ το ποσοστό του εκάστοτε στοιχείου.

$$q_{12} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{12}}{g_1} e^{-\frac{h\nu_k}{k_B T}} \quad q_{21} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{21}}{g_2} \quad (8.3.4)$$

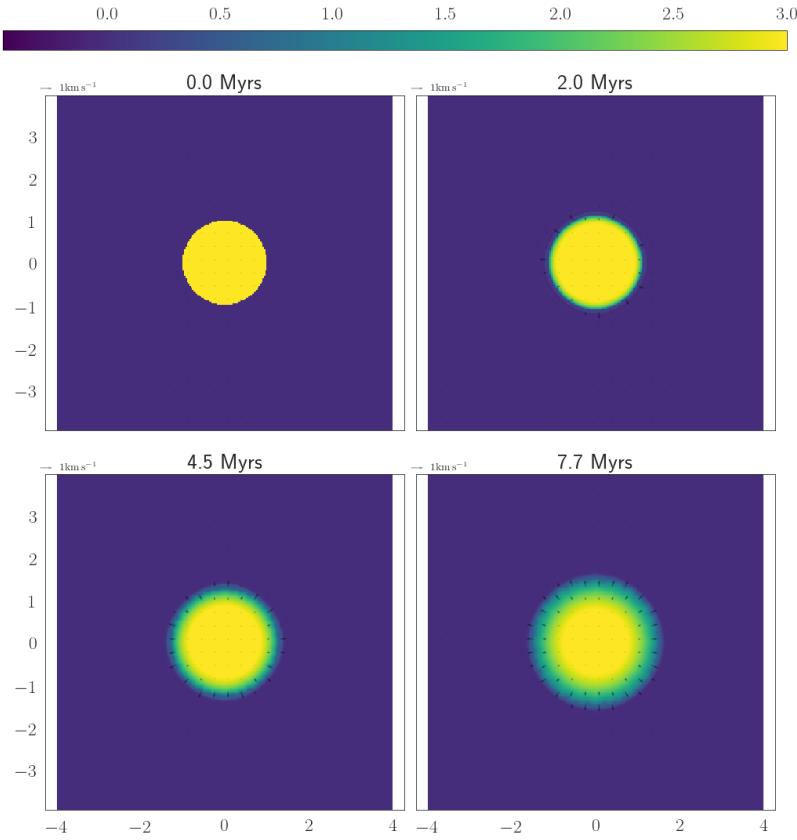
με $\Omega_{12} = \Omega_{21}$ η ισχύς της σύγκρουσης με τιμές οι οποίες είναι καταγεγραμμένες σε πίνακα. Το $w_{i/r}$ αντιπροσωπεύει τη θερμική ενέργεια που χάνεται από τον ιονισμό και την επανασύνδεση:

$$w_{i/r} = c_i \times 13.6 \times 1.6 \times 10^{-12} f_n + c_r \times 0.67 \times 1.6 \times 10^{-12} (1 - f_n) \frac{T}{11590} \quad (8.3.5)$$

όπου c_r και c_i είναι οι ρυθμοί ιονισμού και επανασύστασης του Υδρογόνου:

$$c_r = \frac{2.6 \times 10^{-11}}{\sqrt{T}} \quad c_i = \frac{1.08 \times 10^{-8} \sqrt{T}}{13.6^2} e^{-\frac{157890}{\sqrt{T}}} \quad (8.3.6)$$

8.3.1 Προσομοίωση με SNEq Cooling



Σχήμα 21: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους για τη προσομοίωση του SNeq Cooling στο χρόνο (σε λογαριθμική κλίμακα).

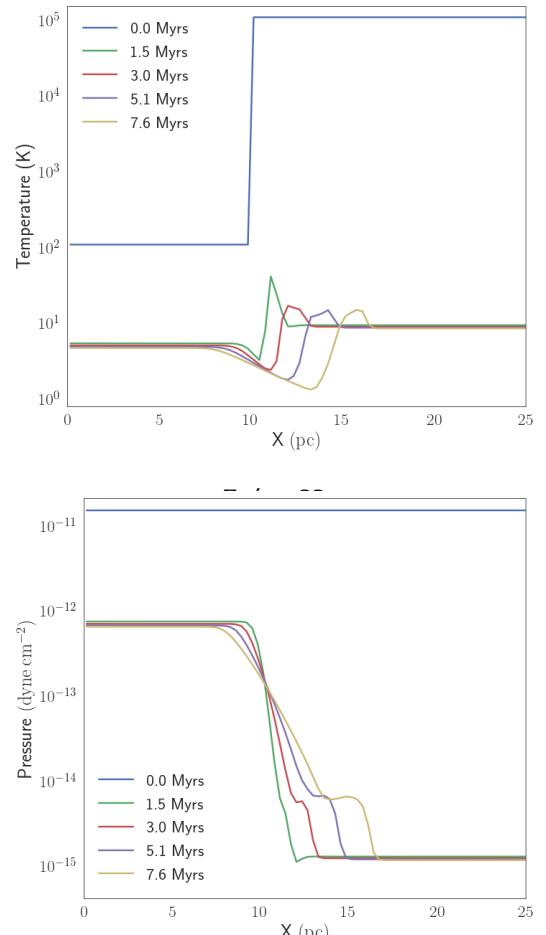
Δεχόμενοι σαν βάση τη προηγούμενη προπάθεια μας και τις ίδιες αρχικές συνθήκες για να χρησιμοποιήσουμε το SNeq Cooling Module θα πρέπει να ορίσουμε το ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου x_{HI} .

Για να ελέγξουμε την ευστάθεια των χημικών διεργασιών θεωρήσαμε σαν αρχική συνθήκη το ποσοστό του ουδετέρου υδρογόνου να είναι στο εσωτερικό του νέφους $x_{\text{HI}} = 0.1$ οπότε θα περιμέναμε λόγω της χαμηλής θερμοκρασίας και υψηλής πυκνότητας το ποσοστό αυτό να αυξηθεί. Στο εξωτερικό του νέφους, με το ίδιο σκεπτικό, χρησιμοποιούμε τη τιμή $x_{\text{HI}} = 0.9$ οπότε αντίστοιχα περιμένουμε λόγω της υψηλής θερμοκρασίας και της χαμηλής πυκνότητας σχεδόν ολόκληρο το υδρογόνου να είναι σε ατομική μορφή.

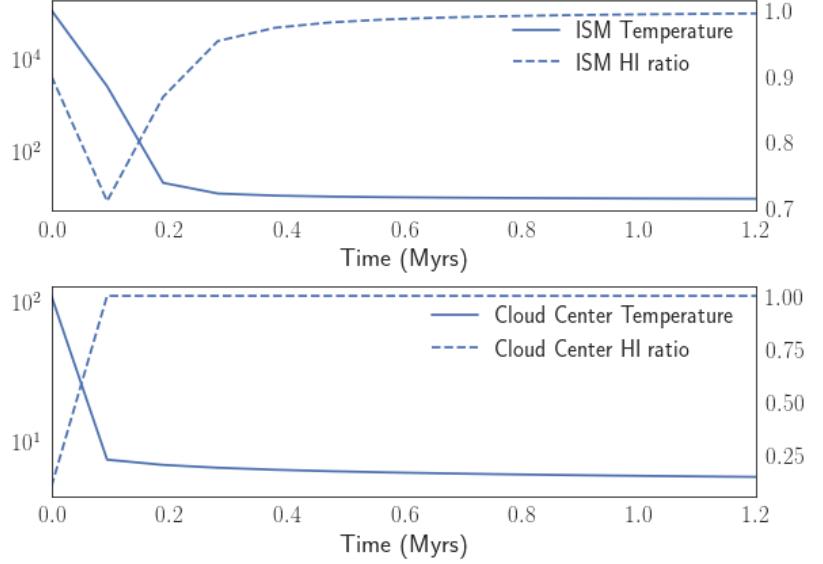
Όπως παρατηρούμε και από το σχήμα 24 η συμπεριφορά είναι όντως η αναμενόμενη εκτός από το μεσοαστρικό χώρο ο οποίος κρυώνει σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα αναγκάζοντας το ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου να μειώνεται έως ότου η χαμηλή θερμοκρασία να το επαναφέρει στο 100%.

Αντίστοιχα, για το πλήρη έλεγχο, εκτελέσαμε τη προσομοίωση με τα αντίστροφα ποσοστά με ταυτόσημα αποτελέσματα οπότε και παραλείψαμε τα σχετικά διαγράμματα.

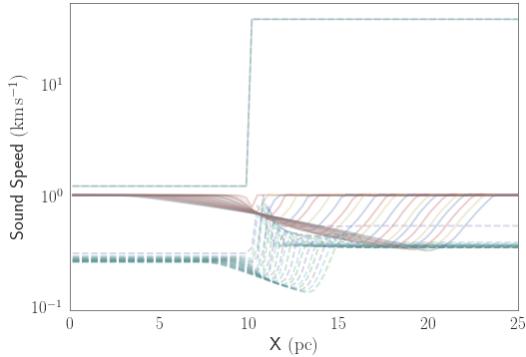
Η θερμοκρασία του νέφους φτάνει σε τιμές κάτω των 10 K, κάτι το οποίο έρχεται σε συμφωνία με τα παρατηρησιακά δεδομένα από τα μοριακά νέφη. Όπως είδαμε και προηγουμένως η θερμοκρασία του μεσοαστρικού χώρου



Σχήμα 23



Σχήμα 24: Θερμοκρασία (αριστερή κλίμακα) και ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου (διακεκομμένη καμπύλη, δεξιά κλίμακα) για το μεσοαστρικό αέριο (επάνω σχήμα) και εσωτερικό του νέφους (κάτω σχήμα)

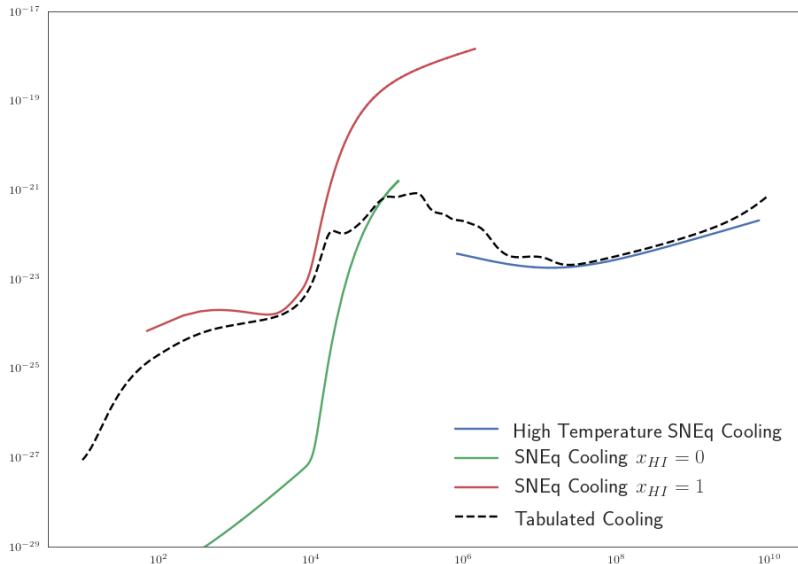


Σχήμα 25

μειώνεται αρκετά γρήγορα κοντά στους 10 K.

Λόγω της σχεδόν ισοδύναμης ψύξης του νέφους με το μεσοαστρικό περιβάλλον η διαφορά πίεσης είναι μικρότερη όπως και η ταχύτητα του ήχου στο εσωτερικό του νέφους με αποτέλεσμα η φαινομενική κατάρρευση της κεντρικής περιοχής να είναι πολύ πιο αργή σε σχέση με το Tabulated Cooling. Στο σχήμα 25 παρουσιάζουμε τις διαφορές στη ταχύτητα του ήχου μεταξύ του tabulated Cooling και του SNEq Cooling.

Συμπερασματικά παρότι η ψύξη στο εσωτερικό του νέφους αποδίδει πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα σε σχέση με τις παρατηρήσεις η καμπύλη ψύξης φαίνεται να μη συμφωνεί καθόλου με τη παρατηρούμενη καμπύλη ψύξης. Κρίνουμε ότι το module SNEq δεν κρίνεται αξιόπιστο για τις ανάγκες μας.



Σχήμα 26

8.4 H₂ Cooling

Παρότι σε υψηλές θερμοκρασίες η προσέγγιση του αερίου σαν ιονισμένο πλάσμα είναι ικανοποιητική σε χαμηλές θερμοκρασίες όπου κυριαρχούν οι μοριακές εκπομπές είναι ανεπαρκής έως και λανθασμένη. Οι περισσότεροι μαγνητούδροδυναμικοί αριθμητικοί κώδικες όπως και ο PLUTO επιλύουν τις εξισώσεις με τη προσέγγιση του ενός ρευστού το οποίο σημαίνει ότι δυναμικά δεν μπορούμε να αποφύγουμε το μη υπολογισμό φαινομένων της αλληλεπίδρασης των πολλαπλών στοιχείων, μορίων και σκόνης (ειδικότερα αν βάλουμε στο παιχνίδι και μαγνητικά πεδία).

Τα Cooling modules SNEq και H2Cool δραστηριοποιούνται παράλληλα με την ολοκλήρωση των κινητικών εξισώσεων υπολογίζοντας την εξέλιξη της χημικής σύστασης του αερίου μέσω χημικών δικτύων και με βάση τη πυκνότητα και τη θερμοκρασία.

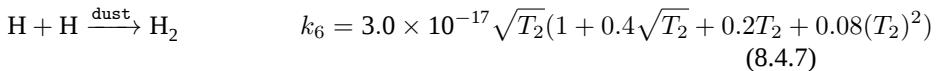
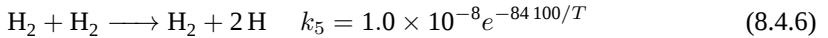
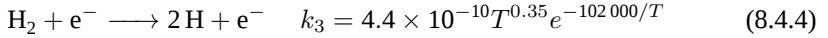
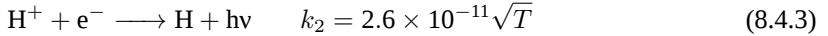
Το H2COOL εισάγει με τη σειρά του 2 ακόμα μεταβλητές. Ετσι, εκτός του ποσοστού ουδετέρου υδρογόνου, έχουμε το ποσοστό ιονισμένου υδρογόνου x_{HII} και το ποσοστό μοριακού Υδρογόνου x_{H_2} .

$$x_{\text{HI}} = \frac{n_{\text{HI}}}{n_{\text{H}}} \quad x_{\text{HII}} = \frac{n_{\text{HII}}}{n_{\text{H}}} \quad x_{\text{H}_2} = \frac{n_{\text{H}_2}}{n_{\text{H}}} \quad (8.4.1)$$

όπου η συνολική αριθμητική πυκνότητα του Υδρογόνου $n_{\text{H}} = n_{\text{H}_I} + n_{\text{H}_{II}} + 2n_{\text{H}_2}$.

Η χημική εξέλιξη του μοριακού, ατομικού και ιονισμένου υδρογόνου

ακολουθεί τις αντιδράσεις:



όπου T η θερμοκρασία σε Κέλβιν, T_{eV} η θερμοκρασία σε ηλεκτρονιοβόλτη, $T_2 = \frac{T}{100}$ και k_i ο ρυθμός εξέλιξης της κάθε αντίδρασης σε $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$.

Η εξέλιξη των αριθμητικών πυκνοτήτων υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$S_i = \frac{dn_i}{dt} = \sum_{j,k} k_{j,k} n_j n_k - n_i \sum_j k_{i,j} n_j \quad (8.4.8)$$

όπου $k_{j,k}$ είναι ο ρυθμός παραγωγής του i στοιχείου από τα υπόλοιπα στοιχεία j και k , και $k_{i,j}$ ο ρυθμός καταστροφής του i στοιχείου από όλα τα j στοιχεία.

Ο κώδικας ολοκληρώνει τα ποσοστά των 3 ειδών υδρογόνου μέσω της επίλυσης της παραπάνω εξίσωσης μαζί με την εξίσωση μεταφοράς:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\vec{u} \cdot \vec{\nabla} X_i + S_i \quad (8.4.9)$$

όπου ο όρος μεταφοράς $-\vec{u} \cdot \vec{\nabla} X_i$ ολοκληρώνεται μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις μάζας, ορμής (hydro step) ενώ ο όρος S_i ολοκληρώνεται κατά το βήμα της ψύξης (cooling step).

Οι ενεργειακές απώλειες λόγω ψύξης τελικά υπολογίζονται, εκτός από τις παραπάνω αντιδράσεις, από τις απώλειες ιονισμού λόγω κρούσης Λ_{CI} και επανασύνδεσης λόγω ακτινοβολίας Λ_{RR} , απώλειες λόγω περιστροφής και ταλάντωσης (rotational-vibrational cooling) Λ_{rotvib} και διάσπασης (dissociation) Λ_{diss} των μορίων H_2 , και της διαδικασίας αλληλεπίδρασης σκόνης-αερίου (gas-grain process) Λ_{grain} .

$$\Lambda = \Lambda_{CI} + \Lambda_{RR} + \Lambda_{rotvib} + \Lambda_{diss} + \Lambda_{grain} \quad (8.4.10)$$

Depending on the requirement, the user can add more components to the cooling function, for e.g., cooling due to fixed fractions of standard molecules like CO, OH, H 2 O etc or contributions from collisional excitation of lines as indicated in the SNEq module.

8.4.1 Προσομοίωση με H2COOL

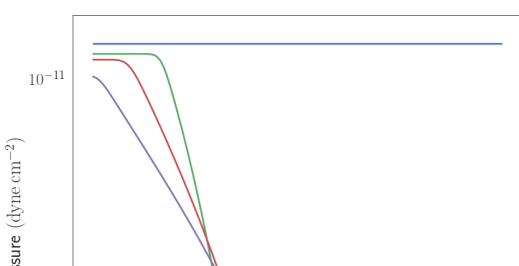
Ακολουθώντας την ίδια πορεία με προηγουμένως ορίζουμε στις αρχικές συνθήκες τα ποσοστά μοριακού, ουδετέρου και ιονισμένου υδρογόνου όπως φαίνονται στο πίνακα 4.

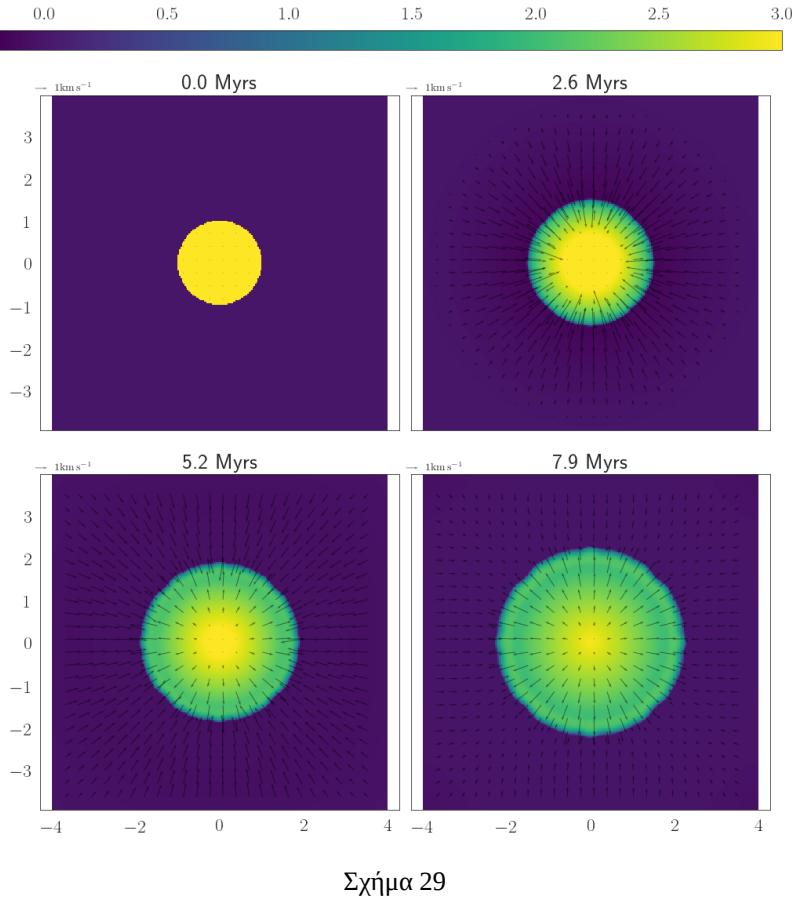
Το πρώτο που παρατηρούμε είναι ότι το νέφος διαστέλλεται σε χρονική κλίμακα τάξης του crossing time. Ο λόγος είναι γιατί η διαφορά πέσεων είναι πολύ μεγαλύτερη καθώς το κεντρικό τμήμα του νέφους διατηρεί τη πίεση

Πίνακας 4

Αρχικές συνθήκες για τα ποσοστά των διαφορετικών μορφών Υδρογόνου

Περιοχή	x_{H_1}	$x_{\text{H}_{\text{II}}}$	x_{H_2}
Μοριακό Νέφος	0.1	0	0.9
Μεσογαλαξιακό μέσο	0.9	0.1	0





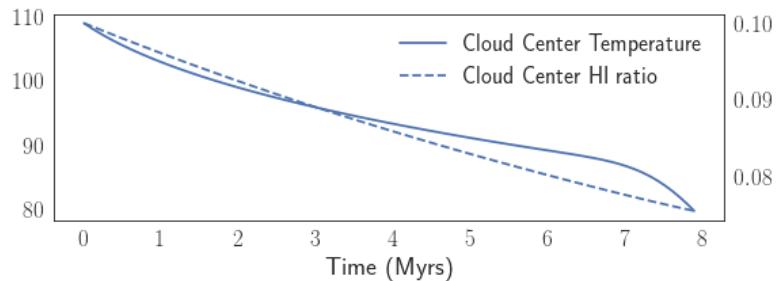
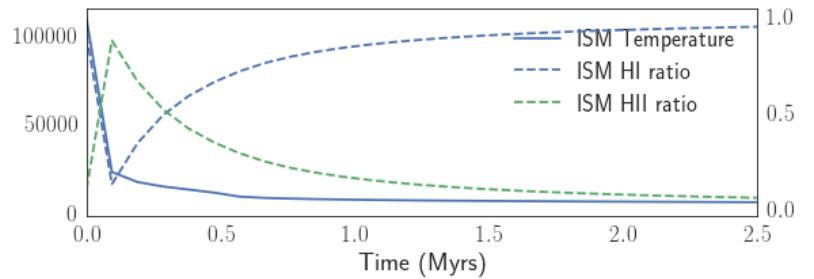
στα ίδια επίπεδα με την αρχική πίεση 10^{-8} . Για να αλλάξει η πυκνότητα στο εσωτερικό του νέφους χρειάζεται ένας αρκετά μεγάλος χρόνος, άρα η σχετική στασιμότητα της πίεσης σημαίνει και στασιμότητα της θερμοκρασίας. Όντως όπως βλέπουμε και στο σχήμα 28 η θερμοκρασία του νέφους μειώνεται πάρα πολύ αργά (τάξης εκατομμυρίων ετών ενώ η αντίστοιχη σε μέγεθος μείωση της θερμοκρασίας για το Tabulated Cooling ήταν τάξης ετών). Η διαφορά αυτή οφείλεται στο ότι το module H2COOL απευθύνεται αυστηρά στις μεταβάσεις και μεταβολές του Υδρογόνου. Οι ενεργειακές μεταβάσεις του υδρογόνου είναι σημαντικές για θερμοκρασίες περίπου πάνω από 100 K. Για χαμηλότερες θερμοκρασίες κυρίαρχο ρόλο παίζουν τα CO, OH, H₂O και He.

Επίσης λόγω της απουσίας των γραμμών εκπομπής των μετάλλων η ψύξη του διαγαλαξιακού αέριου επιβραδύνεται αρκετά κοντά στους 3×10^3 K καθώς ολόκληρο το υδρογόνο μετατρέπεται σε ουδέτερο (σχήμα 30).

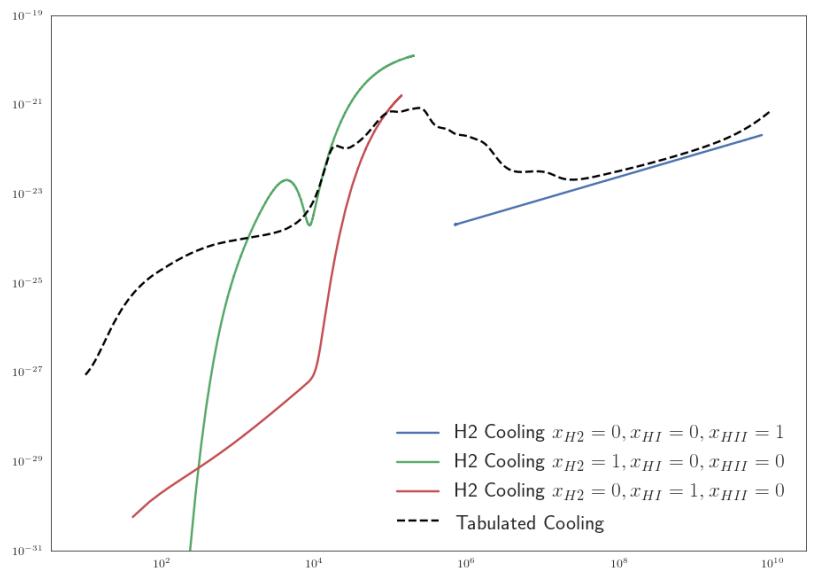
Τα αποτελέσματα αυτά γίνονται απόλυτα κατανοήτα από τη καμπύλη ψύξης που παράξαμε για μερικές χαρακτηριστικές τιμές του ποσοστού ιονισμένου, ουδετέρου και μοριακού υδρογόνου στο σχήμα 31.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι παρότι το H2Cool αποδίδει πολύ καλύτερα από το SNEq σαν module που εκτελεί ταυτόχρονα και χημικές διεργασίες, η συμπεριφορά του στις πολύ χαμηλές θερμοκρασίες είναι ανεπαρκής λόγω έλλειψης των γραμμών εκπομπής των μορίων CO, OH και H₂O.

Έτσι στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε σαν βέλτιστη επιλογή το Tabulated



$\Sigma\chi\mu\alpha$ 30



$\Sigma\chi\mu\alpha$ 31

Cooling Module.

9 Βαρύτητα

Είναι προφανές ότι έναν από τους ισχυρότερους ρόλους στην αστροφυσική (αν όχι το μεγαλύτερο) τον παίζει η βαρύτητα.

9.1 Self Gravity

Επειδή ο PLUTO δεν μπορεί να χειριστεί την ιδιοβαρύτητα θα προσπαθήσουμε να τη προσεγγίσουμε τοποθετώντας ένα βαρυτικό δυναμικό ομογενούς σφαίρας στο εσωτερικό του νέφους και ένα δυναμικό σημειακής μάζας στο εξωτερικό του νέφους. Δηλαδή:

$$\vec{g}(x, y) = \begin{cases} \frac{GM}{R^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } r < R \\ \frac{GM}{r^3}(x\hat{x} + y\hat{y}) & \text{if } r > R \end{cases} \quad (9.1.1)$$

όπου $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

9.1.1 Βαρυτική Σταθερά

Για να χρησιμοποιήσουμε τη δύναμη της βαρύτητας θα πρέπει να υπολογίσουμε τη σταθερά G σε μονάδες κώδικα, όπως βλέπουμε και από το πίνακα 3. Άρα

$$G = G_{\text{cgs}} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2} = G_{\text{cgs}} \frac{1.67 \times 10^{-24} \text{g cm}^{-3}}{\rho_0} \frac{10^{18} \text{s}^2}{t_0^2} \quad (9.1.2)$$

Αντικαθιστώντας $G_{\text{cgs}} = 6.674 \times 10^{-8}$ βρίσκουμε

$$G = 1.114 \times 10^{-13} \text{G}_0 \quad (9.1.3)$$

όπου $G_0 = (\rho_0 t_0)^{-1}$ η σταθερά της βαρύτητας σε μονάδες κώδικα.

9.1.2 Χρόνος Ελεύθερης Πτώσης

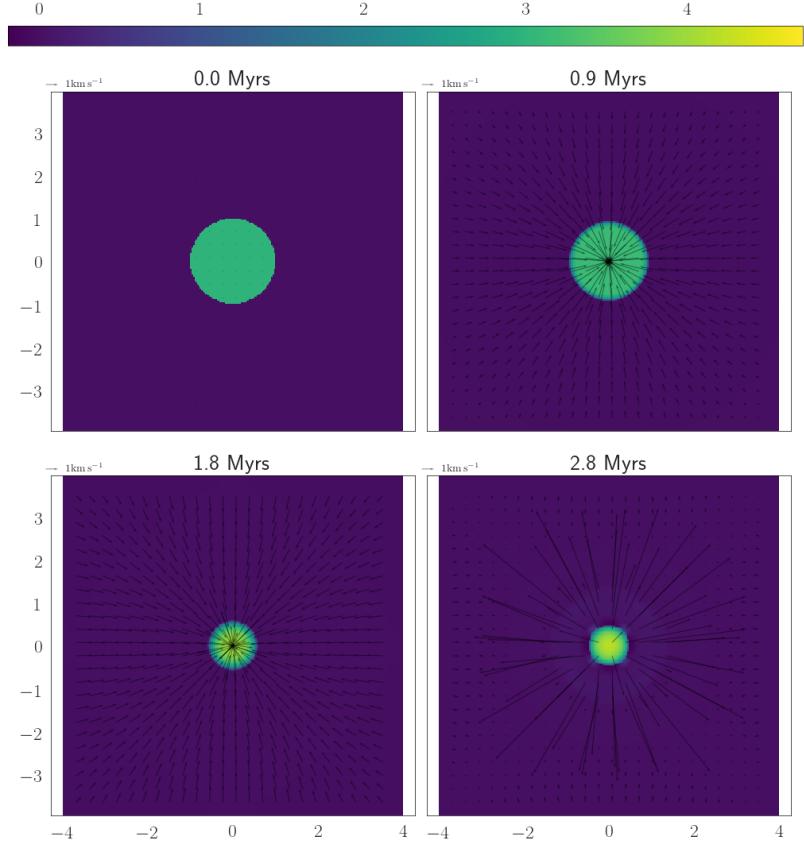
Ο χρόνος ελεύθερης πτώσης (free-fall time) είναι η χρονική κλίμακα που χρειάζεται ένα σώμα να καταρρεύσει κάτω από το ίδιο το βάρος του, αν δεν υπεισέρχονται άλλες δυνάμεις που να αντισταθμίσουν ή να επιταχύνουν τη διαδικασία. Έτσι παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στις χρονικές κλίμακες πολλών αστροφυσικών διεργασιών.

Στη περίπτωση του δικού μας νέφους ο χρόνος ελεύθερης πτώσης υπολογίζεται:

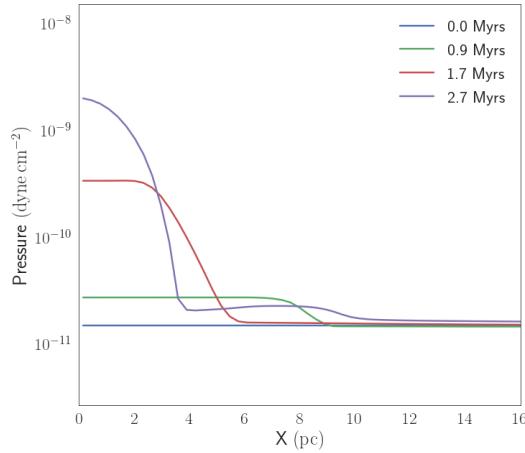
$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} = 51\,404 t_0 = 1.6 \text{ Myrs} \quad (9.1.4)$$

9.2 Σφαιρικό νέφος μέσα σε βαρυτικό δυναμικό χωρίς Ψύξη

Για να εξετάσουμε την επίδραση της βαρύτητας αρχικά θα εκτελέσουμε την προσομοίωση που έχουμε κάνει και προηγουμένως, αρχικά σε ένα νέφος που δεν εμπεριέχει διαδικασία ψύξης.



Σχήμα 32: Ο χάρτης της πυκνότητας (λογαριθμική κλίμακα) σε 4 διαδοχικά στιγμιότυπα έως και λίγο αργότερα από το χρόνο κατάρρευσης. Η εσωτερική πίεση του νέφους το διογκώνει έως η βαρύτητα αργότερα να το επαναφέρει.

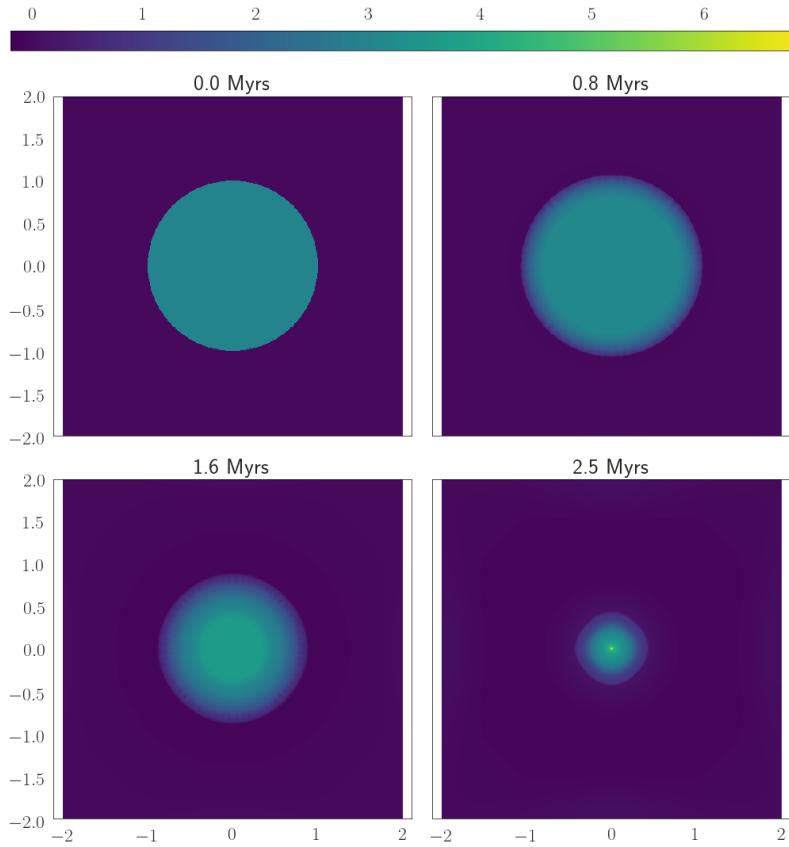


Σχήμα 33: Το προφίλ τη πίεσης σε 4 διαδοχικά στιγμιότυπα μέχρι και λίγο αργότερα από το χρόνο κατάρρευσης.

Το αποτέλεσμα όπως φαίνεται από το σχήμα ?? δείχνουν ένα χρόνο κατάρρευσης κοντά στα 2 Myrs καθώς στη συνέχεια το νέφος αναπτδά λόγω της θερμικής πίεσης (σχήμα 33) και επιταχύνεται προς τα έξω. Το αποτέλεσμα είναι πολύ κοντά στην τιμή του χρόνου ελεύθερης πτώσης καθώς η πίεση δεν ήταν αρκετή για να επιβραδύνει νωρίτερα την κατάρρευση και επίσης η ακριβεία των προσομοιώσεων δεν είναι αρκετή για να διαχειριστεί απόλυτα σωστά το φαινόμενο της βαρυτικής κατάρρευσης. Ένα pixel αντιστοιχεί σε $0.3125 \text{ parsec} \simeq 1 \text{ ly}$ μέγεθος πολύ μεγαλύτερο από ένα πρωτοαστέρα που θεωρούμε ότι είναι το αναμενόμενο αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης.

9.3 Σφαιρικό νέφος σε βαρυτικό δυναμικό με Radiation Cooling

Στη συνέχεια θα επαναλάβουμε τη προσομοίωση της βαρυτικής κατάρρευσης μαζί με τη ψύξη του αερίου. Επειδή κρίναμε ότι τελικά το Tabulated Cooling αποδίδει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα για τις χαμηλές θερμοκρασίες θα το χρησιμοποιήσουμε για τη προσομοίωση της ψύξης του νέφους.



Σχήμα 34: Ο χάρτης της πυκνότητας (λογαριθμική κλίμακα) σε 4 διαδοχικά στιγμιότυπα μέχρι το χρόνο κατάρρευσης.

Για τη συγκεκριμένη προσομοίωση χρησιμοποιήσαμε μεγαλύτερη ανάλυση (512X512 pixel) και χρονική ανάλυση στα 95 kyr. Θεωρούμε σαν χρόνο κατάρρευσης το χρόνο εκείνο όπου η κεντρική περιοχή αποκτά τη μέγιστη πυκνότητα. Ετσι υπολογίζουμε

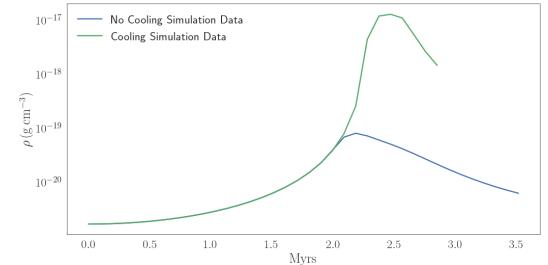
$$t_{\text{col}} = (2.47 \pm 0.05) \text{ Myrs} \quad (9.3.1)$$

με τη μέγιστη πυκνότητα να έχει τιμή

$$\rho_{\text{max}} = 1.29 \times 10^{-17} \text{ g cm}^{-3} \quad (9.3.2)$$

9.3.1 Σφαίρα Bonnor-Ebert

Αν θεωρήσουμε ένα οπτικά διαφανές, σφαιρικό μοριακό νέφος το οποίο βρίσκεται σε ισορροπία πιέσεων και η θερμοκρασία του διατηρείτε σταθερή (δηλαδή το πλεόνασμα ενέργειας από τη βαρυτική κατάρρευση εξισορροπείτε από την ψύξη μέσω της εκπομπής ακτινοβολίας) τότε θα έχουμε:



Σχήμα 35: Πυκνότητα στο κέντρο του νέφους σε σχέση με το χρόνο για τις δύο προσομοώσεις.

$$\frac{GM_r}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = 0 \quad \text{Εξίσωση Κίνησης} \quad (9.3.3)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad \text{Εξίσωση Διατήρησης της Μάζας} \quad (9.3.4)$$

$$P = c_s^2 \rho \quad \text{Καταστατική Εξίσωση} \quad (9.3.5)$$

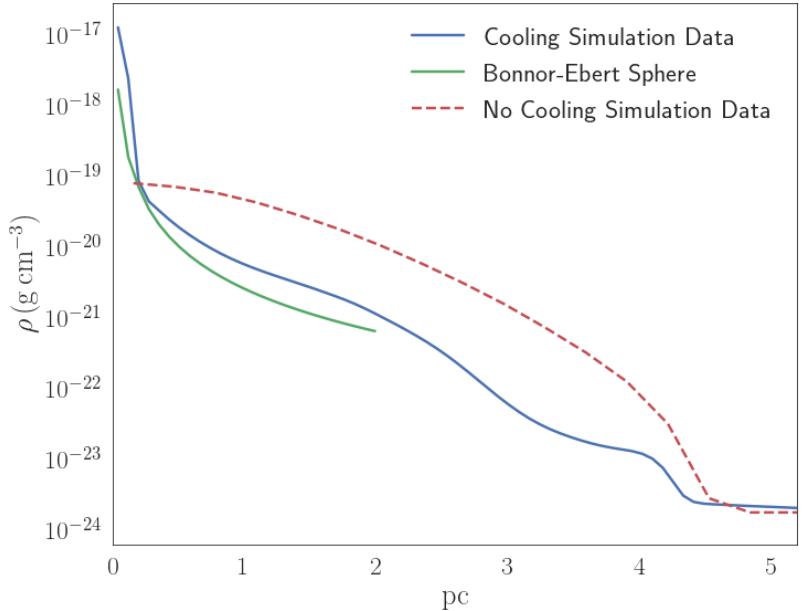
Συνδυάζοντας και τις τρεις έχουμε την εξίσωση Emden:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 c_s^2 \frac{d \ln \rho}{dr} \right) = -4\pi G \rho \quad (9.3.6)$$

Θα επικεντρωθούμε στην απλούστερη λύση αυτής της εξίσωσης, όπου η κεντρική πυκνότητα είναι άπειρη (λύση SIS - Singular Isothermal Sphere):

$$\rho_{BE}(r) = \frac{c_s^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2} \quad (9.3.7)$$

Ρεαλιστικότερες λύσεις - χωρίς ασυνέχειες στο κέντρο της σφαίρας - προσεγγίζονται ικανοποιητικά με τη παραπάνω εξίσωση μέχρι μια κρίσιμη απόσταση $r_c = \frac{c_s}{\sqrt{4\pi G \rho_c}}$ όπου ρ_c η πυκνότητα στο κέντρο ($r = 0$). Η θεωρητική αυτή κατανομή πυκνοτήτων ονομάζεται σφαίρα Bonnor - Ebert.



Σχήμα 36: Σύγκριση των κατανομών πυκνοτήτων για τις δύο προσομοιώσεις σε σχέση με το θεωρητικό μοντέλο της σφαίρας Bonnor - Ebert. Το χρονικό στιγμιότυπο αντιστοιχεί στο χρόνο κατάρρευσης της κάθε προσομοίωσης.

Η κρίσιμη απόσταση για μια κεντρική πυκνότητα της τάξης των $10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$ βρίσκεται στα περίπου 0.1 pc. Για τη προσομοίωση μας η απόσταση αυτή αντιστοιχεί στα 1.2 pixel, επομένως για να συγκρίνουμε επικεντρωνόμαστε στη SIS λύση. Στο γράφημα 36 δείχνουμε τη κατανομή της σφαίρας Bonnor - Ebert μαζί με τις προσομοιώσεις με ή χωρίς ψύξη στον αντίστοιχο χαρακτηριστικό χρόνο κατάρρευσης.

Παρατηρούμε ότι η προσομοίωση συμφωνεί με το θεωρητικό μοντέλο της σφαίρας Bonnor - Ebert και κατ' επέκταση με παρατηρησιακά δεδομένα.

Από το γράφημα 37 βλέπουμε τη διαφορά στις θερμοκρασίες του νέφους για τις δύο προσομοιώσεις. Όταν έχουμε ψύξη το πλεόνασμα ενέργειας ακτινοβολείται διατηρώντας τη θερμοκρασία σε καλή προσέγγιση σταθερή μέχρι τη τελική κατάρρευση με αποτέλεσμα να έχουμε τη συμφωνία με τη σφαίρα Bonnor - Ebert.

9.3.2 Τεχνητή κατανομή πυκνότητας

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως ο PLUTO δεν μπορεί να ολοκληρώσει την εξίσωση Gauss άρα δεν μπορούμε να μελετήσουμε τα αποτελέσματα της ιδιοβαρύτητας όπως για παράδειγμα το φαινόμενο της iεραρχικής κατακρήμνισης και τη δημιουργία των πυκνών μοριακών πυρήνων που θα μας δώσουν αστέρες (στο παραπάνω παράδειγμα παρατηρούμε τη δημιουργία μόνο ενός τέτοιου πυρήνα).

Η ενασχόληση μας όμως με τη προσθήκη του "τεχνητού" βαρυτικού δυναμικού στις προσομοιώσεις μας απέδωσε μια αποδεκτή κατανομή πυκνότητας για ένα σφαιρικό νέφος. Έτσι για φαινόμενα με χαρακτηριστική χρονική κλίμακα μικρότερη του χρόνου ελεύθερης πτώσης t_{ff} μπορούμε να χρησιμοποιούμε μια κατανομή σαν αυτή που παρατηρήσαμε στη προηγούμενη προσομοίωση αντί για μια μη ρεαλιστική σταθερή (και πολύ μεγάλης συνολικής μάζας) κατανομή όπως κάναμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Για να μην αποφύγουμε αριθμητικές αστάθειες στο κέντρο του νέφους αλλά και για πιο ρεαλιστική κατανομή της πυκνότητας θα γενικεύσουμε τη σχέση της κατανομής της πυκνότητα Bonnor - Ebert. εισάγοντας σαν παραμέτρους τη πυκνότητα στο κέντρο του νέφους ρ_c , μια κρίσιμη ακτίνα από όπου η πυκνότητα σταθεροποιείται r_c και ένα νόμο δύναμης για το τρόπο με τον οποίο μειώνεται.

Έτσι θα χρησιμοποιήσουμε μια κατανομή της μορφής Plummer:

$$\rho(r) = \frac{A}{B + r^a} \quad (9.3.8)$$

όπου $A = \rho_c r_c^a$, $B = r_c^a$ με a το νόμο δύναμης.

Από τη κατανομή που μας δίνει η προσομοίωση υπολογίζουμε μέσω της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων τη τιμή για το νόμο δύναμης

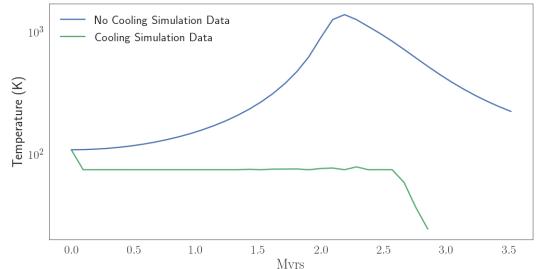
$$a = 2.30 \pm 0.14 \quad (9.3.9)$$

Όπως αναφέραμε προηγουμένως η προσομοίωση μας δεν μπορεί να περιγράψει απόλυτα ρεαλιστικά ένα μοριακό νέφος. Γι αυτό το λόγο δεν προσπαθούμε να να προσαρμόσουμε μια -πολύπλοκη- καμπύλη πυκνοτήτων πάνω στα αποτελέσματα μας, παρά να μελετήσουμε μια γενικότερη συμπεριφορά και να κρίνουμε αν η ψύξη λειτουργεί σε ικανοποιητικό βαθμό.

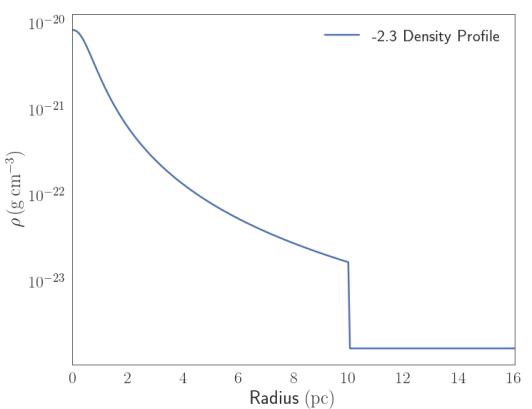
Έτσι παρότι κρατήσαμε τη τιμή του νόμου δύναμης, η εκτίμηση των υπολοίπων παραμέτρων θα γίνει περισσότερο "εμπειρικά" με βάση τα όσα γνωρίζουμε από πραγματικά παρατηρούμενα μοριακά νέφη. Θεωρώντας μια ακτίνα ενός μέσου μοριακού νέφους στα 10 pc και μια συνολική μάζα τάξης $10^3 M_\odot$ ταυτόχρονα με τη συνθήκη η πυκνότητα στο άκρο του νέφους να μην έχει μεγάλη διαφορά πολύ από αυτή του μεσοαστρικού αερίου κάναμε μια εκτίμηση των παραμέτρων

$$A = 10 \quad B = 0.002 \quad (9.3.10)$$

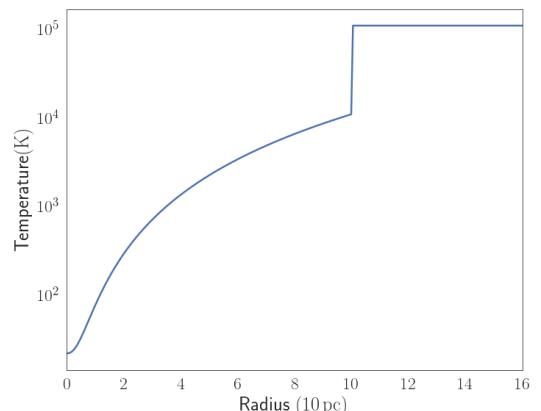
Citation needed



Σχήμα 37: Θερμοκρασία στο κέντρο του νέφους σε σχέση με το χρόνο της προσομοίωσης. Παρατηρούμε ότι η προσομοίωση με ενεργοποιημένο το H2COOL διατηρεί τη θερμοκρασία σχεδόν σταθερή μέχρι τη τελική κατάρρευση του νέφους.



Σχήμα 38: Κατανομή της πυκνότητας συναρτήσει της ακτίνας στο μοντέλο τύπου Plummer του μοριακού νέφους.



Σχήμα 39: Κατανομή θερμοκρασίας συναρτήσει της ακτίνας δεδομένης της αρχικής πίεσης.

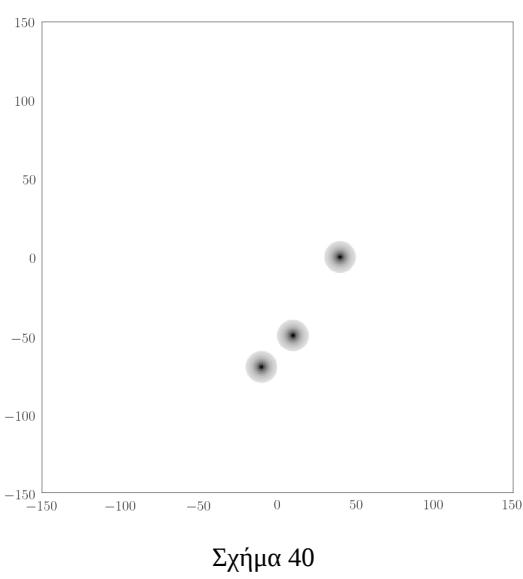
Ετσι υπολογίζουμε

$$\rho_c = \frac{A}{B} = 5000 \text{ cm}^{-3} \quad r_c = B^{1/a} = 0.67 \text{ pc} \quad (9.3.11)$$

Η τελική κατανομή, όπως και η κατανομή της θερμοκρασίας στο νέφος με δεδομένη την πίεση φαίνονται στα διαγράμματα (38,39)

Κάπου εδώ ολοκληρώνεται η διαδικασία του "χτισίματος" ενός μοριακού νέφους έτσι ώστε να χρησιμοποιηθεί σε μεγάλης κλίμακας προσομοίωση. Δοκιμάζοντας βήμα βήμα τις δυνατότητες του PLUTO καταφέραμε τελικά να δημιουργήσουμε μια όσο το δυνατόν ρεαλιστική απεικόνιση ενός μοριακού νέφους.

10 Αλληλεπίδραση νέφους με Jet



Εφόσον έχουμε κατασκευάσει το μοντέλο ενός μοριακού νέφους μπορούμε να προχωρήσουμε στη προσομοίωση της αλληλεπίδρασης ενός πλήθους τέτοιων νεφών με έναν σχετικιστικό πίδακα υλικού (που προέρχεται από το κέντρο του γαλαξία).

10.1 Ορισμός του προβλήματος

Όπως και προηγουμένως θα ξεκινήσουμε με ένα test problem με σχετικά μικρό αριθμό νεφών ώστε να μελετήσουμε την ευστάθεια και την αποτελεσματικότητα του κώδικα.

Έτσι ξεκινήσαμε με τη τοποθέτηση 3 μοριακών νεφών με κατανομή πυκνότητας όπως ορίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο και ακτίνας 10 pc. Τα μοριακά νέφη βρίσκονται μέσα στη μεσοαστρική ύλη με πυκνότητα 1 cm^{-3} σε ένα τετραγωνικό χωρίο με μέγεθος 300 pc το οποίο το χωρίζουμε σε 512 pixel. Έτσι έχουμε μια ανάλυση των 0.58 pc.

Για τον πίδακα χρησιμοποιούμε μια τροποποιημένη συνοριακή συνθήκη για κέντρο του κάτω σύνορο του χωρίου όπου προσδίδουμε μια σχετικιστικά ροή υλικού με πυκνότητα 10^{-4} cm^{-3} και παράγοντα lorentz $\gamma = 4$. Η διατομή της ροής είναι στα 1.5 pc.

Επειδή η χρονική κλίμακα αλληλεπίδρασης του νέφους με το πίδακα L/c , με L τη τυπική αρχική, είναι τάξης χιλιάδων ετών δηλαδή πολύ μικρότερη από το χρόνο της βαρυτικής κατάρρευσης θεωρήσαμε τη βαρύτητα αμελητέα και έτσι επιλέξαμε να μην την ενεργοποιήσουμε.

10.2 Σχετικιστικός Πίδακας μέσα σε Αδιατάρακτο μέσο

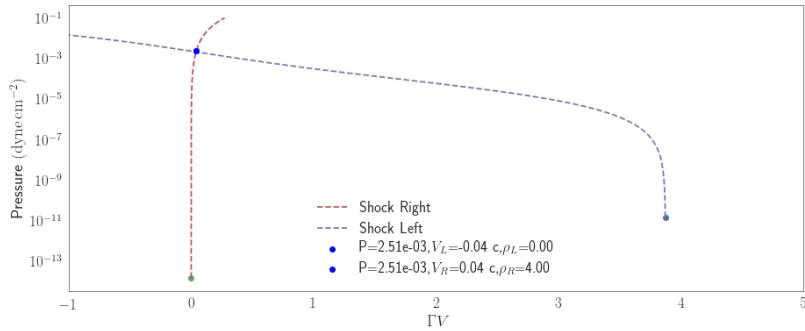
Με βάση την λύση του μονοδιάστατου προβλήματος Riemann βρίσκουμε ότι η μόνη φυσικά αποδεκτή λύση είναι αυτή που παραθέτουμε στο παρακάτω σχήμα. Από τις σχέσεις αυτές μπορούμε να υπολογίζουμε και τη θερμοκρασία για το διαταραγμένο μέσο. Έτσι βρίσκουμε για τη περιοχή μπροστά από την επιφάνεια διεπαφής μια θερμοκρασία $10^{10.16} \text{ K}$ και για την αντίστοιχη μετά $10^{13.7} \text{ K}$

Jet	Shocked Left	Shocked Right	ISM
$\begin{pmatrix} 10^{-4} \\ 1 \\ 10^{-8} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.0011 \\ 0.038 \\ 0.0021 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0.04 \\ 0.0021 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 10^{-8} \end{pmatrix}$
Backward Shock	Contact Discontinuity	Forward Shock	

Σχήμα 41

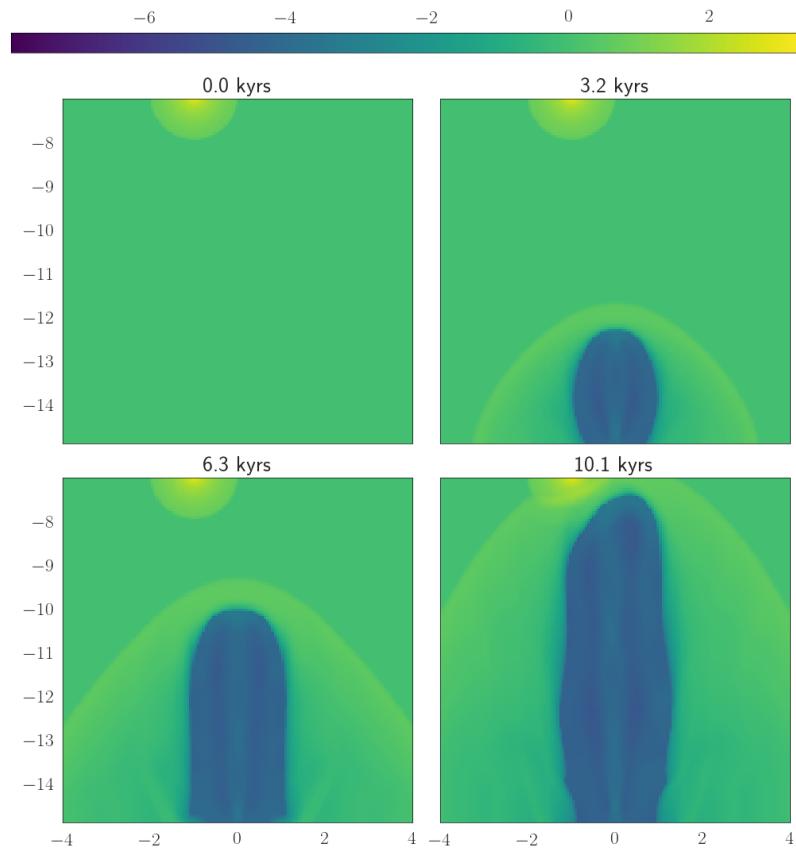
10.2.1 Προσομοίωση αλληλεπίδρασης με ISM

Στη συνέχεια παραθέτουμε τα αποτελέσματα της προσομοίωσης μας, αρχικά στο πρώτο στάδιο όπου έχουμε την αλληλεπίδραση του πίδακα με το μεσοαστρικό αέριο. Όπως φαίνεται από το σχήμα 43 έχουμε συμφωνία με τη



Σχήμα 42

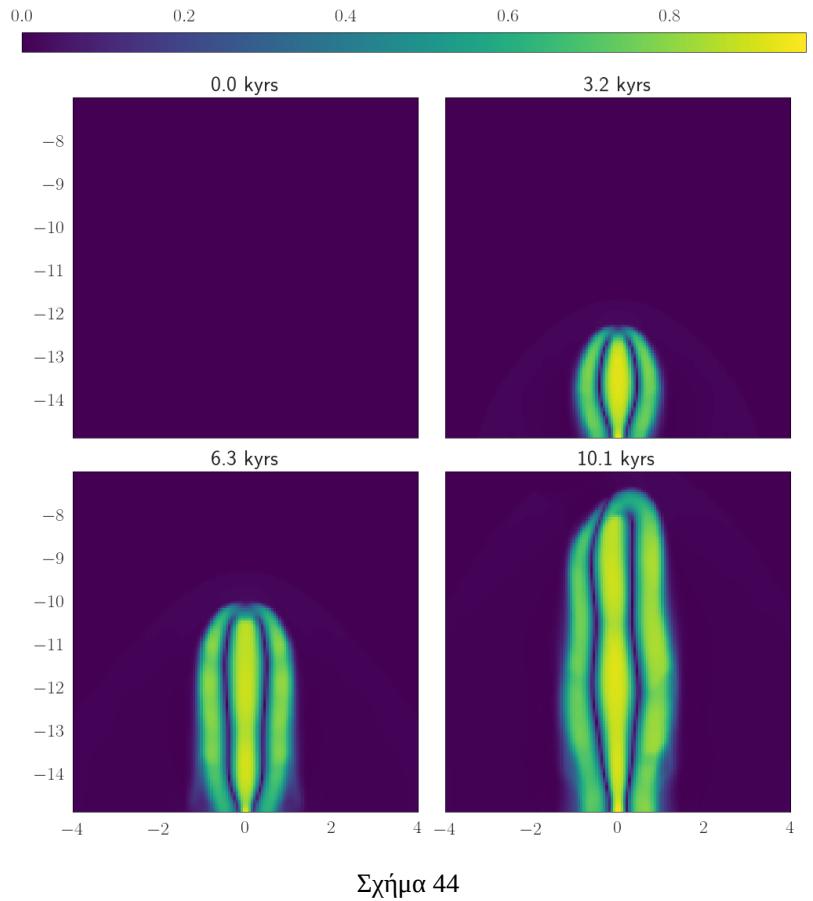
προβλεπόμενη τιμή για τη πυκνότητα, το οποίο επιβεβαιώνουμε και για τις υπόλοιπες ποσότητες.



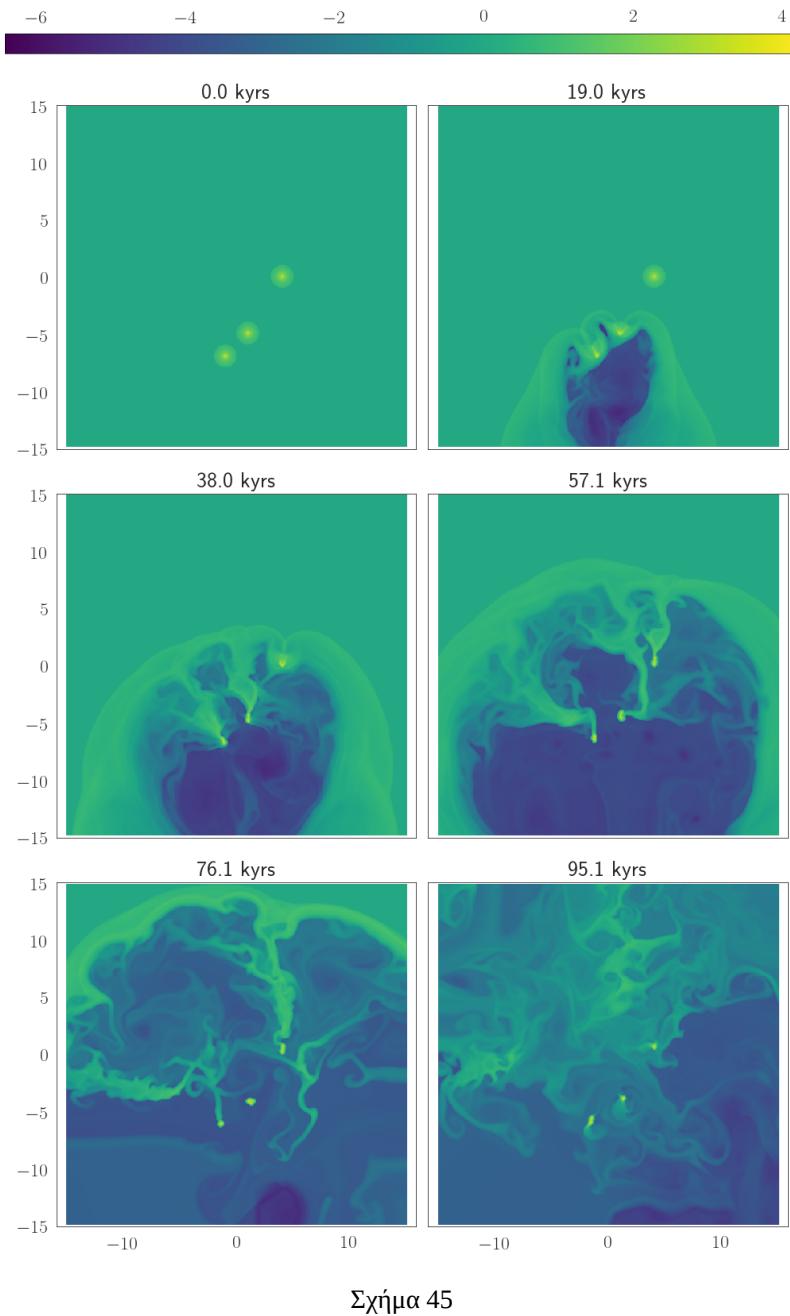
Σχήμα 43

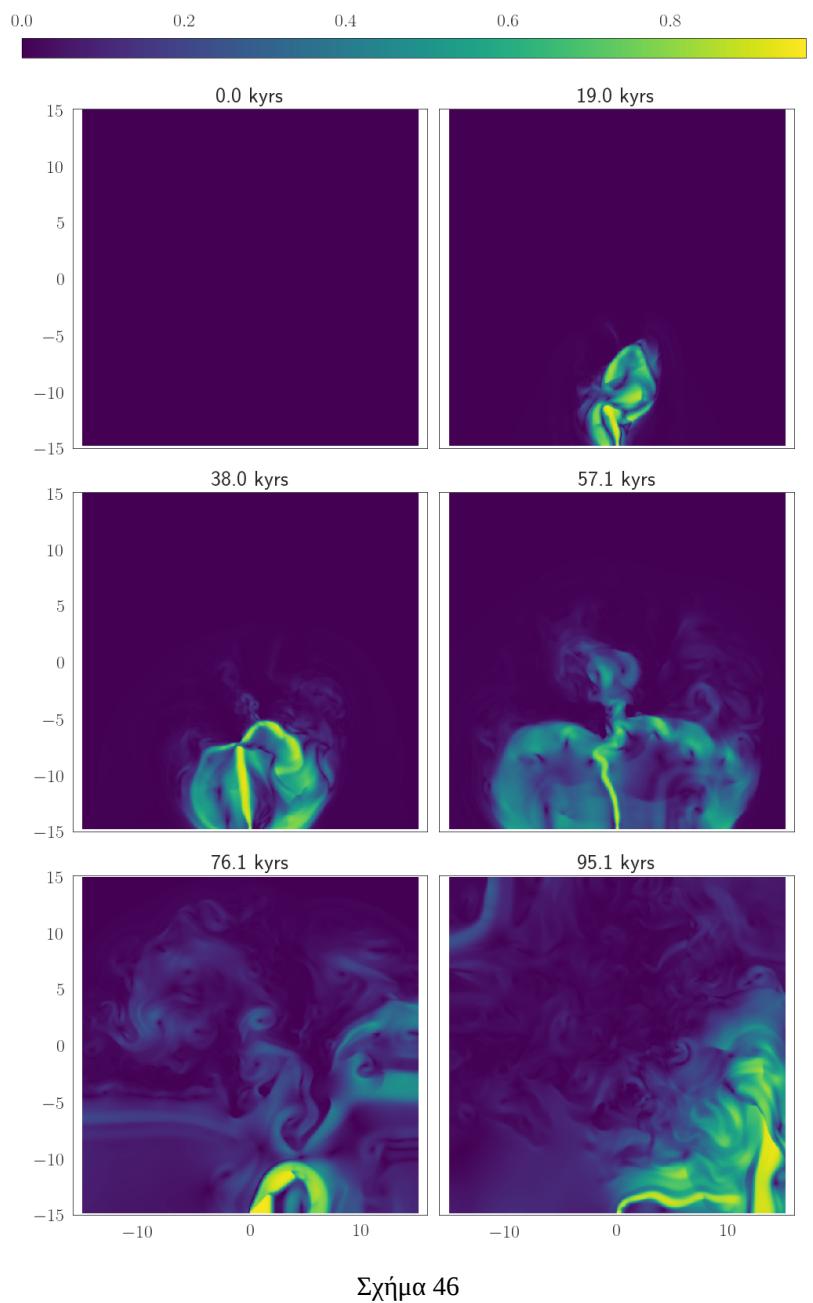
10.2.2 Αλληλεπίδρασης με ISM και νέφος

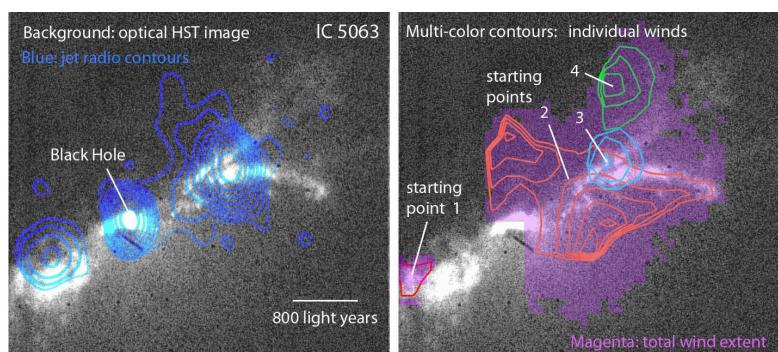
Το μεγάλο ποσοστό υψηλών ταχυτήτων συμφωνεί με αντίστοιχες large-scale προσομοιώσεις (Wagner, Bicknell (2011))



- Η προσομοίωση είναι 2D
- Δεν έχουμε λάβει υπόψιν την επίδραση των μαγνητικών πεδίων
- Επίδραση από τα Boundaries







$\Sigma\chi\mu\alpha$ 47