Αριθμητικές προσομοιώσεις νεφών σε γαλαξίες

Παπαχρήστου Μιχάλης

22 Μαΐου 2017

Σε αυτή την εργασία θα προσπαθήσουμε να μελετήσουμε μέσω αριθμητικών εξομοιώσεων τη δυναμική ενός μοριακού νέφους (MC) μέσα στο διαγαλαξιακό μέσο (ISM). Για τις αριθμητικές εξομοιώσεις θα χρησιμοποιήσουμε τον κώδικα PLUTO (

1 Μοριακά Νέφη και διαγαλαξιακός χώρος

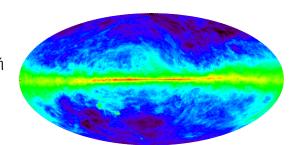
Στον μεσοαστρικό χώρο υπάρχει μια τεράστια ποσότητα ύλης υπό τη μορφή αερίου και σκόνης. Η ύλη αυτή, που μπορούμε να πούμε ότι είναι το πρωτόγεννες καύσιμο στη διαδικασία αστρικής δημιουργίας των γαλαξιών, αποτελείται περίπου κατά 99% από αέριο και κατά 1% από σκόνη με τη συνολική της μάζα για το δικό μας γαλαξία να είναι της τάξης των $10^9~{\rm M}_{\odot}$, ενώ η πυκνότητα της κυμαίνεται από $10^{-4}~{\rm έως}~10^6~{\rm cm}^{-3}$.

Μεσοαστρικό Αέριο Το Μεσοαστρικό Αέριο παρατηρείται σε νεφελώδη μορφή και αποτελείται κυρίως (περίπου το 90%) από υδρογόνο σε ατομική (H), ιονισμένη (HII) και μοριακή (H_2) κατάσταση. Δεύτερο σε αναλογία είναι το Ήλιο (He) (περίπου 9%) ενώ το υπόλοιπο 1% είναι βαρύτερα στοιχεία (C,O,Ne,Mg,Fe, κ.α.) και μόρια (CO,CS, κ.α.).

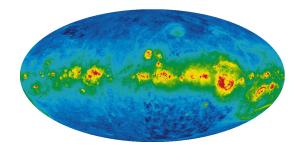
Μεσοαστρική Σκόνη Η Μεσοαστρική Σκόνη αποτελείται κυρίως από άνθρακα και πυρίτιο σε ενώσεις με Υδρογόνο, Οξυγόνο, Μαγνήσιο και Σίδηρο ενώ το μέγεθος των κόκκων της σκόνης κυμαίνεται από 0.01 μm έως 1 μm ακολουθώντας μια κατανομή δύναμης όπου τα μικρότερα μεγέθη είναι πολυπληθέστερα από τα μεγαλύτερα. Η Μεσοαστρική Σκόνη παρατηρείται στις σπείρες του Γαλαξία μας (αλλά και σε άλλους γαλαξίες) με τη χαρακτηριστική μορφή τεράστιων σκοτεινών "δρόμων" λόγω της επισκότισης των όπισθεν αστέρων που προκύπτει από την απορρόφηση και σκέδαση του ορατού φωτός.

2 Φάσεις και χαρακτηριστικά της Μεσοαστρικής Ύλης

Η Μεσοαστρική Ύλη (ISM) απαντάται σε τρεις φάσεις με διαφορετικά φυσικά και χημικά χαρακτηριστικά: 1 τη ψυχρή, με θερμοκρασίες κάτω των $100 \, \mathrm{K}$, πυκνότητα $30 \, \mathrm{έως} \, 50 \, \mathrm{cm}^{-3}$ και ποσοστό ιονισμού κάτω του 0.1%, που αποτελείται από μοριακό και ατομικό αέριο Υδρογόνου και σκόνη, τη θερμή, με θερμοκρασίες της τάξης των $10^3 \, \mathrm{έως} \, 10^4 \, \mathrm{K}$, πυκνότητες $0.3 \, \mathrm{cm}^{-3}$, που



Σχήμα 1: Εκπομπή του HI στα 21.1 cm (Kalberla et al., 2005)Η εκπομπή της γραμμής 21.1~cm στα ραδιοκύματα που οφείλεται στη μετάπτωση αντιστροφής του spin του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου στη βασική κατάσταση του ατόμου του Υδρογόνου. Η ενεργειακή διαφορά των καταστάσεων είναι $h\nu=6\times10^{-6}\,\mathrm{eV}$, η οποία αντιστοιχεί σε μήκος κύματος 21 cm.

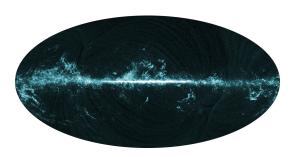


Σχήμα 2: Εκπομπή Ηα από συνδυασμό τριών διαφορετικών παρατηρήσεων (WHAM - VTSS - SHASSA) **finkbeiner_2003** Η εκπομπή Ηα (656.28 nm) προέρχεται από την επανασύνδεση ιονισμένων ατόμων υδρογόνου κοντά σε θερμούς αστέρες Ο και Β (HII Regions).

¹Για τα χημικά χαρακτηριστικά αναφερόμαστε στή σύνθεση των μορίων και στην αναλογία των στοιχείων. Στα φυσικά χαρακτηριστικά αναφερόμαστε στη πυκνότητα και τη θερμοκρασία της Ύλης

Πίνακας 1: Χαρακτηριστικά της μεσοαστρικής ύλης

Κατηγορία	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα $({\rm cm}^{-1})$	
Μοριακά Νέφη	10-50	$> 10^{3}$	
Ψυχρά Νέφη ΗΙ	100	30	
Θερμό ΗΙ	10^{3}	0.1	
Θερμό HII	10^{4}	10^{-2}	
Περιοχές ΗΙΙ	10^{4}	>100	
Υπέρθερμο Ιονι-	10^6 έως 10^7	10^{-3}	
σμένο αέριο			



Σχήμα 3: Εκπομπή CO όπως τη χαρτογράφησε το Planck.**planck_2014**

Το ${\rm H}_2$ είναι ένα πλήρως συμμετρικό μόριο επομένως δεν έχει μόνιμη διπολική ροπή. Αυτό έχει σαν συνέπεια η διέγερση του να είναι σε θερμοκρασίες τις τάξεις των 500 K. Άρα για τις τυπικές θερμοκρασίες των μοριακών νεφών 10-50~K είναι αδύνατον να το παρατηρήσουμε άμεσα.

Ο εναλλακτικός τρόπος παρατήρησης του H_2 είναι εμμέσως μέσω της εκπομπής διαφορετικών μορίων που είναι πιο "ευαίσθητα" στις χαμηλές θερμοκρασίες, όπως του CO που είναι το δεύτερο σε αναλογία μόριο στο Σύμπαν και έχει μόνιμη διπολική ροπή (άρα έχουμε περιστροφικές ενεργειακές μεταβάσεις) πράγμα του επιτρέπει να εκπέμπει σημαντικά στο ραδιοφωνικό φάσμα..

Η χαμηλότερη μετάβαση αντιστοιχεί σε θερμοκρασία 5.5 K και αποδίδει ένα ραδιοφωνικό φωτόνιο στα 2.6 mm.

αποτελείται από ατομικό και ιονισμένο άεριο Υδρογόνο (ποσοστό ιονισμού 2-20%) και την υπέρθερμη που οφείλεται σε κρουστικά κύματα εκρήξεων supernova και αστρικών ανέμων με θερμοκρασίες τάξης $10^6\,\mathrm{K}$ και πυκνότητες μικρότερες των $0.01\,\mathrm{cm}^{-3}$.

2.1 Ενεργειακή ισορροπία

Η κινητική θερμοκρασία ² της Μεσοαστρικής Ύλης κυμαίνεται σε ένα εύρος τιμών 6 τάξεων μεγέθους όπως παρατηρούμε και από τον πίνακα 1. Για να περιγράψουμε και να μοντελοποιήσουμε την ενεργειακή ισορροπία στη Μεσοαστρική Ύλη και άρα να εξηγήσουμε και τις παρατηρούμενες θερμοκρασίες θα πρέπει να υπολογίσουμε τις διαδικασίες θέρμανσης και ψύξης. Ενώ η κύρια διαδικασία ψύξης είναι η εκπομπή ακτινοβολίας είτε μέσω αυθόρμητης αποδιέγερσης ή αποδιέγερσης λόγω κρούσης, για τη θέρμανση έχουμε μια πληθώρα διαδικασιών οι οποίες μπορούν να ταξινομηθούν σε 3 κατηγορίες:

- θέρμανση από πεδία ακτινοβολίας: φωτοηλεκτρική απορρόφηση σε ουδέτερα στοιχεία, φωτοδιάσπαση στα μόρια, φωτοιονισμός.
- θέρμανση μέσω συγκρούσεων: από τυρβώδες ροές, κρουστικά κύματα καταλοίπων supernova και κοσμικής ακτινοβολίας.
- θερμική ανταλλαγή μεταξύ της σκόνης και νεφών αερίου, αλληλεπίδραση ιονισμένου αερίου με μαγνητικά πεδία, βαρυτική κατάρρευση.

3 Μοριακά Νέφη

Τα Μοριακά Νέφη είναι περιοχές όπου ψυχρή μεσοαστρική ύλη έχει πυκνότητες ικανοποιητικά μεγαλύτερες από τη μέση πυκνότητα του μεσοαστρικού υλικού έτσι η ιδιοβαρύτητα του νέφους να παίζει σημαντικό ρόλο στη δυναμική του. Καθώς το μοριακό νέφος καταρρέει, κατακρημνίζεται σε όλο και πιο συμπυκνωμένες δομές έως ότου η πυκνότητα και η μάζα σε μια τέτοια περιοχή είναι αρκετή ώστε να γεννηθούν νέοι αστέρες.

Όπως φαίνεται και από το όνομα τους, τα Μοριακά Νέφη αποτελούνται κυρίως από μοριακό Υδρογόνο H_2 . Στο γαλαξία μας πάνω από το 80% του μοριακού Υδρογόνου βρίσκεται σε μοριακά νέφη κατανεμημένα πάνω στις σπείρες του δίσκου αλλά κυρίως σε ένα δακτύλιο ακτίνας 3 με 5 kpc από το κέντρο του γαλαξία $\mathbf{rathborne}_2009$ Από παρατηρήσεις στο \mathbf{CO} τα μοριακά νέφη δείχνουν να έχουν μάζες που κυμαίνονται από $\mathbf{10}^3$ έως $\mathbf{10}^6$ \mathbf{M}_{\odot} με μια κατανομή νόμου δύναμης -1.6. $\mathbf{stahlern}_2004$

Για να δημιουργηθεί το Μοριακό Υδρογόνο καταλυτικό ρόλο παίζει η μεσοαστρική σκόνη. Όταν δύο άτομα Υδρογόνου ενώνονται και δημιουργούν ένα μόριο H_2 αυτό κερδίζει ενέργεια η οποία όμως δεν μπορεί να αποδοθεί στο περιβάλλον με αποτέλεσμα το μόριο να διασπάται. Παρολαυτά αν η διαδικασία αυτή γίνει πάνω σε έναν κόκκο σκόνης, τότε αυτός λειτουργεί καταλυτικά απορροφώντας το πλεόνασμα ενέργειας και το μόριο παραμένει σταθερό. Έτσι το ουδέτερο Υδρογόνο λειτουργεί σαν καύσιμο που τροφοδοτεί τις πυκνότερες περιοχές του μοριακού Υδρογόνου.

Ένα τυπικό μοριακό νέφος επιβιώνει για $3\times 10^7\,\mathrm{yrs}$ πριν καταστραφεί από τους βίαιους αστρικούς ανέμους των αστέρων τύπου Ο και B που έχουν

 $^{^2}$ Το ψυχρό μεσοαστρικό αέριο λόγω της γενικά χαμηλής του πυκνότητας δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία. Επομένως όταν μιλάμε για θερμοκρασία αναφερόμαστε στη κινητική του θερμοκρασία.spitzer_1998

Πίνακας 2: Χαρακτηριστικά και διαφορετικοί τύποι Μοριακών Νεφών

Κατηγορία	Μέση ακτίνα (pc)	Θερμοκρασία (K)	Πυκνότητα H_2 (cm^{-3})	$Μάζα$ (M_{\odot})
Γιγαντιαίο Μοριακό Νέφος	20	15	100	10 ⁵
Μοριακό Νέφος	5	10	300	10^{4}
clump	2	10	10^{3}	10^{3}
Πυρήνας Νέφους	0.08	10	10^{5}	10

δημιουργηθεί στο εσωτερικό του. Κατά τη διάρκεια της ζωής του το νέφος αποδίδει τελικά ένα 3% της μάζας του σε αστέρες. Έτσι για παράδειγμα αν θεωρήσουμε μια τιμή της συνολικής μάζας του μοριακού $\rm H_2$ στο Γαλαξιακό δίσκο $\rm 2\times 10^9\,M_\odot$ βρίσκουμε ότι ο ρυθμός δημιουργίας αστέρων (SFR) για το Γαλαξία μας είναι περίπου $\rm 2\,M_\odot$ ανά έτος.

3.1 Ενεργειακή ισορροπία στα Μοριακά Νέφη

Όπως αναφέραμε γενικότερα στη παράγραφο (2.1) η θερμοκρασία ενός νέφους είναι αποτέλεσμα στης ενεργειακής ισορροπίας μεταξύ των μηχανισμών θέρμανσης και ψύξης. Για τα Μοριακά Νέφη συγκεκριμένα η θέρμανση είναι αποτέλεσμα της θερμότητας που παρέχεται από κοντινά άστρα ή μέσω της κοσμικής ακτινοβολίας, ενώ η ψύξη επιτυγχάνεται μέσω διαδικασιών απορρόφησης και κρούσης με τα σωματίδια της σκόνης ή του αερίου. Η ενέργεια τελικά αποδίδεται μέσω της υπέρυθρης ακτινοβολίας η οποία οφείλεται στην απορρόφηση και την εκπομπή των φωτονίων από το περιβάλλοντα αέριο και σκόνη.

4 Αριθμητικές Μαγνητοϋδροδυναμικές εξομοιώσεις

Η επίλυση ενός υδροδυναμικού προβλήματος με αριθμητικές μεθόδους είναι μια δύσκολή και πολύ απαιτητική διαδικασία.

αναπτυξε το

4.1 Εξισώσεις Διατήρησης

Οι εξισώσεις διατήρησης είναι χρονοεξαρτώμενα συστήματα μερικών διαφορικών εξισώσεων που έχουν τη γενική μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t}q(x,t) + \frac{\partial}{\partial x}f(q(x,t)) = 0 \tag{4.1.1}$$

με $q(x,t)\in\mathbb{R}^m$ ένα m-διάστατο άνυσμα των διατηρουμένων ποσοτήτων με $\int_{-\infty}^\infty q_j(x,t)dx$ να είναι η ολική ποσότητα η οποία παραμένει σταθερή στο χρόνο t.

Η q(x,t) είναι ουσιαστικά η χωρική κατανομή (πυκνότητα) στο χρόνο t η οποία γενικά μεταβάλλεται με το χρόνο. Αυτή η μεταβολή περιγράφεται από τη συνάρτηση ροής $f_j(q(x,t))$.

Το σύστημα 4.1.1 είναι η γενικότερη (μη γραμμική) μορφή των γραμμικών υπερβολικών εξισώσεων

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \tag{4.1.2}$$

όπου ${\bf A}$ ένας τετραγωνικός διαγωνοποιήσιμος πίνακας με πραγματικές ιδιοτιμές.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \tag{4.1.3}$$

η οποία έχει σαν λύση τη κυματική λύση D'Alembert

$$q(x,t) = q(x - ut, 0) (4.1.4)$$

η γενική εξίσωση 4.1.2 επιδέχεται αντίστοιχες κυματικές λύσεις.

Στη μη-γραμμική περίπτωση 4.1.1 το σύστημα λέγεται υπερβολικό αν ο ιακωβιανός πίνακας ${\bf J}(q)$ με στοιχεία (i,j) τα $\frac{\partial f_i}{\partial g_j}$ είναι αντίστοιχα διαγωνοποιήσιμος με πραγματικές ιδιοτιμές.

Τότε μπορούμε να αναζητήσουμε κυματικές αν γραμμικοποιήσουμε το σύστημα γύρω από μια κατάσταση q_0 ώστε $q=q_0+ ilde{q}$ ώστε η διαταραχή $ilde{q}$ να υπακούει στην εξίσωση:

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \mathbf{J}(q_0) \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x} = 0 \tag{4.1.5}$$

4.2 Εξισώσεις Euler

Οι εξισώσεις euler είναι ένα σύστημα μη-γραμμικών υπερβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν ένα ρευστό χωρίς ιξώδες και θερμική αγωγιμότητα.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$
 Διατήρηση Μάζας (4.2.1)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u} + P) = 0$$
 Διατήρηση Ορμής (4.2.2)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{u}\vec{u} + P) = 0 \qquad \text{Διατήρηση Ορμής} \qquad (4.2.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((E + P)\vec{u}) = 0 \qquad \text{Διατήρηση Ενέργειας} \qquad (4.2.3)$$

με $E = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u^2$ η ενέργεια για ένα πολυτροπικό αέριο και P η πίεση.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα μπορούμε να γράψουμε το σύστημα στη μορφή 4.1.1:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q}(\vec{x}, t) + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{q}(\vec{x}, t)) = 0$$
 (4.2.4)

όπου

Τα φαινόμενα διάχυσης (θερμική αγωγιμότητα,

μοριακή διάχυση, ιξώδες) δίνουν όρους διάχυ-

σης στη συνάρτηση ροής η οποία τώρα είναι της

μορφής $f(q,q_x)$. Αποτέλεσμα αυτού είναι στο δεξί μέλος των εξισώσεων να εμφανίζονται όροι

 $\partial^2 q/\partial x^2$ και από υπερβολικές να γίνονται παραβολικές. Η πλήρης μορφή των υδροδυναμικών εξι-

σώσεων δίνεται από τις εξισώσεις Navier-Stokes

$$\mathbf{q}(\vec{x},t) = \begin{pmatrix} \rho(\vec{x},t) \\ \rho(\vec{x},t)\vec{u}(\vec{x},t) \\ E(\vec{x},t) \end{pmatrix}$$
(4.2.5)

και

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \rho \vec{u} \\ \rho \vec{u} \vec{u} + P \\ \vec{u}(E+P) \end{pmatrix}$$
(4.2.6)

4.3 Πηγές

Μέχρι τώρα έχουμε υποθέσει ότι όλες οι διατηρούμενες ποσότητες, "διατηρούνται". Σε πραγματικές συνθήκες όμως υπάρχουν πηγές που προσθέτουν ή αφαιρούν (καταβόθρες) από τις ποσότητες μας. Μερικά παραδείγματα είναι:

• Χημικές διεργασίες, ιονισμός και επανασύνδεση που ανταλλάσσουν / δημιουργούν / καταστρέφουν μάζες μεταξύ στοιχείων (διατήρηση της μάζας για πολλαπλά ρευστά)

- Εξωτερικές δυνάμεις όπως η βαρύτητα που λειτουργούν σαν πηγές στις εξισώσεις ορμής και ενέργειας.
- Μεταφορά θερμότητας μέσω ακτινοβολίας που λειτουργεί σαν πηγή (θέρμανση) ή καταβόθρα (ψύξη)

Οι εξισώσεις μας τότε αποκτούν τη μη ομογενή μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{q}(\vec{x}, t) + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{q}(\vec{x}, t)) = S(\mathbf{q}(\vec{x}, t))$$
(4.3.1)

4.4 Πρόβλημα Riemann

Το πρόβλημα Riemann είναι η επίλυση ενός νόμου διατήρησης όπως τον έχουμε ορίσει παραπάνω με αρχικές συνθήκες όπου υπάρχει μια ασυνέχεια:

$$\bar{q}(x,0) = \begin{cases} \bar{q}_L & \text{ yia } x < 0 \\ \bar{q}_R & \text{ yia } x > 0 \end{cases} \tag{4.4.1}$$

Όπως βλέπουμε χαρακτηριστικά και στο shock tube problem (4.3), λόγω της αρχικής ασυνέχειας και της μη-γραμμικότητας των εξισώσεων euler έχουμε σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία κρουστικών κυμάτων.

Γενική επίλυση του γραμμικού προβλήματος Riemann

Η επίλυση του προβλήματος Riemann στη γραμμική περίπτωση (4.1.2) βασίζεται στο μετασχηματισμό των ποσοτήτων q στις λεγόμενες χαρακτηριστικές μεταβλητές $\bar{\xi} = \mathbf{R}^{-1}\bar{q}$ όπου $\mathbf{R} = (\bar{r}_1, \bar{r}_2, \cdots \bar{r}_m)$ ο πίνακας των ιδιοανυσμάτων του πίνακα $\mathbf{A} = \mathbf{R} \mathbb{I} \mathbf{R}^{-1}$. Με $\bar{\Lambda} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_m)$ ο διαγώνιος πίνακας των ιδιοτιμών.

Οι εξισώσεις τότε γράφονται:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \bar{\Lambda} \vec{\nabla} \cdot \bar{\xi} = 0 \tag{4.4.2}$$

δηλαδή σαν ένα διαχωρισμένο σύστημα εξισώσεων της μορφής 4.1.3 με λύσεις:

$$\xi_p = \xi_p(x - \lambda_p t, 0) \tag{4.4.3}$$

με p=1...m για τις m εξισώσεις (μονοδιάστατη περίπτωση). Οι p χαρακτηριστικές καμπύλες δηλαδή καθορίζονται από τις ιδιοτιμές λ_v .

Άρα αν επιστρέψουμε στις αρχικές μεταβλητές:

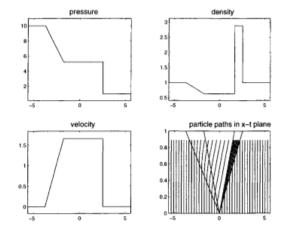
$$\bar{q}(x,t) = \sum_{p=1}^{m} \xi_p(x - \lambda_p t, 0)\bar{r}_p$$
 (4.4.4)

Για τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος Riemann ο μετασχηματισμός μας δίνει:

$$\xi_p(x,0) = \begin{cases} u_p^L & \text{yi} \alpha & x < 0 \\ u_p^R & \text{yi} \alpha & x > 0 \end{cases}$$
 (4.4.5)

άρα από 4.4.3

$$\xi_p(x,t) = \begin{cases} u_p^L & \text{yi}\alpha & x - \lambda_p t < 0 \\ u_p^R & \text{yi}\alpha & x - \lambda_p t > 0 \end{cases}$$
 (4.4.6)



Σχήμα 4: Επίλυση του προβλήματος Riemann για τις μονοδιάστατες εξισώσεις Euler με αρχικές συνθήκες όπου η αρχική πίεση στα αριστερά είναι 10πλάσια της αρχικής πίεσης στα δεξιά ενώ οι αρχικές πυκνότητες μένουν ίδιες. Οι χαρακτηριστικές ταχύτητες είναι διαφορετικές (τελευταίο σχήμα) με αποτέλεσμα τα σωματίδια να πυκνώνουν και να δημιουργούν ένα κρουστικό κύμα πύκνωσης προς τα δεξιά, ενώ προς τα αριστερά δημιουργείται ένα κύμα αραίωσης. leveque_computational_1998

φσαδα

Άρα με αρχικές συνθήκες Riemann, βλέπουμε ότι η λύση για τις μετασχηματισμένη μεταβλητή ξ_p σε ένα οποιαδήποτε σημείο εξαρτάται απόλυτα αό τη σχετική θέση σε σχέση με την αντίστοιχη χαρακτηριστική καμπύλη της λ_p .

Καθώς διασχίζουμε τη καμπύλη αυτή ουσιαστικά μετακινούμαστε από τις συνθήκες ξ_p^L στις ξ_p^R . Το άλμα αυτό υπακούει τις συνθήκες Rankine-Hugoniot άρα για κάθε σημείο μπορούμε τελικά να γράψουμε τη λύση.

$$\bar{q}(x,t) = q_L + \sum_{\lambda_p < x/t} (\xi_P^R - \xi_P^L) \bar{r_p} = q_R - \sum_{\lambda_p > x/t} (\xi_P^R - \xi_P^L) \bar{r_p}$$
 (4.4.7)

Επιλυση γραμμικου Riemann διαγραμμα

Rankine-Hugoniot

Επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος Riemann

4.5 Κώδικας PLUTO

Ο PLUTO είναι σχεδιασμένος ώστε να ολοκληρώνει ένα γενικό σύστημα νόμων διατήρησης της μορφής:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \mathbf{T}(\mathbf{U}) + \mathbf{S}(\mathbf{U}) \tag{4.5.1}$$

όπου \mathbf{U} είναι το άνυσμα των διατηρουμένων ποσοτήτων, $\mathbf{T}(\mathbf{U})$ είναι ένας τανυστής 2ης τάξης με τις ροές των ποσοτήτων και $\mathbf{S}(\mathbf{U})$ οι πηγές/καταβόθρες.

Here U denotes a state vector of conservative quantities, T(U) is a rank-2 tensor, the rows of which are the fluxes of each component of U and S(U) defines the source terms. Additional source terms may implicitly arise when taking the divergence of T(U) in a curvilinear system of coordinates. An arbitrary number of advection equations may be added to the original conservation law (1).

5 Ορισμός του Προβλήματος

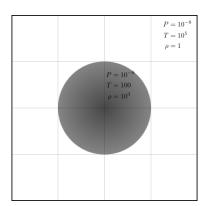
5.1 Αρχικές Συνθήκες

Θεωρούμε ένα στατικό μοριακό νέφος ακτίνας $10\,\mathrm{pc}$ με αριθμητική πυκνότητα της τάξης των $1000\,\mathrm{cm^{-3}}$ δηλαδή πυκνότητας $\rho=1.67\times10^{-21}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ και θερμοκρασίας $T=100\,\mathrm{K}$. Για το διαγαλαξιακό μέσο θεωρούμε αντίστοιχα μια αριθμητική πυκνότητα της τάξης του $1\,\mathrm{cm^{-3}}$ δηλαδή $\rho=1.67\times10^{-24}\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ και θερμοκρασία $T=10^5\,\mathrm{K}$.

5.2 Μονάδες κώδικα

Για την εξομοίωση θα χρησιμοποιήσουμε μονάδες κώδικα

6



Σχήμα 6: Αρχικές συνθήκες ενός στατικού σφαιρικού νέφους ακτίνας 10 pc

γιατί?

Πίνακας 3: Code Units

Quantity	Symbol	Code Unit
Length	L_0	$3 \times 10^{19} \text{cm} = 10 \text{pc}$
Velocity	V_0	$3 \times 10^{10} \mathrm{cm} \mathrm{sec}^{-1}$
Density	$ ho_0$	$1.67 \times 10^{-24} \mathrm{gcm^3}$
Time	$\begin{array}{c c} t_0 = \frac{L_0}{V_0} \\ P_0 = \rho_0 V_0^2 \end{array}$	$10^9 \text{sec} = 32 \text{yrs}$
Pressure	$P_0 = \rho_0 V_0^2$	$1.5 imes 10^{-3} \mathrm{dyn} \mathrm{cm}^{-2}$
Temperature	$T_0 = \frac{V_0^2 m_p}{k_b}$	$10^{13} { m K}$

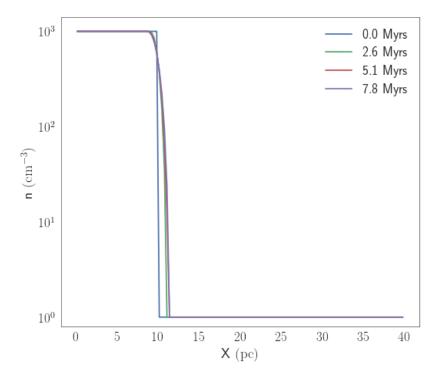
6 Σφαιρικό νέφος μέσα στην ISM

Αρχικά θα εκτελέσουμε τη προσομοίωση μας χωρίς καμία "ιδιαίτερη" φυσική διεργασία, δηλαδή θα αφήσουμε ελεύθερο ένα πυκνό σφαιρικό νέφος με τις παραπάνω αρχικές συνθήκες μέσα στο αραιό-θερμό διαγαλαξιακό αέριο.

Όπως παρατηρούμε από το σχήμα 7 και καλύτερα από το σχήμα 8 μέσα σε 8 εκατομμύρια χρόνια το νέφος είναι στη πράξη σταθερό με τη μόνη "δυναμική" που τείνει να διασταλεί το νέφος να είναι η διάχυση,

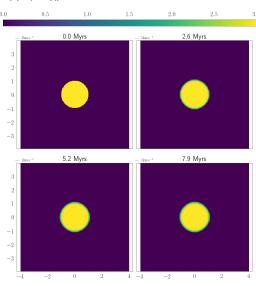
Πρόβλημα Riemann, shock?, diffusion rate?

ενώ η πίεση παραμένει παντού σταθερή (το σχήμα παραλείπεται).



Σχήμα 8: Προφίλ της πυκνότητας κατά μήκος της ευθείας y=0.

Σχήμα 7: Στιγμιότυπα του νέφους έως τα 8 εκατομμύρια χρόνια.



7 Σφαιρικό νέφος με Radiation Cooling

Η πρώτη φυσική διεργασία που μας δίνει την ευκαιρία ο PLUTO με τη χρήση διάφορων modules να εξετάσουμε είναι αυτή της Ψύξης μέσω ακτινο-βολίας (Radiation Cooling).

7.1 Γενικά περί Radiation Cooling

Γενικά περί Radiation Cooling

7.2 Οπτικό βάθος

Το νέφος έχει αριθμητική πυκνότητα 1000 atoms cm $^{-3}$ άρα το οπτικό βάθος για ένα φωτόνιο που εκπέμπεται μέσα στο νέφος είναι:

$$\tau = nL\sigma_T \simeq 6.65 \times 10^{-3} \tag{7.2.1}$$

όπου $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25} \, \text{cm}^2$ είναι η ενεργός διατομή Thomson.

Έτσι μπορούμε να συμπεράνουμε οτι είναι οπτικά αδιαφανές, άρα η ψύξη θα γίνεται ταυτόχρονα σε όλο τον όγκο του νέφους.

7.3 Tabulated Cooling

Ο Pluto έχει τη δυνατότητα εξομοίωσης του radiation cooling μέσω της προσθήκης του αντίστοιχου όρου στην εξίσωση της Ενέργειας (4.2.3). Για ένα οπτικά αδιαφανές μέσο δηλαδή:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda^*(n, T) = -n^2 \Lambda(T) \tag{7.3.1}$$

όπου $\Lambda(T)$ είναι μια συνάρτηση με αριθμητικές τιμές από έναν εμπειρικό πίνακα. Οι τιμές της συνάρτησης για διαφορετικές θερμοκρασίες φαίνονται στο σχήμα 9) σε μονάδες ergs cm³s $^{-1}$ και για $n=\frac{\rho}{\mu m_u}$

Χρονική κλίμακα ψύξης

Για μια αρχική θερμοκρασία $T=100\,\mathrm{K}$ και αριθμητική πυκνότητα $n=10^3\mathrm{protons\,cm^{-3}}$ μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του νέφους:

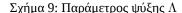
$$\tau_c = \frac{\rho e}{n^2 \Lambda(T)} = \frac{\frac{3}{2} k_b T}{n \Lambda(T)} \simeq 10^8 \text{s} \simeq 3 \,\text{yrs}$$
(7.3.2)

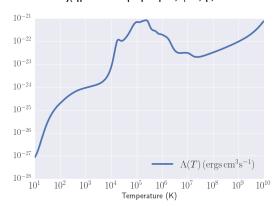
Βλέπουμε ότι η χρονική κλίμακα ψύξης είναι τάξης ετών, δηλαδή εξαιρετικά μικρή σε σχέση με τους χρόνους που εξομοιώνουμε (τάξης $10^5 {
m yrs}$) και τους χρόνους δυναμικής των νεφών γενικά.

διατύπωση

Δυναμική του νέφους

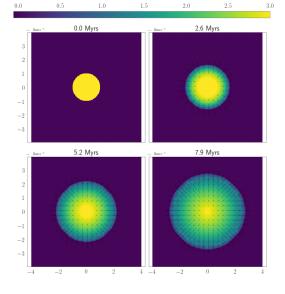
Καθώς το αέριο κρυώνει στο εσωτερικό του νέφους η πίεση $P\sim \rho T$ μικραίνει σε αναντιστοιχία με το περιβάλλον αέριο, με αποτέλεσμα να δημιουργείται μια διαφορά πίεσης η οποία θα έπρεπε να επιταχύνει το αέριο προς το εσωτερικό του. Από τις εξομοιώσεις όμως, βλέπε σχήματα (11,13) παρατηρούμε το αντίθετο αποτέλεσμα, δηλαδή μια διαφορά πίεσης με φορά δύναμης προς τα έξω.

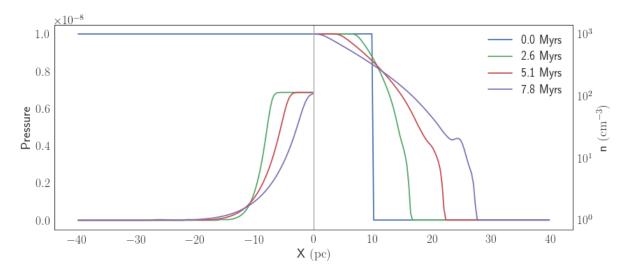




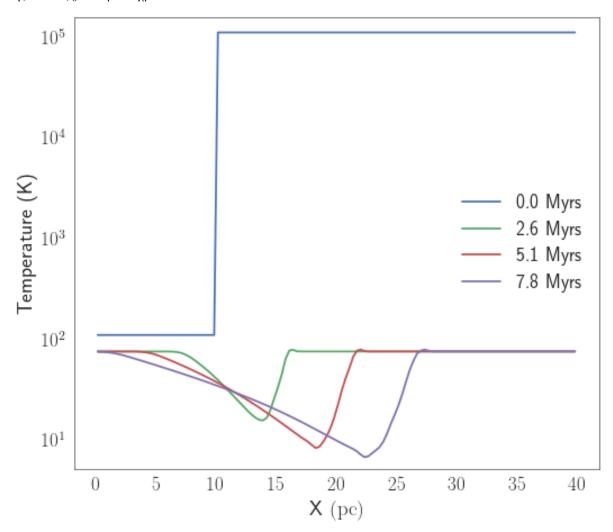
$$k_b = 1.38 \times 10^{-16} \, \mathrm{ergs} \, \mathrm{K}^{-1}$$

Σχήμα 10: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους στο χρόνο σε λογαριθμική κλίμακα.

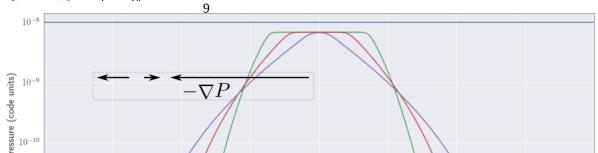


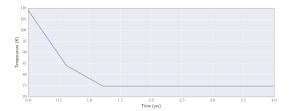


Σχήμα 11: Το προφίλ της πυκνότητας του αερίου με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.



Σχήμα 12: Το προφίλ της θερμοκρασίας του αερίου με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Module κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.





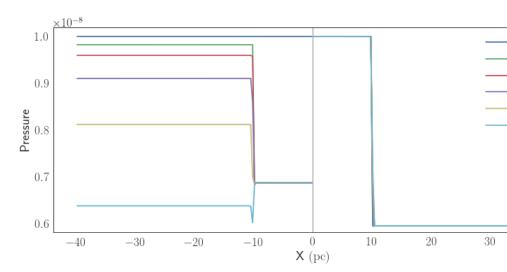
Σχήμα 14: Η θερμοκρασία στο κέντρο του νέφους συναρτήσει του χρόνου σε ακρίβεια τάξης ετών

Για να μελετήσουμε αυτή τη διαφορά επαναλάβαμε την εξομοίωση σε χρόνους τάξης ετών. Όπως βλέπουμε από το γράφημα 14 η θερμοκρασία στο εσωτερικό όντως μειώνεται αρκετά γρηγορότερα από το εξωτερικό με αποτέλεσμα τη δημιουργία ισοζυγίου δύναμης προς το εσωτερικό.

Καθώς όμως ξεπερνάμε τη χρονική κλίμακα ψύξης του αερίου αυτή ψύξη πρακτικά σταματάει λόγω του οτι η θερμοκρασία του νέφους άγγιξε κάποια ελάχιστη τιμή, περίπου στους 70 Κ.

εξήγησε το πρόβλημα με τη μέτρηση της θερμοκρασίας

Το ISM έχοντας πολύ υψηλότερη αρχική θερμοκρασία, μικρότερη πυκνότητα και μεγαλύτερη χρονική κλίμακα ψύξης συνεχίζει να ρίχνει τη πίεση του μέχρι που αυτή ξεπερνάει τη πίεση του νέφους αντιστρέφοντας τη διαδικασία και ξεκινώντας τη διαστολή του νέφους (βλέπε και σχήμα 15).



Σχήμα 15: Το προφίλ της πίεσης ενός νέφους με ενεργοποιημένο το Tabulated Cooling Μος ευθείας y=0 με το χρόνο, σε τάξη εκατοντάδων ετών.

Crossing Time

Ο σκοπός μας είναι να εξετάζουμε βήμα - βήμα τη δυναμική των νεφών. Παρότι εντοπίσαμε το παραπάνω σφάλμα, το οποίο θα προσπαθήσουμε να λύσουμε με την εφαρμογή διαφορετικών modules ψύξης, θα εξετάσουμε ακόμα μια παράμετρο του γενικού μας προβλήματος.

Από την εξίσωσης της ορμής:

$$\frac{d\vec{\mathbf{V}}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} \tag{7.3.3}$$

η διαφορά πίεσης που εμφανίζεται λόγο διαφορετικού ρυθμού (και κυρίως τερματισμού της) ψύξης των δύο αερίων δημιουργεί μια δύναμη προς τα έξω. Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι η διαστολή του νέφους. Ουσιαστικά η διαστολή αυτή είναι η μετάδοση δύο κυμάτων. Ενός κύματος συμπύκνωσης προς το εξωτερικό το οποίο συνοδεύεται από ένα κύμα αραίωσης στο εσωτερικό. Δηλαδή εν τέλει έχουμε μια φαινομενική "κατάρρευση" του νέφους,

αφού η φαινομενική ακτίνα του (δηλαδή η ακτίνα εκείνη που διατηρεί την αρχική πυκνότητα) μικραίνει.

Η ταχύτητα διάδοσης αυτής της "κατάρρευσης" δηλαδή η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων είναι η ταχύτητα του ήχου στο εκάστοτε μέσο. Η τοπική ταχύτητα του ήχου είναι:

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \tag{7.3.4}$$

όπου $\gamma = 5/3$

Από τις αρχικές συνθήκες (παράγραφος 5.1) οι τοπικές ταχύτητες του ήχου για το εσωτερικό και το εξωτερικό είναι:

$$c_s = 1.2 \,\mathrm{km} \,\mathrm{s}^{-1}$$
 (MC) (7.3.5)

$$c_s = 38.7 \,\mathrm{km} \,\mathrm{s}^{-1}$$
 (ISM) (7.3.6)

Καθώς η πίεση πέφτει, η ταχύτητα του ήχου στο νέφος μειώνεται κατά ένα παράγοντα $\sim 0.75^{1/2}=0.8$ δηλαδή περίπου $1\,{\rm km\,s^{-1}}.$

Άρα τώρα μπορούμε να εκτιμήσουμε τη χρονική κλίμακα της "κατάρρευσης" με βάση την ακτίνα του νέφους:

$$\tau_R = \frac{R}{c_s} \simeq 7.5 \,\text{Myrs} \tag{7.3.7}$$

το οποίο φαίνεται να συμφωνεί με τη παρατήρηση, βλέπε σχήμα 16.

Πρώτα Συμπεράσματα

Με τη χρήση του Tabulated Cooling Module του PLUTO δείξαμε ότι η προσπάθεια εξομοίωσης της δυναμική ενός σχετικά κρύου αερίου είναι εσφαλμένη καθώς οδηγεί σε μια κατώτατη θερμοκρασία η οποία προκύπτει από τα όρια του πίνακα θερμοκρασιών.

Παρότι θα μπορούσαμε να επεκτείνουμε μέσω τεχνικών παρεμβολής τον πίνακα $\Lambda(T)$ κρίναμε ότι κάτι τέτοιο απλά θα προσφέρει μια νέα χαμηλότερη θερμοκρασία και άρα μια επανάληψη των ίδιων περίπου αποτελεσμάτων με μια σχετική χρονική καθυστέρηση.

Άρα χρειαζόμαστε μια νέα προσέγγιση του όρου ψύξης στις χαμηλές θερμοκρασίες ώστε να αποκομίσουμε μια ρεαλιστικότερη απεικόνιση της εξέλιξης ενός κρύου αερίου μέσα στο διαγαλαξιακό μέσο.

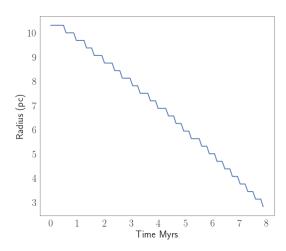
Με βάση ένα εσφαλμένο μοντέλο έχουμε ενδείξεις για το πόσο σημαντικό ρόλο παίζει, σε νέφη τεραστίων διαστάσεων η ψύξη στις πολύ μικρές θερμοκρασίες.

7.4 SNEq Cooling

Με βάση τα παραπάνω θα εξετάσουμε το δεύτερο module ψύξης μέσω ακτινοβολίας οπτικά αραιού μέσου του PLUTO, το οποίο ονομάζεται **Simplified Non-Equilibrium Cooling (SNEq)**.

Για να χρησιμοποιήσουμε το SNEq θα πρέπει να ορίσουμε σαν μια ακόμη μεταβλητή την αναλογία ουδετέρου Υδρογόνου σε σχέση με το Πλάσμα. Σε κάθε βήμα της εξομοίωσης ο κώδικας ολοκληρώνει μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις και την χρονική μεταβολή του x_{H_I} μέσω της εξίσωσης:

$$\frac{\partial x_{\rm HI}}{\partial t} = n_e \left(-(c_r + c_i) f_n + c_r \right) \tag{7.4.1}$$



Σχήμα 16: Εκτίμηση της ακτίνας του νέφους συναρτήσει του χρόνου. Υπολογίστηκε με βάση τη παράγωγο του προφίλ της πυκνότητας κατά μήκος της ευθείας y=0

μαζί με την εξίσωση της ενέργειας ή οποία γίνεται:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) = -\Lambda = -n_e n_H \left(\sum_{k=1}^{16} j_k + w_{i/r} \right)$$
 (7.4.2)

όπου η άθροιση στα k υπολογίζει 16 διαφορετικές γραμμές εκπομπής (Ly α, H α, HeI (584+623), CI (9850 + 9823), CII (156 μ), CII (2325Å), NI (5200Å), NII (6584 + 6548 Å), OI (63 μ), OI (6300 + 6363 Å), OII (3727), MgII (2800), SiII (35 μ), SII (6717 + 6727), FeII (25 μ), FeII (1.6 μ))

Ο συντελεστής j_k έχει μονάδες $\operatorname{erg/sec}$ cm³ και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$j_k = \frac{\hbar^2 \sqrt{2\pi}}{\sqrt{k_B m_e} m_e} f_k q_{12} \frac{h\nu_k}{1 + n_e (q_{21}/A_{21})}$$
(7.4.3)

με k τον δείκτη της εκάστοτε μετάπτωσης και $f_k = n_k/n_H$ το ποσοστό του εκάστοτε στοιχείου.

$$q_{12} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{12}}{g_1} e^{-\frac{h\nu_k}{k_B T}} \qquad q_{21} = \frac{8.6 \times 10^{-6}}{\sqrt{T}} \frac{\Omega_{21}}{g_2}$$
 (7.4.4)

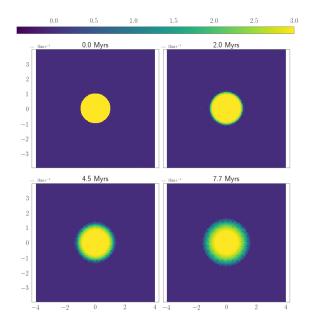
με $\Omega_{12}=\Omega_{21}$ η ισχύς της σύγκρουσης με τιμές οι οποίες είναι καταγεγραμμένες σε πίνακα. Το $w_{i/r}$ αντιπροσωπεύει τη θερμική ενέργεια που χάνεται από τον ιονισμό και την επανασύνδεση:

$$w_{i/r} = c_i \times 13.6 \times 1.6 \times 10^{-12} f_n + c_r \times 0.67 \times 1.6 \times 10^{-12} (1 - f_n) \frac{T}{11590}$$
(7.4.5)

όπου c_r και c_i είναι οι ρυθμοί ιονισμού και επανασύστασης του Υδρογόνου:

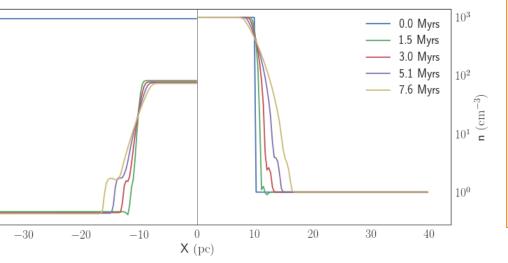
$$c_r = \frac{2.6 \times 10^{-11}}{\sqrt{T}}$$
 $c_i = \frac{1.08 \times 10^{-8} \sqrt{T}}{13.6^2} e^{-\frac{157890}{\sqrt{T}}}$ (7.4.6)

Εξομοίωση με SNEq Cooling

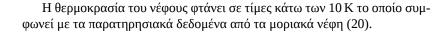


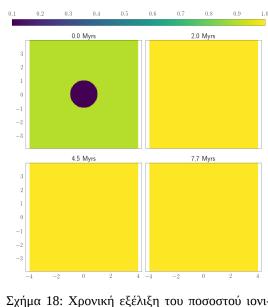
Σχήμα 17: Ο χάρτης της πυκνότητας του νέφους στο χρόνο (σε λογαριθμική κλίμακα).

Δεχόμενοι σαν βάση τη προηγούμενη προσπάθεια μας και τις ίδιες αρχικές συνθήκες για να χρησιμοποιήσουμε το SNEq Cooling Module θα πρέπει να ορίσουμε το ποσοστό ουδετέρου Υδρογόνου x_{H_I} . Θεωρώντας στι το κρύο νέφος έχει μικρότερο ποσοστό ιονισμένου Υδρογόνου χρησιμοποιούμε τη τιμή $x_{H_I}=0.1$ εντός του νέφους και $x_{H_I}=0.9$ στο μεσοαστρικό χώρο.



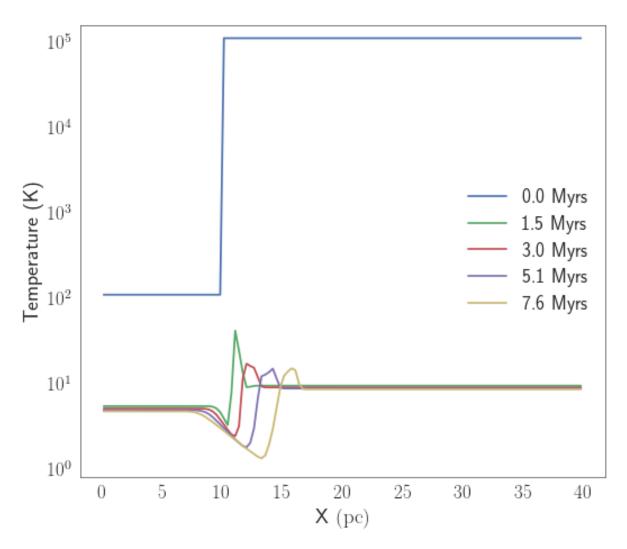
ίλ της πυκνότητας του αερίου με ενεργοποιημένο το SNEq Cooling Module κατά μήκος της χρόνο.





Σχήμα 18: Χρονική εξέλιξη του ποσοστού ιονισμένου Υδρογόνου

Τα παρακάτω είναι λάθος, ΞΑΝΑ



Σχήμα 20: Το προφίλ της θερμοκρασίας του αερίου με ενεργοποιημένο το SNEq Cooling Module κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.

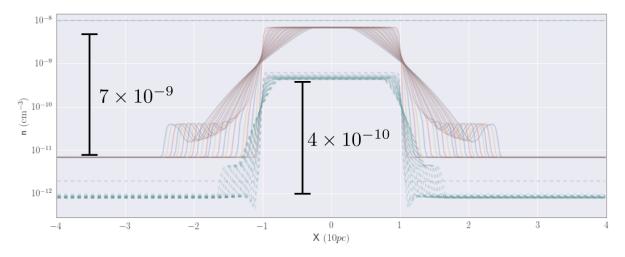
Η διαφορά πίεσης με το περιβάλλον είναι κατά μία τάξη μεγέθους μικρότερη σε σχέση με τη περίπτωση του Tabulated Cooling, με αποτέλεσμα μια μικρότερη επιτάχυνση του ρευστού προς τα έξω (σχήμα 21).

Τα σχετικά αποτελέσματα που φαίνονται στα παρακάτω σχήματα μας δείχουν οτι σε μια crossing time ($\sim 8\,\mathrm{Myrs}$) το μεγαλύτερο μέρος του νέφους είναι άθικτο (19,17).

γιατι άραγε?

Παρότι έχουμε σαφώς καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με το προηγούμενο Cooling Module του PLUTO, η τελική εικόνα δεν είναι ρεαλιστική καθώς όπως βλέπουμε από το σχήμα 18 με το ποσοστό του x_{H_I} το νέφος δείχνει ιονισμένο

?????



Σχήμα 21: Το προφίλ της πίεσης του αερίου με ενεργοποιημένο το SNEq Cooling Module (διακεκομένη γραμμή) σε σύγκριση με αυτή του Tabulated Cooling κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.

7.5 H2 Cooling

Η ψύξη μέσω του SNEq είχε εμφανώς καλύτερα, δηλαδή πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα αλλά διατηρεί ένα μεγάλο πρόβλημα που έχουμε για τις χαμηλές θερμοκρασίες. Οι μαγνητουδροδυναμικοί αριθμητικοί κώδικες αντιλαμβάνονται το ρευστό σαν ιονισμένο πλάσμα. Παρότι σε μεγάλες θερμοκρασίες η προσέγγιση αυτή είναι καλή σε χαμηλές θερμοκρασίες εμφανίζονται ουδέτερα άτομα και μόρια.

Το SNEq module μέσω του χειρισμού του ποσοστού x_{H_I} έκανε ένα βήμα προς αυτή τη κατεύθυνση αλλά για ένα μοριακό νέφος με μεγάλες ποσότητες σε H_2 , πληθώρα άλλων μορίων (He, CO κλπ) μαζί με σκόνη προφανώς η προσέγγιση αυτή δεν είναι αρκετή.

Έτσι δοκιμάσαμε και το επόμενο Cooling Module που διαθέτει ο PLUTO το οποίο ονομάζεται **Molecular Hydrogen Non-Equilibrium Cooling (H2 COOL)**.

Το H2COOL εισάγει με τη σειρά του 2 ακόμα μεταβλητές. Έτσι, εκτός του ποσοστού ουδετέρου υδρογόνου, έχουμε το ποσοστό ιονισμένου υδρογόνου $x_{H_{II}}$ και το ποσοστό μοριακού Υδρογόνου x_{H_2} .

$$x_{H_I} = \frac{n_{H_I}}{n_H}$$
 $x_{H_I} = \frac{n_{H_{II}}}{n_H}$ $x_{H_2} = \frac{n_{H_2}}{n_H}$ (7.5.1)

όπου η συνολική αριθμητική πυκνότητα του Υδρογόνου $n_H=n_{H_I}+n_{H_{II}}+2n_{H_2}.$

Η χημική εξέλιξη του μοριακού, ατομικού και ιονισμένου υδρογόνου ακο-

λουθεί τις αντιδράσεις:

$$H + e^{-} \longrightarrow H^{+} + 2 e^{-}$$
 $k_1 = 5.84 \times 10^{-11} \sqrt{T} e^{-157809/T}$ (7.5.2)

$$H^+ + e^- \longrightarrow H + hv$$
 $k_2 = 2.6 \times 10^{-11} \sqrt{T}$ (7.5.3)

$$H_2 + e^- \longrightarrow 2 H + e^- \quad k_3 = 4.4 \times 10^{-10} T^{0.35} e^{-102000/T}$$
 (7.5.4)

$$H_2 + H \longrightarrow 3 H$$
 $k_4 = 1.067 \times 10^{-10} T_{eV}^{2.012} e^{\frac{-4.463}{T_{eV}} (1 + 0.2472 T_{eV})^{3.512}}$ (7.5.5)

$$H_2 + H_2 \longrightarrow H_2 + 2 H$$
 $k_5 = 1.0 \times 10^{-8} e^{-84100/T}$ (7.5.6)

$$H + H \xrightarrow{dust} H_2$$
 $k_6 = 3.0 \times 10^{-17} \sqrt{T_2} (1 + 0.4 \sqrt{T_2} + 0.2T_2 + 0.08(T_2)^2)$ (7.5.7)

όπου T η θερμοκρασία σε Κέλβιν, T_{eV} η θερμοκρασία σε ηλεκτρονιοβόλτ, $T_2 = \frac{T}{100}$ και k_i ο ρυθμός εξέλιξης της κάθε αντίδρασης σε cm³s $^{-1}$. Η εξέλιξη των αριθμητικών πυκνοτήτων υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$S_{i} = \frac{\mathrm{d}n_{i}}{\mathrm{d}t} = \sum_{j,k} k_{j,k} n_{j} n_{k} - n_{i} \sum_{j} k_{i,j} n_{j}$$
 (7.5.8)

όπου $k_{j,k}$ είναι ο ρυθμός παραγωγής του i στοιχείου από τα υπόλοιπα στοιχεία j και k, και $k_{i,j}$ ο ρυθμός καταστροφής του i στοιχείου από όλα τα j στοιχεία.

Ο κώδικας ολοκληρώνει τα ποσοστά των 3 ειδών υδρογόνου μέσω της επίλυσης της παραπάνω εξίσωσης μαζί με την εξίσωση μεταφοράς:

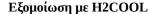
$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\vec{\mathbf{u}} \cdot \vec{\nabla} X_i + S_i \tag{7.5.9}$$

όπου ο όρος μεταφοράς $-\vec{\mathbf{u}}\cdot\vec{\nabla}X_i$ ολοκληρώνεται μαζί με τις υδροδυναμικές εξισώσεις μάζας, ορμής (hydro step) ενώ ο όρος S_i ολοκληρώνεται κατά το βήμα της ψύξης (cooling step).

Οι ενεργειακές απώλειες λόγω ψύξης τελικά υπολογίζονται, εκτός από τις παραπάνω αντιδράσεις, από τις απώλειες ιονισμού λόγω κρούσης $\Lambda_{\rm CI}$ και επανασύνδεσης λόγω ακτινοβολίας $\Lambda_{\rm RR}$, απώλειες λόγω περιστροφής και ταλάντωσης (rotational-vibrational cooling) Λ_{rotvib} και διάσπασης (dissosiation) $\Lambda_{ t diss}$ των μορίων H_2 , και της διαδικασίας αλληλεπίδρασης σκόνης-αερίου (gas-grain process) Λ_{grain} .

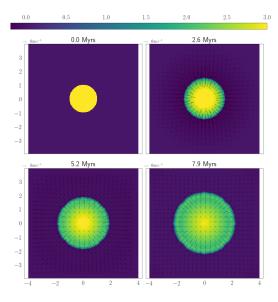
$$\Lambda = \Lambda_{CI} + \Lambda_{RR} + \Lambda_{rotvib} + \Lambda_{diss} + \Lambda_{grain}$$
 (7.5.10)

Depending on the requirement, the user can add more components to the cooling function, for e.g., cooling due to fixed fractions of standard molecules like CO, OH, H 2 O etc or contributions from collisional excitation of lines as indicated in the SNEq module.



Ακολουθώντας την ίδια πορεία με προηγουμένως ορίζουμε στις αρχικές συνθήκες τα ποσοστά μοριακού, ουδετέρου και ιονισμένου υδρογόνου όπως φαίνονται στο πίνακα 4.

Το πρώτο που παρατηρούμε είναι ότι το νέφος διαστέλλεται σε χρονική κλίμακα τάξης του crossing time. Ο λόγος είναι γιατί η διαφορά πιέσεων είναι πολύ μεγαλύτερη καθώς το κεντρικό τμήμα του νέφους διατηρεί τη πίεση στα ίδια επίπεδα με την αρχική πίεση 10^{-8} . Για να αλλάξει η πυκνότητα στο



 Δ εν είμαι σίγουρος οτι είναι ακρ $oldsymbol{eta}$ ωςο όρος S_i

Σχήμα 22: Η πυκνότητα του αερίου σε διάφορες χρονικές στιγμές

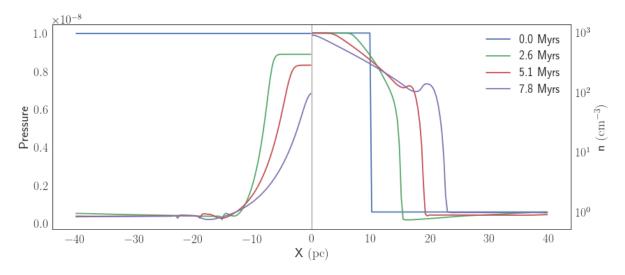
Πίνακας 4: Αρχικές συνθήκες για τα ποσοστά των διαφορετικών μορφών Υδρογόνου

Περιοχή	$x_{\mathrm{H_{I}}}$	$ x_{\mathrm{H_{II}}} $	$ x_{\mathrm{H}_2} $
	0.1	0	0.9
Μεσογαλαξιακό μέσο	0.9	0.1	0

εσωτερικό του νέφους χρειάζεται ενάς αρκετά μεγαλος χρόνος, άρα η σχετική στασιμότητα της πίεσης σημαίνει και στασιμότητα της θερμοκρασίας. Όντως όπως βλέπουμε και στο σχήμα 24 η θερμοκρασία του νέφους διατηρείται κοντά στην αρχική τιμή των 100 K.

Ενώ για το διαγαλαξιακό μέσο ο ρυθμός ψύξης φαίνεται να επιβραδύνεται αρκετά κοντά στους 3×10^3 K καθώς ολόκληρο το υδρογόνο μετατρέπεται σε ουδέτερο (σχήμα $\ref{eq:constraint}$?.

Καθώς το υδρογονο επανασυνδεεται ΗΙΙ -> ΗΙ ολοκληρη η ενεργεια παει εκει και δεν ψυχεται



Σχήμα 23: Το προφίλ της πυκνότητας του αερίου με ενεργοποιημένο το H2 Cooling Module κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.

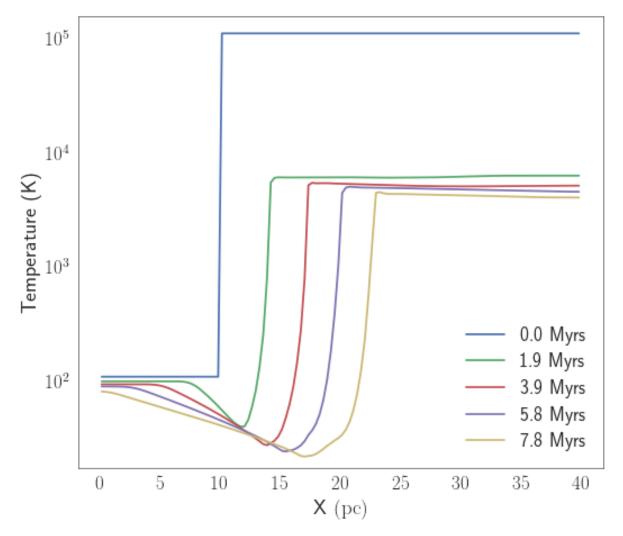
Οι παρατηρήσεις των μοριακών νεφών μας δίνουν θερμοκρασίες της τάξεως των 30 Κ. Η ασυμφωνία με την εξομοίωση μπορεί αν εξηγηθεί με βάση δύο παρατηρήσεις:

- Χρησιμοποιήσαμε μια αρχική θερμοκρασία των 100 Κ θεωρώντας αυταπόδεικτο ότι αυτή θα μειωθεί μέχρι το παρατηρούμενο νούμερο. Ειδάλλως αν χρησιμοποιούσαμε σαν αρχική θερμοκρασία τους 30 Κ μπορεί να διατηρούταν σε αυτή. Γι αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε μια διαφορετική θερμοκρασία έτσι ώστε να μην "επιβάλλουμε" το δικό μας αποτέλεσμα.
- Το module H2COOL απευθύνεται αυστηρά στις μεταβάσεις και μεταβολές του Υδρογόνου. Σύμφωνα με όμως η ενεργειακές μεταβάσεις του Υδρογόνου παύουν να είναι σημαντικές σε χαμηλότερες των 100 Κ όπου κυρίαρχο ρόλο παίζουν τα CO, OH, H₂O και ίσως και το He.

τεκμηρίωση

7.6 MINEQ Cooling

Δεν έχω κάνει ακόμα τις εξομοιώσεις, πολλες οι μεταβλητες



Σχήμα 24: Το προφίλ της θερμοκρασίας του αερίου με ενεργοποιημένο το H2 Cooling Module κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.Με διακεκομμένες γραμμές και στα ίδια χρονικά στιγμιότυπα το ποσοστό ουδετέρου υδρογόνου.

8 Βαρύτητα

Είναι προφανές ότι έναν από τους ισχυρότερους ρόλους στην αστροφυσική (αν όχι το μεγαλύτερο) τον παίζει η βαρύτητα.

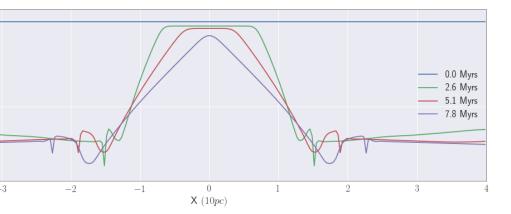
The second add in our simulation is Gravity.

Add momentum equation with Gravity

8.1 Self Gravity

Επειδή ο PLUTO δεν μπορεί να χειριστεί την ιδιοβαρύτητα θα προσπαθήσουμε να τη προσεγγίσουμε τοποθετώντας ένα βαρυτικό δυναμικό ομογενούς σφαίρας στο εσωτερικό του νέφους και ένα δυναμικό σημειακής μάζας στο εξωτερικό του νέφους. Δηλαδή:

$$\vec{g}(x,y) = \begin{cases} \frac{GM}{R^3} (x \mathbf{k} + y \mathbf{\hat{y}}) & \text{if } r < R \\ \frac{GM}{r^3} (x \mathbf{\hat{k}} + y \mathbf{\hat{y}}) & \text{if } r > R \end{cases}$$
(8.1.1)



λ της πίεσης του αερίου με ενεργοποιημένο το H2 Cooling Module κατά μήκος της ευθείας

όπου
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Βαρυτική Σταθερά

Για να χρησιμοποιήσουμε τη δύναμη της βαρύτητας θα πρέπει να υπολογίσουμε τη σταθερά G σε μονάδες κώδικα, όπως βλέπουμε και από το πίνακα 3. Άρα

$$G = G_{\rm cgs} {\rm cm}^3 \,{\rm g}^{-1} \,{\rm s}^{-2} = G_{\rm cgs} \frac{1.67 \times 10^{-24} \,{\rm g \, cm}^{-3}}{\rho_0} \frac{10^{18} {\rm s}^2}{t_0^2} \tag{8.1.2}$$

Αντικαθιστώντας $G_{\mathrm{cgs}} = 6.674 \times 10^{-8}$ βρίσκουμε

$$G = 1.114 \times 10^{-13} \,\mathrm{G}_0 \tag{8.1.3}$$

όπου $G_0=(\rho_0t_0)^{-1}$ η σταθερά της βαρύτητας σε μονάδες κώδικα.

Χρόνος Ελεύθερης Πτώσης

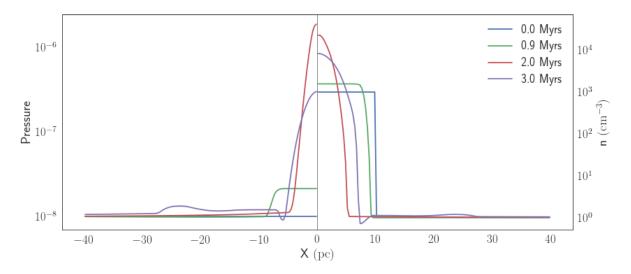
Ο χρόνος ελεύθερης πτώσης (free-fall time) είναι η χρονική κλίμακα που χρειάζεται ένα σώμα να καταρρεύσει κάτω από το ίδιο το βάρος του, αν δεν υπεισέρχονται άλλες δυνάμεις που να αντισταθμίσουν ή να επιταχύνουν τη διαδικασία. Έτσι παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στις χρονικές κλίμακες πολλών αστροφυσικών διεργασιών.

Στη περίπτωση του δικού μας νέφους ο χρόνος ελεύθερης πτώσης υπολογίζεται:

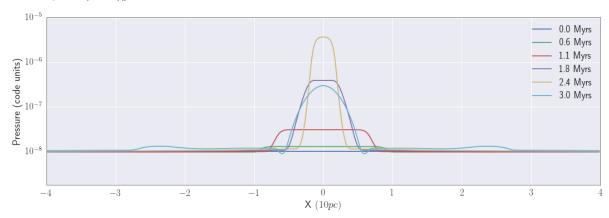
$$t_{\rm ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} = 51404 \, t_0 = 1.6 \, {\rm Myrs}$$
 (8.1.4)

Για να εξετάσουμε την επίδραση της βαρύτητας αρχικά θα εκτελέσουμε την εξομοίωση που έχουμε κάνει και προηγουμένως, αρχικά σε ένα νέφος που δεν εμπεριέχει διαδικασία ψύξης.

Το αποτέλεσμα όπως φαίνεται από το σχήμα 26 δείχνουν ένα χρόνο κατάρρευσης κοντά στα 2 Myrs καθώς στη συνέχεια το νέφος αναπηδά λόγω της θερμικής πίεσης (σχήμα 27) και επιταχύνεται προς τα έξω. Το αποτέλεσμα είναι πολύ κοντά στην τιμή του χρόνου ελεύθερης πτώσης καθώς η πίεση



Σχήμα 26: Το προφίλ της πυκνότητας του αερίου μέσα σε βαρυτικό δυναμικό ομογενούς σφαίρας κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.



Σχήμα 27: Το προφίλ της πίεσης του αερίου μέσα σε βαρυτικό δυναμικό ομογενούς σφαίρας κατά μήκος της ευθείας y=0 με το χρόνο.

δεν ήταν αρκετή για να επιβραδύνει νωρίτερα την κατάρρευση και επίσης η ακρίβεια των εξομοιώσεων δεν είναι αρκετή για να διαχειρίστει απόλυτα σωστά το φαίνομενο της βαρυτικής κατάρρευσης. Ένα pixel αντιστοιχεί σε $0.3125\,\mathrm{parsec}\simeq 1\,\mathrm{ly}$ μέγεθος πολύ μεγαλύτερο από ένα πρωτοαστέρα.

Σφαιρικό νέφος με Radiation Cooling με ιδιοβαρύτητα

Θεωρώντας μέχρι στιγμής το πιο ρεαλιστικό προσομοιωτή ψύξης αυτό του H2COOL, θα δοκιμάσουμε να επαναλάβουμε τη προσομοίωση μέσα σε δυναμικό ιδιοβαρύτητας έτσι όπως ορίστηκε στη παράγραφο 8.1.

Σφαίρα Bonnor-Ebert

Η σφαίρα Bonnor-Ebert είναι η θεωρητική κατασκευή μιας ισόθερμης σφαίρας όπου η βαρύτητα εξισορροπείται από την εσωτερική πίεση. Δηλαδή

ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\frac{Gm}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = 0 \ \text{Εξίσωση Κίνησης} \eqno(8.1.5)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho \; \text{Εξίσωση διατήρησης της Μάζας} \tag{8.1.6}$$

$$P=c_s^2 \rho$$
 Καταστατική Εξίσωση (8.1.7)

Συνδυάζοντας και τις τρείς έχουμε:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2c_s^2\frac{d\ln\rho}{dr}\right) = -4\pi G\rho \tag{8.1.8}$$

Η λύση της οποίας μας δίνει τη πυκνότητα συναρτήση της ακτίνας μέσα στο μοριακό πυρήνα:

$$\rho(r) = \frac{c_s^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2} \tag{8.1.9}$$

9 Αλληλεπίδραση με Jet

Βασικός σκοπός της εργασίας μας είναι η μελέτη της αλληλεπίδρασης ενός jet με τα μοριακά νέφη του γαλαξία.