

不可能立体の写実的表現手法の提案

篠原祐樹[†] 宮下芳明[†]

本論文では、不可能立体を含むシーンをレイトレスティング法を用いてレンダリングすることによって写実的な画像を生成する手法を提案する。また、モデリングからレンダリングまでの一連の作業を行うことの出来るシステムを制作し、ユーザが簡単かつ効率的に不可能立体の表現が行える枠組みを構築する。

A Proposal for Realistic Expression of Impossible Objects

YUKI SHINOHARA[†] and HOMEI MIYASHITA[†]

In this paper, we propose a method for rendering scenes including impossible objects using ray-tracing. We developed a system for modeling and rendering, and provided a framework that makes it 'possible' to express impossible objects easily and efficiently.

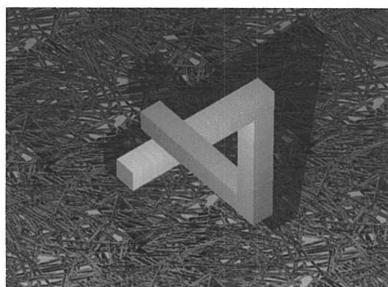
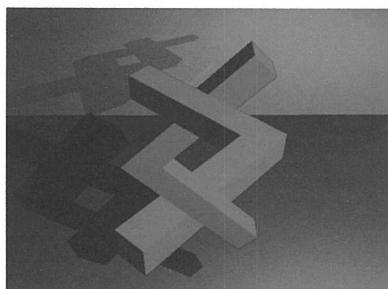


図 1 不可能立体の例
Fig. 1 Examples of impossible objects.

1.はじめに

本研究では、図 1 に示すような「作れそうだが、實際には作れない」という不可能立体を、レイトレスティング法を用い写実的な CG として表現する手法を提案する。図 1 の画像は、提案手法を用いた試作システムによって出力したものである。

オランダの画家 M.C.Escher は不可能立体をテーマとした絵画作品を数多く生み出しており、半世紀以上経った今なおその人気は衰えていない。また、昨年は不可能立体に関するワークショップが開催されたり¹⁾、実際に作れない形状をした廊下や階段をキャラクタが徘徊するゲーム「無限回廊」²⁾が発売されたりするなど、不可能立体の表現が注目を集めている。では、こうした表現が多く人の興味を集めるのは一体なぜだろうか。これらの作品には「ありそうで、実はあり得ない」という、特有の性質がある。杉原は³⁾の中で、不可能立体を「立体実現問題の答えがノーであるにもかかわらず、人の心に引き起こす立体構造に関する印象」と定義しており、「立体」と名前が付いているものの、不可能立体はあくまで「印象」であるとした。人間は脳内でこうした立体に関するイメージを描くことが可能であるのに、その立体は実世界上で制作できない。この矛盾が混乱や奇妙な感覚を生み、不可能立体の面白さになっているのではないだろうか。

こうした不可能立体は数学や心理学の分野にも影響を与えており、多くの研究がなされている。 Huffman は線画として表された不可能立体の図形において線分や頂点の情報を整理し、不可能图形の解析を試みた⁴⁾。Corinne は複数の角柱からなる線图形の実現不可能性を解析した⁵⁾。杉原は二次元の線画を三次元モデルに復元する技法をもとに、不可能立体を立体として実現可能か否か判別する手法を述べている³⁾。また、立体の不可能性が知覚に及ぼす影響の調査⁶⁾なども行われている。一方で、計算機の性能向上などとともに、不可能立体を計算機上で表現する研究もはじまっている。Chih らは不可能立体を実現可能な部分立体の接続によって表現し、不可能立体を回転させるアニメーションを作成する手法を提案した⁷⁾⁸⁾。大和田らは不

[†] 明治大学理工学部情報科学科
Department of Computer Science, Meiji University

可能立体を回転させながらインタラクティブにモデリングできるツールを制作した⁹⁾。藤木らは、実現不可能な構造をした廊下や階段で、実世界ではあり得ないキャラクタの徘徊操作が行えるインタラクティブだまし絵を提案している¹⁰⁾。

これらの研究は、いずれも線画で表された不可能立体を対象としていた。谷部らは、ディスプレイ上に描かれた図形そのものが人間とインタラクションを引き起こす可能性があると述べており¹¹⁾、線画による表現は少なからず鑑賞者に奇妙な印象を与えるものといえる。しかしながら、前述したように不可能立体の面白さは「存在しないはずの立体をイメージ出来る」という矛盾にこそあり、その矛盾を鑑賞者に最大限伝えることの出来るような手法で表現を行うべきであると筆者らは考えている。そのため、本論文ではレイトレスシング法を用い写実的に不可能立体を表現する手法を提案する。陰影を付与することによって奥行き知覚が増幅され¹²⁾¹³⁾、立体感が増す。また、回転や視点の移動に対応し、不可能立体の存在感をさらに大きくする。これにより、画像から想像される立体のイメージは線画の場合と比べ鮮明になり、鑑賞者に与える矛盾もより大きなものになると考えられる。不可能立体の簡単な陰影付けを行う研究はすでに存在するが¹⁴⁾、影や反射の表現などが行えず、様々な視点から鑑賞することも出来なかった。

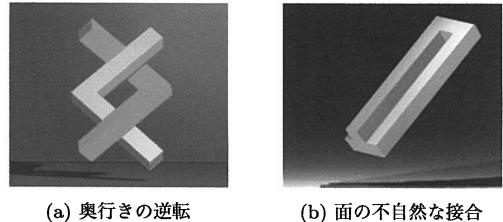
本来画像や映像を作ることの目的は何らかの情報や感情を他者に伝達することにあり¹⁵⁾、芸術作品や広告など幅広い分野において利用されている。また、インターネットの普及や技術の発展により、従来文字情報が主体であったWebに積極的に画像や動画が用いられるようになった。こうした背景の中で、見た者に特異な印象を与える不可能立体の表現技法は、様々な場面で大きな威力を発揮するものとなりうるであろう。

2. 到達点

ここでは、扱う不可能立体の種類や実現するレンダリングの機能などを述べる。本研究の全容を俯瞰するとともに、到達点を明らかにする。

2.1 扱う不可能立体

不可能立体は様々なトリックによって実現され、その種類は多岐にわたる³⁾。本研究では、実現可能な多面体に対して次の2種類のトリックを適用した立体を「不可能立体」として扱い、レンダリングの対象とする。1つは、対象立体の一部において、奥行き関係の順序が逆転する図2(a)に示すような立体である。もう1つは、面の向きが異なり通常では接合することの



(a) 奥行きの逆転

(b) 面の不自然な接合

図2 扱う不可能立体のトリック
Fig. 2 Tricks of impossible objects.

できない面同士が接合した図2(b)のような立体である。本論文においては、以後このような立体のことを「不可能立体」と呼ぶ。

また、上記のトリックをいずれも適用されていない立体を「可能立体」と呼ぶこととする。

2.2 実現する機能

本研究では、「不可能立体を含むシーンのレンダリング手法」および「そのようなシーンを制作する機構」を提案する。以下に各々が実現する機能の詳細を述べる。

レンダリング手法 レイトレーシング法を用いて、写実的な出力画像を得る。具体的な機能としては、立体表面の彩色および陰影付け、立体が他の立体に落とす影の描画、ハイライトの描画、鏡のような立体におけるシーンの映り込み、テクスチャマッピング・パンプマッピングを実現する。なお、光源については平行光源および点光源に対応する。

シーン構築 不可能立体を含むシーンを構築するGUIを提供する。その機能としては、立体のモデリング、あらかじめ用意された基本立体の配置、立体の位置・サイズ・角度の指定、前節で述べたトリックをモデルに適用する機能、視点・注視点・画角などカメラの設定、光源の位置・種類・色の設定、立体表面の色・テクスチャ・反射係数など材質の設定、描画過程の表示、カメラ・光源・立体の動きを設定し動画を出力する機能、立体視出力を実現する。これらの機能により、ユーザは簡単に様々な表現を行うことが可能になる。

以上の機能をどのように実現していくか、次章以降で述べる。

3. 不可能立体のレンダリング

3.1 レイトレーシング法の基本的な考え方

現実の世界で物が見える仕組みについて考える。太陽や電灯などの光源から発せられた光は、無数のレイ

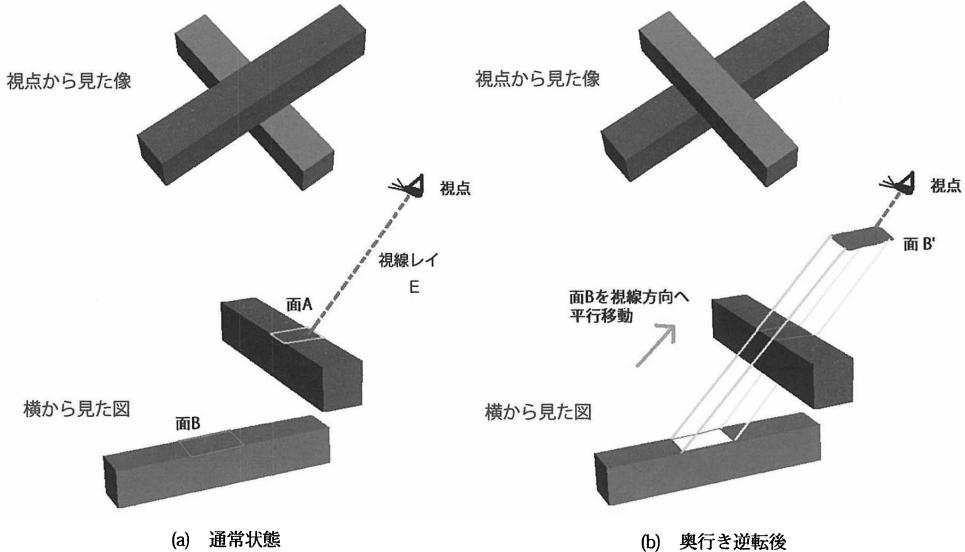


図 3 奥行きの入れ替え
Fig. 3 Change Z.

(光線) の集合とを考えることができる。このレイは原則として直進し、様々な物体に当たって反射を繰り返しながら人間の目に飛び込み、脳内で映像として認識される。このプロセスをシミュレーションし、画像を生成する手法がレイトレーシング法である。

基本的な作業としては、画像を投影する面を用意し視点からその投影面の各画素を通るレイを発射する。シーンに存在する立体は、放たれたレイが自分に当たるか否か判定を行い、当たった場合はその点の座標と光源の位置から投影する色を計算する。立体が鏡のように光を反射する材質であった場合は、反射方向を計算し新たにレイを発射する。また、他の立体の影が落とされる場合があるので、光源の方向へレイを発射し他の立体と交差するか否か検査する。交差した場合、その点は影となるため色を黒に設定する。この作業を投影面の全画素に対して繰り返し画像を生成していく。

ここで、以下のような可能性を提示することが出来る。

1. レイと立体の当たり判定を操作することで、本来当たるべきでない面にレイを当てることが出来るのではないか。
 2. 色決定の際にレイと立体の交差位置を改変することで本来とは異なる色を面に適用することが出来るのではないか。
- これらの考え方方が不可能立体のレンダリング手法の基本となる。次節では、その手法の具体的な手順につ

いて述べていく。

3.2 当たり判定を偽装する面

はじめに、前節で挙げた考え方を元に図 2(a) のような「奥行き逆転により矛盾が生じる立体」をレンダリングする手法を述べる。

例えば、図 3 のように 2 つの角柱が交差する部分へ奥行きの逆転を与えるとする。通常のレイトレーシングであれば、図 3(a) のように、より視点に近い手前の青の面 A にレイが当たったと判定され、面 A の法線や座標を元に色が決定される。ところが図 3(b) に示すように、面 B を視点と面 A の間に平行移動させた新たな面 B' が存在した場合、レイは A へ当たらず B' に当たるようになる。内部の処理の中で面 B' に当たったレイは自動的に面 B と当たったことにするというルールを設けておけば、結果的に角柱の交差部分で赤の面 B が上に表示されるように見える。ただし、不意に面 B を B' に移動してはならない。当然のことながら面を動かせば、その立体の最終的な見かけが変化することになる。しかしながら、発射された視線レイ E の方向にだけは、平行移動しても見かけの形状が変化しない。この原理を利用し、面 B の移動方向を $-kE$ (k は適当な定数) と定めれば、外観を崩さず当たり判定を改変することが出来る。なお、以上の例における面 B' のように、当たり判定の結果を改変するための面を以後「偽装面」と呼ぶことにする。

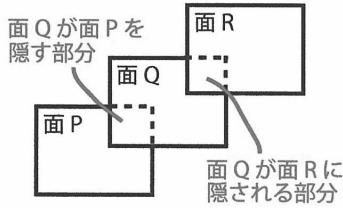


図 4 面を分割する
Fig. 4 Dividing surfaces.

3.3 表面色の計算

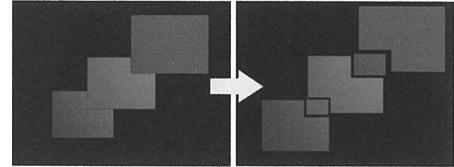
前節では偽装した面を用いて交差位置を改変したが、この偽装面 B' とレイの交差座標 $\mathbf{X}_{B'}$ を色の决定にそのまま用いてはならない。なぜなら面 B と隣接面の境界部分において、レイとの交差座標 \mathbf{X} が不連続に変化するためである。表面色は視点と光源の位置および \mathbf{X} に依存して决定されるため、 $\mathbf{X}_{B'}$ を用いて色の计算を行うと面の境界で色が不自然に変化してしまう。そこで、元の面である面 B とレイの交差座標 \mathbf{X}_B を新たに取得し、この点 \mathbf{X}_B を用いて色の决定を行う。こうした仕掛けによって面の境界で不連続に色が変化する事無く描画できる。

3.4 偽装面の生成手法

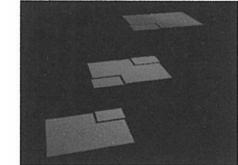
当たり判定を操作する上でどの面を偽装するかという情報は、どこの奥行きに矛盾を与えるかユーザが指定する際に自動的に決まる。ところが、偽装すべき面の領域は多くの場合「面と面が重なり合っている部分」であるため、以下のように面が重なる部分とそうでない部分に立体を分解する必要がある。

隠線処理を施していない投影線画を見ると、立体の各面は視点から見える部分と他の面に隠されて見えなくなる部分がある。逆に、見えている面でも他の面を隠している部分がある（図 4）。これを元に、各面を「隠す or 隠される部分」と「そうでない部分」に分割する（図 4）。分割処理を施すと最終的に図 5 のような出力を得る。これにより、面単位で偽装するか否か設定できるようになる。

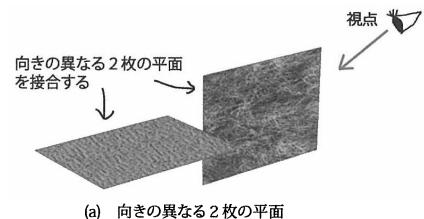
使用する面の準備が整えば、以後は前節の手順に従い偽装する面の平行移動を行い当たり判定に備えればよい。ただし、この移動処理は視点からレイを発射する毎に行わなければならない。平行移動は視線レイ E の方向のみ許されており偽装面もこれに従って移動す



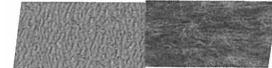
(a) 上から見た図



(b) 横から見た図
Fig. 5 The result of division.



(a) 向きの異なる2枚の平面



(b) 上の平面を視点から見た場合

図 6 向きの異なる2枚の面
Fig. 6 Two surfaces in different direction.

るが、その後 E 自体が変化すると、この偽装面は使えなくなってしまう。視点が無限遠点である平行投影を除き、画素にレイを発射する度に E は変化するため、偽装処理もその度にやり直さなければならないのである。

3.5 接合できない面の接合

前節の理論を応用すると、図 2(b) のように向きが異なり接合できない面を接合することが可能になる。前述の偽装処理は面に対して行っていたが、これと同様の処理を頂点単位で行うことが出来る。すなわち、各頂点を $-kE$ 方向 (k は適当な定数) に平行移動するのである。

例えば図 6(a) のような向きの異なる面を接合する場合、図 6(b) のように接合する頂点が合うように視点を移動した後、図 7 のように両方の面に属するすべて頂点を一つの面上に平行移動させる。このように面

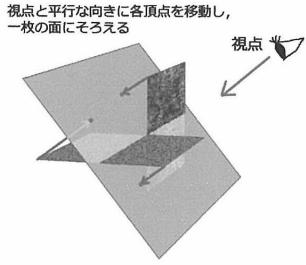


図 7 2枚の面の向きをそろえる
Fig. 7 Lining up the surfaces.

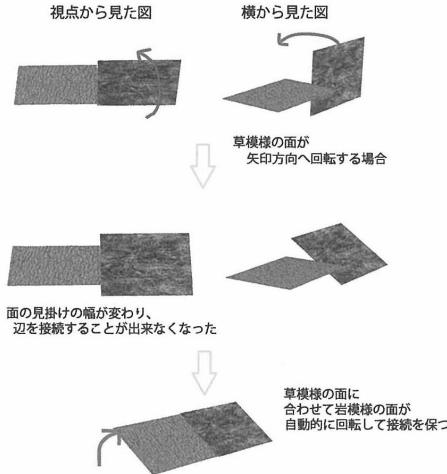
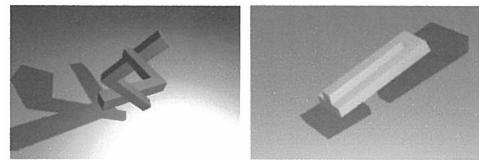


図 8 回転角度の最適化
Fig. 8 Optimization of rotation angle.

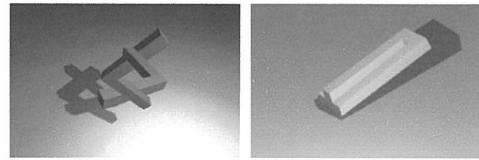
の向きをそろえれば、後はこれらの点をつなぐだけで面として成立する。

ただし、本来は向きの異なる面であるため、立体を回転させたり視点を変化させたりすると矛盾を維持できない。図 8 のように接合している面の幅が変化し接続が保てなくなるのである。そこで、接続に親子関係を持たせ親の立体の回転に子の立体が追従する、という形を取る。例えば、図 8において草模様の面を親、岩肌の面を子と定めた場合、ユーザの回転操作に対して親の草模様は忠実に回転するが、子の岩肌は親との接合部の 2 本の線に合わせようと逆方向に回転する。このように子に相当する立体を自動で回転させる手法として、非線形計画法を用いた最適化を行っている。

非線形計画法は、複数のパラメタを持つ関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ を最小（最大）とするようなパラメタ $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ の値を決定する問題のことである。ここでは、子の回転角度および拡大率をパラメタとし、親子が接合する頂点間の距離を関数の

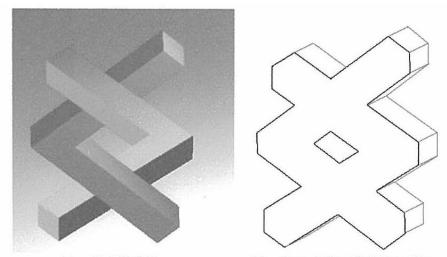


(a) 元の立体を影に用いた場合



(b) 影用立体を用いた場合

図 9 影の付き方の違い
Fig. 9 Difference of making shadows.



(a) 不可能立体

(b) 左の立体に対応するダミー

図 10 影用立体
Fig. 10 Body double for making shadows.

値としている。この関数を最小とする、すなわち接合部に生まれるギャップが最も少くなるような回転角度・拡大率を求める。

この問題を解くアルゴリズムには簡便な勾配法を用いた。これは $df/d\mathbf{x}$ 方向に解 \mathbf{x} を反復修正していくながら最適解を得る手法である。

3.6 影判定への対処

視点からのレイは以上のように当たり判定の処理を操作することで対処できたが、他の物体から放たれた「影が出来るか否か判定するレイ」が自身に向かってきた際には偽装は必要ない。影判定は立体に当たったか当たっていないか、という情報のみで決定するため奥行きの矛盾などは結果に影響しないのである。しかしながら、元の可能立体を影判定に用いてしまうと、立体の側で交わっている部分が影では交差していない等、不可能立体のイメージに反する場合がある。また、面の接合は実行する必要がある。接合を行わないまま影を落とすと、接合前の立体が影として落ちるので、不自然な切れ目を持つ影になってしまい可能性がある（図 9(a) 参照）。

影を実現する手法として、図10のような立体を別に用意し、一時的に利用する。この立体を以後「影用立体」とよぶことにする。影用立体はスクリーンに投影された線画の外郭を奥行き方向に掃引した立体である。影判定のレイが飛んできたら、一旦立体をこの影用立体に差し替えて当たり判定を行う。スクリーンに投影される物体をベースにしているため、ユーザが違和感を感じづらい。また、面の接合を行った際にも影に切れ目が入るようなことはない。

3.7 鏡からの反射

鏡のように反射属性を持つ他の立体からレイが飛んでくることがある。これは面に映り込む画像を決定するために発射されたレイであるため、交差位置の取得、表面色の決定を行う必要がある。現在このレイに対しては、矛盾の加わっていない元の可能立体を用いて交差や色判定を行わせている。3.4で述べた偽装を用いれば成功することもあるが、多くの場合は意図しない像が映るか、偽装が適用されない状態の像が映り込む。

この現象の原因として「不可能立体を見るなどの出来る視点が限られている」という点が挙げられる。本来不可能立体は固定視点で見ることが普通であるが、本システムでは偽装面を再移動することで他の視点からも見られるよう対処している。しかしながら、その効果の得られる視点の範囲は限られており、立体外観の構造が大きく変化する場合、すなわち、投影した線画の輪郭や各線分の交差状態が大きく変わるのは矛盾を維持できない。

ところが、位置関係の都合から多くの場合鏡面には立体の裏面や側面が映り込むことになる。こうした背景から、筆者は元の可能立体を映り込みに用いるべきと判断した。

4. システム

この章では、実際に開発したシステムの構成や、実装した機能の詳細を述べる。

4.1 構 成

システムは大きく分けてレンダリングエンジンとシーンマネージャ、およびGUIの3つから成り立っている。

レンダリングエンジンはスクリーンの各画素にレイを発射し、シーン内の立体データから画像を出力する機能を持つ。また基本的なベクトルや座標変換などの各種演算機能を備えるほか、光源や交差情報など様々なデータに関するクラスを用意している。

シーンマネージャは立体の追加・削除などの管理を行うのみで、レンダリングエンジンから投げられた処

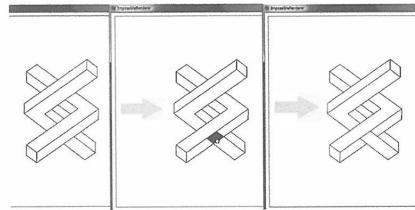


図11 矛盾を与えるインターフェース
Fig. 11 Interface for create paradox.

理は各立体が自分で行う。シーン内の立体は、シーンに発射されているレイに対しての当たり判定や、材質設定を適用して立体表面の色を計算するほか、テクスチャマッピングや法線・反射ベクトルの算出、GUIに表示するワイヤフレームの生成なども行う。

4.2 立体のデータ構造

3章で述べたように、不可能立体は可能立体としてのデータの他に偽装する面の情報を保有することになる。レイトレーシングの前処理として、面の偽装及び影を落とすための影用立体を作成するため、レンダリング中は元の可能立体、偽装済み立体、影用立体の3種類の立体データを保有することになる。

4.3 機能

ここでは、実際に開発したシステムの機能について記述する。

4.3.1 立体作成と矛盾の付与

不可能立体の制作は、2つのステップに分けて行う。はじめに、作成する不可能立体のベースとなる可能立体をモデリングし、次にその可能立体に奥行きの逆転や面の接合といった矛盾を付与していく。

ベースとなる可能立体は頂点と面をユーザが自分で設定し、全て1から制作することも可能だが、あらかじめ用意された基本的な立体のパーツを用い、それらを組み合わせて作ることも出来る。

奥行きの逆転は、矛盾を与える面を直接クリックすることで実現する。図11のように、逆転可能な面にマウスを当てるとき青く塗りつぶされるが、この状態でクリックすると背後にある面が自動的に偽装面として設定される。なお、面が3枚以上重なり合っている場所では、面のリストから偽装する面を手動で選択するようにしている。

面の接合は、接合したい面の選択と接合部の指定の2段階に分けて行う。はじめに接合する2枚の面を「親」→「子」の順に指定し、その後接合する頂点を線で結ぶ。接合した後は、3.5で述べた手法に基づき、子の立体は自動で最適な状態まで動くようになる。

4.3.2 シーンの構築

配置した立体の位置座標や回転角度、拡大率を調整する。また、各立体の材質設定、カメラや光源の設定を行う。

材質設定は、立体表面の色や質感を決定するパラメタの調整である。表面の拡散反射色、拡散反射係数、鏡面反射係数（ハイライト）、反射率テクスチャマッピングやバンプマッピングに用いる画像の指定などが行える。

カメラは視点方向と注視点、および画角を設定できる。これらのパラメタは描画エリアをドラッグすることでも変更でき、マウスを用いて直感的にカメラ位置を決定することが可能である。

4.3.3 レンダリング

シーンが完成したら、レンダリングを開始する。背景色や、レイの反射回数の上限を設定できる。

また、動画出力に対応している。csv形式で記述されたカメラや立体の動きを読み込み、1コマずつ自動的にレンダリングを行う。高速に動画をプレビューするため、ワイドフレームで動画をレンダリングする機能も実装している。

さらに、立体視出力に対応しており、アナグラフ出力や3Dディスプレイへの表示が可能である。

4.4 結 果

以上の機能によって様々な不可能立体のリアルなCGが簡単に制作できるようになった。実際に動作している様子のスクリーンショットおよび出力画像例を図12に示す。また、動画出力機能を用いて作成した不可能立体のムービーやシステムのデモ動画を16)に掲載している。

5. おわりに

人は視覚的に対象を認識する際、その対象を色彩・運動・形態など、様々な独立したモジュールに分割して理解している¹⁷⁾。そして、それらのモジュールを統合し、何らかの媒体を用いてその対象を「表現」することが出来る。ここで特筆すべきは、各モジュールを統合する際に一部のモジュールを故意に欠落させたり、逆に強調させたりする事が可能な点である。このような事実は近代の抽象絵画からも確認できる¹⁷⁾。例えば、ピカソにより創始されたキュビズムにおいては、様々な角度から見た物の形を一枚の絵画に収めていたが、これは対象の形態を多視点から取り出して強調し、代わりに空間的情報を放棄したものと言うことが出来よう。これらの知見をもとに、3次元モデルから各モジュールを強調・欠落させ絵画を生成する研究も行わ

れている¹⁸⁾。

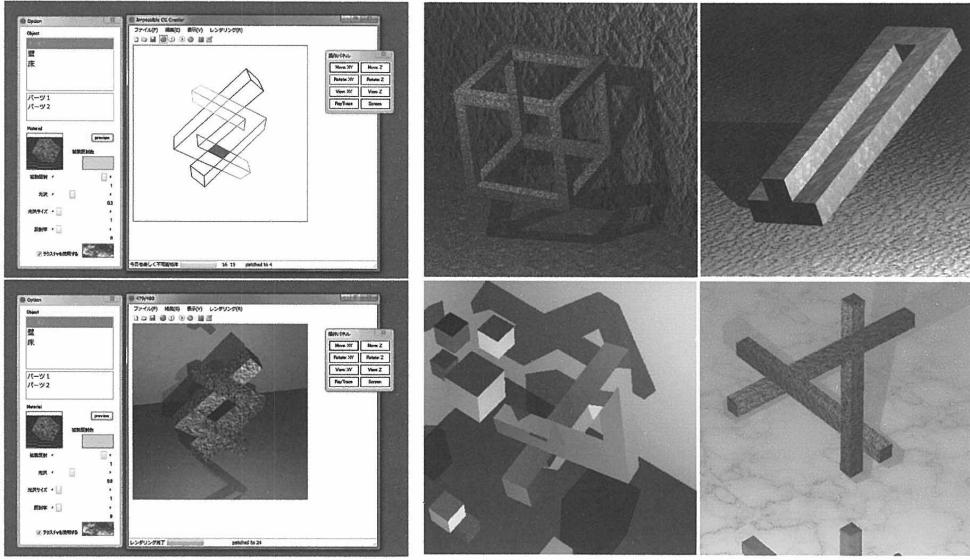
一方で、3DCGにおいては長年にわたり写真と見間違えるようなリアルな画像を作成することを目標に研究が行われており、映画やゲームなど幅広い分野に応用されてきた。しかし、近年ではフォトリアルでない表現手法の研究も、CGの分野において盛んに行われるようになり、水墨画や凹版画風の表現、アニメや漫画的表現など多彩な手法が提案されている¹⁹⁾。こうした手法は、物体の細かな色彩や微細な形態を排除することにより、フォトリアルなCGとは異なる印象を見た者に与えることに成功していると言える。また、物体の色彩には変化を加えず投影手法を工夫することで、空間が歪んだような印象を与える表現²⁰⁾や、バースの強さが異なる物体を1つのシーンに共存させる技法²¹⁾など、空間的な一貫性を欠落させた表現を成功させた例もある。

本研究で実現した不可能立体の写実的表現も、これらの手法と同様に鑑賞者へ特異な印象を与える芸術的表現のひとつである。前掲のモジュール論で言い換えるなら、物体の色彩や全体としての空間的な秩序は損ねる事なく、幾何学的な形状・構造といった要素を欠落させた表現と言うことが出来るであろう。このように、あくまで実世界における色彩や空間に忠実であるからこそ、鑑賞者が受ける「現実に存在しそう」という主観的印象は大きくなり、「実際には存在し得ない」という客観的事実とのギャップが広がることによって、不可能立体が持つ奇妙な面白さをより強く感じることが可能になるのである。

謝辞 本研究の一部は、情報処理推進機構(IPA)の2008年度下期末踏IT人材発掘・育成事業の支援によるものである。

参 考 文 献

- 1) 「不可能立体ワークショップ」.
<http://www.sonyexplorascience.jp/>
- 2) Sony Computer Entertainment: 無限回廊.
<http://www.jp.playstation.com/scej/title/mugen/>
- 3) 杉原厚吉: 不可能物体の数理, 森北出版(1993).
- 4) D.A.Huffman: Impossible objects as nonsense sentences, *Machine Intelligence*, Vol.6, pp.295–323 (1971).
- 5) Cerf, C.: A family of impossible figures studied by knot theory.
<http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/cerf/>
- 6) M.Cowan, T. and Pringle, R.: An investigation of the cues responsible for figure impossi-



(a) スクリーンショット

(b) 出力例

Fig. 12 Screenshots of the interface and examples of rendered impossible objects.

- bility, *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, Vol.4, No.1, pp.112–120 (1978).
- 7) Khoh, C.W. and Kovesi, P.: Animating Impossible Objects.
<http://www.csse.uwa.edu.au/pk/Impossible/impossible.html>
 - 8) Khoh, C.W. and Kovesi, P.: Rotating the Impossible Rectangle, *Leonardo*, Vol.34, No.3, pp. 197–198 (2001).
 - 9) Owada, S. and Fujiki, J.: DynaFusion: a modeling system for interactive impossible objects, *Proceedings of the 6th international symposium on Non-photorealistic animation and rendering*, pp.65–68 (2008).
 - 10) 藤木 淳, 牛尼剛聰, 富松 潔: OLE Coordinate System: インタラクティブだまし絵, インタラクション 2007 論文集 (2007).
 - 11) 谷部好子, 藤波 努: 3次元物体の認知過程における主体的操縦の特徴について ~ネッカーキューブ操作行動に見られた共通点, ヒューマンインターフェースシンポジウム 2000 発表論文集, pp.483–486 (2000).
 - 12) 山下純一郎, 出澤正徳, 渡部 修: 隠影付板の形状知覚に関する研究—周囲の奥行き、明るさによる知覚変化, 3D映像, Vol.15, No.3, pp.23–28 (2001).
 - 13) 阿河智紀: 影の重なりや見え方が影による奥行き知覚に与える効果 (2001).
 - 14) Savransky, G., Dimerman, D. and Gotsman, C.: Modeling and Rendering Escher-Like Impossible Scenes, *Computer Graphics Forum*, Vol.18, pp.173–179 (1999).
 - 15) Seligmann, D.D. and Feiner, S.K.: Automated Generation of Intent-Based 3D-Illustrations, *SIGGRAPH91*, pp.123–132 (1991).
 - 16) <http://miyashita.com/publications/>
 - 17) 岩田 誠: 見る脳・書く脳—絵画のニューロサイエンス, 東京大学出版会 (1997).
 - 18) 米山孝史, 近藤邦雄, 藤幡正樹: 視覚モジュールに基づく絵画の特徴分析と画像生成手法, 日本国学会 2007 年度大会学術講演論文集 (2007).
 - 19) 大野義夫: フォトリアルでない CG 画像表現の手法について, 情報処理学会研究報告. グラフィクスと CAD 研究会報告, pp.1–7 (1995).
 - 20) Coleman, P. and Singh, K.: Ryan: rendering your animation nonlinearly projected, *Proceedings of the 3rd international symposium on Non-photorealistic animation and rendering*, pp.129–156 (2004).
 - 21) Agrawala, M., Zorin, D. and Munzner, T.: Abstract Artistic Multiprojection Rendering, *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques 2000*, pp.125–136 (2000).