

THESIS

**A Study of Baseline Compensation
System for Stable Operation of
Gravitational-wave Telescope**

Koseki Miyo

*Department of Physics
University of Tokyo*

MMM 2020

Abstract

a

要旨

2015 年、ブラックホール連星合体からの重力波 GW150914 を LIGO の 2 台の検出器が直接検出することに成功した。また 2017 年には Virgo を加えた 3 台の重力波検出器で連星中性子合体からの重力波 GW170817 を検出し、さらにフォローアップ観測によって電磁波対応天体も同定され、マルチメッセンジャー観測が確立された。そして 2020 年には KAGRA も LIGO と Virgo の重力波観測ネットワークに加わることで、より多くの重力波イベントの観測が期待される。

しかしながら、重力波は地球のどこでも検出できて視界に左右されないはずだが、現在稼働している干渉計型重力波検出器の DutyCycle は 60 % 程度である。これは悪天候時の高波や遠地でおきた地震などによる地面振動によって、干渉計の腕が変動し、干渉しなくなるためである。これら地面振動はおよそ 1 Hz 以下で数 10 km 以上のスケールで地面を揺らすが、現状の防振装置ではこのような低周波地面振動は防振できない。これは、グローバルな低周波の地面揺れを測定できるセンサーがないためである。

本論文では、基線長補償システムについて書かれている。このシステムは、レーザーひずみ計と呼ばれる地殻変動計測用の 1.5 km のレーザー干渉計をもちいて KAGRA の基線長伸縮をモニターし、その信号で、メインの KAGRA の干渉計が揺れないように防振をする。

この論文では、地面振動が干渉計に与える影響について調べられており、そしてその影響を低減するための基線長補償システムの原理と、その理論的性能、既存のシステムと比較した利点が調べられている。そして、このシステムを実際に KAGRA に組み込んだ性能評価実験が述べられている。この実験では、もっとも地面振動の影響を受けやすい 3 km の Fabry-Perot 光共振器に基線長補償システムを組み込み、この腕共振器の長さ変動を測定した。その結果、

Contents

Abstract	3
要旨	5
1 Background	9
1.1 Gravitational-wave	9
1.1.1 Properties of GWs	9
1.1.2 Sources of Gravitational-wave	11
1.2 Interferometric Gravitational-wave detection	12
1.2.1 Michelson Interferometer	12
1.2.2 Static Response	13
1.3 Enhancement of the sensitivity	15
1.3.1 Fabry-Perot Michelson Interferometer (FPMI)	15
1.3.2 Dual-Recycled FPMI (DRFPMI)	16
1.3.3 Noise	17
1.4 Large-scale Terrestrial Laser Interferometers	18
1.4.1 Terrestrial Laser Interferometers	18
1.4.2 KAGRA	20
1.5 Summary of the Chapter	20

Chapter 1

Background

本章では、重力波とその検出器について述べる。

1.1 Gravitational-wave

重力波は光速で伝わる時空の歪みである。この歪みは一般相対性理論の結果として導き出されることがアインシュタインによって 1919 年に示された。しかしながらその歪は非常に小さく、およそ 100 年後の LIGO による初検出まで直接検出はされなかった。

1.1.1 Properties of GWs

Two polized transverse wave

The interval between two events in space-time is described with the metric tensor $g_{\mu\nu}$ as,

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3), \quad (1.1)$$

where dx^μ represents the coordinate distance of the events, and x^μ has 4 components; (ct, x, y, z) .

In the general relativity theory[?], the metric tensor $g_{\mu\nu}$ is described by the

Einstein's equation;

$$R_{\mu\nu}(g_{\mu\nu}) - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R(g_{\mu\nu}) = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

where $R_{\mu\nu}$ is the Ricci tensor, $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$ is the Ricci scalar curvature, $T_{\mu\nu}$ is the energy-momentum tensor, G is the Newton's gravitational constant, and c is the speed of light.

GW is derived from this Einstein's equation when the metric can be described as the perturbation $h_{\mu\nu}$ to the Minkowsky space-time $\eta_{\mu\nu}$, thus

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}. \quad (1.3)$$

In this weak-field regime, the Einstein's equation is reduced to a linearized wave-equation whose solution is represented as

$$h_{\mu\nu}(z, t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right], \quad (1.4)$$

where ω is the angular frequency of GW, z is the propagation direction of the wave, h_+ and h_\times are the independent polarization of that. Therefore, GW is the transverse wave propagating with speed of light.

The two polarization of GW are known as plus and cross polarization, and these polarization change the distance between two points as shown in Fig.1.1.

Radiation

The wave amplitude $h_{\mu\nu}$ is proportional to the second time derivative of the quadrupole moment of the source [?];

$$h_{ij} = \frac{2G}{r c^4} \ddot{Q}_{ij}^{TT} \left(t - \frac{r}{c} \right), \quad (1.5)$$

where

$$Q_{ij}^{TT}(x) = \int \rho \left(x^i x^j - \frac{1}{3} \delta^{ij} r^2 \right) d^3x \quad (1.6)$$

is the quadrupole.

もうすこし具体的な Quadrupole をしめして、現実的に検出できそうな重力波の大きさを述べる。

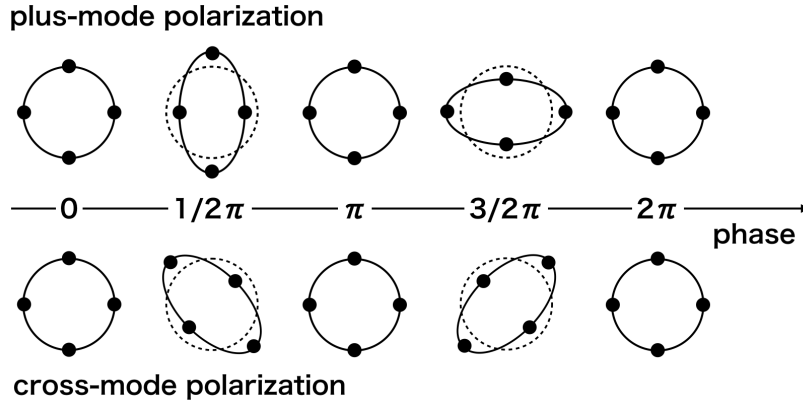


Figure 1.1: Polarization of the GW propagating in the direction of the paper. These polarization change the distance as the tidal motion.

1.1.2 Sources of Gravitational-wave

Compact Binary Coalescence

Compact binary coalescence (CBCs), such as black holes and neutron stars, emit a characteristic chirp GW signal. The frequency of a chirp GW signal f_g increase as a function of time. This growing up is caused by losing the angular momentum of the system due to the emission of GW.

Advanced LIGO have detected the first GWs from stellar-mass binary black holes (BBHs) in the first observation run (O1), which took place from September 12, 2015 until January 19, 2016. After this observation, Virgo detector joined the Advanced LIGO detectors and this network have detected the first detection of GWs from a binary neutron star inspiral in the second observation run (O2), which ran from November 30, 2016 to August 25, 2017. Moreover, observation of GWs from a total of seven BBHs [?].

Continuous GWs

Without rotating two objects, asymmetric spinning stars, such as neutron stars and pulsars, could produce detectable GWs which signal is also well defined [?, ?].

Burst GWs

In addition to continuous gravity waves, there are short duration GWs like a burst event. Supernovae are good candidates to emit the burst GWs [?]

Stochastic GWs

The stochastic background GWs are predicted[?, ?]. This background signal is originated from quantum fluctuations during inflation [?]. Basically, stochastic background will appear like a random noise in an individual detector. However, it will be found like a coherent signal in two detectors.

1.2 Interferometric Gravitational-wave detection

Basic design of a terrestrial GW detectors are Michelson interferometer [?]. This interferometer is sensitive to the differential length change of its arms. This change is a strain caused by GWs. We assume that a pulse mode of GW is passing through the interferometer perpendicularly.

1.2.1 Michelson Interferometer

Michelson interferometer is a converter from the optical phase difference of two lights to the amplitude modulation of a single light. Consider about the interferometer shown in Fig. 1.2. Incident light can be written as,

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega t}, \quad (1.7)$$

where E_0 is the amplitude and ω_0 is the angular frequency of the laser field. Two lights split by the Beam Splitter (BS) interfere at the Anti-symmetric (AS) port and Reflection (REFL) port. The output field at the AS port is represented as,

$$E_{\text{AS}} = -\frac{1}{2}rE_0 e^{i(\omega_0 t - \phi_x)} + \frac{1}{2}rE_0 e^{i(\omega_0 t - \phi_y)}, \quad (1.8)$$

where r denotes the amplitude reflectivity of the end mirrors, and ϕ_x and ϕ_y are the phase delay due to the light traveling in the x and y arms. This output signal

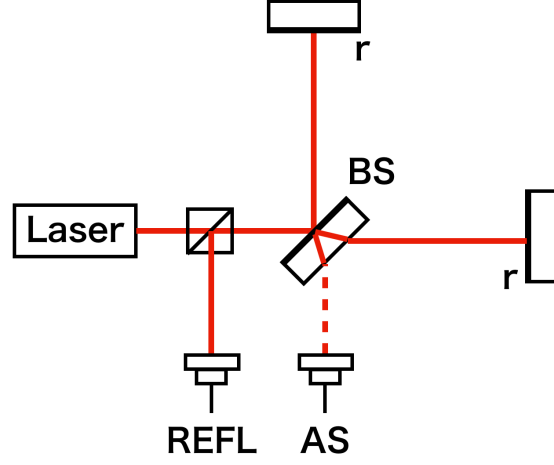


Figure 1.2: Michelson Interferometer.

can be represented as a single field as,

$$E_{AS} = irE_0 e^{i(\omega_0 t - (\phi_x + \phi_y)/2)} \sin\left(\frac{\phi_x - \phi_y}{2}\right). \quad (1.9)$$

We find that the amplitude of the output light is a function of the difference between two phases; $\phi_x - \phi_y$. Furthermore, the power of output light at the AS port is obtained by squaring the Eq.1.9,

$$P_{AS} = [r \sin(\phi_-)]^2 P_0 \quad (1.10)$$

Similarly, power of the output light at the REFL port is written as,

$$P_{REFL} = [(r \cos(\phi_-))]^2 P_0. \quad (1.11)$$

Therefore, we can measure the optical phase difference as the amplitude changes using a Photo Detector (PD) and detect GWs.

1.2.2 Static Response

Consider the error of the interferometric strain measurement. Because the optical phase ϕ_- is given by

$$\phi_- = \frac{4\pi L_-}{\lambda}, \quad (1.12)$$

where L_- is the differential length changes of its arms and λ is the wavelength of the input laser, the strain h is represented as

$$h = \frac{\Delta L_-}{L} = \frac{\lambda}{4\pi L} \Delta\phi_- + \frac{L_-}{L} \left(\frac{\Delta f}{f} \right). \quad (1.13)$$

Moreover, according to Eq.(1.10), because infinitesimal change of the optical phase $\Delta\phi_-$ is given by

$$\Delta\phi_- = \frac{\tan(\phi_-)}{2} \left[\left(\frac{\Delta P_{AS}}{P_{AS}} \right) + \left(\frac{\Delta P_0}{P_0} \right) \right], \quad (1.14)$$

where ΔP_0 is the fluctuation of the input laser and ΔP_{AS} is a power fluctuation at AS port, finally, we get a strain as a function of several fluctuation of parameters below;

$$h = \frac{\lambda}{8\pi L} \tan(\phi_-) \left[\left(\frac{\Delta P_{AS}}{P_{AS}} \right) + \left(\frac{\Delta P_0}{P_0} \right) \right] + \frac{L_-}{L} \left(\frac{\Delta f}{f} \right). \quad (1.15)$$

According to Eq.(1.15), in order to increase the interferometric strain measurement, we should do below;

- we should expand the baseline length L .
- we should operate the Michelson intereferometer at dark fringe, which means $\phi_- \rightarrow 0$, in order to decrease the noise contribution from $(\Delta P_{AS}/P_{AS})$ and $\Delta P_0/P_0$ to the strain h .
- we should use asymmetric arm so that $L_0 \rightarrow 0$, in order to decrease the noise contribution from the laser frequency fluctuation $\Delta f/f$

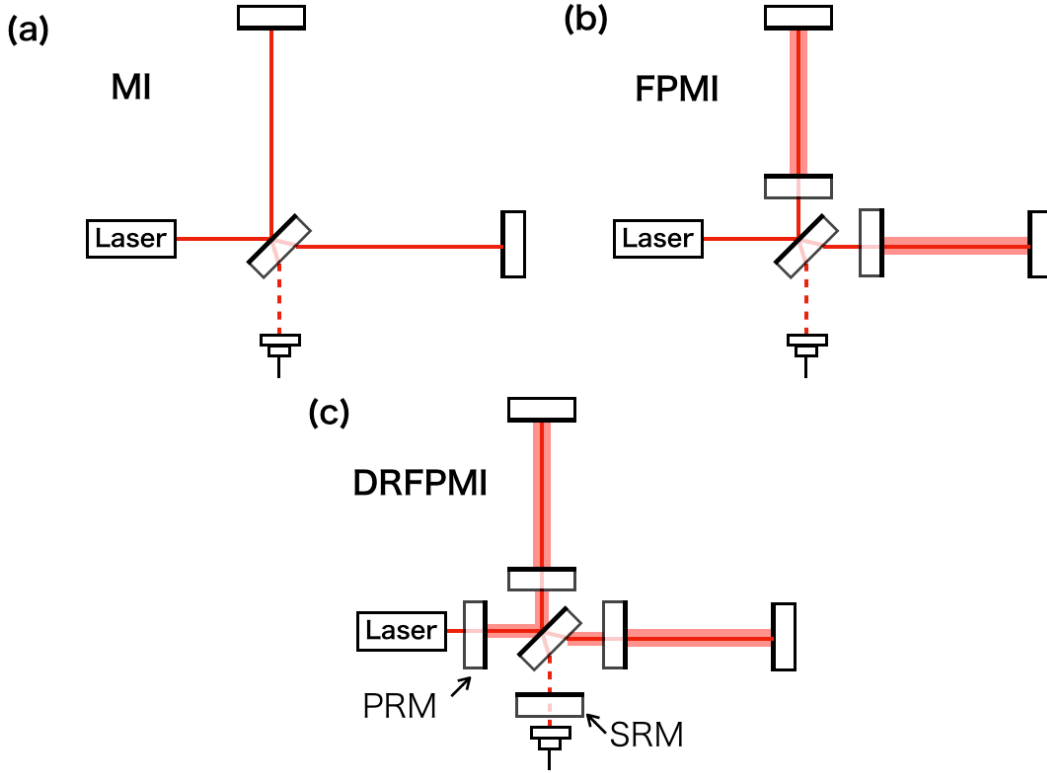


Figure 1.3: Configuration of interferometric GW detector. (a) Michelson interferometer (MI) (b) Michelson interferometer with two Fabry-Perot optical cavities (FPMI). (c) Dual-Recycled FPMI (DRFPMI)

1.3 Enhancement of the sensitivity

In order to increase the sensitivity, current interferometric GW detectors use the Dual-Recycled Fabry-Perot Michelson Interferometer (DRFPMI).

1.3.1 Fabry-Perot Michelson Interferometer (FPMI)

Fabry-Perot Optical Cavity

Consider the reflectivity of the Fabry-Perot optical cavity composed of two mirrors separated by L as shown in Fig. 1.4a. In this figure, E_{in} , E_r , E_t , E are the

incident, reflected, and transmitted fields respectively, r_j and t_j are the amplitude reflectivity and transmissivity of j -th mirrors ($j = 1, 2$). The reflectivity of the optical cavity r_{FP} is given by

$$L_{\text{FWHM}} = \frac{\lambda}{2\mathcal{F}} \quad (1.16)$$

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (1.17)$$

where k is the wave number [?].

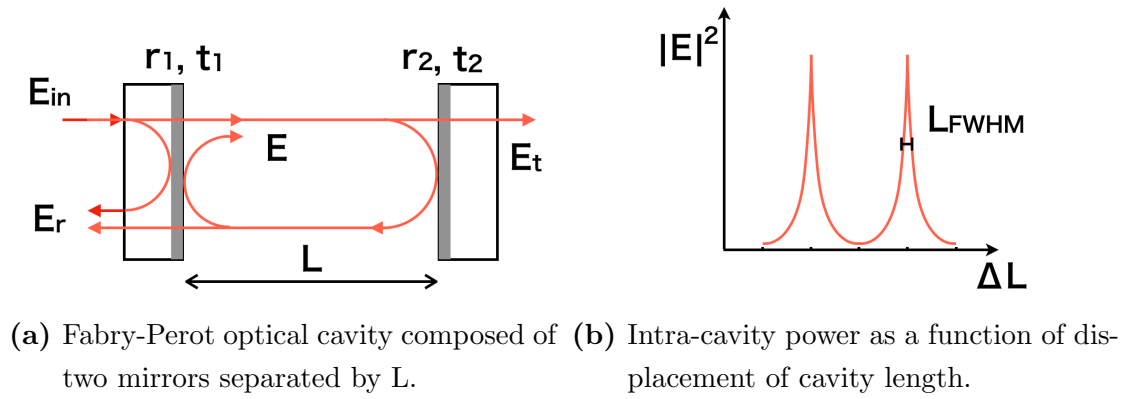


Figure 1.4: Fabry-Perot optical cavity.

1.3.2 Dual-Recycled FPMI (DRFPMI)

Power Recycle

基線長を伸ばすほかに、感度の向上と観測帯域をチューニングするために Fig.?? のような場所にパワーリサイクリング鏡とシグナルリサイクリング鏡と呼ばれる鏡をおいて共振器をつくる [?]. 1つ目のパワーリサイクリング鏡は干渉計からレーザーに戻る光を折り返してレーザーパワーを上げるための鏡である。レーザーパワーが上がると、後述するショットノイズとひずみ信号の SNR が向上する。

Signal Recycle

次に2つ目のシグナルリサイクリング鏡は AS ポートに漏れ出たひずみ信号を増幅させるための鏡である。

1.3.3 Noise

Shot Noise

テストマスが自由質点として外乱を受けていない理想的な場合には、Michelson 干渉計のレーザー光の強度ゆらぎと周波数ゆらぎ、検出器でのショットノイズが感度を制限する。

光検出器で光のパワーを検出する場合、ショットノイズと呼ばれる、光子数のゆらぎに起因するノイズをもつ。光子数のカウントはポアソン分布にしたがうが、光子数 N が十分に大きい場合標準偏差 \sqrt{N} のガウス分布に従う。つまり光検出器にパワー P の光が入射した場合、このショットノイズは

$$P_{\text{shot}} \propto \sqrt{P} \text{ [W}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (1.18)$$

のようなホワイトノイズをもち、AS ポートでのパワーの平方根に比例したノイズをもつ。

相対誤差はパワーの平方根に逆比例する。さらに Eq.(1.10) より、光検出の相対誤差は

$$\frac{\Delta P_{\text{AS}}}{P_0} \propto \frac{1}{\sqrt{P_{\text{AS}}}} \text{ [1}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (1.19)$$

のように、Michelson 干渉計へ入射した光量の平方根に反比例することがわかる。つまりショットノイズを抑えるためには入射レーザーパワーを上げることが求められる。

Seismic Noise

地面振動は地上の重力波検出器においてもっとも振幅が大きい外乱である。さまざまな励起源からの弾性波が地面や構造物をつたわってテストマスを揺らす。そのため地面振動を低減するには、励起源から離れた静かな場所でテストマスを防振することが必要である。

Newtonian Noise

Newtonian Noise は、重力勾配ノイズとも呼ばれ、周囲の物体の密度ゆらぎが重力相互作用でテストマスを揺らすノイズである。この密度ゆらぎは地面を伝わる

弾性波によって生じ、それが遠隔作用で空間を伝わるため防振することはできない。現在の第二世代の重力波検出器の感度では問題にはならないが、第3世代では10Hz周辺の感度を制限するとされている。

Newtonian ノイズを低減するには、地震計アレイをもちいた Feedforward 制御が提案されている。

Thermal Noise

外部からの外乱以外にも、鏡の基材や表面の粒子がランダムな熱運動をして変位雑音を生み出す。この熱雑音は、1) mirror thermal noise 2) mirror coating thermal noise 3) suspension thermal noise の3つに分けることができる [?].

温度 T をもつ鏡の Mirror thermal noise の変位雑音は、

$$G_{SB}(f) = \frac{4k_B T}{\omega} \frac{1 - \sigma^2}{\sqrt{\pi} E w_0} \phi_{sub}(f) \quad (1.20)$$

のように与えられる [?, ?]。ここで k_B はボルツマン定数、 ω は角周波数、 σ, E は基材のポアソン比、ヤング率であり、 ϕ_{sub} は鏡の基材の mechanical loss angle、 w_0 はビーム半径である。Eq.(1.20) からわかるように、この熱雑音を低減するには温度を下げるかビーム径を大きくすればよい。

鏡の熱雑音は基材よりもむしろ表面のコーティングで制限される。Coating thermal noise の変位雑音は、

$$G_{CB}(f) = G_{SB}(f) \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1 - 2\sigma}{1 - \sigma} \frac{\phi_{coat}}{\phi_{sub}} \frac{d}{w_0} \right) \quad (1.21)$$

で与えられる [?, ?]。ここで、 d, ϕ_{coat} はそれぞれコーティングの厚さ、loss angle である。

そして最後に、(サスペンションサーマルノイズを書く。揺動散逸定理を引用して。)

1.4 Large-scale Terrestrial Laser Interferometers

1.4.1 Terrestrial Laser Interferometers

ひずみに対する感度をあげるには長期線化は必須であり、地上のレーザー干渉計は最終的には数10kmスケールのものが建設される予定である []。この検出器は

第3世代と呼ばれ、

現在までにさまざまな検出器がつくられてきた。それらを Table 1.1 に示す [?].

Table 1.1: [?, ?]

Project	Baseline [km]	Effective Length [km]	Bedrock
LISM	0.02	32	Granite/gneiss
CLIO	0.1	190	Granite/gneiss
TAMA	0.3	96	-
GEO	0.6	1.2	Sedimentary rock
KAGRA	3	2850	Granite/gneiss
LIGO L1	4	1150	Sedimentary soil
LIGO H1	4	1150	Sedimentary rock
Virgo	3	850	Sedimentary rock
ET	10	3200	-

1st Generation

第1世代検出器 (TAMA[?], GEO[?], LIGO[?], Virgo[?]) は、これまでの実験室スケールの干渉計とは異なり、はじめての大型検出器であった。これらの干渉計はパワーリサイクルをした FPMI であり、

2nd Generation

第2世代検出器 (KAGRA[?], Advanced Virgo[?], Advanced LIGO[?]) では、

3rd Generation

第3世代検出器では基線長をさらに 10 倍長くする。

1.4.2 KAGRA

KAGRA は第 2 世代の干渉計であるが、他の検出器とは違い、第 3 世代に必要な地下環境と極低温鏡の技術を採用しており、第 2.5 世代とも呼ばれている。

KAGRA

1.5 Summary of the Chapter

Bibliography

- [1] Albert Einstein. The Foundation of the General Theory of Relativity. *Annalen Phys.*, 49(7):769–822, 1916. [Annalen Phys.354,no.7,769(1916)].
- [2] Albert Einstein. Über gravitationswellen. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, 1918:154–167, 1918.
- [3] BP Abbott, R Abbott, TD Abbott, S Abraham, F Acernese, K Ackley, C Adams, RX Adhikari, VB Adya, C Affeldt, et al. Gwtc-1: a gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by ligo and virgo during the first and second observing runs. *Physical Review X*, 9(3):031040, 2019.
- [4] Paola Leaci, LIGO Scientific Collaboration, Virgo Collaboration, et al. Searching for continuous gravitational wave signals using ligo and virgo detectors. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 354, page 012010. IOP Publishing, 2012.
- [5] Mark Hereld. A search for gravitational radiation from psr 1937+ 214. 1984.
- [6] Christian D Ott, Adam Burrows, Eli Livne, and Rolf Walder. Gravitational waves from axisymmetric, rotating stellar core collapse. *The Astrophysical Journal*, 600(2):834, 2004.
- [7] AA Starobinskii. Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe. *JETP Letters*, 30:682–685, 1979.
- [8] Nelson Christensen. Stochastic gravitational wave backgrounds. *Reports on Progress in Physics*, 82(1):016903, nov 2018.

- [9] Alan H. Guth. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev. D*, 23:347–356, Jan 1981.
- [10] Rainer Weiss. Electronically coupled broadband gravitational antenna. 1972.
- [11] Kiwamu Izumi. *Multi-Color Interferometry for Lock Acquisition of Laser Interferometric Gravitational-wave Detectors*. PhD thesis, University of Tokyo, 2012.
- [12] Brian J Meers. Recycling in laser-interferometric gravitational-wave detectors. *Physical Review D*, 38(8):2317, 1988.
- [13] Dan Chen. *Study of a cryogenic suspension system for the gravitational wave telescope KAGRA*. PhD thesis, University of Tokyo, 2016.
- [14] Yu. Levin. Internal thermal noise in the ligo test masses: A direct approach. *Phys. Rev. D*, 57:659–663, Jan 1998.
- [15] Kenji Numata, Masaki Ando, Kazuhiro Yamamoto, Shigemi Otsuka, and Kimio Tsubono. Wide-band direct measurement of thermal fluctuations in an interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 91:260602, Dec 2003.
- [16] Gregory M Harry, Andri M Gretarsson, Peter R Saulson, Scott E Kittelberger, Steven D Penn, William J Startin, Sheila Rowan, Martin M Fejer, DRM Crooks, Gianpietro Cagnoli, et al. Thermal noise in interferometric gravitational wave detectors due to dielectric optical coatings. *Classical and Quantum Gravity*, 19(5):897, 2002.
- [17] Chiang-Mei Chen, James M Nester, and Wei-Tou Ni. A brief history of gravitational wave research. *Chinese Journal of Physics*, 55(1):142–169, 2017.
- [18] Mark G. Beker. *Low-frequency sensitivity of next generation gravitational wave detectors*. PhD thesis, Vrije U., Amsterdam, 2013.
- [19] Masaki Ando, Koji Arai, Ryutaro Takahashi, Gerhard Heinzel, Seiji Kawamura, Daisuke Tatsumi, Nobuyuki Kanda, Hideyuki Tagoshi, Akito Araya, Hideki Asada, et al. Stable operation of a 300-m laser interferometer with

- sufficient sensitivity to detect gravitational-wave events within our galaxy. *Physical Review Letters*, 86(18):3950, 2001.
- [20] Hartmut Grote, LIGO Scientific Collaboration, et al. The geo 600 status. *Classical and Quantum Gravity*, 27(8):084003, 2010.
- [21] BP Abbott, R Abbott, R Adhikari, P Ajith, Bruce Allen, G Allen, RS Amin, SB Anderson, WG Anderson, MA Arain, et al. Ligo: the laser interferometer gravitational-wave observatory. *Reports on Progress in Physics*, 72(7):076901, 2009.
- [22] Thimothée Accadia, F Acernese, M Alshourbagy, P Amico, F Antonucci, S Aoudia, N Arnaud, C Arnault, KG Arun, P Astone, et al. Virgo: a laser interferometer to detect gravitational waves. *Journal of Instrumentation*, 7(03):P03012, 2012.
- [23] Ando M. Arai K. et al. Akutsu, T. Kagra: 2.5 generation interferometric gravitational wave detector.
- [24] F Acernese, M Agathos, K Agatsuma, D Aisa, N Allemandou, A Allocca, J Amarni, P Astone, G Balestri, G Ballardín, et al. Advanced virgo: a second-generation interferometric gravitational wave detector. *Classical and Quantum Gravity*, 32(2):024001, 2014.
- [25] Junaaid Aasi, BP Abbott, Richard Abbott, Thomas Abbott, MR Abernathy, Kendall Ackley, Carl Adams, Thomas Adams, Paolo Addesso, RX Adhikari, et al. Advanced ligo. *Classical and quantum gravity*, 32(7):074001, 2015.