

河海大学 2021-2022 学年第一学期
《概率论与数理统计 A》期末试卷 (A 卷)
(供 2020 级理工类各专业使用, 2021 年 12 月)

专业班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

一、填空题 (每小题 4 分, 本题满分 32 分)

1. 设事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(A) = P(B) = 0.4$, 则 $P(A \cup B) =$ _____。

2. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, 又设 $Y = 2X - 1$, 则 $Y \sim$ _____。

3. 设随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	α	β

若 X 与 Y 独立, 则 $\alpha =$ _____, $\beta =$ _____。

4. 将编号为 1,2,3 的球随机地放入编号为 1,2,3 的盒子, 每个盒子只放入一个球, 若球的编号与盒子编号一致, 则称一个配对, 记 X 为总配对数, 则

$EX =$ _____, $DX =$ _____。

5. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 且

$EX = \frac{3}{5}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____。

6. 设总体 X 服从二项分布 $X \sim B(m, p)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, 则

$E\bar{X} =$ _____, $D\bar{X} =$ _____。

7. 设 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 是总体 $N(0, \sigma^2) (\sigma > 0)$ 的一个样本, 若统计量

$T = c \frac{X_1 + X_2 + X_3}{|X_4 - X_5|}$ 服从 t -分布, 则常数 $c =$ _____, 并指出其自由度为 _____。

8. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, μ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, 则假设检验问题:

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, \quad H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

的检验统计量为 _____, 拒绝域为 _____。

二、（本题满分 10 分）飞机轰炸某目标，设它能飞到距目标 500 米、200 米、100 米附近的概率分别为 0.5，0.4，0.1。又设距目标 500 米、200 米、100 米附近投弹命中率分别为 0.2，0.5，0.8。（1）求目标被命中的概率；（2）若目标被命中，求飞机是在 200 米处投弹的概率。

三、（本题满分 10 分）设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

（1）求 $Y = 2X + 1$ 的密度函数；（2）求 $Z = X^2$ 的分布函数。

四、（本题满分 10 分）设随机变量 X 与 Y 独立同分布于 $N(\mu, \sigma^2)$ ， 令

$$U = aX - bY, \quad V = aX + bY$$

其中 μ, σ, a, b 为常数, $\sigma > 0$ 。

（1）求 EU, DU ;

（2）求 U, V 的相关系数 ρ_{UV} 。

五、（本题满分 12 分）设 X, Y 独立同分布于参数为 $\lambda(\lambda > 0)$ 的指数分布，其密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

- (1) 求 $Z = X + Y$ 的密度函数；
- (2) 求 $Z = \min(X, Y)$ 的密度函数。

六、（本题满分 14 分）设总体 X 服从参数为 $\lambda(\lambda > 0)$ 的泊松分布 $X \sim P(\lambda)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本,

(1) 求 λ 的矩估计量;

(2) 求 λ 的极大似然估计量;

(3) 证明: $B_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 不是 λ 的无偏估计量。

七、（本题满分 12 分）设某种油漆的干燥时间 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，现测得 9 个样本，其干燥时间分别为：

6.8, 5.6, 6.6, 5.8, 6.7, 6.5, 5.5, 7.0, 6.1

其样本均值为 $\bar{x} = 6.289$ ，样本标准差为 $s = 0.552$ 。

（1）求均值 μ 的置信度为 95%的置信区间。

（2）对假设检验问题：

$$H_0: \mu = 6.0, \quad H_1: \mu \neq 6.0,$$

是否接受 H_0 ?（取显著性水平 $\alpha = 0.05$ ）。

$$(t_{0.025}(8) = 2.306, \quad t_{0.025}(9) = 2.262)$$