

# Teoría de las comunicaciones

## Práctica 1: Transmisión confiable de información

### Temas

Información, Fuentes de Información, Entropía, Velocidad de Transmisión, Delay, Capacidad de Canal, Framing, Eficiencia de un Frame, Control de Errores, Stop and Wait, Sliding Window, Eficiencia de un Protocolo.

### Definiciones

#### Información de un evento

$I(s) = -\log(P(s))$  con  $P(s)$  la probabilidad del evento  $s$

#### Entropía de una fuente

$H(S) = \sum_{s \in S} P(s) I(s)$

#### Largo promedio de un código

$L(C) = \sum_{s \in S} P(s) l(C(s))$  con  $l(C(s))$  el largo de la codificación del símbolo  $s$

#### Codificación sin pérdida de información

Un código  $C$  sobre una fuente  $S$  codifica *sin pérdida de información* sii  $H(S) \leq L(C)$

#### Tipos de códigos

Dado un código  $C$  sobre una fuente  $S$ ,

- $C$  es *instantáneo o libre de prefijos* sii  $C$  no codifica ningún símbolo como prefijo de otro.
- $C$  es *unívocamente decodificable* sii no es posible interpretar la misma tira de codificaciones bajo  $C$  como dos secuencias de símbolos distintas.
- $C$  es *óptimo* sii  $L(C)$  es mínima (i.e., todo otro código sobre  $S$  tiene mayor o igual longitud promedio).

#### Capacidad de un canal (limitado en potencia, en ancho de banda y con ruido)

$C[\text{bps}] = B[\text{Hz}] * \log_2(1 + \text{SNR}[\text{veces}])$  con  $\text{SNR}[\text{veces}] = 10^{\text{SNR}[\text{dB}]/10}$  y  $B$  el ancho de banda disponible.

#### Velocidad de transmisión

$V_{tx}[\text{bps}]$

#### Velocidad de transmisión sin pérdida de información

$V_{tx}[\text{bps}] \leq C[\text{bps}]$ , con  $V_{tx}^{max} = C$ . Salvo que se indique lo contrario, utilizar  $V_{tx}^{max}$ .

#### Tiempo de Transmisión

$T_{tx}(1)[\text{seg}] = 1/V_{tx}$  (Tiempo de transmisión de un bit.)

$T_{tx}(n)[\text{seg}] = n/V_{tx}$  (Tiempo de transmisión de  $n$  bits.)

#### Tiempo de Propagación de un bit

$T_{prop}[\text{seg}] = D/V$  con  $D$  la distancia del enlace y  $V$  la velocidad de propagación de la forma de onda en el medio físico.

#### Delay

$\text{Delay}(1)[\text{seg}] = T_{tx}(1) + T_{prop} \approx T_{prop}$  (Delay de 1 bit o latencia.)

$\text{Delay}(\text{Frame})[\text{seg}] = T_{tx}(|\text{Frame}|) + T_{prop}$  (Delay de un frame.)

#### Capacidad de Volumen de un canal

$C_{vol}[\text{bits}] = \text{Delay} \cdot V_{tx}$  (o Producto Delay por Velocidad de Transmisión, o Producto Delay por Ancho de Banda)

#### Tiempo de ida y vuelta simétrico:

$RTT = 2 * \text{Delay}$

#### Eficiencia de un frame:

$\eta_{frame} = \frac{\text{largo de los datos}}{\text{largo total del frame}}$

#### Eficiencia de un protocolo punto a punto confiable y sin errores de transmisión:

$\eta_{proto} = \frac{T_{tx}}{RTT}$  Con  $T_{tx}$  el tiempo de transmisión de una ventana y  $RTT$  el tiempo de ida y vuelta simétrico.

#### Tamaño de una ventana de emisión óptima:

$SWS = V_{tx} * RTT / |\text{Frame}|$

#### Tamaño de la ventana de recepción:

$RWS = \begin{cases} SWS & \text{Si hay SACK} \\ 1 & \text{Si no} \end{cases}$

#### Cantidad frames para secuenciar:

$\#frames \geq SWS + RWS$

---

### Ejercicio 1

Una fuente de información binaria con memoria nula produce el símbolo  $s_0$  con probabilidad  $p_0$  y el símbolo  $s_1$  con probabilidad  $p_1 = 1 - p_0$ .

- Formular la entropía de la fuente como función de  $p_0$ .
- Graficar  $H(p_0)$ .
- Dar una interpretación de los puntos de la gráfica que considere interesantes.

### Ejercicio 2

Para la siguiente fuente

$$S = [P(A) = 0.4; P(B) = 0.3; P(C) = 0.2; P(D) = 0.1]$$

se proponen 3 códigos posibles

- A = 001 ; B = 01 ; C = 11 ; D = 010
- A = 0 ; B = 01 ; C = 011; D = 111
- A = 1 ; B = 01 ; C = 001 ; D = 0001

- ¿Cuáles son instantáneos?
- ¿Cuáles son unívocamente decodificables?
- De los unívocamente decodificables, ¿Cuál es más eficiente ( $H/L$ )?
- De los unívocamente decodificables, ¿Alguno presenta *pérdida de información*?

### Ejercicio 3

¿Cuánto vale la entropía y la longitud de la codificación de cada símbolo para las fuentes de información de los siguientes casos? Asumir que la codificación se da bajo el código óptimo.

- 2 símbolos equiprobables
- 4 símbolos equiprobables
- 6 símbolos equiprobables
- 8 símbolos equiprobables
- 10 símbolos equiprobables
- N símbolos equiprobables

### Ejercicio 4

Dadas las fuentes de información equiprobables  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  y  $B = \{b_1, \dots, b_m\}$ , se define la fuente de información  $D = \{a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m\}$ , con  $P_D(A)$  y  $P_D(B)$  la probabilidad de que D saque un símbolo de A y de B, respectivamente y  $P_D(A) + P_D(B) = 1$ . Para los siguientes casos, indique si la fuente D es equiprobable.

- $P_D(A) = 1/2, P_D(B) = 1/2, n = 8, m = 16$
- $P_D(A) = 1/4, P_D(B) = 3/4, n = 16, m = 16$

3.  $P_D(A) = 1/4, P_D(B) = 3/4, n = 8, m = 16$
4.  $P_D(A) = 2/3, P_D(B) = 1/3, n = 32, m = 16$

### Ejercicio 5

Considere una señal de video en escala de grises que transmite imágenes a una resolución  $640 \times 480$  píxeles, de los cuales cada uno puede asumir 10 niveles diferentes de brillo. Supongamos que la tasa de transmisión es de 30 imágenes por segundo y que la relación señal a ruido es de 30 dB.

- a. Calcular la entropía de la fuente si todas las imágenes fueran equiprobables.
- b. ¿Cuántos bits son necesarios para codificar cada imagen de manera óptima e instantánea con un código que asigne el mismo largo a todas las imágenes?
- c. Calcular el ancho de banda mínimo requerido para soportar la transmisión de la señal resultante.

### Ejercicio 6

Calcule la Capacidad de Volumen (cantidad de bits que entran simultáneamente) en cada uno de los siguientes medios físicos de transmisión, asumiendo que se los utiliza a su máxima Capacidad de Transmisión (es decir, sin pérdida de información):

- a.  $D = 100km, V_{prop} = 200000km/s, SNR = 100dB, B = 400Hz$
- b.  $D = 100km, V_{prop} = 200000km/s, SNR = 10dB, B = 400kHz$
- c.  $D = 100km, V_{prop} = 300000km/s, SNR = 10dB, B = 400kHz$
- d.  $D = 100m, V_{prop} = 300000km/s, SNR = 10dB, B = 400kHz$

### Ejercicio 7

Suponga que se instala un enlace punto a punto de 100 Mbps entre la Tierra y una base en la Luna. La distancia entre la Luna y la Tierra es de aproximadamente 385000 km, y la velocidad de propagación de los datos es la velocidad de la luz (300000 km/s).

- a. ¿Cuál es el Delay de ida de un bit? ¿Y el RTT de un bit del enlace?
- b. ¿Cuántos bits entran simultáneamente en el canal?
- c. Una cámara en la base lunar toma fotografías de la Tierra y las guarda en formato digital en un disco. Suponga que el Control de Misión en la Tierra desea descargar la última imagen que es de 25 Mb. ¿Cuál es el tiempo mínimo que puede transcurrir entre el momento en que se inicia el pedido del dato y finaliza la recepción? (Asumir que el mensaje de pedido es de 2 kb)

### Ejercicio 8

Dado un enlace punto a punto a la luna de 1 Mbps con un delay de 1.25 segundos

- a. ¿Cuántos bits entran en el enlace?
- b. Asumiendo que se separan los bits en frames de largo fijo de 1 kbit ¿Cuántos Frames entran en el enlace?

### Ejercicio 9

Calcule la eficiencia del frame tomando en cuenta sólo el overhead impuesto por las siguientes técnicas de framing:

- a. Largo fijo
- b. Campo de 16 bits en el encabezado indicando el largo del frame
- c. Delimitadores de 8 bits usando bit stuffing

### Ejercicio 10

Diseñe posibles conjuntos de frames de largo fijo para los siguientes tipos de protocolos, asumiendo que se detectan errores usando CRC. (No hace falta explicitar el largo de los campos ni del frame)

- a. Stop & Wait
- b. Sliding Window con GoBackN usando Piggybacking
- c. Sliding Window con ACK Selectivo

### Ejercicio 11

Un protocolo sobre un enlace punto a punto de 1 Mbps y 0.25 segundos de delay, trabaja con Stop & Wait usando frames de largo fijo 2 kbit y un CRC de 16 bits para detectar errores.

- a. Calcule cuánto tiempo es necesario para transmitir 20 Mbit de datos asumiendo que no hay errores.
- b. Idem para un enlace con el mismo delay y 1 Gbps.
- c. Idem para un enlace con la misma velocidad de transmisión y 0.1 segundos de delay.

### Ejercicio 12

Un protocolo sobre un enlace punto a punto de 1 Mbps y 0.25 segundos de delay, trabaja con ventana deslizante con GoBackN usando frames de largo fijo 2 kbit y un CRC de 16 bits para detectar errores.

- a. Calcule cuáles son los tamaños de ventana de emisión y recepción óptimos.
- b. ¿Cuántos bits hacen falta para secuenciar los frames?
- c. Calcule cuánto tiempo es necesario para transmitir 20 Mbit de datos asumiendo que no hay errores.

### Ejercicio 13

Dado un protocolo que usa ventana deslizante con ACK Selectivo, no usa piggybacking y asumiendo la velocidad de transmisión y el delay como constantes:

- a. Derive una fórmula para expresar la eficiencia de un frame en función del tamaño del frame.
- b. Grafique la eficiencia del frame en función del tamaño del frame.

### Ejercicio 14

Un protocolo usa frames de largo fijo de 1 kbit sobre un enlace satelital con una velocidad de transmisión de 1 Mbps y una latencia de 270ms. Calcule la eficiencia del protocolo si se usara ventana deslizante con ACK Selectivo, con los siguientes tamaños de ventana:

- a.  $SWS = 7$
- b.  $SWS = 127$
- c.  $SWS = 255$

## Ejercicios de Parcial

### Ejercicio 15

Una señal de video tiene una resolución de 640x480 pixeles y cada pixel puede adoptar 256 colores. La señal debe ser enviada por un canal con un ancho de banda de 4MHz. Sabiendo que la fuente es equiprobable, responder:

- ¿Cuál es la mínima relación señal a ruido que puede tener el canal si se desean enviar 20 imágenes por segundo usando una codificación óptima y sin pérdida de información?
- Si se usara la relación señal a ruido calculada anteriormente, ¿Cuál es el tiempo de transmisión de una imagen?
- Si la velocidad de propagación es de 300000 km/s, ¿Cuál es la distancia para la que el  $T_{prop}$  es el 50% del Delay?

### Ejercicio 16

Un avión que mide radiación UV a 10 km de altura, necesita poder enviar datos hasta una base en la superficie. El enlace entre el avión y la base tiene una relación señal a ruido a esa altura de 40dB. La velocidad de propagación del enlace es de 300000 km/s.

- Si se modelara el avión como una fuente de información equiprobable con  $H(avion) = 50kb$  ¿Cuál es el mínimo ancho de banda necesario para enviar un promedio de 80 paquetes(símbolos) por segundo sin pérdida de información?
- Usando el ancho de banda del inciso anterior, calcule el delay de cada paquete desde que se emite en el avión hasta que llega a la base.
- Usando un ancho de banda de 20 kHz, calcule una cota máxima para la entropía del avión si se desea transmitir sin pérdida de información con un delay por paquete de a lo sumo 70 ms.

### Ejercicio 17

Un protocolo punto a punto de capa de enlace usa ventana deslizante con un esquema de reconocimiento de acknowledge selectivo (SACK). Usa frames de largo fijo de 2 kbit y el campo de número de secuencia es de 4 bits.

- ¿Cuál es la máxima eficiencia que se puede alcanzar sobre un enlace de 10 kbps y 1 segundo de delay?
- En una conexión establecida usando este protocolo, el emisor envía los frames 4, 5, 6 y 7 seguidos, arribando con errores de CRC el frame 4 y el 6. Realice el diagrama de intercambio de paquetes que sucede entre emisor y receptor hasta recuperarse de ese error.

### Ejercicio 18

Dado el siguiente protocolo  $P_1$ , con tramas de largo fijo de 2 kbit, diseñado para maximizar la eficiencia en un enlace  $E_1$ .

#SEQ (10bits); #ACK (10bits); #SACK (10bits); Datos; Checksum (16bits)

- ¿Cuál es el tamaño de las ventanas de emisión y recepción?
- Si se usara  $P_1$  en un enlace  $E_2$  con el doble de distancia que  $E_1$ , ¿cómo repercutirá este dato en la eficiencia del frame? ¿Y en la eficiencia del protocolo?
- Se sabe que la velocidad de transmisión del enlace  $E_1$  es de 1 Mbps. Calcule el tiempo necesario para transmitir 20 Mbit de datos asumiendo que no hay errores en la transmisión.

### Ejercicio 19

Un satélite artificial que será enviado para orbitar Marte usa un protocolo de ventana deslizante sobre un enlace de 60 Mbps. El satélite sólo envía datos y, desde la tierra, se usa un frame de reconocimiento de 1024 bits con la siguiente estructura:

#ACK (16bits); #SACK (16bits); Padding; Checksum (16bits)

- ¿Cuál es el tamaño de las ventanas de emisión y recepción?
- Proponga un frame del mismo largo para el satélite y calcule su eficiencia de frame.
- Dado que el delay a Marte es de 6 minutos, ¿cuál sería la eficiencia del protocolo asumiendo que no hay errores de transmisión?

### Ejercicio 20

Dados una señal de video sobre un enlace inalámbrico que tiene una relación señal a ruido de 30dB, con un ancho de banda útil de 50 MHz; y una cámara que usa 5 Megapíxeles por imagen y 12 bits por pixel.

- ¿Hasta cuántas imágenes por segundo es posible enviar sin pérdida de información pensando la cámara como una fuente de símbolos equiprobables?
- Calcule el delay promedio de una imagen enviada desde una cámara ubicada a 2km de distancia. ( $V_{prop} = 300000km/s$ )
- Explique por qué, en teoría, podría aumentar la cantidad de imágenes por segundo si se supiera que la fuente no es equiprobable.

## Bibliografía

**Teoría de la Información y Codificación. 5ta Edición.** *Norman Abramson.* Capítulo 1: Introducción (secciones 1.1 a 1.5), Capítulo 2: La información y sus fuentes (secciones 2.1 a 2.4), Capítulo 3: Propiedades de los códigos (secciones 3.1 a 3.5), Capítulo 4: Codificación (secciones 4.1 a 4.3).

**Computer Networks: A Systems Approach. 5ta Edición.** *Peterson & Davie.* Capítulo 1: Foundation.

**Computer Networks: A Systems Approach. 5ta Edición.** *Peterson & Davie.* Capítulo 2: Direct Link Networks (secciones 2.1 a 2.5).

**Redes de Computadoras. Quinta edición.** *Tanenbaum & Wetherall.* Capítulo 3. La capa de enlace de datos.

**Data and Computer Communications. 5ta Edición.** *William Stallings.* Capítulo 2: Data Transmission.

**Comunicaciones y Redes de Computadores. 6ta Edición.** *William Stallings.* Capítulo 7: Control del enlace de datos.