

Universidade de São Paulo  
Instituto de Matemática e Estatística  
Bacharelado em Ciência da Computação

Mateus Barros Rodrigues

# **Implementação de algoritmos para consultas de segmentos em janelas**

São Paulo  
Setembro de 2016

# Implementação de algoritmos para consultas de segmentos em janelas

Monografia final da disciplina  
MAC0499 – Trabalho de Formatura Supervisionado.

Supervisor: Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira

São Paulo  
Setembro de 2016

# Resumo

Este trabalho de conclusão de curso fundamentou-se na compreensão e implementação em linguagem *python* de um algoritmo para consultas de intersecções de segmentos de retas com janelas retangulares no espaço, um subproblema de geometria computacional conhecido por: buscas em regiões ortogonais. Este algoritmo foi o foco da tese de mestrado de Álvaro Junio Pereira Franco. Além da implementação, foi feita também a adaptação do visualizador de algoritmos geométricos feito por Alexis Sakurai Landgraf para exposição dos resultados obtidos.

**Palavras-chave:** Geometria, janelas, segmentos, buscas.



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Definições e Primitivas</b>	<b>3</b>
2.1	Pontos e Segmentos . . . . .	3
2.2	Comparações . . . . .	3
2.3	Posição Relativa . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Desenvolvimentos</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Conclusões</b>	<b>7</b>
<b>A</b>	<b>Título do apêndice</b>	<b>9</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>11</b>



# Capítulo 1

## Introdução

Neste trabalho de conclusão de curso foi abordado o problema de *consultas de segmentos em janelas*, um problema de *buscas em intervalos ortogonais*, que é um dos tópicos fundamentais da área de geometria computacional.

Dado um conjunto  $S$  de segmentos no espaço ( Seja no  $\mathbb{R}$  ,  $\mathbb{R}^2$ , etc. ) e uma janela  $W$  de lados paralelos, queremos responder rapidamente a seguinte pergunta: *quais segmentos de  $S$  estão contidos na ou intersectam a janela  $W$ ?*

Este trabalho foi baseado em *Consultas de segmentos em janelas: algoritmos e estruturas de dados* de [Álvaro Junio \(2009\)](#), portanto seguiremos a mesma divisão do problema que foi proposta nessa dissertação: Encontrar pontos contidos em janelas e achar todos os segmentos que intersectam com um dado segmento ( Horizontal ou vertical ). Seguiremos também a mesma divisão de capítulos: Primeiramente apresentaremos definições e primitivas geométricas, dedicaremos um capítulo para falar de consultas de pontos em janelas, um para falar de encontrar intersecção de segmentos e finalmente um onde agregaremos esses algoritmos para resolver o problema proposto. Todo o código desenvolvido foi escrito em linguagem *python* e está disponível no [gitHub](#).





# Capítulo 2

## Definições e Primitivas

Explicaremos a seguir algumas das noções fundamentais que serão utilizadas ao longo do trabalho:

### 2.1 Pontos e Segmentos

Neste trabalho trataremos basicamente com pontos e segmentos de reta no espaço ( $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^2$ ). Sejam  $x, y \in \mathbb{R}$  definimos um **ponto** no  $\mathbb{R}^2$  como um par  $p = (x, y)$ . Um **segmento**  $s$  é da forma  $s := \overline{(x_1, y_1)(x_2, y_2)} \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$  onde  $u = (x_1, y_1)$  e  $v = (x_2, y_2)$  são pontos chamados de **pontos extremos** de  $s$ .

### 2.2 Comparações

Uma outra definição que será usada copiosamente ao longo desta monografia é a relação de desigualdade associada à uma dada coordenada. Sejam  $u, v$  pontos, dizemos que  $u \leq_x v$  caso  $x(u) < x(v)$  ou  $x(u) = x(v)$  e  $y(u) \leq y(v)$  ( Simetricamente definido para desigualdades em relação à coordenada  $y$ ), ou seja, sempre comparamos primeiro a coordenada de maior interesse e desempatamos pela segunda coordenada nas comparações.

### 2.3 Posição Relativa

Usaremos também bastante a noção de posição relativa entre pontos e segmentos, isto é, dado um ponto  $p$  e um segmento  $s$ , queremos saber se  $p$  se encontra à *esquerda*, à *direita* ou *sobre* o segmento  $s$ .

Sejam  $p := (x_1, y_1) \in \mathbb{R}^2$ ,  $s := \overline{(x_2, y_2), (x_3, y_3)} \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$  e  $d := \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}$

Dizemos que  $p$  está **à esquerda** de  $s$  caso  $d > 0$ , que está **sobre**  $s$  caso  $d = 0$  e que está **à direita** de  $s$  caso contrário. Seguem a seguir os trechos de código que foram usados no trabalho para realizarmos essas verificações:

---

**Algoritmo 1** Retorna **TRUE** caso  $p$  esteja à esquerda de  $s$

---

```
1 def left(p,s):
2     b = s.beg
3     c = s.end
4     if b.x == c.x and p.x == b.x: return p.y > c.y
5     if b.y == c.y and p.y == b.y: return p.x < c.x
6     return (b.x-p.x)*(c.y-p.y) - (b.y-p.y)*(c.x-p.x) > 0
```

---

---

**Algoritmo 2** Retorna **TRUE** caso  $p$  esteja à direita de  $s$

---

```
1 def right(p,s):
2     b = s.beg
3     c = s.end
4     if b.x == c.x and p.x == b.x: return p.y < b.y
5     if b.y == c.y and p.y == b.y: return p.x > c.x
6     return not(left_on(p,s))
```

---

Algumas ressalvas sobre essas funções:

- A única diferença da função *left\_on* em relação à função *left* é que ela também retorna *true* caso o ponto esteja sobre o segmento dado.
- As modificações presentes nas linhas 4 e 5 foram adicionadas apenas para resolverem os casos degenerados apresentados no capítulo  $x$ .

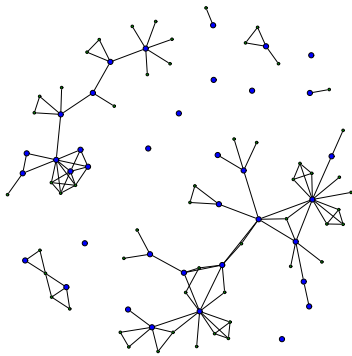
# Capítulo 3

## Desenvolvimentos

Embora neste exemplo tenhamos apenas um capítulo, entre a introdução e a conclusão de uma monografia podemos ter uma sequência de capítulos descrevendo o trabalho e os resultados. Estes podem descrever fundamentos, trabalhos relacionados, método/modelo/algoritmo proposto, experimentos realizados, resultados obtidos.

Cada capítulo pode ser organizado em seções, que por sua vez pode conter subseções.

Um exemplo de figura está na figura 3.1.



**Figura 3.1:** *Exemplo de uma figura.*



## Capítulo 4

## Conclusões

[illegible]

<sup>1</sup>Exemplo de referência para página Web: [www.vision.ime.usp.br/~jmena/stuff/tese-exemplo](http://www.vision.ime.usp.br/~jmena/stuff/tese-exemplo)



## Apêndice A

# Título do apêndice

[illegible]





# Referências Bibliográficas

**Álvaro Junio(2009)** Álvaro Junio. Consultas de segmentos em janelas: algoritmos e estruturas de dados. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, Brasil. Citado na pág. [1](#)