

Федеральное агентство связи
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики»

Факультет: Информатики и вычислительной техники
Кафедра прикладной математики и кибернетики
Дисциплина: Вычислительная математика

Отчёт по лабораторной работе №5
«Интерполяция Лагранжа»

Выполнил студент группы ИА-831:
Зарубин Максим Евгеньевич
Проверил ассистент кафедры ПМиК:
Петухова Яна Владимировна

Новосибирск
2020

Задание к лабораторной работе:

Реализовать интерполяцию Лагранжем.

Пример решения:

i	0	1	2	3	4
x _i	2	5	-6	7	4
y _i	-1	77	-297	249	33

Решение:

1. Вычислить значение интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблицей, $x = 5$.

При помощи у координат составим запись полинома Лагранжа:

$$L(x) = -l_0(x) + 77 * l_1(x) - 297 * l_2(x) + 249 * l_3(x) + 33 * l_4(x)$$

При помощи x координат запишем и упростим базисные полиномы Лагранжа:

$$\begin{aligned} l_0(x) &= \frac{(x-5)(x+6)(x-7)(x-4)}{(2-5)(2+6)(2-7)(2-4)} = \frac{x^4 - 10 * x^3 - 13 * x^2 + 358 * x - 840}{-240} \\ &= -\frac{x^4}{240} + \frac{x^3}{24} + \frac{13 * x^2}{240} - \frac{179 * x}{120} + \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_1(x) &= \frac{(x-2)(x+6)(x-7)(x-4)}{(5-2)(5+6)(5-7)(5-4)} = \frac{x^4 - 7 * x^3 - 28 * x^2 + 244 * x - 336}{-66} \\ &= -\frac{x^4}{66} + \frac{7 * x^3}{66} + \frac{14 * x^2}{33} - \frac{122 * x}{33} + \frac{56}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_2(x) &= \frac{(x-2)(x-5)(x-7)(x-4)}{(-6-2)(-6-5)(-6-7)(-6-4)} = \frac{x^4 - 18 * x^3 + 115 * x^2 - 306 * x + 280}{11440} \\ &= \frac{x^4}{11440} - \frac{9 * x^3}{5720} + \frac{23 * x^2}{2288} - \frac{153 * x}{5720} + \frac{7}{286} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_3(x) &= \frac{(x-2)(x-5)(x+6)(x-4)}{(7-2)(7-5)(7+6)(7-4)} = \frac{x^4 - 5 * x^3 - 28 * x^2 + 188 * x - 240}{390} \\ &= \frac{x^4}{390} - \frac{x^3}{78} - \frac{14 * x^2}{195} + \frac{94 * x}{195} - \frac{8}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_4(x) &= \frac{(x-2)(x-5)(x+6)(x-7)}{(4-2)(4-5)(4+6)(4-7)} = \frac{x^4 - 8 * x^3 - 25 * x^2 + 284 * x - 420}{60} \\ &= \frac{x^4}{60} - \frac{2 * x^3}{15} - \frac{5 * x^2}{12} + \frac{71 * x}{15} - 7 \end{aligned}$$

Подставляем базисные полиномы Лагранжа в формулу интерполяционного полинома и суммируем члены с одинаковыми степенными показателями:

$$\begin{aligned}L(x) = & -\left(-\frac{x^4}{240} + \frac{x^3}{24} + \frac{13 * x^2}{240} - \frac{179 * x}{120} + \frac{7}{2}\right) + 77 \\& * \left(-\frac{x^4}{66} + \frac{7 * x^3}{66} + \frac{14 * x^2}{33} - \frac{122 * x}{33} + \frac{56}{11}\right) - 297 \\& * \left(\frac{x^4}{11440} - \frac{9 * x^3}{5720} + \frac{23 * x^2}{2288} - \frac{153 * x}{5720} + \frac{7}{286}\right) + 249 \\& * \left(\frac{x^4}{390} - \frac{x^3}{78} - \frac{14 * x^2}{195} + \frac{94 * x}{195} - \frac{8}{13}\right) + 33 \\& * \left(\frac{x^4}{60} - \frac{2 * x^3}{15} - \frac{5 * x^2}{12} + \frac{71 * x}{15} - 7\right) = x^3 - 2 * x^2 + x - 3\end{aligned}$$

Подставляем x из условия:

$$L(5) = 5^3 - 2 * 5^2 + 5 - 3 = 77$$

Результаты программы:

```
Ln(5)=77

...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.
```

Листинг программы:

```
#include <iostream>

using namespace std;
const int n=5;

double lagranz(double X[n], double Y[n], double t);

int main() {
    double X[n]={2,5,-6,7,4};
    double Y[n]={-1,77,-297,249,33};
    cout << "Ln(5)=" << lagranz(X,Y,5) << " " << endl;
    return 0;
}
```

```
double lagranz(double X[n], double Y[n], double t){\n    double z,p1,p2;\n    z=0;\n    for (int j=0; j<n; j++){\n        p1=1; p2=1;\n        for (int i=0; i<n; i++){\n            if (i==j){\n                p1=p1*t; p2=p2*(t-X[i]);\n            }\n            else {\n                p1=p1*(t-X[i]);\n                p2=p2*(X[j]-X[i]);\n            }\n        }\n        z=z+Y[j]*p1/p2;\n    }\n    return z;\n}
```