

Федеральное агентство связи
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики»

Факультет: Информатики и вычислительной техники Кафедра
прикладной математики и кибернетики Дисциплина: Вычислительная
математика

Отчёт по лабораторной работе №8
«Численное интегрирование с двойным пересчетом»

Выполнил студент группы ИА-831:
Зарубин Максим Евгеньевич
Проверил ассистент кафедры ПМиК:
Петухова Яна Владимировна

Новосибирск
2020

Задание к лабораторной работе:

Реализовать численное интегрирование с двойным пересчетом.

Пример решения:

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

Решение:

Решить интеграл с помощью двойного пересчёта с шагом 0.1 и eps 0.001.

- Метод Симпсона:

Найдём количество равных отрезков:

$$n = \frac{b - a}{h} = \frac{1}{0.1} = 10$$

Составлю таблицу для x и y: (у посчитаем по f(x))

i	x_i	y_i
0	1	1
1	1.1	0.9091
2	1.2	0.8333
3	1.3	0.7692
4	1.4	0.7143
5	1.5	0.6667
6	1.6	0.625
7	1.7	0.5882
8	1.8	0.5556
9	1.9	0.5263
10	2	0.5

Формула Симпсона:

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx \approx \frac{2h}{6} (y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}))$$

$$\approx \frac{0.1}{3} (1 + 0.5 + 4 * 3.46 + 2 * 2.728) \approx 0.693$$

Теперь надо вычислить интеграл для h/2:

$$n = \frac{b - a}{h} = \frac{1}{0.05} = 20$$

i	x_i	y_i
0	1	1
1	1.05	0.9524
2	1.1	0.9091
3	1.15	0.8696
4	1.2	0.8333
5	1.25	0.8
6	1.3	0.7692
7	1.35	0.7407
8	1.4	0.7143
9	1.45	0.6897
10	1.5	0.6667
11	1.55	0.6452
12	1.6	0.625
13	1.65	0.6061
14	1.7	0.5882
15	1.75	0.5714
16	1.8	0.5556
17	1.85	0.5405
18	1.9	0.5263
19	1.95	0.5128
20	2	0.5

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx \approx \frac{0.05}{3} (1 + 0.5 + 4 * 6.928 + 2 * 6.188) \approx 0.693$$

Так как мы решали через метод Симпсона, то условия проверки на погрешность такое:

$$|I_h - I_{h/2}| < 15 * \text{eps}$$

$$|0.693 - 0.693| < 0,015$$

$0 < 0,015$ – Верно

Отсюда получаем, что с помощью двойного пересчёта наш интеграл равен:
 $I_{\text{точное}} = I_{h/2} = 0.693$

Ещё проверим, что получим по методу коррекций:

$$I = I_{\frac{h}{2}} + \frac{1}{3} \left(I_{\frac{h}{2}} - I_h \right) = I_{\text{кор}} = 0.693 + \frac{1}{3} * 0 = 0.693$$

Ответ: 0.693

- Метод трапеций:

Найдём количество равных отрезков:

$$n = \frac{b - a}{h} = \frac{1}{0.1} = 10$$

Составлю таблицу для x и y: (у посчитаем по f(x))

i	x_i	y_i
0	1	1
1	1.1	0.9091
2	1.2	0.8333
3	1.3	0.7692
4	1.4	0.7143
5	1.5	0.6667
6	1.6	0.625
7	1.7	0.5882
8	1.8	0.5556
9	1.9	0.5263
10	2	0.5

Формула Трапеций:

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{1}{x} dx &\approx \frac{b - a}{n} \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right) \\ &\approx \frac{2 - 1}{10} \left(\frac{1 + 0.5}{2} + 0.909 + 0.833 + \dots \right. \\ &\quad \left. + 0.556 + 0.526 \right) \approx 0.1 * 6.938 \approx 0.694 \end{aligned}$$

Теперь надо вычислить интеграл для h/2:

$$n = \frac{b - a}{h} = \frac{1}{0.05} = 20$$

i	x_i	y_i
0	1	1
1	1.05	0.9524
2	1.1	0.9091
3	1.15	0.8696
4	1.2	0.8333
5	1.25	0.8
6	1.3	0.7692
7	1.35	0.7407
8	1.4	0.7143

9	1.45	0.6897
10	1.5	0.6667
11	1.55	0.6452
12	1.6	0.625
13	1.65	0.6061
14	1.7	0.5882
15	1.75	0.5714
16	1.8	0.5556
17	1.85	0.5405
18	1.9	0.5263
19	1.95	0.5128
20	2	0.5

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx \approx \frac{2-1}{20} \left(\frac{1+0.5}{2} + 0.952 + 0.909 + \dots + 0.526 + 0.513 \right)$$

$$\approx 0.05 * 13.866 \approx 0.693$$

Так как мы решали через метод Трапеций, то условия проверки на погрешность такое:

$$|I_h - I_{h/2}| < 3 * \text{eps}$$

$$|0.694 - 0.693| < 0.003$$

$$0.001 < 0.003 \text{ --Верно}$$

Отсюда получаем, что с помощью двойного пересчёта наш интеграл равен:
 $I_{\text{точное}} = I_{h/2} = 0.693$

Ещё проверим, что получим по методу коррекций:

$$I = I_{\frac{h}{2}} + \frac{1}{3} \left(I_{\frac{h}{2}} - I_h \right) = I_{\text{кор}} = 0.693 + \frac{1}{3} * 0.001 \approx 0.693$$

Ответ: 0.693

Результаты программы:

- Метод Симпсона:

The screenshot shows a terminal window with a black background and white text. At the top left, there is a small icon bar with three icons: a downward arrow, a checkmark, and a question mark. The title bar reads "Formula Simpsona". On the right side, there is a small "input" label. The main text area contains the following output:
Formula Simpsona

Raschet po formule simpsona 0.693
Po formule neresceta 0.693
Po formule korrekci 0.693

...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.

- Метод трапеций:

```
Formula Trapecii

Raschet po Trapecii 0.694

Po formule nerescheta 0.693
Po formule korrekci 0.693

...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.
```

Листинг программы:

- Метод Симпсона:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#define a 1
#define b 2
#define h0 0.1
#define E 0.001

double f(double x) {
    return 1/x;
}

double simp(float h) {
    double t,I,c,n,M1=0,M2=0;
    int i;
    c=(b-a)/h;
    n=c;
    for (i=1; i<=n; i+=2) {
        t=a+i*h;
        M1+=f(t);
    }
    for (i=2; i<n; i+=2) {
        t=a+i*h;
        M2+=f(t);
    }
    I=h/3*(f(a)+f(b) + 4*M1+ 2*M2);
    return I;
}
int main() {
    int i,j,n,c;
    float H,h;
    double I1,I2,I3;
    printf("Formula Simpsona\n\n");
    printf("Raschet po formule simpsona %.3f\n\n",simp(h0));
    H=h0;
    I2=simp(H);
    do {
        I1=I2;
```

```

    I2=simp(H/2);
    H=H/2;
} while((I1-I2)>(15*E));
printf("Po formule nerescheta %.3f\n",I2);
I3=I2+(I2-I1)/15;
printf("Po formule korrekci %.3f",I3);
}

```

- Метод Трапеций:

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>
using namespace std;
    double f(double x){return (1/x);}
    double I(double a,double b,int n,double y){return ((b-a)/(2*n)*y);}
int main() {
    int n;
    double a=1,b=2,y=0,dy,I1,I2,I3,h0=0.1,H,E=0.001;
    n=(b-a)/h0;
    dy=(b-a)/n;
    y+=f(a)+f(b);
    for (int i=1; i<n; i++) {y+=2*(f(a+dy*i));}
    I1=I(a,b,n,y);
    printf("Formula Trapecii\n\n");
    printf("Raschet po Trapecii %.3f\n\n",I1);
    H=h0;
    I2=I1;
    do {
        I1=I2;
        y=0;
        n=n*2;
        dy=(b-a)/n;
        y+=f(a)+f(b);
        for (int i=1; i<n; i++) {y+=2*(f(a+dy*i));}
        I2=I(a,b,n,y);
    } while((I1-I2)>(3*E));
    printf("Po formule nerescheta %.3f\n",I2);
    I3=I2+(I2-I1)/3;
    printf("Po formule korrekci %.3f",I3);
}

```