

Федеральное агентство связи
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики»

Кафедра ПМиК

Курсовая работа
по дисциплине «Вычислительная математика»
по теме «Решение дифференциального уравнения с двойным пересчетом
методом Рунге-Кутты 2-го порядка»

Выполнил: студент группы ИА-831
Недосып Артём Владимирович
Проверил: ассистент кафедры ПМиК
Петухова Яна Владимировна

Новосибирск 2020

Содержание.

Постановка задачи.....	3
Теория.....	3
Решение задачи.....	4
Скриншот работы программы.....	4
Список литературы.....	5
Код программы.....	6

Постановка задачи.

Написать программу, реализующую решение дифференциального уравнения с двойным пересчетом методом Рунге-Кутты 2-го порядка. Приложить решение примера этим методом.

$$y'' = 2 \frac{8}{13+y'+3+y} \quad \text{eps} = 0.0001$$

$$y'_0 = 1, y_0 = 1$$

$$h = 1.1$$

Отрезок [1; 3]

Теория.

Метод Рунге-Кутты 2-го порядка (Усовершенствованный метод Эйлера).

Расчет значения желанной функции в точке x_{i+1} происходит в 2 стадии.

Сперва вычисляют дополнительное значение \bar{y}_{i+1} согласно методу Эйлера:

$$\bar{y}_{i+1} = y_i + h \cdot f\left(\frac{x_i}{y_i}\right) \quad (1)$$

Потом значение производной искомой функции в точке (x_{i+1}, y_{i+1}) применяется с целью вычисления конечного значения функции:

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot \frac{f\left(\frac{x_i}{y_i}\right) + f\left(\frac{x_{i+1}}{\bar{y}_{i+1}}\right)}{2} \quad (2)$$

Подставляя

(1) во (2), полностью приобретаем вычисленную формулу метода Рунге-

Кутты 2-го порядка: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \left[f\left(\frac{x_i}{y_i}\right) + f\left(\frac{x_{i+h}}{y_{i+h}} \cdot f\left(\frac{x_i}{y_i}\right)\right) \right] \quad (3)$ Где $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$.

Данный способ кроме того называют способом прогноза, а также коррекций. Сначала находят грубое приближение \bar{y}_{i+1} по методу Эйлера, а затем уточненное значение y_{i+1} .

В совокупном варианте формулу (3) можно показать, как $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \cdot (k_1 + k_2)$

$$\text{где } k_1 = f\left(\frac{x_i}{y_i}\right)$$

$$k_2 = f\left(\frac{x_{i+h}}{y_{i+h}} \cdot k_1\right)$$

Решение задачи.

Шаг 1:

$$y'_0 = x_0$$

$$x_1 = x_0 + h = 1 + 1.1 = 2.1$$

$$\bar{y}_1 = y_0 + h \cdot f\left(\frac{x_0}{y_0}\right) = 1 + 1.1 \cdot 2 \frac{8}{13 + 1 + 3 + 1} = 1.88$$

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2} \cdot \left(f(x_0) + f\left(\frac{x_1}{\bar{y}_1}\right) \right) = 1 + 0.55 \cdot \left(0.8 + \frac{0.8 \cdot 2.1}{1.88} \right) = 1.9272$$

Шаг 2:

$$x_2 = x_1 + h = 2.1 + 1.1 = 3.2$$

$$\bar{y}_2 = y_1 + h \cdot f\left(\frac{x_1}{y_1}\right) = 1.9272 + 1.1 \cdot \frac{0.8 \cdot 2.1}{1.9272} = 2.8861$$

$$y_2 = y_1 + \frac{h}{2} \cdot \left(f\left(\frac{x_1}{y_1}\right) + f\left(\frac{x_2}{\bar{y}_2}\right) \right) = 1.9272 + 0.55 \cdot \left(\frac{0.8 \cdot 2.1}{1.9272} + \frac{0.8 \cdot 3.2}{2.8861} \right) \\ = 2.7665$$

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 1$$

$$x_1 = 2.1, \quad y_1 = 1.9272$$

$$x_2 = 3.2, \quad y_2 = 2.7665$$

Скриншот работы программы.

Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.

$y(2.10) = 1.9272$

$y(3.20) = 2.7665$

Список литературы.

1. Метод Эйлера. Усовершенствованный метод Эйлера.
Классический метод Рунге-Кутты
http://www.mathprofi.ru/metody_eilera_i_runge_kutty.html
2. Численное решение ОДУ
http://orloff.am.tpu.ru/chisl_metod_labs_2/Lab2/teoriya.htm
3. Методы Рунге-Кутты https://studopedia.su/14_123011_metodi-runge-kutti.html
4. Методы Рунге-Кутты второго порядка
https://studme.org/199300/informatika/metody_runge_kutty_vtorogo_poryadka

Код программы.

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <math.h>
#include <Windows.h>
#define H 1.1

double f(double x, double y)
{
    return 2*(8/(13+x+3+y));
}

double runge2pr(double x, double y)
{
    double yy, y1;
    yy = y + H * f(x, y);
    y1 = y + H * (f(x, y) + f(x + H, yy)) / 2;
    return y1;
}

int main()
{
    SetConsoleCP(1251);
    SetConsoleOutputCP(1251);
    double x = 1, y = 1;

    printf("Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.\n");
    while (x < 3)
    {
        y = runge2pr(x, y);
        printf("y(%2.f) = %4.f\n", x + H, y);
        x += H;
    }
    getch();
}
```