

Федеральное агентство связи  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Сибирский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики»

Кафедра ПМиК

Курсовая работа  
по дисциплине «Вычислительная математика»  
по теме «Решение дифференциального уравнения с двойным пересчетом  
методом Рунге-Кутты 2-го порядка»

Выполнил: студент группы ИА-831

Амельченко Николай Дмитриевич

Проверил: ассистент кафедры ПМиК

Петухова Яна Владимировна

Новосибирск 2020

<b>Содержание.</b>	
<b>Постановка задачи.....</b>	<b>3</b>
<b>Скриншот работы программы. ....</b>	<b>5</b>
<b>Список литературы. ....</b>	<b>6</b>
<b>Код программы.....</b>	<b>7</b>

## Постановка задачи.

Написать программу, реализующую решение дифференциального уравнения с двойным пересчетом методом Рунге-Кутты 2-го порядка. Приложить решение примера этим методом.

$\text{eps}=0.01$

$$y'' = \frac{2 * y'}{6 * y}$$

$$y'_0 = 1, y_0 = 1$$

$$h = 0.5$$

Отрезок  $[1; 2]$

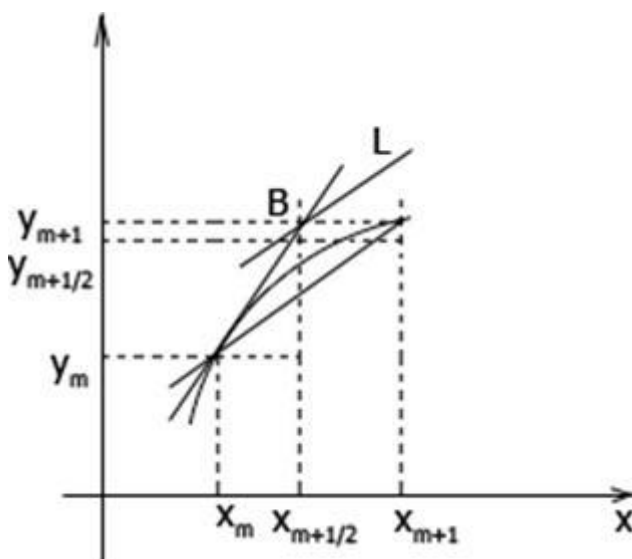
## Теория.

### Метод Рунге-Кутта 2-го порядка

Пусть имеем дифференциальное уравнение  $y' = f(x, y)$

с начальными  $y(x_0) = y_0$ .

Ищем решение на отрезке  $[x_0, x_n]$ .



Пусть имеем точку  $(x_0, x_n)$  принадлежащую искомому решению. Для

того, чтобы найти следующую точку проведем касательную к кривой в точке  $(x_m, y_m)$

До пересечения с прямой  $x = x_{m+1/2}$  где  $x_{m+1/2} = x_m + h/2$

Тогда, получим координату (по формуле Эйлера)

$$y_{m+1/2} = y_m + \frac{h}{2} f(x_m, y_m).$$

Теперь найдем тангенс угла наклона касательной в т.В

$(x_{m+1/2}, y_{m+1/2})$  (прямая L).

Через точку А проведем прямую  $I \parallel L$ . Ординату точки пересечения прямых  $\bar{L}$  и  $x = x_{m+1}$

возьмем в качестве  $y_{m+1}$

Таким образом

$$y_{m+\frac{1}{2}} = y_m + \frac{h}{2} * f(x_m, y_m), x_{m+1/2} = x_m + h/2$$

$$y_{m+1} = y_m + h * f(x_{m+1/2}, y_{m+1/2}), x_{m+1} = x_m + h$$

для системы дифференциальных уравнений

$$y'_i = f_i(x, y_1, y_2, \dots, y_k), y_i(x_0) = y_i^2, i = 1, 2, \dots, k;$$

расчетные формулы имеют вид:

$$y_i^{m+\frac{1}{2}} = y_i^m + \frac{h}{2} * f_i(x_m, y_1^m, y_2^m, \dots, y_k^m), x_{m+\frac{1}{2}} = x_m + \frac{h}{2};$$

$$y_i^{m+1} = y_i^m + h * f_i(x_{m+1/2}, y_1^{m+1/2}, y_2^{m+1/2}, \dots, y_k^{m+1/2})$$

$$x_{m+1} = x_m + h$$

## Решение задачи.

Шаг 1:

$$y'_0 = x_0$$

$$x_1 = x_0 + h = 1 + 0.5 = 1.5$$

$$\bar{y}_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0) = 1 + 0.5 \cdot \frac{1 * 2}{6 * 1} = 1.165$$

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2} \cdot (f(x_0) + f(x_1, \bar{y}_1)) = 1 + 0.25 \cdot \left(0.33 + \frac{0.33 \cdot 1.3}{1.165}\right) = 1.19$$

Шаг 2:

$$x_2 = x_1 + h = 1.5 + 0.5 = 2$$

$$\bar{y}_2 = y_1 + h \cdot f(x_1, y_1) = 1.19 + 0.5 \cdot \frac{0.33 \cdot 1.5}{1.19} = 1.4$$

$$y_2 = y_1 + \frac{h}{2} \cdot (f(x_1) + f(x_2, \bar{y}_2)) = 1.19 + 0.25 \cdot \left(\frac{0.33 \cdot 1.5}{1.19} + \frac{0.33 \cdot 2}{1.4}\right) = 1.41$$

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 1$$

$$x_1 = 1.5, \quad y_1 = 1.19$$

$$x_2 = 2, \quad y_2 = 1.41$$

## Скриншот работы программы.

```
Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.  
y(1.50) = 1.19  
y(2.00) = 1.41  
_
```

## Список литературы.

1. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера и методы Рунге-Кутты для решения дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]  
<https://mydocx.ru/4-19569.html>
2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка [Электронный ресурс]  
<https://poiskru.ru/s21818t8.html>
3. Методы Рунге-Кутты второго порядка [Электронный ресурс]  
[https://studme.org/199300/informatika/metody\\_runge\\_kutty\\_vtorogo\\_poryadka](https://studme.org/199300/informatika/metody_runge_kutty_vtorogo_poryadka)
4. Численное решение дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] [http://orloff.am.tpu.ru/chisl\\_metod\\_labs\\_2/Lab2/teoriya.htm](http://orloff.am.tpu.ru/chisl_metod_labs_2/Lab2/teoriya.htm)

## Код программы.

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <math.h>
#include <Windows.h> #define H
0.5 double f(double x, double
y)
{   return (2*x)/(6*y) ; } double
runge2pr(double x, double
y)
{   double yy, y1;   yy = y + H * f(x, y);
y1 = y + H * (f(x, y) + f(x + H, yy)) / 2;
return y1; } int main()
{
    SetConsoleCP(1251);
    SetConsoleOutputCP(1251);    double x = 1, y = 1;
printf("Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.\n");   while
(x < 2)
    {
        y = runge2pr(x, y);
        printf("y(%.2f) = %.3f\n", x + H, y);
        x += H;
    }
    getch();
}
```