

**Федеральное агентство связи Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций
и информатики»**

Факультет: Информатики и вычислительной техники Кафедра
прикладной математики и кибернетики
Дисциплина: Вычислительная математика

Контрольная работа №3

Выполнил студент группы ИА-831:

Зарубин Максим Евгеньевич

Проверил ассистент кафедры ПМиК:

Петухова Яна Владимировна

Новосибирск
2020

1. Решить НУ методом бисекции, $y = 10 \cdot x - 4$, начальный интервал: $(0; 10)$, $\varepsilon=0,1$.

Находим произведение значений функции в крайних точках:

$$f(a) \cdot f(b) = (10 \cdot 0 - 4) \cdot (10 \cdot 10 - 4) = -384 < 0$$

Шаг 1:

Находим середину интервала:

$$c = \frac{a + b}{2} = \frac{0 + 10}{2} = 5 \quad \varepsilon = \frac{|b - a|}{2} = \frac{10 - 0}{2} = 5 > 0,1$$

В новых интервалах:

$$(0; 5) \quad f(a) \cdot f(c) = -4 \cdot 46 = -184 < 0, \text{ выбираем этот интервал}$$

$$(5; 10) \quad f(c) \cdot f(b) = 46 \cdot 96 = 4416$$

Шаг 2:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале $(0; 5)$

Находим середину интервала:

$$c = \frac{a + b}{2} = \frac{0 + 5}{2} = 2,5 \quad \varepsilon = \frac{|b - a|}{2} = \frac{5 - 0}{2} = 2,5 > 0,1$$

В новых интервалах:

$$(0; 2,5) \quad f(a) \cdot f(c) = (-4) \cdot 21 = -84 < 0, \text{ выбираем этот интервал}$$

$$(2,5; 5) \quad f(c) \cdot f(b) = 21 \cdot 46 = 966$$

Шаг 3:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале $(0; 2,5)$

Находим середину интервала:

$$c = \frac{a + b}{2} = \frac{0 + 2,5}{2} = 1,25 \quad \varepsilon = \frac{|b - a|}{2} = \frac{2,5 - 0}{2} = 1,25 > 0,1$$

В новых интервалах:

$$(0; 1,25) \quad f(a) \cdot f(c) = (-4) \cdot 8,5 = -34 < 0, \text{ выбираем этот интервал}$$

$$(1,25; 2,5) \quad f(c) \cdot f(b) = 8,5 \cdot 21 = 178,5$$

Шаг 4:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале $(0; 1,25)$

Находим середину интервала:

$$c = \frac{a + b}{2} = \frac{0 + 1,25}{2} = 0,625 \quad \varepsilon = \frac{|b - a|}{2} = \frac{1,25 - 0}{2} = 0,625 > 0,1$$

В новых интервалах:

$$(0; 0,625) \quad f(a) \cdot f(c) = (-4) \cdot 2,25 = -9 < 0, \text{ выбираем этот интервал}$$

$$(0,625; 1,25) \quad f(c) \cdot f(b) = 2,25 \cdot 8,5 = 19,125$$

Шаг 5:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале $(0; 0,625)$

Находим середину интервала:

$$c = \frac{a + b}{2} = \frac{0 + 0,625}{2} = 0,3125 \quad \varepsilon = \frac{|b - a|}{2} = \frac{0,625}{2} = 0,3125 > 0,1$$

В новых интервалах:

$$(0; 0,3125) \quad f(a) \cdot f(c) = (-4) \cdot (-0,875) = 3,5$$

$$(0,3125; 0,625) \quad f(c) \cdot f(b) = (-0,875) \cdot 2,25 = -1,96875 < 0,$$

выбираем этот интервал

Шаг 6:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале $(0,3125; 0,625)$

Находим середину интервала:

$$c = \frac{a + b}{2} = \frac{0,3125 + 0,625}{2} = 0,46875 \quad \varepsilon = \frac{|b - a|}{2} = \frac{0,3125}{2} = 0,15625 > 0,1$$

В новых интервалах:

$$(0,3125; 0,46875) \quad f(a) \cdot f(c) = (-0,875) \cdot 0,6875 = -0,6015625 < 0,$$

выбираем этот интервал

$$(0,46875; 0,625) \quad f(c) \cdot f(b) = 0,6875 \cdot 2,25 = 1,546875$$

Шаг 7:

Аналогично продолжаем вычисление в интервале $(0,3125; 0,46875)$

Находим середину интервала:

$$c = \frac{a + b}{2} = \frac{0,3125 + 0,46875}{2} = 0,390625 \quad \varepsilon = \frac{|b - a|}{2} = \frac{0,15625}{2} = 0,0781 < 0,01$$

$$x = \frac{|b - a|}{2} = \frac{0,3125 + 0,46875}{2} = 0,390625$$

Ответ: $x = 0,390625$.

1. Решить НУ методом хорд, $y = x^3 - 2$, начальный интервал: $(1; 2)$, $\varepsilon=0,01$.

Шаг 1:

Вычисляем по формуле значение с для этого шага:

$$c = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{1 \cdot 6 - 2 \cdot (-1)}{6 - (-1)} = \frac{8}{7} \approx 1,1429$$

В интервалах:

$$(1; 1,1429) \quad f(a) \cdot f(c) = (-1) \cdot (-0,5071) = 0,5071$$

$$(1,1429; 2) \quad f(c) \cdot f(b) = (-0,5071) \cdot 6 = -3,0426 < 0, \text{ значит, выбираем этот интервал}$$

Шаг 2:

Вычисляем по формуле значение с для этого шага:

$$c = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{1,1429 \cdot 6 - 2 \cdot (-0,5071)}{6 - (-0,5071)} = \frac{7,8716}{6,5071} \approx 1,2097$$

$$\varepsilon = |C^{(n)} - C^{(n-1)}| = |1,2097 - 1,1429| = 0,0668 > 0,01$$

В интервалах:

$$(1,1429; 1,2097) \quad f(a) \cdot f(c) = (-0,5071) \cdot (-0,2298) = 0,1165$$

(1,2097; 2) \quad f(c) \cdot f(b) = (-0,2298) \cdot 6 = -1,3788 < 0, значит, выбираем этот интервал

Шаг 3:

Вычисляем по формуле значение с для этого шага:

$$c = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{1,2097 \cdot 6 - 2 \cdot (-0,2298)}{6 - (-0,2298)} = \frac{7,7178}{6,2298} \approx 1,2389$$

$$\varepsilon = |C^{(n)} - C^{(n-1)}| = |1,2389 - 1,2097| = 0,0292 > 0,01$$

В интервалах:

$$(1,2097; 1,2389) \quad f(a) \cdot f(c) = (-0,2298) \cdot (-0,0984) = 0,0226$$

(1,2389; 2) \quad f(c) \cdot f(b) = (-0,0984) \cdot 6 = -0,5904 < 0, значит, выбираем этот интервал

Шаг 4:

Вычисляем по формуле значение с для этого шага:

$$c = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{1,2389 \cdot 6 - 2 \cdot (-0,0984)}{6 - (-0,0984)} = \frac{7,6302}{6,0984} \approx 1,2512$$

$$\varepsilon = |C^{(n)} - C^{(n-1)}| = |1,2512 - 1,2389| = 0,0123 > 0,01$$

В интервалах:

$$(1,2389; 1,2512) \quad f(a) \cdot f(c) = (-0,0984) \cdot (-0,0412) = 0,004$$

(1,2512; 2) \quad f(c) \cdot f(b) = (-0,0412) \cdot 6 = -0,2472 < 0, значит, выбираем этот интервал

Шаг 5:

Вычисляем по формуле значение с для этого шага:

$$c = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{1,2512 \cdot 6 - 2 \cdot (-0,0412)}{6 - (-0,0412)} = \frac{7,5896}{6,0412} \approx 1,2563$$

$$\varepsilon = |C^{(n)} - C^{(n-1)}| = |1,2563 - 1,2512| = 0,0051 < 0,01$$

$$x = c = 1,2563$$

Ответ: $x = 1,2563$.

1. Решить НУ методом Ньютона, $y = x^3 - 2$, начальный интервал: (1; 2), $\varepsilon=0,01$.

$$f(x) = x^3 - 2; \quad f'(x) = 3x^2 \quad f''(x) = 6x$$

В качестве начальной точки x_0 выбираем такую, в которой знак 2-ой производной совпадает со знаком функции, в нашем случае $x_0 = 2$

$$x_0 = 2$$

$$x_1 = 2 - \frac{2^3 - 2}{3 \cdot 2^2} = 2 - 0,5 = 1,5$$

$$\varepsilon = |x^{(n)} - x^{(n-1)}| = |1,5 - 2| = 0,5 > 0,01$$

Аналогично для последующих x

$$x_2 = 1,5 - \frac{1,5^3 - 2}{3 \cdot 1,5^2} = 1,5 - \frac{1,375}{6,75} = 1,5 - 0,2037 = 1,2963$$

$$\varepsilon = |x^{(n)} - x^{(n-1)}| = |1,2963 - 1,5| = 0,2037 > 0,01$$

$$x_3 = 1,2963 - \frac{1,2963^3 - 2}{3 \cdot 1,2963^2} = 1,2963 - \frac{0,1783}{5,0412} = 1,2963 - 0,0354 \\ = 1,2609$$

$$\varepsilon = |x^{(n)} - x^{(n-1)}| = |1,2609 - 1,2963| = 0,0354 > 0,01$$

$$x_4 = 1,2609 - \frac{1,2609^3 - 2}{3 \cdot 1,2609^2} = 1,2609 - \frac{0,0047}{4,7696} = 1,2609 - 0,001 = 1,2608$$

$$\varepsilon = |x^{(n)} - x^{(n-1)}| = |1,2608 - 1,2609| = 0,001 < 0,01$$

Ответ: $x = 1,2608$.