（二）磁学及电磁感应

稳恒磁场：磁感应强度，磁矩，真空及有磁介质存在时安培环路定理、磁通量

➢磁感应强度

□电流元在空间产生的磁场（毕-萨定律）

$$\boxed{d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}} \qquad dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

➢磁感强度叠加原理 $\vec{B}=\int d\vec{B}=\int\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$

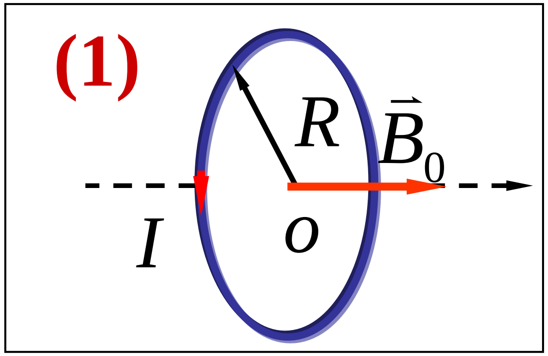
•若P点在直电流延长线上 $B=0$

•无限长载流导线的磁场 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

电流与磁感强度成右手螺旋

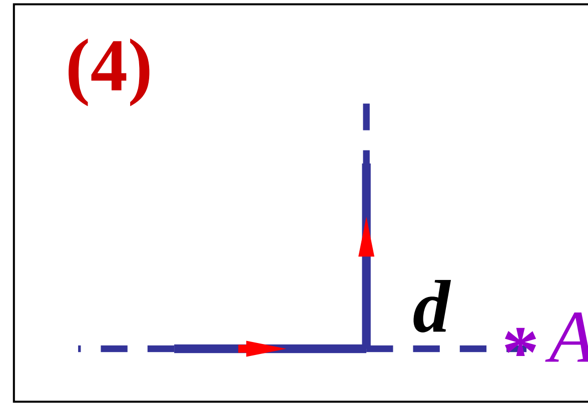
• 半无限长直线电流,在一端的垂线上, $B_P=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}$

一个圆环

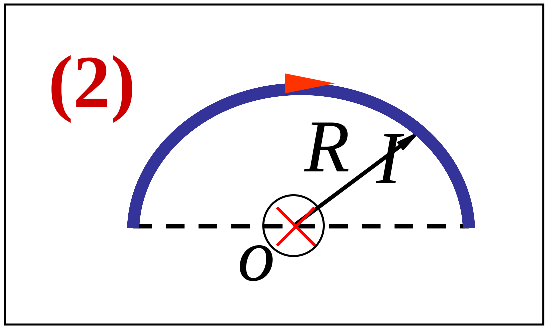


$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$

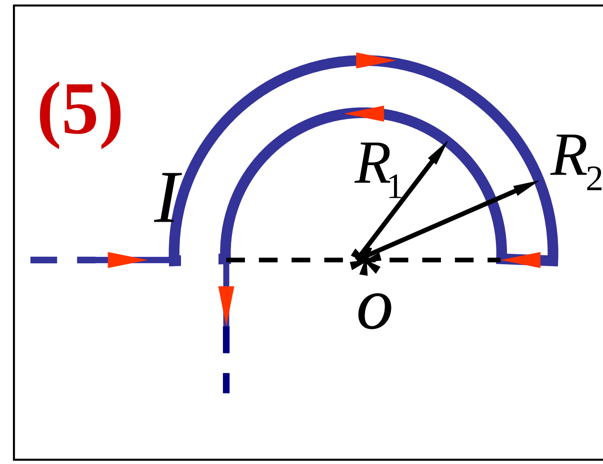


半个圆环

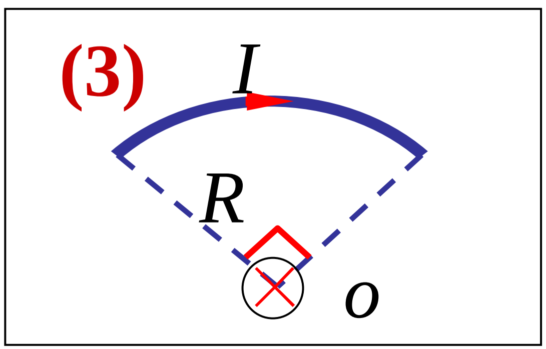


$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} - \frac{\mu_0 I}{4R_1} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}$$



四分之一圆环



$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

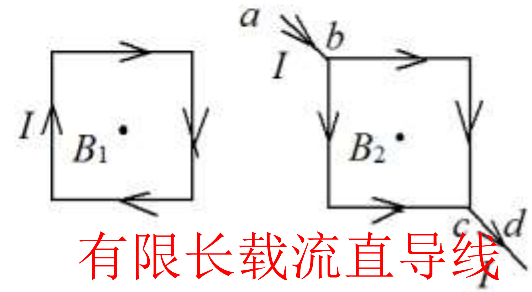
在磁介质中，μ_0换成$\mu = \mu_0\,\mu_r$

无限长的螺线管 $B = \mu_0 nI$ **n:**单位长度的匝数

半无限长螺线管的一端 $B = \mu_0 nI / 2$

4（2012级，磁感应强度）

边长为 l 的正方形线圈，分别用图示两种方式通以电流 I (其中 ab、cd 与正方形共面)，在这两种情况下，线圈在其中心产生的磁感强度的大小分别为



$B_1 \neq 0, B_2 = 0$

(A) $B_1 = 0$， $B_2 = 0$.

(B) $B_1 = 0$， $B_2 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$.

(C) $B_1 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$， $B_2 = 0$.

(D) $B_1 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$, $B_2 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$.　　［ **C** ］

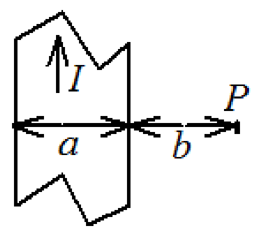
有限长载流直导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi l}(\cos 45^\circ - \cos 135^\circ) = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi l}$$

6（2009级，磁感应强度）

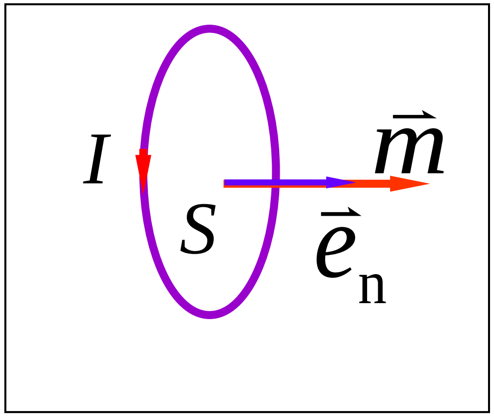
有一无限长通电流的扁平铜片，宽度为 a，厚度不计，电流 I 在铜片上均匀分布，在铜片外与铜片共面，离铜片右边缘为 b 处的 P 点(如图)的磁感强度 $\vec{B}$ 的大小为



(A) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$　(B) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}\ln\dfrac{a+b}{b}$　(C) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi b}\ln\dfrac{a+b}{b}$　(D) $\dfrac{\mu_0 I}{\pi(a+2b)}$.　　［**B**］

无限长载流直导线 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$　　$B = \displaystyle\int \frac{\mu_0 dI}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi}\int_b^{a+b}\frac{I}{a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\ln\frac{a+b}{b}$

➢磁矩 $\vec{p}_m = NIS\vec{e}_{\mathrm{n}}$



单位正法线矢量 $\vec{e}_{\mathrm{n}}$ 的方向与电流方向满足右手螺旋关系。

6（2011级，磁感强度，磁矩）

有一半径为 R 的单匝圆线圈，通以电流 I，若将该导线弯成匝数 $N=2$ 的平面圆线圈，导线长度不变，并通以同样的电流，则线圈中心的磁感强度和线圈的磁矩分别是原来的

(A) 4 倍和 1/8.　　(B) 4 倍和 1/2.

(C) 2 倍和 1/4.　　(D) 2 倍和 1/2.　　[**B**]

圆心处磁感强度 $B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$　　$\dfrac{B_2}{B_1} = \dfrac{I_2 R_1}{I_1 R_2} = \dfrac{2}{1}\dfrac{2}{1} = 4$

磁矩 $\vec{p}_m = IS\vec{e}_{\mathrm{n}}$　　$\dfrac{p_{m_2}}{p_{m_1}} = \dfrac{I_2 S_2}{I_1 S_1} = \dfrac{2}{1}\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}$

➢真空及有磁介质时的安培环路定理 $\vec{B}=\mu\vec{H}=\mu_0\mu_r\vec{H}$

真空 $\oint_L \vec{B}\cdot\mathbf{d}\vec{l}=\mu_0\sum I$ 有磁介质 $\oint_L \vec{H}\cdot\mathbf{d}\vec{l}=\sum I_{传导}$

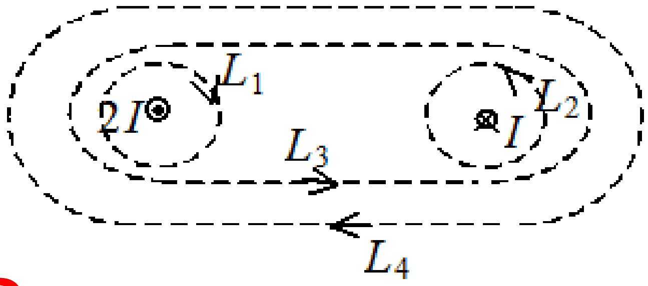
无限大均匀平面电流 (线密度为i)的磁场 $B=\dfrac{\mu_0 i}{2}$

➢**磁通量** $\Phi=\int_s \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ 磁场的高斯定理 $\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$

注意面积*S*或面积元*dS*的方向：若计算某一面积的磁通量，只要选择与磁场方向夹角为锐角的法向(垂直于该面积)作为*S*的方向；若需计算通电线圈的磁通量（例如：计算磁力做功），应选择与线圈电流满足右手螺旋的法向作为*S*的方向。

5（2012级，安培环路定理）

如图，流出纸面的电流为 $2I$，流进纸面的电流为 I，则下述各式中哪一个是正确的？



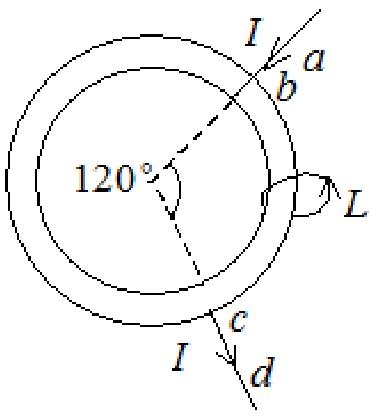
(A) $\oint_{L_1} \vec{H}\cdot d\vec{l} = 2I$. (B) $\oint_{L_2} \vec{H}\cdot d\vec{l} = I$

(C) $\oint_{L_3} \vec{H}\cdot d\vec{l} = -I$. (D) $\oint_{L_4} \vec{H}\cdot d\vec{l} = -I$. **D**

电流I正负的规定：I与 L成右螺旋时，I为正；反之为负.

3（2011级，安培环路定理）

如图，两根直导线ab和cd沿半径方向被接到一个截面处处相等的铁环上，稳恒电流I从a端流入而从d端流出，则磁感强度$\vec{B}$沿图中闭合路径L的积分$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$等于



(A) $\mu_0 I$. (B) $\frac{1}{3}\mu_0 I$.

(C) $\mu_0 I/4$. (D) $2\mu_0 I/3$. [**D**]

$$R_{bc} = \frac{1}{3}R_{铁环} \qquad I_{bc} = \frac{2}{3}I_{总} \qquad \oint_L \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{l} = \mu_0 I_{bc} = \mu_0 \frac{2}{3} I_{总}$$

15（2011级，磁介质中的安培环路定理）

长直电缆由一个圆柱导体和一共轴圆筒状导体组成，两导体中有等值反向均匀电流I通过，其间充满磁导率为μ的均匀磁介质．介质中离中心轴距离为r的某点处的磁感强度的大小$B=$__________．

$$B=\frac{\mu I}{2\pi r}$$

例题 3

有两个半径分别为R_1和R_2的“无限长”同轴圆筒形导体，在它们之间充以相对磁导率为μ_r的磁介质。当两圆筒通有相反方向的电流I时，试求磁感强度。

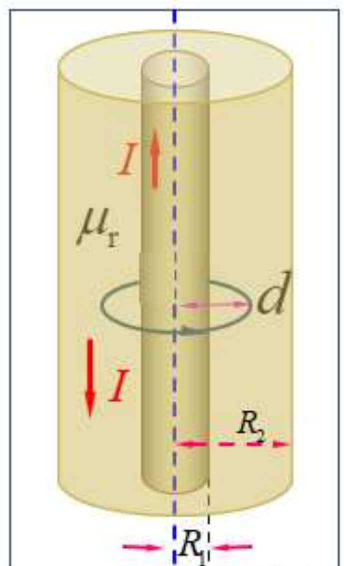
解： $d<R_1$， $I=0$， $B=0$

$R_1<d<R_2$ $\quad \oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=I \quad 2\pi dH=I$

$$\boxed{B=\mu H=\frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi d}}$$

$d>R_2$ $\quad \oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=I-I=0$

$2\pi dH=0$， $H=0$ $\quad B=\mu H=0$



磁场对电流的作用：洛伦兹力、磁力，磁力矩及其做功

➢**洛仑兹力**(带电粒子受到的磁场力)

洛伦兹力不做功

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

回旋半径　回旋周期

□在均匀磁场中

$$\begin{cases} \vec{v}_0 \perp \vec{B} & q v_0 B = m\dfrac{v_0^2}{R} \qquad R = \dfrac{m v_0}{qB} \qquad T = \dfrac{2\pi m}{qB} \\ \vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp} & \end{cases}$$

螺距　$d = v_{//}T = v\cos\theta(2\pi m/qB)$

➢**磁力(安培力)**　$\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$

任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同。

➢磁力矩

均匀磁场中，任意形状刚性闭合平面通电线圈 $\vec{F}_{合}=0$

磁力矩 $\vec{M}=NIS\vec{e}_{\mathrm{n}}\times\vec{B}$

$$=\vec{p}_m\times\vec{B}$$

➢磁力矩做功

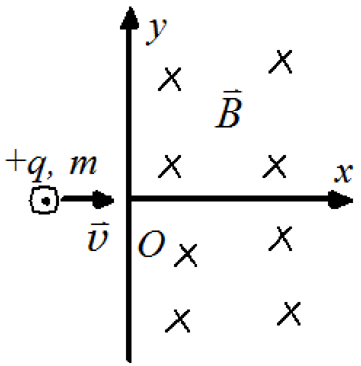
$$A=I\Delta\Phi_m$$

计算磁通量时注意，面积元的方向应与线圈电流成右手螺旋关系

在均匀磁场中，对任一形状的闭合电流回路，不论是形状改变还是位置改变，磁力或磁力矩作的功都等于电流与磁通增量的乘积。

3（2012级，洛仑兹力）

如图，一个电荷为+q、质量为 m 的质点，以速度$\bar{v}$沿 x 轴射入磁感强度为 B 的均匀磁场中，磁场方向垂直纸面向里，其范围从 $x = 0$ 延伸到无限远，如果质点在 $x = 0$ 和 $y = 0$ 处进入磁场，则它将以速度$-\bar{v}$从磁场中某一点出来，这点坐标是 $x = 0$ 和



(A) $y = +\dfrac{mv}{qB}$.　　(B) $y = +\dfrac{2mv}{qB}$.

(C) $y = -\dfrac{2mv}{qB}$.　　(D) $y = -\dfrac{mv}{qB}$.　　[**B**]

$\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B}$

判断方向

直径　$d = 2R = \dfrac{2mv_0}{qB}$

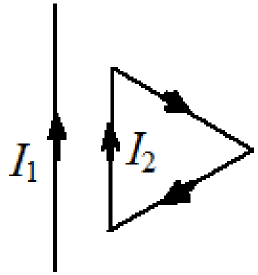
19. **（2013级，磁力）**

一根导线长为 0.2m，载有电流 3A，放在磁感应强度为 10T 的均匀磁场中，并与磁场成$30°$角，则导线受到的磁力为________N.

$$\vec{F}=\int_l I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}=BIL\sin\theta=10\times3\times0.2\times\sin30°=3N$$

5. **（2011级，磁力&磁力矩）**

如图，无限长直载流导线与正三角形载流线圈在同一平面内，若长直导线固定不动，则载流三角形线圈将



(A) 向着长直导线平移. (B) 离开长直导线平移.

(C) 转动. (D) 不动. [**A**]

$$\vec{M}=NIS\vec{e}_{\mathrm{n}}\times\vec{B}=\vec{p}_m\times\vec{B}=p_mB\sin0=0$$ **不转**

$$\vec{F}=\int_l I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}=I\int_l \mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

16（2012级，磁力矩）

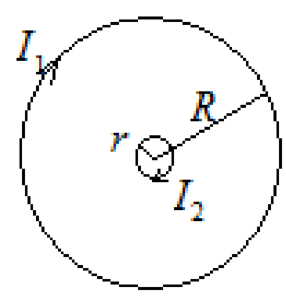
将一个通过电流为 I 的闭合回路置于均匀磁场中，回路所围面积的法线方向与磁场方向的夹角为 α . 若均匀磁场通过此回路的磁通量为 Φ，则回路所受磁力矩的大小为______________________________.

$$\vec{M} = IS\vec{e}_n \times \vec{B}$$

$$\left.\begin{aligned} M &= ISB\sin\alpha \\ \Phi &= \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS\cos\alpha \end{aligned}\right\} \quad M = I\Phi\tan\alpha$$

15（2012级，磁力矩做功）

两个在同一平面内的同心圆线圈，大圆半径为 R，通有电流 I_1，小圆半径为 r，通有电流 I_2，电流方向如图，且 $r<<R$. 那么小线圈从图示位置转到两线圈平面相互垂直位置的过程中，磁力矩所作的功为______________.



小圆很小，可看成匀强磁场

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_1}{2R} \Rightarrow A = I_2\Delta\Phi = I_2(0 - BS) = -I_2\frac{\mu_0 I_1}{2R}\pi r^2$$

电磁感应：电磁感应、感应电动势的计算、自感、磁能

- **电磁感应&感应电动势的计算**　　参考计算题部分

- **自感：** 回路中的电流发生变化时，引起自身回路的磁通量发生变化，从而在回路自身产生感生电动势的现象。

自感电动势：$\varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt}$　　自感系数：$L = \psi / I = N\Phi / I$

步骤：先设电流 $\boldsymbol{I} \rightarrow$ 根据安培环路定理求 $\boldsymbol{H} \rightarrow \boldsymbol{B} \rightarrow \psi \rightarrow \boldsymbol{L}$

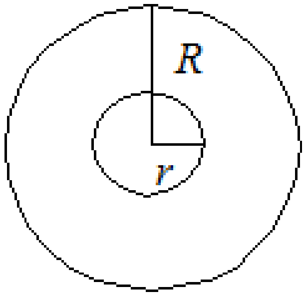
长直密绕螺线管　$L = \mu n^2 Sl = \mu n^2 V$　**V：** 螺线管的体积

- **磁能**

自感线圈磁能　$W_\mathrm{m} = \dfrac{1}{2}LI^2$　　磁场能量密度　$w_\mathrm{m} = \dfrac{B^2}{2\mu} = \dfrac{1}{2}\mu H^2 = \dfrac{1}{2}BH$

17（2010级，感应电动势）

半径为r的小绝缘圆环，置于半径为R的大导线圆环中心，二者在同一平面内，且$r \ll R$．在大导线环中通有电流$I=t$安培，其中t为时间，则任一时刻小线环中感应电动势的大小为________________.



小圆很小，可看成匀强磁场

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 t}{2R}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dBS}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 t}{2R}\pi r^2\right) = -\frac{\mu_0}{2R}\pi r^2$$

17（2013级，自感）

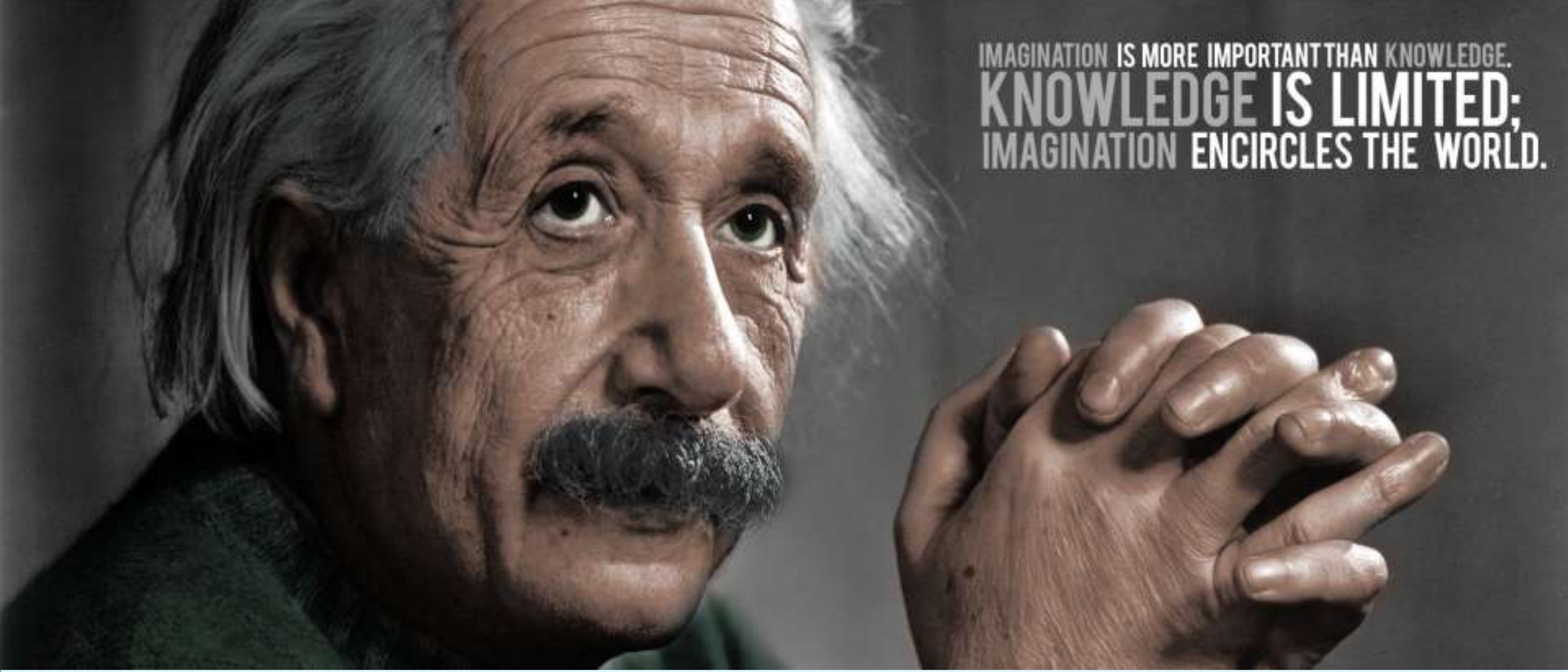
一线圈中的电流为1A，在$\frac{1}{16}$s内均匀地减小到零，所产生的自感电动势为8V，此线圈的自感为________H.

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad L = -\varepsilon_L / \frac{dI}{dt} = -8/(-16) = 0.5\ \mathrm{H}$$

17（2012级，磁能，自感）

真空中两只长直螺线管1和2，长度相等，单层密绕匝数相同，直径之比 d_1/d_2 =1/4．当它们通以相同电流时，两螺线管贮存的磁能之比为 W_1/W_2=__________．

$$\left.\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2}LI^2 \\ L &= \mu n^2 Sl = \mu n^2 V \end{aligned}\right\} \quad W_1 : W_2 = L_1 : L_2 = S_1 : S_2 = 1:16$$



感谢同学们一年来的支持和努力

祝大家考试取得好成绩！