2006～2007 学年 第一学期

《计算方法》课程考试试卷(A 卷)

(开卷)

院(系)__________**专业班级**______________**学号**______________ **姓名**__________________

考试日期: 2007 年 1 月 30 日　　　　　　　　　　　　　　**考试时间:** 下午 2:30~5:00

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	**总分**
得分											

解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

一. 填空题 (每小题 4 分，共 28 份)

1．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$，则 $\|A\|_\infty=$__________ 。

2．　　　　若用正 n 边形的面积作为其外接圆面积的近似值，则该近似值的相对误差是__________。

3．三次方程 $x^3-x^2-x+1=0$ 的牛顿迭代格式是____________________ 。

4．若求解某线性方程组有迭代公式 $X^{(n+1)}=BX^{(n)}+F$，其中 $B=\begin{bmatrix}a & -\sqrt{a}\\ 3\sqrt{a} & -3\end{bmatrix}$，则该迭代公式收敛的充要条件是__________。

5．设 $f(x)=xe^x$，则满足条件 $p\left(\frac{i}{2}\right)=f\left(\frac{i}{2}\right)\quad(i=0,1,2)$ 的二次插值公式 $p(x)=$____________________ 。

6．已知求积公式 $\int_0^1 f(x)dx\approx(1-\alpha)f(0)+\alpha f(1/2)+(1+\alpha)f(1)$ 至少具 0 次代数精度，则 $\alpha=$__________。

7．改进的 Euler 方法

$$y_{n+1}=y_n+\frac{h}{2}[\ f(t_n,y_n)+f(t_{n+1},y_n+h\,f_n)]$$

应用于初值问题 $y'(t)=y(t),\ y(0)=1$ 的数值解 $y_n=$ __________。

得　分	
评卷人	

二. (10 分)　为数值求得方程 $x^2-x-2=0$ 的正根，可建立如下迭代格式

$$x_n=\sqrt{2+x_{n-1}}\,,\quad n=0,1,2,\cdots,$$

试利用迭代法的收敛理论证明该迭代序列收敛，且满足 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=2$.

解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

三. (20 分) 给定线性方程组

$$\begin{cases}2x_1+x_2+2x_3=10\\-4x_1-x_2-5x_3=-19\\4x_1+8x_2+2x_3=26\end{cases}$$

（1）试用 Gauss 消去法求解其方程组；

(2)　给出求解其方程组的 Jacobi 迭代格式和 Gauss-Seidel 迭代格式，并说明其二种迭代格式的收敛性。

得　分	
评卷人	

四. (12 分) 已知 y=sinx 的函数表

X	1.5	1.6	1.7
sinx	0.99749	0.99957	0.99166

试造出差商表，利用二次 Newton 插值公式计算 sin(1.609)　（保留 5 位有效数字），并给出其误差估计。

得　分	
评卷人	

五. (14 分) 用 Romberg 算法计算积分

$\int_0^1 \cos(x^2)dx$ （精确到10^{-4}）。

得　分	
评卷人	

六. (16 分) 给出线性θ-方法

$$y_{n+1} = y_n + h[\theta f_n + (1-\theta) f_{n+1}] \quad (0 \le \theta \le 1),$$

（1） 计算其方法的截断误差；

（2） 当θ=? 时，其方法为 2 阶相容；

（3） 当该方法应用于初值问题

$$\begin{cases} y'(t) = \lambda y(t),\ t \in [t_0, T], \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

时（其中λ为实常数），其在$t = t_n$处的数值解$y_n = ?$