1. 求$\mathrm{f}(n) = \log\ n!$的确界。

1. 求$\mathrm{f}(n) = \log\ n!$的确界。

$\mathrm{f}(n) = \log n! = \sum_{j=1}^{n} \log j$

- 显然 $\sum_{j=1}^{n} \log j \ \leq \sum_{j=1}^{n} \log n$

  $\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} \log j \ = \mathrm{O}(nlogn)$

- $\sum_{j=1}^{n} \log j \ \geq \sum_{j=1}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} \log \frac{n}{2}$

  $= \left\lfloor \frac{\mathrm{n}}{2} \right\rfloor \log \frac{n}{2}$

  $= \left\lfloor \frac{\mathrm{n}}{2} \right\rfloor \log n - \left\lfloor \frac{\mathrm{n}}{2} \right\rfloor$

  $\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} \log j \ = \Omega(nlogn)$

因此，$\mathrm{f}(n) = \Theta(nlogn)$.

2. 分析Selection-Sort算法的复杂度。

Selection-Sort

- **输入**: n个元素的数组：A[1...n]
- **输出**: 按非降序排列的数组：A[1...n]

```
sort(1)
```

- **过程**: sort(i) {对A[1...n]排序}

```
if i < n then
    k ← i
    for j ← i+1 to n
        if A[j] < A[k] then k ← j
    end for
    if k ≠ i then 互换A[i] 和 A[k]
    sort(i+1)
end if
```

2. 分析Selection-Sort算法的复杂度。

C(n)表示有n个输入元素时的比较次数

- C(1)=0
- 第$i=1$次调用sort的比较次数等于$n-i$次元素比较加上对A[i +1,…,n]排序的比较次数C($n-i$)，

得到递推式 $C(n)=\begin{cases} 0 & if\ n=1 \\ C(n-1)+(n-1) & if\ n>1 \end{cases}$

- 该递推式的解为$C(n)=\sum_{i=1}^{n-1} i = n(n-1)/2$

因此，$C(n)=\Theta(n^2)$.