诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

华南理工大学期末考试

《数值分析》试卷A卷

注意事项：1. 考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 可使用计算器，解答就答在试卷上；
3. 考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 八大题，满分100分。考试时间120分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得 分									
评卷人									

姓名________ 学号 学院________ 专业________ 座位号________

（密封线内不答题）

密 封 线

一．填空题（每小题2分, 共20分）

1. 已知自然数 $e=2.718281828459045\ldots$，取 $e\approx2.71828$，那么e具有的有效数字是___________.

2. $\sqrt[3]{x^*}$ 的相对误差约是 x^* 的相对误差的_____ 倍.

3. 为了减少舍入误差的影响，数值计算时应将 $10-\sqrt{99}$ 改为___________.

4. 求方程 $x^2-2x+1=0$ 根的牛顿迭代格式为_____________，收敛阶为_____________.

5. 设 $b=(0,-4,3)^T$，则 $\|b\|_\infty=$________，$\|b\|_2=$_______.

6. 对于方程组 $\begin{cases}2x_1-5x_2=1\\10x_1-4x_2=3\end{cases}$，Guass-seidel迭代法的迭代矩阵是 $B_G=$______________.

7. 2个节点的Guass 型求积公式代数精度为_________.

8. 设 $f(x)=x^3+3x-1$，则差商 $f[0,1,2,3]=$__________.

9. 求解常微分方程初值问题的隐式欧拉方法的绝对稳定区间为 ______________.

10. 设 $\{q_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$ 为区间**[0,1]**上带权 $\rho = x$ 且首项系数为 **1** 的 **k** 次正交多项式序列，其中 $q_0(x)=1$，则 $q_1(x)=$ __________.

二.**(10 分)** 用直接三角分解方法解下列线形方程组

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & 12 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 27 \\ 12 \end{pmatrix}$$

三. (12 分) 对于线性方程组

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 10 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}$$

写出其 Jacobi 迭代法及其 Guass-Seidel 迭代法的分量形式, 并判断它们的收敛性.

四. (12 分) 对于求 $\sqrt{3}$ 的近似值，若将其视为 $(x^2-3)^2=0$ 的根,

(1). 写出相应的 Newton 迭代公式.

(2). 指出其收敛阶(需说明依据).

五. (12 分) 依据如下函数值表

x	**0**	**1**
$f(x)$	**1**	**2**
$f'(x)$	**0**	

(1). 构造插值多项式满足以上插值条件

(2). 推导出插值余项.

六.(10 分) 已知离散数据表

x	1	2	3	4
y=f(x)	0.8	1.5	1.8	2.0

若用形如 $y = ax + bx^2$ 进行曲线拟合，求出该拟合曲线.

七. (12 分) 构造带权 $\rho(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ 的 Guass 型求积公式.

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} f(x)dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$$

八. (12 分) 对于常微分方程的初值问题

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = -2y \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

(1). 若用改进的欧拉方法求解，证明该方法的收敛性.

(2). 讨论改进欧拉方法的稳定条件.