（一）1.计算 $P=\frac{2}{x^5}-\frac{3}{x^4}+\frac{9}{x^3}-\frac{6}{x^2}+\frac{12}{x}+8$ 时，为了减少乘除法运算次数，应把它改写成什么形式？

2.设有递推公式 $\begin{cases} y_0=e \\ y_n=6y_{n-1}-1,\ n=1,2,\ldots \end{cases}$，如果取 $y_0=e\approx 2.718=y_0'$ 作近似计算，问计算到 y_{10} 时误差是初始误差的多少倍？这个计算过程数值稳定吗？

（二）1.满足 $n+1$ 个相同插值条件的 n 次牛顿插值多项式 $N_n(x)$ 与 n 次拉格朗日插值多项式 $L_n(x)$ 是恒等的，对吗？（回答“对”或“错”）

2.试用两种方法求满足插值条件 $p(0)=1,p(1)=p'(1)=0,p(2)=2$ 的插值多项式 $p(x)$。

（三）1.若已有同一个量的多个近似值，通常取其算术平均作为该量的近似值。指出这种做法的理论依据（不必详细推导）。

2.在某试验过程中，变量 y 依赖于变量 x 的试验数据如下：

x:	1	2	3	4
y:	0.8	1.5	1.8	2.0

试求其形如 $y=ax+bx^2$ 的拟合曲线。

（四）1.设有插值型求积公式 $\int_{-1}^{1}f(x)dx\approx\sum_{k=0}^{n}A_kf(x_k)$，则 $\sum_{k=0}^{n}A_k$ 等于哪个常数？

2.确定下列求积公式的求积系数 A_{-1},A_0,A_1：

$\int_{-1}^{1}f(x)dx\approx A_{-1}f(-1)+A_0f(0)+A_1f(1)$ 使公式具有尽可能高的代数精度；并问所得公式是不是 Gauss 型公式？

（五）1.Gauss 消去过程中引入选主元技巧的目的是下列中的哪一项或哪几项？

A．提高计算速度；B 提高计算精度；C 简化计算公式；D.提高算法的数值稳定性；E.节省存储空间

2.用列主元 Gauss 消去法解方程组（用增广矩阵表示过程，不用求系数矩阵行列式值）：

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 5 & 4 & 10\\ 3 & -0.1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 2\end{bmatrix}$$

（六）给定线性方程组 $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1.5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix}$

试构造解此方程组的 Jacobi 迭代公式和 Guass-Seidel 迭代公式，这两种迭代收敛吗？

2.已知求解线性方程组 $Ax=b$ 的分量迭代格式

$$x^{(k+1)}=x^{(k)}+\frac{\omega}{a_{ii}}(b_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j^{(k)}),i=1,2,\dots,n$$

试导出其矩阵迭代格式及迭代矩阵；并证明当 A 是严格对角占优阵且 $\omega=\frac{1}{2}$ 时此迭代格式收敛。

（七）1.对迭代函数 $\varphi(x)=x+\lambda(x^2-5)$，试求使迭代

$x_{k+1}=\varphi(x_k),k=0,1,\dots$，局部收敛于 $x^*=\sqrt{5}$ 的 λ 的取值范围。

2.试写出求 $\sqrt{2}$ 的 Newton 迭代公式，并根据收敛阶的判据（定理），判定其收敛阶。

（八）1.设 $y(x_{n+1})$ 是常微分方程初值问题在 x_{n+1} 处的精确解，y_{n+1} 是由某数值方法得出的

x_{n+1} 处的数值解，则 $e_{n+1}=y(x_{n+1})-y_{n+1}$ 称为该数值方法在 x_{n+1} 处的局部截断误差，对吗？（回答“对”或“错”）

2.若用梯形公式（$y_{n+1}=y_n+h[f(x_n,y_n)+f(x_{n+!},y_{n+1})]/2$）解初值问题

$\begin{cases} y'=-y \\ y(0)=1 \end{cases}$ 证明其数值解为 $y_n=\left(\frac{2-h}{2+h}\right)^n$ 并证明它收敛于准确解 $y(x_n)=e^{-x_n}$。