

Kevert modellek - alapok

Zoltan Kekecs

15 April 2020

Table of Contents

Absztrakt.....	1
Adatmenedzsment es leiro statisztikak.....	2
Package-ek betoltese	2
Sajat funkcio.....	2
A Bully-zas adatbazis betoltese	2
Adatellenorzes es adattisztitas.....	4
A kevert modellek alapfogalmai	4
Clustering (csoportosulas) feltarasa	4
Kevert modellek	6
A hatasok (prediktorok) ket tipusa	6
A random hatasok elofordulasi fajtai	7
Kevert modellek felepitesi az R-ben.....	9
Melyik modell reprezentalja legjobban a valosagot?	10
Random hatasok vizualizacioja	10
Rezidualis hiba osszehasonlitasa (ezt nem használjuk a gyakorlatban).....	12
conditional AIC.....	13
likelihood ratio test.....	13
Mit kell kozolni az elemzesrol.....	14
A statisztikai modszer leirasa:	14
A teljes modell illeszkedesenek jellemzese	15
Regresszios egyutthatok kozlese	16

Absztrakt

Az eddig tanult linearis regresszios modellek a csoportokba rendezodott adatokat ugy kezelik, hogy prediktorknet bevonjak azokat a modellbe. Ez remekul mukodik ha keves

csoport van (a csoportosító változónak keves szintje van) és minden csoportot van módunk megfigyelni. Pl. legmagasabb iskolai végzettség; kísérleti vs. kontroll csoport. De ezek a modellek nem jól működnek olyan esetekben ha az adataink csoportokba/klaszterekbe rendeződnek egy olyan változó mentén aminek a kutatásunk célpopulációjában sok csoportszintjét különíthetjük el, de a mi kutatásunkban ennél kevesebb figyelhető meg. Ilyen esetekben kevert modelleket célszerű használni.

Ebben a gyakorlatban megismerheted a kevert modellekkel kapcsolatos alapfogalmakat, valamint hogy hogyan lehet őket felépíteni.

Adatmenedzsment és leíró statisztikák

Package-ek betöltése

Ebben a gyakorlatban a következő package-ekre lesz szükség:

```
library(psych) # for describe\
library(tidyverse) # for tidy code and ggplot\
library(cAIC4) # for cAIC\
library(r2glmm) # for r2beta\
library(lme4) # for lmer
library(lmerTest) # to get singificance test in lmer
library(MuMIn) # for r.squaredGLMM
```

Saját funkció

Ezzel a funkcióval kinyerhetjük a standardizált Beta együtthatót a kevert modellekből. Ez a funkció innen lett átveve:

<https://stackoverflow.com/questions/25142901/standardized-coefficients-for-lmer-model>

```
stdCoef.lmerMod <- function(object) {
  sdy <- sd(getME(object, "y"))
  sdx <- apply(getME(object, "X"), 2, sd)
  sc <- fixef(object) * sdx/sdy
  se.fixef <- coef(summary(object))[, "Std. Error"]
  se <- se.fixef * sdx/sdy
  return(data.frame(stdcoef = sc, stdse = se))
}
```

A Bully-zás adatbázis betöltése

Ebben a gyakorlatban az általános iskolai bully-zásról (magyarul talán “zaklatás”?) teszünk fel kutatási kérdéseket. Ez egy szimulált adatbázis, vagyis nem valódi adatokat tartalmaz, de képzeljük el, hogy az adatok a következő kutatásból származnak: Ebben a kutatásban az érdekel minket, hogy a testsúly hogyan befolyásolja a gyerekek serulekenységet a bully-zással szemben. A kutatók azt feltételezik hogy a testsúly összefügg az elvett szendvicsek számával.

Valtozok:

- sandwich_taken - A bullyzassal kapcsolatos serulekenyseg meroszama. A kutatásban megkerdeztek a vizgaltai személyeket (altalanos iskolai gyerekek) hogy az elmúlt hónapban hányszor kenyszeritettek ki toluk a bully-k az ebekre hozott szendvicsuket
- weight - testsuly
- class - faktor valtozo ami azt mutatja melyik iskolai osztalyba jar a vizsgalati személy. Faktorszintek: class_1, class_2, class_3, class_4.

Ket adatfajlt is betoltunk. Mindket adafajl ugy lett legeneralva, hogy a diakok kulonboznek abban, hogy mennyi szendvicset vesznek el toluk attol fuggoen hogy milyen a testsulyuk es attol fuggoen is hogy melyik osztalyba jarnak. Vagyis mind a testsulynak, mind az osztalynak van hatasa az elvett szendvicsek szamara. Viszont a ket adatbazis kulonbozik abban, hogy az, hogy a diak melyik osztalyba jar, befolyasolja-e hogy a testsulynak mekkora hatasa van az elvett szendvicsek szamara. A data_bully_int.csv adatfajlban a testsuly hatasa ugyan akkora minden osztalyban (fuggetlen az osztalytol), mig a data_bully_slope.csv adatfajlban a testsuly hatasa kulonbozik osztalyonkent (néhány osztályban a testsúly hatása nagyobb mint más osokban).

```
# Load data
data_bully_int =
read_csv("https://raw.githubusercontent.com/kekecsz/PSYP13_Data_analysis_classes-2018/master/data_bully_int.csv")

## Parsed with column specification:
## cols(
##   sandwich_taken = col_double(),
##   weight = col_double(),
##   class = col_character()
## )

# assign class as a grouping factor
data_bully_int %>% mutate(class = factor(class))

## # A tibble: 80 x 3
##   sandwich_taken weight class
##           <dbl>   <dbl> <fct>
## 1             8     30 class_1
## 2            10     28 class_1
## 3            11     27 class_1
## 4            12     33 class_1
## 5             7     36 class_1
## 6            10     30 class_1
## 7             9     30 class_1
## 8            13     23 class_1
## 9             8     33 class_1
## 10            7     36 class_1
## # ... with 70 more rows
```

```

data_bully_slope =
read_csv("https://raw.githubusercontent.com/kekecsz/PSYP13_Data_analysis_classes-2018/master/data_bully_slope.csv")

## Parsed with column specification:
## cols(
##   sandwich_taken = col_double(),
##   weight = col_double(),
##   class = col_character()
## )

data_bully_slope %>% mutate(class = factor(class))

## # A tibble: 80 x 3
##   sandwich_taken weight class
##           <dbl>   <dbl> <fct>
## 1             8     44 class_1
## 2             8     38 class_1
## 3             7     40 class_1
## 4             8     42 class_1
## 5             8     36 class_1
## 6            10     29 class_1
## 7             6     43 class_1
## 8             8     35 class_1
## 9             8     31 class_1
## 10            7     36 class_1
## # ... with 70 more rows

```

Adatellenorzes es adattisztitas

Ahogy mindig, eloszor kezdd az adatok ellenorzesével es az esetleges adattisztitással. Ehhez hasznalhatod a View(), summary(), es describe() funkciokat, es a ggplot() funkciot vizualizalashoz.

A kevert modellek alapfogalmai

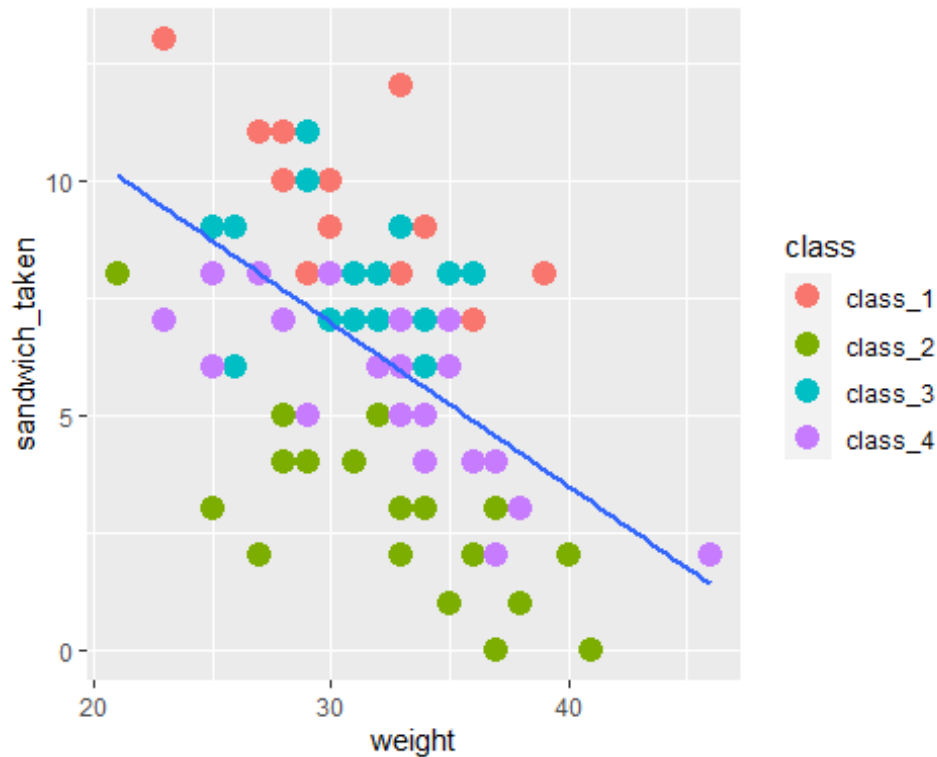
Clustering (csoportosulas) feltarasa

Vizualizaljuk a sandwich_taken es weight valtozok osszefuggeset egy pontdiagram (scatterplot) segitsegevel. Az adatok egy egyertelmu negativ osszefuggest mutatnak a sandwich_taken es weight valtozok kozott, de az adatok variabilitasa nagyon nagy.

```

data_bully_int %>% ggplot() + aes(y = sandwich_taken, x = weight) +
  geom_point(aes(color = class), size = 4) + geom_smooth(method = "lm",
  se = F, formula = "y ~ x")

```



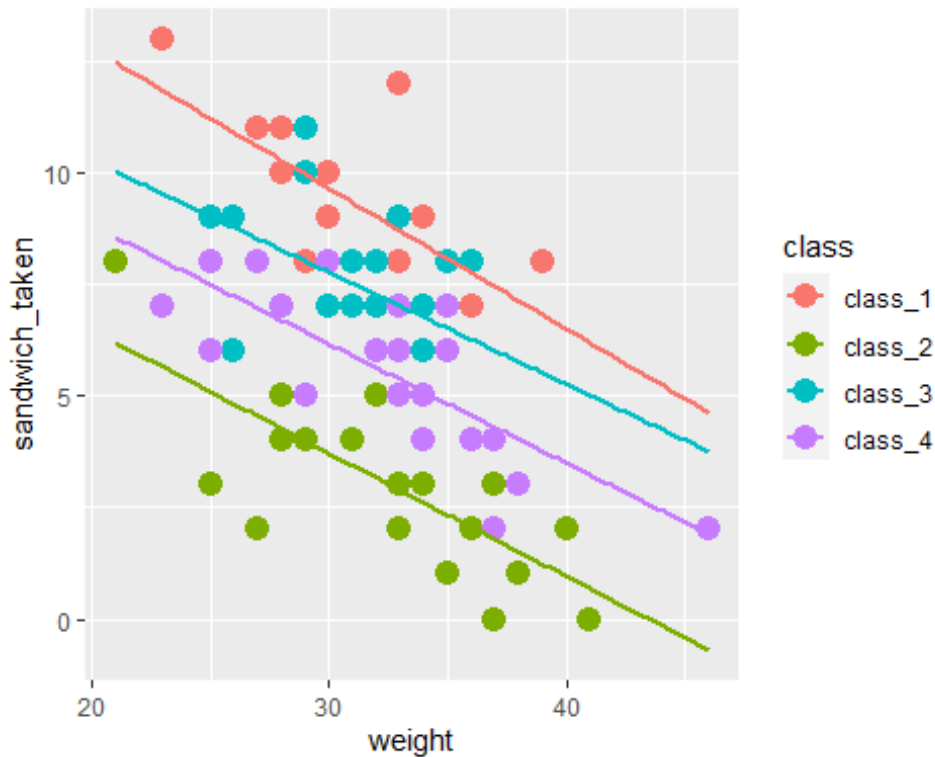
A pontok színe az ábrán azt mutatja, a diák melyik iskolai osztályba jár (class_1, class_2, class_3, vagy class_4). Ha jobban megnezzük, úgy tűnik, hogy az azonos színű pontok egymáshoz közel helyezkednek el az ábrán, nem pedig random módon elszórva, ami arra utal, hogy az adatpontok nem teljesen függetlenek egymástól, hanem csoportosulnak (klasztereket alkotnak).

Nezzük meg, hogy az iskolai osztály meg tudja-e magyarázni a variabilitás egy részét. Például felrajzolhatjuk a regressziós egyeneseket csoportonként. Ez úgy tűnik, hogy megmagyarázza a variabilitás egy részét, hiszen a regressziós vonalak közelebb kerülnek a valós megfigyelésekhez. Szóval úgy tűnik, hogy érdemes lenne a class változót is figyelembe venni a modellünk megépítésénél.

(Alább az ábrát elmentjük egy int_plot nevű objektumba, hogy később ugyan ezt az ábrát könnyen előhívhassuk.)

```
int_plot = data_bully_int %>% ggplot() + aes(y = sandwich_taken,
  x = weight, color = class) + geom_point(size = 4) + geom_smooth(method =
"lm",
  se = F, fullrange = TRUE, formula = "y ~ x")
```

```
int_plot
```



Kevert modellek

Jelen kutatásban csak az érdekel minket, hogy a testsúly befolyasolja-e az elvett szendvicsek számát, és ha igen, mennyire. Az iskolai osztályok hatása nem része a fő kutatási kérdésnek, és még ha az is lenne, az információt amit ezekről az iskolai osztályokról szerzünk **nem tudnánk általánosítani más iskolákban**, hiszen a többi iskolában más osztályok vannak, amiknek vélhetően mások a karakterisztikái. Szóval az iskolai osztály ebben az esetben egy “zavaró tényező” (**nuisance variable**). Vagyis ezt a class változót nem szeretnénk figyelembe venni a regressziós egyenletben, hiszen akkor más iskolákban nem tudnánk felhasználni az egyenletet.

A kevert modellek segítségével figyelembe vehetjük az adatok ilyen fajta csoportosulását anélkül, hogy a regressziós egyenletünkbe be kellene tennünk ezeket a zavaró tényezőket.

A hatások (prediktorok) két típusa

Itt fontos megkülönböztetnünk a hatások két típusát.

Fix hatások (Fixed effects) - Azokat a hatásokat, amikkel eddig a lineáris modellekben foglalkoztunk, “fix hatásoknak” (fixed effects) nevezzük. Ezek azok a hatások/prediktorok, amikre regressziós együtthatókat számítottunk ki. Ezek a predikciós modellünk részei, amiket a későbbiekben is felhasznalunk majd a bejósoláshoz.

Random hatások (Random effects) - Azokat a hatásokat, amiket a “zavaró tényezőknek” tulajdonítunk, modellezhetjük random hatásként. A random hatásokat úgy képzeljük el, hogy bár a megfigyelések különböznek a csoportosulások mentén, de az egyes csoportok

(mint például itt az osztályok) hatás nem szisztematikus, hanem egyfajta véletlenszerű különbségből fakad a csoportok között. A csoportok közötti ilyen véletlenszerű különbség felismerése segít abban, hogy pontosabban kiszámítsuk a fix hatások regressziós együtthatóival kapcsolatos bizonytalanságot (konfidencia intervallumot). Ezek a random hatások nem kerülnek bele a regressziós egyenletünkbe, és nem kapunk velük kapcsolatban regressziós együtthatókat.

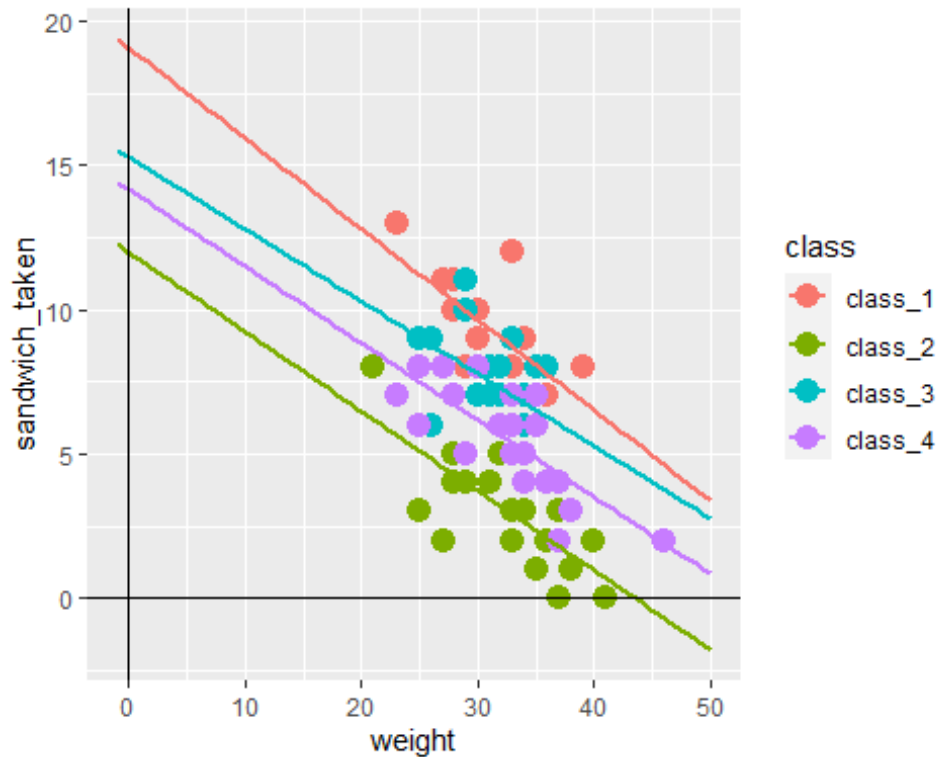
Ezért azokat a modelleket, amik mind fix, mind random hatásokat tartalmazznak, kevert modelleknek (mixed models) nevezzük.

A random hatások elofordulasi fajtai

Általánosságban a random hatások két módon lehetnek hatással a kimeneti változóra. Az egyik hogy direkt hatást fejtenek ki rá (random intercept), a másik hogy a fix hatások merteket és irányát befolyásolják (random slope).

random intercept, random slope nélkül: Lehetséges hogy a csoportok (klaszterek) csak abban különböznek egymástól, hogy a kimeneti változon átlagosan milyen értéket vesznek fel, de a fix hatások azonosak a klaszterek között. Ez igaz a data_bully_int adatbázisra. Megfigyelhetjük az ábrán, hogy a regressziós egyenesek meredeksége (slope) nem különbözik az osztályok között, ami arra utal hogy a testsúly hatása ugyan akkora az egyes osztályokban. Az osztályok csak abban különböznek, hogy milyen “magasan” vannak a regressziós egyenesek, vagyis abban, hogy a regressziós egyenesek milyen értéknél metszik az Y tengelyt. Ez látható az alábbi ábrán is.

```
int_plot + xlim(-1, 50) + geom_hline(yintercept = 0) + geom_vline(xintercept = 0)
```



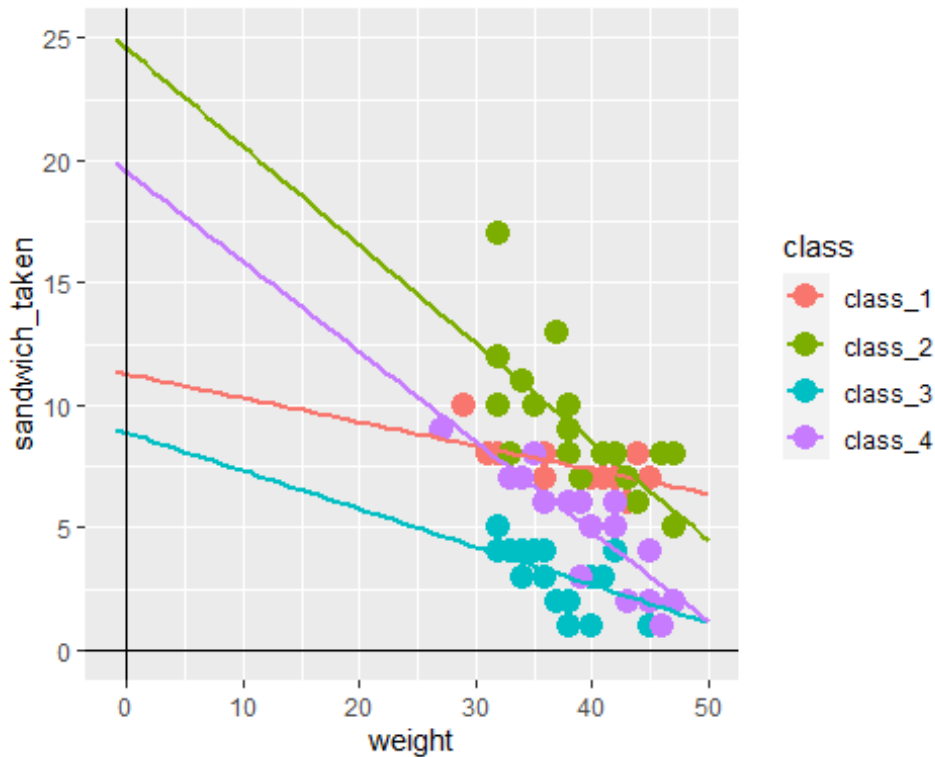
random intercept, es random slope: A fentiekben csak a `data_bully_int` adatbázist használtuk. Most vizsgáljuk meg a másik adatbázist (`data_bully_slope`). Ahogy fent említettük, ebben az adatbázisban azt szimuláltuk, hogy az osztalynak nem csak az elvett szendvicsek számára van hatása, hanem a testsúly hatása is különbözik az osztályok között.

Az ábrán jól látszik, az osztályok nem csak abban különböznek, hogy a hozzájuk tartozó regressziós egyenes hol metszi az Y tengelyt, de a regressziós egyenesek meredeksége is különbözik.

Például a `class_1`-ben a testsúly hatása elhanyagolhatónak tűnik abból a szempontból, hogy kitől mennyi szendvicset vesznek el, míg a `class_2`-ben és `class_4`-ben a testsúly hatása számottevő.

```
slope_plot = data_bully_slope %>% ggplot() + aes(y = sandwich_taken,
  x = weight, color = class) + geom_point(size = 4) + geom_smooth(method =
"lm",
  se = F, fullrange = TRUE) + xlim(-1, 50) + geom_hline(yintercept = 0) +
  geom_vline(xintercept = 0)
slope_plot

## `geom_smooth()` using formula 'y ~ x'
## Warning: Removed 1 rows containing non-finite values (stat_smooth).
## Warning: Removed 1 rows containing missing values (geom_point).
```

Kevert modellek felepítése az R-ben

Az alábbi példa bemutatja, hogy hogyan lehet a random hatásokat beépíteni a modellekbe.

Harom modellt fogunk építeni. Először egy szimpla fix hatásokat tartalmazó modellt, majd egy **random intercept modelt**, és egy **random slope modelt**. A fenti ábra alapján arra lehet következtetni, hogy az iskolai osztály egy olyan random hatás, ami mind a regressziós egyenes intercept-jét, mind a meredkséget (slope) befolyásolja a `data_bully_slope` adatbázisban. Ezért normális esetben csak a random slope modellt illesztünk. A többi modell csak demonstrációs célból építjük, hogy összehasonlítsuk azok formuláit és bejósoló erejét a random slope modellel.

Először építünk egy egyszerű regressziós modellt, melyben egyetlen fix hatás prediktor van: `weight`. Ezt a modellt a `mod_fixed` objektumba mentjük.

egyszerű regressziós model (csak fix hatás)

```
mod_fixed = lm(sandwich_taken ~ weight, data = data_bully_slope)
```

random intercept modell (a random intercept megengedett, de a random slope nem)

A kevert modellek formulája nagyon hasonló a csak fix hatást tartalmazó modellekehez, de az `lm()` funkció helyett az `lmer()` funkciót használjuk.

A random intercept random hatást a `" + (1|class)"` hozzáadásával tehetjük a modellbe.

Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy megengedjük a modellnek hogy **kulon regresszios egyenest illesszen minden klaszterre** (a mi esetunkben minden iskolai osztalyra), de azt meghatarozzuk, hogy **minden regresszios egyenesnek ugyan olyan legyen a meredeksege**.

Ezt normalis esetben akkor tennenk, ha azt gyanitanank hogy az osztalyok kozott nincs lenyegi elteres a fix hatasokban, csak a kimeneti valtozo atlagos szintjeben. Ez a modell jól illeszkedne a data_bully_int adatbazisra, de a fenti abra alapján azt varjuk hogy a data_bully_slope adatbazisra kevesbe jól illeszkedik majd.

```
mod_rnd_int = lmer(sandwich_taken ~ weight + (1 | class), data =  
data_bully_slope)
```

random slope modell (mind a random intercept, mind a random slope megengedett):

Ennek a modelnek a formulaja szinte teljesen megegyezik a random intercept modellel, egyedul abban kulonbozik, hogy a random hatasrol szolo reszben “+ (1|class)” helyett “+ (weight|class)” szerepel. Ez arra utal, hogy a class random hatas nem csak az interceptre, hanem a weight prediktor hatasara is kiterjed.

Ezzel megengedjük a modellunknek, hogy **kulon regresszios egyenest illesszen minden klaszterre**, es hogy azoknak **mind** az Y tengellyel valo metszespontja (**intercept**), **mind a meredeksege (slope) kulonbozhet**.

```
mod_rnd_slope = lmer(sandwich_taken ~ weight + (weight | class),  
data = data_bully_slope)
```

Melyik modell reprezentalja legjobban a valosagot?

Hogyan dontjuk el hogy melyik modellt használjuk? Ahogy korabban is lathattuk, a modellvalasztasnal mindig az elmeletileg leginkabb megalapozott modellt erdemes valasztani. Ha van okunk feltetelezni hogy egy hatas kulonbozo lesz a kulonbozo klaszterekben, akkor használjuk a random slope modellt. Ha elmeleti alapon inkabb ugy iteljuk, hogy a fix hatasok valoszinuleg allandoak a csoportok kozott, illesszunk random intercept modellt.

Ennek ellenere van olyan eset, amikor elmeletileg mindket eshetoseg elkepzelhető. Ilyen esetben hagyatkozhatunk az exploratoros elemzesunkre es a modellilleszkedesi mutatokra, hogy eldonsuk, melyik modellt erdemesebb hasznalni.

Random hatasok vizualizacioja

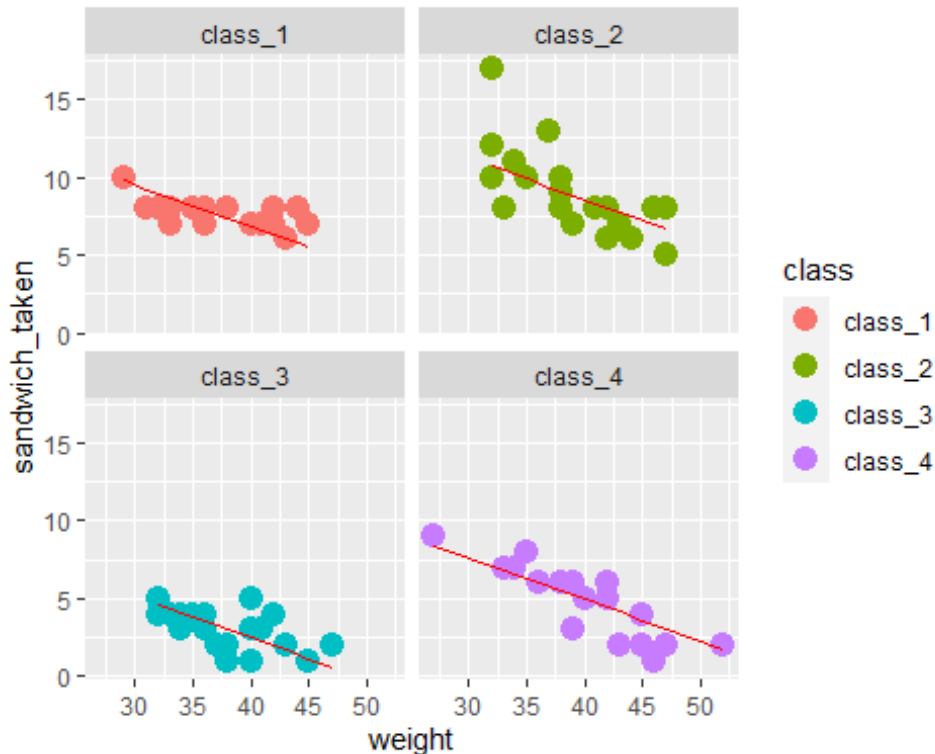
A random hatasok exploracioja eseten a vizualizacio kulcsszerept tolt be.

Eloszor erdemes elmentenunk az intercept es a slope modellek által bejosolt ertekeket uj valtozokba (alabb a pred_int es pred_slope valtozokba mentjuk ezeket). Az eredeti adatbazisbol szarmazo predikciokat a predict() funkcioval nyerhetjuk ki.

```
data_bully_slope = data_bully_slope %>% mutate(pred_int =
predict(mod_rnd_int),
  pred_slope = predict(mod_rnd_slope))
```

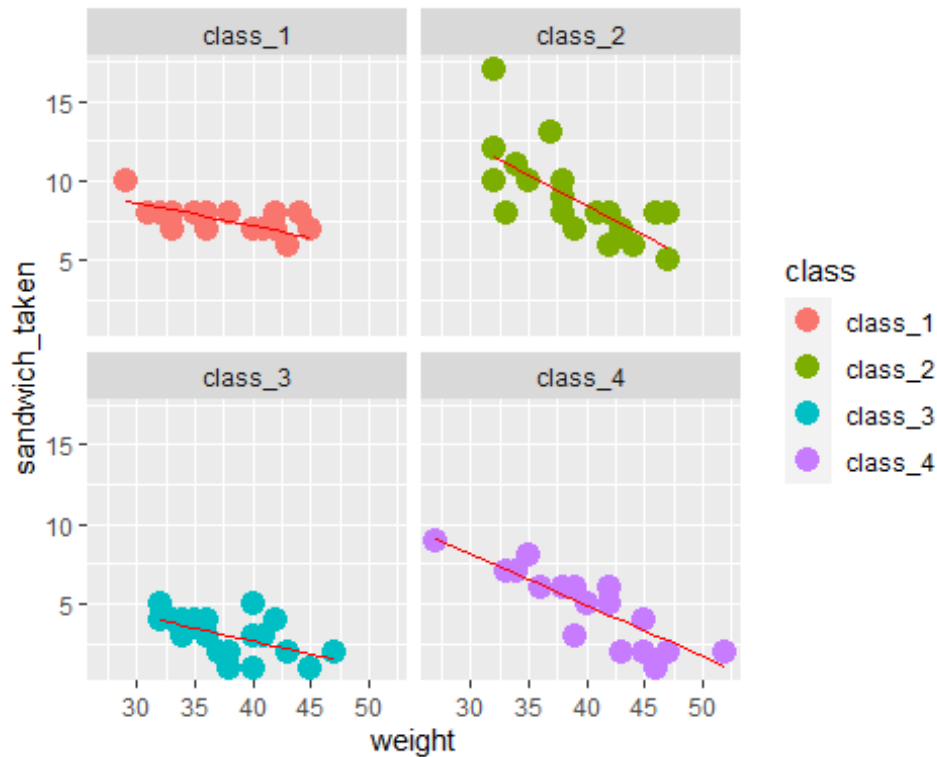
Igy vizualizaljuk a random intercept modell predikciojat:

```
data_bully_slope %>% ggplot() + aes(y = sandwich_taken, x = weight,
  group = class) + geom_point(aes(color = class), size = 4) +
  geom_line(color = "red", aes(y = pred_int, x = weight)) +
  facet_wrap(~class, ncol = 2)
```



Igy pedig a random slope modell predikciojat:

```
data_bully_slope %>% ggplot() + aes(y = sandwich_taken, x = weight,
  group = class) + geom_point(aes(color = class), size = 4) +
  geom_line(color = "red", aes(y = pred_slope, x = weight)) +
  facet_wrap(~class, ncol = 2)
```



Az abrakon azt kell megneznünk, hogy a pontok mintazata kelloen kulonbozo-e a csoportok kozott hogy arra engedjen kovetkeztetni hogy csoportonkent kulonbozik a fix hatas.

Mivel a modellek által generált regressziós egyeneseket is tartalmazzak az abrak, megtehetjük hogy megvizsgáljuk mi a hatása annak, hogy megengedtük a random slope modellben a regressziós egyenes meredekségének változását a random intercept modellhez képest, ahol ez nincs megengedve. Az illeszkedés (szinte) mindig jobb lesz a random slope modellben. Ez szükséges, hiszen a modell flexibilisebb, több szabadsága van, ezért közelebb tud helyezkedni a pontokhoz minden csoportban. De ha az illeszkedésbeli különbség a két modell között nem számottevő, biztonságosabb a random intercept modellnel maradni, hogy elkerüljük a túlillesztést, ha csak az elmélet nem támogatja egyértelműen a random slope modellt.

Rezidualis hiba összehasonlítása (ezt nem használjuk a gyakorlatban)

Talán első ránézésre csabítónak tűnhet, hogy egyszerűen arra hagyatkozunk a modellválasztás során, hogy melyik modell produkálta a legkevesebb rezidualis hibát.

Ha összehasonlítjuk a három modell **rezidualis hibáját** (residual sum of squares - RSS), láthatjuk hogy a csak fix hatast tartalmazó modell használatakor marad a legtöbb hiba, a random intercept modell a második, és **a legkevesebb hibát a random slope modell esetén találjuk.**

```
sum(residuals(mod_fixed)^2)
```

```
## [1] 581.6364
```

```
sum(residuals(mod_rnd_int)^2)
## [1] 159.5818

sum(residuals(mod_rnd_slope)^2)
## [1] 132.228
```

De ez nem igazán meglepo, hiszen a modell komplexitasa es ezzel **flexibilitasa egyre nott**, es errol tudjuk, hogy csokkenti a hibát azon az adatbazison amin a modellt epitettuk, de a flexibilitas novelese miatt ez **tulilleszteshez** vezethet, ami uj adatokon rosszabb bejoslasi hatekonysaghoz vezet. Ezert a nyers rezidualis hiba osszehasonlitas helyett olyan modell-illeszkedesi mutathoz kell fordulnunk, amik korrigalva vannak a flexibilitasara (ezt ugy is mondhatjuk hogy a modell parameterek szamarara.)

conditional AIC

Az egyik olyan modell-illeszkedesi mutato, amely korrigal a modell parameterek szamarara az AIC. A kevert modellekhez egy specialis AIC mutato-t szamitunk ki, a **cAIC** mutatot (ami a conditional AIC roviditese). A cAIC-t megkaphatjuk peldaul a cAIC4 package cAIC() funkcioja segitsegevel.

```
AIC(mod_fixed)
## [1] 391.7357

cAIC(mod_rnd_int)$caic
## [1] 294.4023

cAIC(mod_rnd_slope)$caic
## [1] 285.6435
```

Ahogy korabban is lattuk az AIC eseten, ha az egyik modell cAIC mutatoja legalabb 2-vel alacsonyabb mint a masik modellhez tartozo cAIC, akkor azt mondhatjuk az alacsonyabb cAIC mutatoval biro modell szignifikansan jobban illeszkedik az adatokhoz.

likelihood ratio test

A masik bevett mod a modellek osszehasonlitasara a likelihood ratio test. Ez a modszer kevesbe elfogadott manapsag, de meg mindig sokan hasznaljak a szakirodalomban.

Ezt csakugy mint a nem kevert modelleknel, a kevert modelleknel is az anova() funkcioval vegezgetjuk el. Fontos, hogy ezt a likelihood ratio test-et csak a beagyazott modellek (nested models) eseten hasznalhatjuk (lasd a modell-osszehasonlitas gyakorlatot).

Az anova() funkcio hasznalatkor egy figyelmeztetést kapunk: 'refitting model(s) with ML (instead of REML)'. ez azert van mert a likelihood ratio test csak a Maximum likelihood (ML) becslessel dolgozo modellek osszehasonlitasara alkalmas. Viszont a kevert modelleket alapertelmezett modon a Restricted maximum likelihood (REML) becslessel dolgozunk,

mert ez kevert modelleknel jobb becsleshez vezet. Ennek ellenere a REML es az ML becsleseket hasznalo modellek altalaban nagyon hasolnoak egymashoz, ezert ezt a figyelmeztetést legtobbszor figyelmen kívül hagyható.

```
cAIC(mod_rnd_int)$caic
## [1] 294.4023

cAIC(mod_rnd_slope)$caic
## [1] 285.6435

anova(mod_rnd_int, mod_rnd_slope)

## refitting model(s) with ML (instead of REML)

## Data: data_bully_slope
## Models:
## mod_rnd_int: sandwich_taken ~ weight + (1 | class)
## mod_rnd_slope: sandwich_taken ~ weight + (weight | class)
##           npar    AIC    BIC logLik deviance Chisq Df Pr(>Chisq)
## mod_rnd_int      4 310.00 319.53 -151.00   302.00
## mod_rnd_slope    6 307.94 322.23 -147.97   295.94 6.0595  2    0.04833 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Mit kell kozolni az elemzesrol

A kozlendo informaciok nagyon hasonloak ahhoz, amit a fix hatas modellek eseten kozoltunk.

A statisztikai modszer leirasa:

“Ahhoz hogy a bullyzassal szembeni serulekenyseget meghatarozzuk, egy **kevert linearis modellt illesztettunk**. A kevert modellben az elvett szendvicsek szamat mint **kimeneti valtozot** a testsullyal mint **fix hatasu prediktorral** josoltuk be. A modellben ezen felul az iskolai osztaly **random hatasat** modelleztuk. Epitettunk mind egy **random slope es egy random intercept modellt**. Ahogy ezt a kutatasi tervunkben meghataroztuk, a ket modellt **osszehasonlitottuk a cAIC modellillesskedeis mutatojuk** alapjan, es ez alapjan hataroztuk meg, melyik lesz a vegso bejoslo modellunk.”

A kovetkezo funkciokkal kapnank meg a kutatasi jelenteshoz szukseges eredmenyeket:

cAIC:

```
cAIC(mod_rnd_int)$caic
## [1] 294.4023

cAIC(mod_rnd_slope)$caic
## [1] 285.6435
```

anova:

```
anova(mod_rnd_int, mod_rnd_slope)

## refitting model(s) with ML (instead of REML)

## Data: data_bully_slope
## Models:
## mod_rnd_int: sandwich_taken ~ weight + (1 | class)
## mod_rnd_slope: sandwich_taken ~ weight + (weight | class)
##           npar      AIC      BIC logLik deviance  Chisq Df Pr(>Chisq)
## mod_rnd_int      4 310.00 319.53 -151.00   302.00
## mod_rnd_slope     6 307.94 322.23 -147.97   295.94 6.0595  2    0.04833 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

A teljes modell illeszkedésének jellemzése

Az `r2beta()` funkció kiszámítja a “marginalis R^2 ” mutatót Nakagawa, Johnson & Schielzeth (2017) cikkének ajánlása alapján. Ez az R^2 mutató specialis fajtája, ami azt mutatja meg, hogy mekkora a modell fix hatasu prediktorai által megmagyarázott varianciaarány. Ezt az R^2 mutatót érdemes használni a modell bejoslo hatékonyságának megadására, hiszen a random hatasu prediktorokat új adatokon nem tudjuk majd használni bejoslasra.

Nincs egy klasszikus F-test aminek az eredményt fel lehetne használni annak értékelesere, hogy a teljes modell szignifikansan jobb bejoslast eredményez-e a null-modellnel, de az `r2beta` megadja a 95%-s konfidencia intervallumot, amit felhasználhatunk szignifikanciatesztelésre. Ahogy korábban is, ha a konfidencia intervallim tartalmazza a 0-t, akkor a modell nem szignifikansan kulonbozik a null modelltól bejoslo hatékonysag tekinteteben.

Ezen felul mind a marginalis mind a kondicionalis R^2 értéket megkaphatjuk az `r.squaredGLMM()` funkció használatával a MuMIn package-ból. Ez a funkció szinten a Nakagawa, Johnson & Schielzeth (2017) által publikált formulát használja ezen értékek kiszámításához.

Hivatkozás: Nakagawa, S., Johnson, P.C.D., Schielzeth, H. (2017) The coefficient of determination R^2 and intraclass correlation coefficient from generalized linear mixed-effects models revisited and expanded. J. R. Soc. Interface 14: 20170213.

```
# marginal R squared with confidence intervals
r2beta(mod_rnd_slope, method = "nsj", data = data_bully_slope)

## Effect    Rsq upper.CL lower.CL
## 1 Model  0.147    0.303    0.036
## 2 weight 0.147    0.303    0.036

# marginal and conditional R squared values
r.squaredGLMM(mod_rnd_slope)
```

```
## Warning: 'r.squaredGLMM' now calculates a revised statistic. See the help page.
```

```
##           R2m      R2c
## [1,] 0.1469687 0.833361
```

Az eredmények részben így írhatjuk le az eredményeket:

“A random slope modell jobb modell-illeszkedéshez vezetett mint a random intercept modell mind a likelihood ratio test ($\chi^2\chi^2 = 6.06$, $df =$, $p = .048$) mind a cAIC alapján (cAIC intercept = 294.4, cAIC slope = 285.64). Ezért az alábbiakban a random slope modell eredményeit közöljük.

A kevert linearis modell szignifikánsan jobb volt mint a null modell. A modellben a fix hatású prediktorok az elvett szendvicsek varianciájának 14.7%-át magyaráztak meg ($R^2 = 0.15$ [95% CI = 0.04, 0.3]).”

Regressziós együtthatók közlése

Ezen felül a prediktorokhoz tartozó regressziós együtthatókról is közölnünk kell az eredményeket. Ezt a korábbiakhoz hasonlóan egy táblázatban szoktuk megtenni, ami minden prediktorra külön sorban közli az adatokat. (Itt csak egy fix hatású prediktor van, szóval csak két sor lesz a táblázatban, egy az intercept-nek és egy a testsúly prediktornak.)

A végso táblázat valahogy így néz majd ki:

```
##           b 95%CI lb 95%CI ub Std.Beta p-value
## (Intercept) 15.89      8.02  23.72      0      .022
## weight      -0.25     -0.41  -0.09     -0.42     .041
```

A táblázat egyes elemeit itt találhatod meg:

Regressziós együtthatók és a hozzájuk tartozó p-értékek a `summary()` függvénnyel kaphatók meg (csak akkor fog p-értéket kiadni a `summary` függvény a kevert modellekre, ha az `lmerTest` package be van töltve)

```
summary(mod_rnd_slope)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: sandwich_taken ~ weight + (weight | class)
## Data: data_bully_slope
##
## REML criterion at convergence: 297.4
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.3408 -0.5631 -0.0075  0.3895  4.0509
##
## Random effects:
## Groups   Name                Variance Std.Dev. Corr
```



```
## class      (Intercept) 44.77549 6.6914
##           weight      0.01699 0.1303   -0.94
## Residual                1.81776 1.3482
## Number of obs: 80, groups: class, 4
##
## Fixed effects:
##           Estimate Std. Error      df t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 15.88863    3.55844  2.94555   4.465   0.0217 *
## weight      -0.25154    0.07234  2.96840  -3.477   0.0408 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Correlation of Fixed Effects:
##           (Intr)
## weight -0.940
```

A regressziós együtthatókhoz tartozó konfidencia intervallumok: (ez a funkció sokaig fut, mert sok iterációt végez a kiszámításhoz)

```
confint(mod_rnd_slope)
```

A standardizált beta értékeket pedig a kódot elején lévő `stdCoef.merMod()` saját funkcióval lehet kinyerni:

```
stdCoef.merMod(mod_rnd_slope)
##           stdcoef    stdse
## (Intercept)  0.0000000 0.000000
## weight      -0.4221314 0.121393
```