

Università degli Studi dell'Insubria
Corso di Laurea in Fisica

Anno Accademico 2018/2019
Laboratorio di Fisica II

Gruppo IX:

Martina Mozzanica Matteo Oñate Orozco Elisa Vallini

Esperienza di elettromagnetismo: Tubi di caduta

Sommario

Esperimento di elettromagnetismo classico:

- Analisi dell'induzione elettromagnetica causata dal moto di un magnete in una serie di bobine;
- Effetto della forza d'attrito magnetico prodotta da un tubo metallico sul moto di un magnete che lo attraversa.

Indice

1	Introduzione all'esperimento	3
1.1	Cenni teorici	3
1.2	Obiettivi	7
2	Apparato strumentale	7
2.1	Strumenti e materiali	8
2.2	Preparazione dell'esperimento	8
3	Procedure sperimentali e misure	9
3.1	Dati sperimentali	10
4	Analisi dei dati sperimentali	17
4.1	PVC	17
4.2	Alluminio	20
4.3	Alluminio tagliato	22
5	Conclusioni	24

1 Introduzione all'esperimento

Vogliamo valutare il fenomeno dell'induzione elettromagnetica prodotta dal moto relativo di un magnete rispetto ad una serie di bobine che fanno da circuito; successivamente vogliamo analizzare le conseguenze di tale fenomeno sul moto del magnete, nel momento in cui un intero tubo metallico, attraversato dal magnete stesso, produce una forza elettromotrice indotta.

Per fare questo e per fissare meglio gli scopi presentiamo il modello fisico alla base dell'esperienza di laboratorio.

1.1 Cenni teorici

Induzione elettromagnetica: *fem* indotta

Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica venne studiato e caratterizzato da Michael Faraday e Joseph Henry a partire dall'esame quantitativo di situazioni in cui si creava una corrente in un circuito quando questo era attraversato da un campo magnetico variabile. Intorno al 1830 giunsero alla legge che generalizza le varie esperienze:

$$fem = -\frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

con

$$\phi = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \hat{n} d\Sigma. \quad (2)$$

flusso del campo magnetico \vec{B} attraverso la superficie Σ identificata dal versore \hat{n} a essa perpendicolare.

Questa mostra che in un qualunque circuito elettrico, anche privo di componenti, si genera una tensione se sussistono due condizioni: è attraversato da un flusso magnetico detto 'flusso concatenato' e tale flusso è variabile; la tensione generata sarà anch'essa variabile e verrà prodotta, come effetto secondario, una corrente indotta, se presenti le componenti del circuito.

Dalla definizione di flusso, questo può variare non solo a causa di campi magnetici variabili, ma anche quando il campo è costante e vi è moto relativo del circuito e del magnete, in modo che cambi o l'angolo tra la normale alla superficie del circuito e la direzione del campo o la superficie del circuito stessa. Questo è quello che avviene nel nostro caso: il magnete produce un campo magnetico costante ma, dal momento che questo, in moto, attraversa le bobine, il flusso concatenato con queste varia nel tempo e viene indotta una forza elettromotrice nelle bobine stesse.

Vogliamo studiare l'andamento $fem(t)$. Questa grandezza, dipendente dal tempo, verrà rivelata da un oscilloscopio; vogliamo una previsione teorica del segnale misurato.

Attraversamento di una spira da parte di un magnete Si vuole valutare la *fem* prodotta dal passaggio di un magnete in una spira di raggio R . Sono omessi i conti; si esplicita solo la logica seguita nel calcolo:

- Si calcola il campo magnetico generato da un magnete, assimilabile ad un dipolo magnetico, che è il campo prodotto da una spira, di raggio r molto piccolo, in cui scorre una corrente i . Si valuta, tramite la prima legge di Laplace, esclusivamente la componente assiale del campo prodotto, avendo, il magnete, diametro simile a quello delle bobine che attraversa. Tale componente dipende dalla posizione z della bobina cioè da dove si vuole valutare il campo stesso, quindi il campo risulta dipendere dal tempo perchè z dipende dal tempo. La legge oraria $z(t)$ della bobina è quella del magnete in caduta;

- Si calcola il flusso concatenato con la superficie della spira stessa; anche questo dipenderà, quindi, dal tempo;
- Si deriva la fem , in modulo, considerando costante la velocità del magnete da quando entra a quando esce dalla spira, cioè: $z(t) = -vt$

$$fem(t) = \frac{d\phi}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{d\phi}{dz} v = R^2 v^2 \frac{3\mu\mu_0}{2} \frac{t}{(R^2 + v^2 t^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (3)$$

$\mu = \pi r^2 i$, momento magnetico della spira di raggio r ;
 μ_0 = permeabilità magnetica nel vuoto.

Rappresentiamo tale andamento in Figura (1). Vi sono due picchi di potenziale, uno positivo e l'altro negativo che indicano quando il magnete entra e quando esce dalla spira; il punto dove il potenziale cambia segno cioè quello in cui la funzione si annulla è l'istante in cui il magnete passa a metà della spira. Possiamo dire che più la spira è sottile più istantaneamente avviene il passaggio da un picco all'altro: nel nostro caso, avendo delle bobine, il passaggio non sarà istantaneo e ci aspettiamo che la retta verticale che collega i due picchi sia leggermente inclinata. Inoltre, in base a quale polo del magnete passa per primo, si avrà il picco positivo prima o dopo quello negativo, in maniera del tutto simmetrica come si vede dalla funzione. Integrando temporalmente la funzione (3) tra $t = 0$ e $t = \infty$ si ottiene l'espressione che indica la misura dell'area sottesa alla curva:

$$\int_0^\infty fem(t) dt = \frac{1}{2R} \mu_0 \mu \quad (4)$$

Si nota che questa non dipende dalla velocità del magnete.

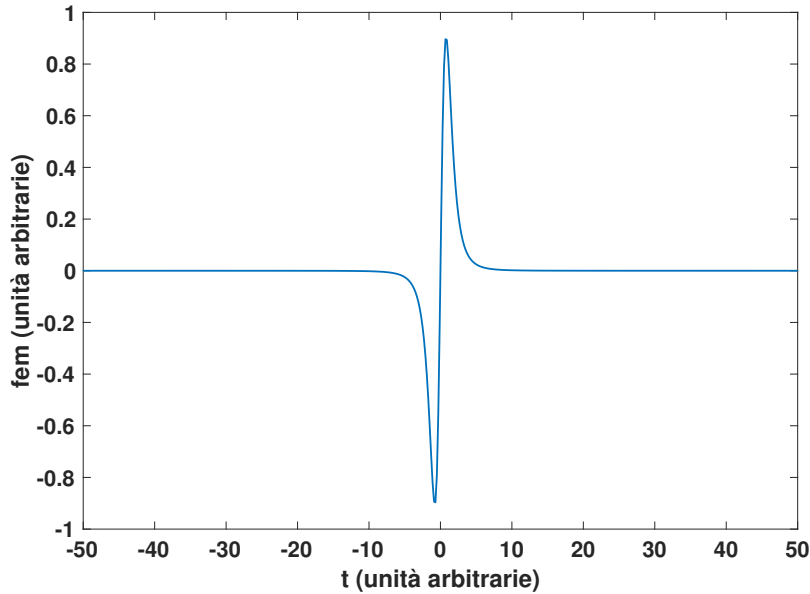


Figura 1: Andamento della fem nel tempo; abbiamo centrato il picco in zero e abbiamo scelto i parametri della funzione in maniera del tutto arbitraria ed esemplificativa.

Una bobina è un insieme di spire ravvicinate e ci si aspetta che avvenga esattamente la stessa cosa, come se si trattasse di una spira estesa; se poi il magnete attraversa in successione una serie di bobine si avrà una successione di tali grafici che si ripetono, come vedremo nell'esperimento.

Attrito elettromagnetico

Quando si hanno delle componenti del circuito, come la resistenza della spira, la forza elettromotrice indotta produce una corrente indotta nel circuito, la quale a sua volta è sorgente di un campo magnetico; il verso della corrente indotta, e quindi del campo indotto, è tale per cui il flusso concatenato del nuovo campo si opponga alla variazione di flusso che ha provocato la *fem*, secondo la legge di Lenz.

Tale campo magnetico indotto provoca una forza sul magnete stesso, che ne è immerso; tale forza si oppone al moto di caduta del magnete e dipende dalla velocità del magnete stesso; è quindi una forza di attrito della forma:

$$\vec{F}_a = -\gamma \vec{v} \quad (5)$$

Calcoliamo, nel nostro caso, il valore di γ .

Attraversamento di un tubo metallico da parte di un magnete Un tubo metallico possiede una resistenza e può essere schematizzato come una successione di spire di altezza infinitesima, sempre di raggio R , caratterizzate da una resistività ρ che dipende dal metallo di cui il tubo è fatto; ad ognuna di queste è possibile associare una resistenza infinitesima della forma:

$$d\text{Res} = \frac{l}{dS} \rho = 2\pi \frac{R}{dS} \rho = 2\pi \frac{R}{\delta dz} \rho \quad (6)$$

l = circonferenza della spira (del tubo);

dS = sezione infinitesima della spira;

dz = altezza infinitesima della spira;

δ = spessore della spira (del tubo).

In ognuna di queste viene indotta, al passaggio del magnete, una corrente infinitesima, esattamente come succedeva per la singola spira:

$$di = \frac{fem}{d\text{Res}} = \frac{fem}{2\pi R \rho} \delta dz \quad (7)$$

Viene dissipata una relativa potenza infinitesima. Integrando sulla lunghezza del tubo si ottiene l'energia totale dissipata nell'unità di tempo a spese dell'energia cinetica del magnete in caduta che sarà, quindi, soggetto ad una forza frenante, come previsto. Per il teorema delle forze vive il cambiamento di energia cinetica subito dal magnete nell'unità di tempo sarà il prodotto della forza frenante per la velocità istantanea del magnete. In questo modo si ottiene il valore di F_a , in modulo:

$$F_a = \frac{\delta}{2\pi R^4 \rho} \left(\frac{3\mu\mu_0}{2} \right)^2 \frac{5\pi}{256} v \quad (8)$$

Il coefficiente γ dipende, quindi, solo dalle componenti del circuito nel quale viene indotta la *fem* e dal momento magnetico del magnete.

Conclusioni sul moto del magnete in un tubo generico

È importante osservare che, nel caso di tubo in plastica, quest'azione non si manifesta e non si manifesta nemmeno se tale tubo è circondato da sottili bobine distanziate tra loro, costituite da un filo metallico, in quanto i fili hanno resistenza praticamente nulla; il moto di caduta del magnete è quello usuale di caduta libera con accelerazione g verso il basso:

$$z(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + z_0 \quad (9)$$

In questo caso, si considera l'asse z rivolto verso il basso.

Per tutti i tubi metallici, invece, il magnete ha equazione del moto:

$$m\dot{v} = mg - \gamma v \quad (10)$$

la quale, risolta rispetto a $v(t)$ porta alla soluzione:

$$v(t) = v_L - (v_L - v_0) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (11)$$

con

$$v_L = \frac{m}{\gamma} g \quad e \quad \tau = \frac{m}{\gamma} \quad (12)$$

Quindi, dopo un certo intervallo di tempo, di circa 5τ , il magnete raggiunge la velocità limite e la mantiene lungo il tubo; l'intervallo di tempo è tanto più piccolo quanto più γ è grande. Si avrà quindi un moto rettilineo uniforme:

$$z(t) = v_L t + z_0 \quad (13)$$

Nel momento in cui viene praticato un taglio lungo il tubo si crea una discontinuità in ognuna delle spire infinitesime con cui si è schematizzato il tubo. Siccome γ dipende dal raggio del tubo e dallo spessore possiamo pensare che il taglio sia indice di una diminuzione complessiva dello spessore del tubo; la velocità limite, come esplicito nella (12), è inversamente proporzionale al coefficiente d'attrito, quindi aumenta al diminuire dello spessore.

Si può pensare che, diminuendo lo spessore, diminuisca la corrente infinitesima indotta nel tubo, dalla (7), quindi diminuisce la potenza spesa, dissipata nella spira infinitesima per la corrente indotta e di conseguenza la forza che si oppone al moto del magnete. Il moto è comunque frenato da una forza di attrito e, siccome il taglio è sottile, γ varia di poco; la velocità limite viene raggiunta e mantenuta, ma è maggiore rispetto a prima.

In tutti i casi abbiamo trascurato l'attrito dell'aria.

1.2 Obiettivi

L'esperienza di laboratorio consiste, come prima cosa, nell'analizzare il moto di caduta libera di un magnete all'interno di un tubo di plastica; questo tubo è circondato, come specificheremo meglio successivamente, da una serie di bobine nelle quali, per induzione elettromagnetica, ci aspettiamo che si crei una forza elettromotrice indotta misurabile. Ci aspettiamo, sempre per induzione elettromagnetica, che il moto del magnete venga frenato da una forza d'attrito nel momento in cui, al posto del tubo di plastica ne consideriamo uno metallico. Sapendo cosa aspettarci, grazie ai cenni teorici, possiamo delineare gli scopi dell'esperimento:

- Analisi qualitativa nel tempo della fem prodotta per induzione nelle bobine;
- Misura dell'accelerazione di gravità tramite il moto di caduta del magnete nel tubo di plastica;
- Misura delle velocità limite che raggiunge il magnete attraversando due diversi tubi metallici.

Vediamo ora in che modo e grazie a quali strumenti è stato sfruttato il fenomeno dell'induzione elettromagnetica per raggiungere gli obiettivi prestabiliti.

2 Apparato strumentale



(a) Oscilloscopio, magnete, vaschetta.



(b) Tubi.

Figura 2: Setup strumentale.

2.1 Strumenti e materiali

1. Magneti al neodimio costituiti solitamente da una lega di semimetalli e metalli come boro, ferro e neodimio, elemento chimico di numero atomico 60; questi costituiscono una classe di magneti permanenti tra i più potenti prodotti;
2. Tre tubi circondati da un filo elettrico che viene avvolto fittamente in alcuni punti del tubo a creare una bobina dopo l'altra, distanziate tra loro; le caratteristiche sono riportate in Tabella 1. Il primo è un tubo di plastica, il secondo di alluminio e il terzo è un tubo di alluminio sul quale è scavato un taglio sottile nel senso della lunghezza per 70 cm su 100 cm circa;

Inoltre abbiamo misurato, per ogni tubo, la posizione delle bobine intendendo per posizione la distanza tra la metà della prima bobina e la metà della bobina considerata; per prima bobina si intende la prima che il magnete attraversa nel suo moto di caduta. Le bobine erano quasi tutte equidistanti, per questo in Tabella 1 abbiamo riportato la media della distanza tra le bobine, da metà di una a metà della successiva, per ogni tubo; lo stesso ragionamento vale per lo spessore delle bobine;

Per l'analisi utilizzeremo le singole misure prese e non le medie, ora vogliamo dare un'idea del setup strumentale.

3. Oscilloscopio, strumento di misura elettronico che consente di visualizzare, su un grafico bidimensionale, l'andamento nel tempo dei segnali elettrici cioè avere una misura diretta della differenza di potenziale nel cavo collegato.

Tabella 1: Caratteristiche dei tubi. Per le misure di lunghezza dei tubi abbiamo utilizzato l'errore strumentale del metro usato per misurare; per le medie abbiamo eseguito la deviazione standard di tutte le misure del singolo tubo.

	Tubo in <i>PVC</i>	Tubo in Al	Tubo in Al tagliato
Lunghezza del tubo (cm)	98.00 ± 0.02	101.50 ± 0.02	100.00 ± 0.02
Spessore medio delle bobine (cm)	2.3 ± 0.5	1.9 ± 0.4	1.9 ± 0.3
Distanza media tra le bobine (cm)	9.8 ± 0.8	10.2 ± 0.5	9.0 ± 1.1
Numero di bobine	11	10	11

2.2 Preparazione dell'esperimento

Ci siamo occupati di posizionare il tubo verticalmente, tramite una livella a bolla. Come mostrato in Figura (2), questo era sostenuto da una pinza metallica, avvolta da materiale isolante in modo che non vi fosse interferenza con il filo metallico delle bobine.

L'ingresso della prima bobina e l'uscita dell'ultima sono collegati a un cavo che entra nel canale dell'oscilloscopio; questo permette di visualizzare sullo strumento elettronico l'andamento delle tensioni rilevate sulle bobine al passare del tempo, durante la caduta del magnete nel tubo.

Siccome i magneti al neodimio sono particolarmente fragili e potenti è necessario un sistema che attutisca la caduta; abbiamo utilizzato una vaschetta di sabbia e limatura magnetica, coperta da un foglio di carta.

3 Procedure sperimentali e misure

L'esperienza consiste nel far cadere il magnete nel tubo, evitando che questo colpisca le pareti, osservare il grafico che si profila sullo schermo dell'oscilloscopio al passaggio del magnete dalle bobine e salvare immediatamente i valori di voltaggio misurati nel tempo.

Per la presa dati è necessario regolare la scala temporale dell'oscilloscopio in modo che registri l'andamento della differenza di potenziale per un tempo che copra l'intera caduta del magnete nel tubo.

Abbiamo effettuato le misure prima con un solo magnete e poi con due magneti attaccati, assicurandoci che la lunghezza del magnete finale fosse minore della distanza tra due bobine successive; per ogni tubo utilizzato e per ogni massa abbiamo regolato la scala dei tempi prima di prendere le misure.

Per l'analisi degli errori abbiamo effettuato più misure dello stesso tipo di caduta in modo da acquisire precisione nel moto di caduta stessa, essendo manuale l'inserimento del magnete nel tubo e soggetto, quindi, a imprecisioni varie. In particolare il numero di set di dati salvati è riportato in Tabella 2.

Tabella 2: Numero e tipo di misure effettuate.

Materiale del tubo	Massa inserita	Numero di misure	Scala temporale (ms)
<i>PVC</i>	1 magnete	18	500
	2 magneti	19	100
<i>Al</i>	1 magnete	18	1000
	2 magneti	18	500
<i>Al tagliato</i>	1 magnete	18	500
	2 magneti	18	250

3.1 Dati sperimentali

Analizziamo ora che tipo di dati ci sono forniti dall'oscilloscopio. Per ogni caduta del magnete, il file associato contiene, oltre alle specifiche dello strumento, 500 misure di voltaggio, effettuate nell'intervallo di tempo prescelto. Si nota subito che lo strumento fornisce sempre 500 misure indipendentemente dall'intervallo temporale stabilito per le ascisse; siccome serviranno gli istanti in cui il magnete passa in ogni bobina è necessario riscalarlo tutto l'asse delle ascisse in modo da avere l'esatta distanza temporale tra due misure successive di voltaggio. Questa operazione, per comodità, è stata fatta in un secondo momento.

Mettendo a plot le 500 misure otteniamo il grafico che si delineava sullo schermo dell'oscilloscopio durante la caduta; per esempio la Figura (3) indica il primo set di dati analizzato. Successivamente spiegheremo, tubo per tubo, l'andamento in maniera dettagliata sulla base della teoria relativa. Per l'osservazione fatta sopra, sull'asse delle ascisse, per comodità, avremo sempre il numero di misure; questo è comunque indicazione dello scorrere del tempo: si ha la $fem(t)$, ma senza unità di misura temporale, di cui terremo conto solo nell'analisi dati.

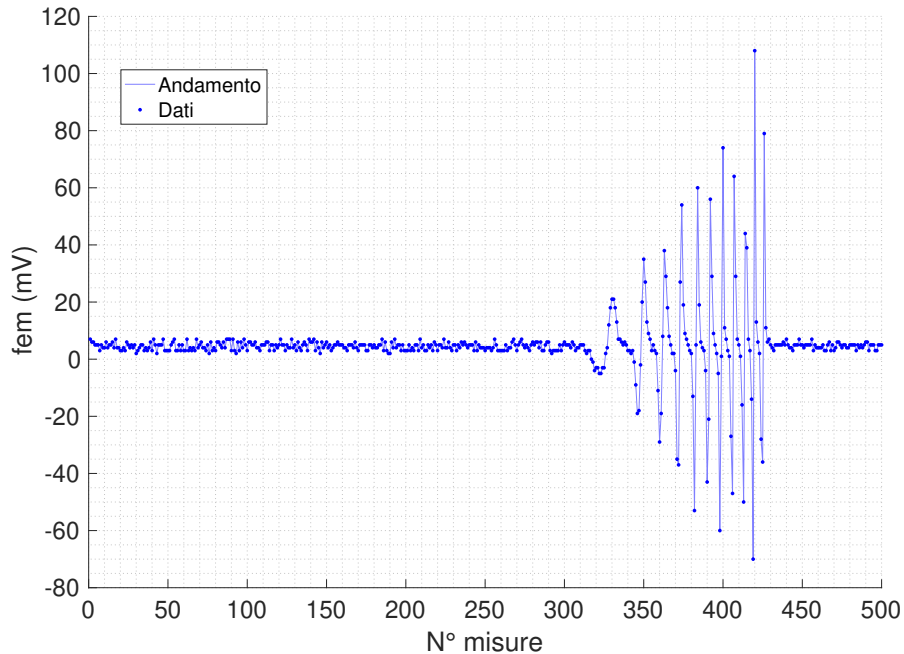


Figura 3: Andamento della differenza di potenziale nelle bobine al passaggio del magnete. Tubo in *PVC* . 1 massa.

Utilizzo dei dati sperimentali

Spieghiamo in che modo abbiamo utilizzato i dati, quali abbiamo utilizzato e a che scopo. Per ogni tipo di misura presa (Tabella 2), come delineato negli scopi, oltre ad un'analisi generale della fem , vogliamo studiare il moto di caduta del magnete cioè ricavare la legge oraria; da quest'ultima si possono ottenere i valori cercati dell'accelerazione di gravità e delle velocità limite. Per farlo, quindi, sono necessari due set di valori: le posizioni spaziali, date dalla misura delle posizioni della metà delle bobine sul tubo e gli istanti temporali ai quali il magnete passa per le diverse posizioni spaziali. Come osservato nel paragrafo 1.1 l'istante di passaggio a metà bobina è l'ascissa dello zero della funzione. Nel

grafico (3) si ha una successione di bobine, precisamente 11 perchè tanti sono i picchi; è necessario, quindi, ricavare tutti i punti in cui la funzione della *fem* si annulla e scegliere quelli che rappresentano gli istanti di tempo in cui il magnete passa esattamente a metà di ogni bobina. Gli altri zeri sono punti di passaggio tra una bobina e l'altra, tratti in cui non vi è potenziale, non essendo il magnete nella bobina.

Un'ulteriore osservazione: per ogni set di misure notiamo che il segnale non si trova sempre all'inizio o alla fine dell'intervallo temporale scelto perchè questo dipende da quando il magnete è stato fatto cadere rispetto all'acquisizione dei dati da parte dell'oscilloscopio. Tale osservazione, oltre a impedirci di lavorare direttamente sul rumore, sarà importante per dare significato fisico al valore degli zeri trovati, come spiegheremo dopo.

Per trovare gli zeri abbiamo seguito un programma in diversi punti che ora elenchiamo; mostriamo nelle Figure (4), (5), (6) e (7) i diversi passaggi per il primo set di dati raccolto. Lo stesso metodo è stato usato per tutte le altre misure.

Rumore Come si può notare in Figura (3) non tutti i 500 valori sono *segnale*: è presente del rumore elettronico. Per questo ci siamo occupati di convertire in NaN tutti i dati, tra i 500 che non facevano parte del segnale utile per ricavare gli zeri, quindi non abbiamo eliminato il rumore, ma abbiamo ripulito la figura dal superfluo ai nostri scopi.

Per fare questo abbiamo utilizzato una doppia soglia, non potendo lavorare direttamente sul rumore, in maniera ciclica su tutti i set:

1. Come prima cosa abbiamo individuato la striscia di valori lontani dai picchi di potenziale eseguendo la media di tutti i dati, togliendo questa dai dati originali e escludendo tutto ciò che distava un certo numero di deviazioni standard dall'asse delle ascisse. La striscia è la 'parte nera' in Figura (4);
2. Successivamente abbiamo calcolato la media esclusivamente della 'parte nera' e abbiamo tolto ai dati originali tale valore in modo da *abbassare* la funzione a zero: otteniamo una nuova funzione; abbiamo calcolato la deviazione standard sempre della 'parte nera' e abbiamo escluso dalla nuova funzione i dati che in valore assoluto si allontanavano meno di un certo numero di deviazioni standard dall'asse delle ascisse, indicandoli come NaN. Quindi gran parte dei dati iniziali sono stati esclusi e quello che rimane è mostrato in Figura (5), relativamente ai punti originali.

Il numero di deviazioni standard, in entrambe le soglie, dipende dal tubo utilizzato: come vedremo successivamente i valori di voltaggio per il tubo di alluminio sono molto minori, quindi molto più vicini al rumore. Per questo tubo è quindi necessario diminuire il numero di deviazioni standard nella prima soglia per allontanarsi a sufficienza dai picchi del segnale e aumentare il numero di standard deviazioni della seconda soglia per riuscire a *ripulire* qualcosa dal segnale stesso.

Interpolazione Poichè di tale grafico ciò che possediamo sono solo pochi punti, abbiamo interpolato linearmente l'insieme finito di valori che avevamo in modo da individuare i nuovi punti del piano cartesiano che costituiscono la curva dell'andamento, fatta di segmenti; tale approssimazione è possibile perchè tra tutti gli zeri quelli che ci interessano si trovano su delle rette che intersecano l'asse delle ascisse e non su curve qualsiasi. Abbiamo, quindi, aumentato il numero di punti del grafico, ottenendo, con 2000 valori una curva più fitta, Figura (6).

zeri Infine abbiamo trovato gli zeri della funzione ottenuta andando ad individuare tutti i punti in cui la funzione cambia segno, come mostrato in Figura (7); in base al numero di bobine sapevamo quanti zeri aspettarci dalla funzione.

Il primo e l'ultimo zero rappresentano il passaggio del magnete dalla metà della prima bobina e dalla metà dell'ultima; quindi per il tubo in *PVC* e quello in alluminio con il taglio ci aspettiamo 21 zeri, mentre per quello in alluminio semplice ce ne aspettiamo 19, in base al numero di bobine indicato in Tabella 2. I set di dati per cui risultavano esserci più o meno zeri di quanti dovevano essercene sono stati scartati e considerati come insuccessi del nostro programma. L'errore nel trovare gli zeri consiste nell'errata codificazione del primo o dell'ultimo zero o di entrambi, mentre quelli centrali sono tutti trovati con successo; infatti o il programma trovava degli zeri in più, facenti parte del rumore o non li individuava. Dato che il numero di misure era e resta comunque elevato abbiamo escluso 14 set di dati su 109, quindi l'88% dei dati è stato utilizzato.

Pur non essendo il metodo più preciso possibile ci permette di eliminare tutti i dati superflui alla ricerca degli zeri che è il nostro obiettivo; gli zeri che ci interessano si trovano su delle linee praticamente rette, come si vede in Figura (3); quindi il nostro programma ripulisce il resto del grafico per individuare esattamente solo gli zeri che ci interessano sulla base teorica: il resto è superfluo. Il lavoro netto del programma è mostrato in Figura (8).

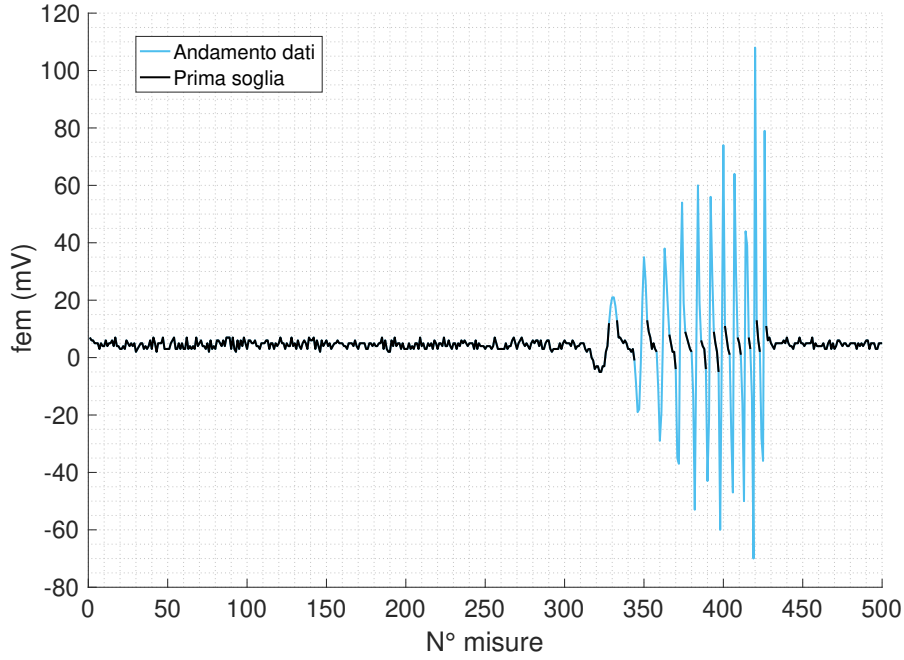


Figura 4: Andamento della differenza di potenziale. Tubo in *PVC* . 1 massa. Viene evidenziata la parte esclusa con la prima soglia.

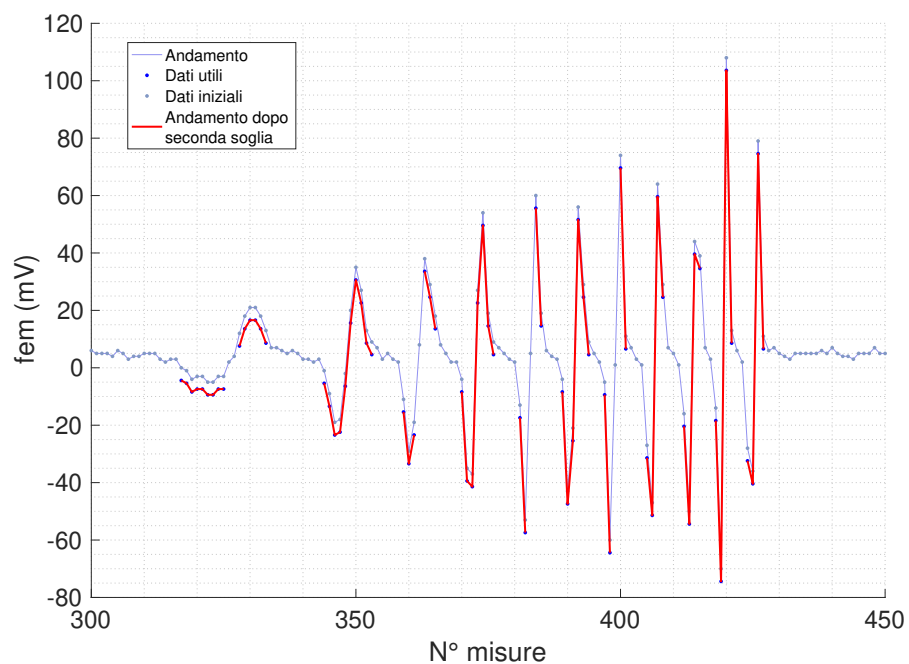


Figura 5: Andamento della differenza di potenziale. Tubo in *PVC* . 1 massa. Si evidenziano i dati rimasti dopo le due soglie e l'abbassamento della funzione finale rispetto a quella iniziale.

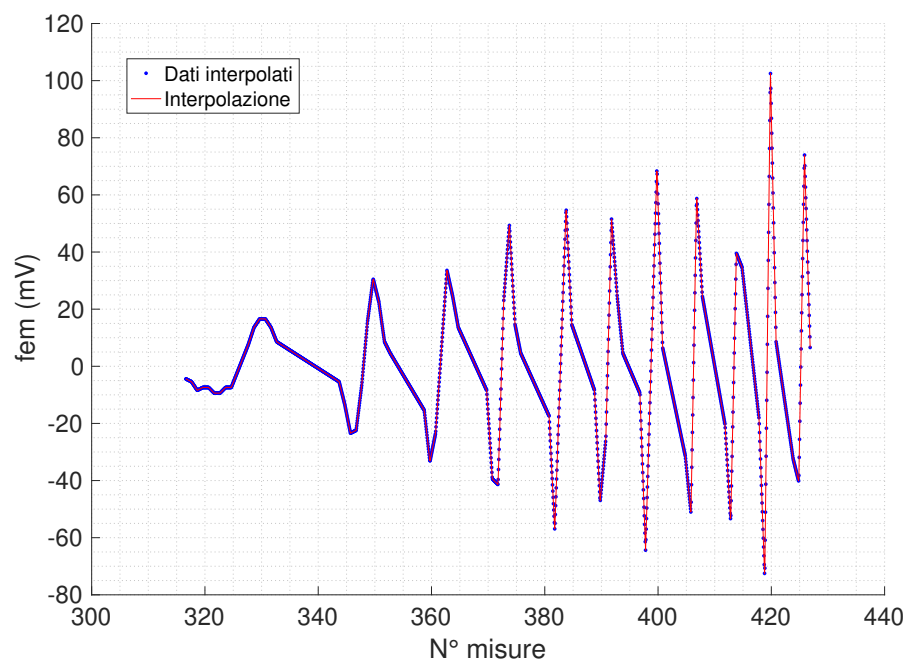


Figura 6: Andamento della differenza di potenziale. Tubo in *PVC* . 1 massa. Curva del segnale ripulita, interpolata.

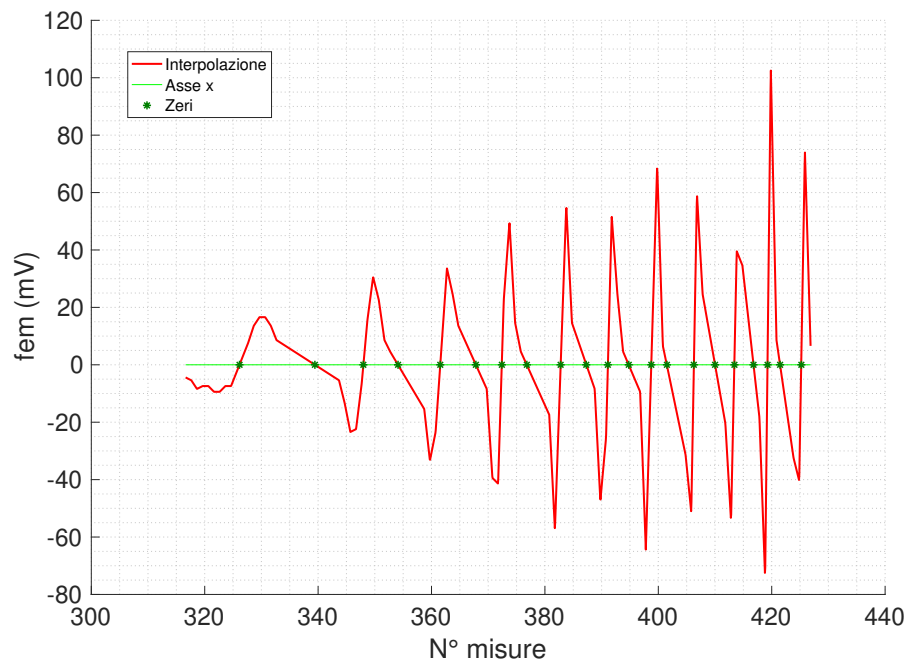


Figura 7: Andamento della differenza di potenziale. Tubo in *PVC* . 1 massa. Punti in cui la funzione ripulita si annulla.

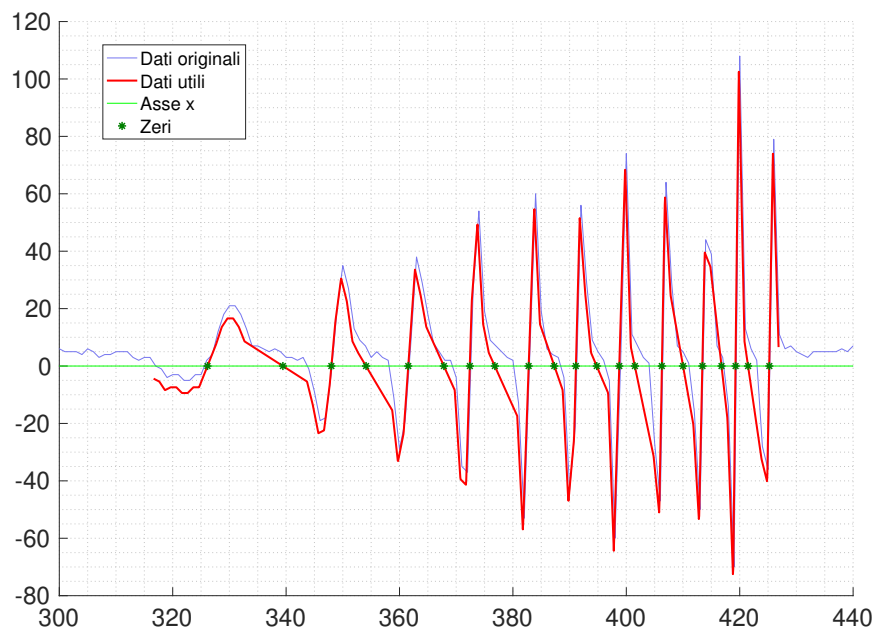
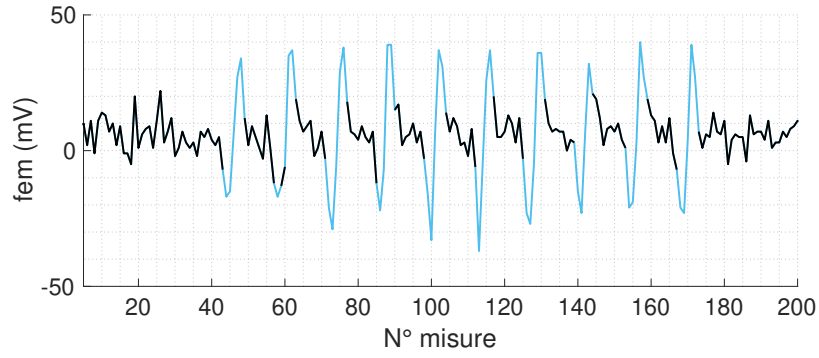
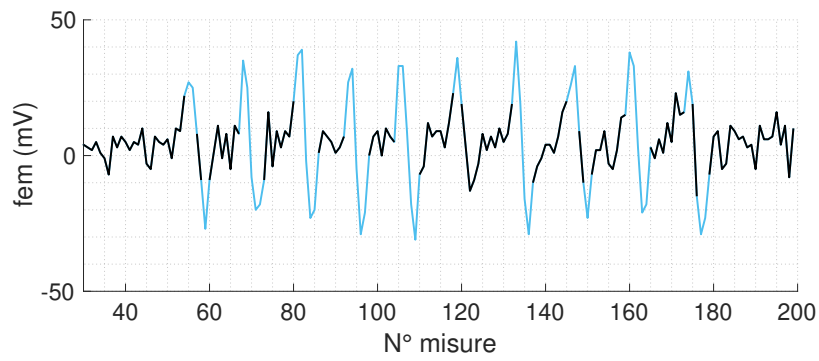


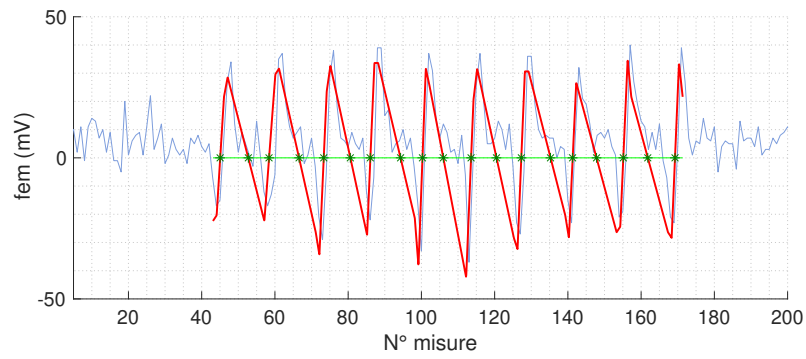
Figura 8: Andamento della differenza di potenziale. Tubo in *PVC* . 1 massa. Confronto tra il grafico iniziale e quello ripulito appositamente per la ricerca degli zeri sulle linee rette.



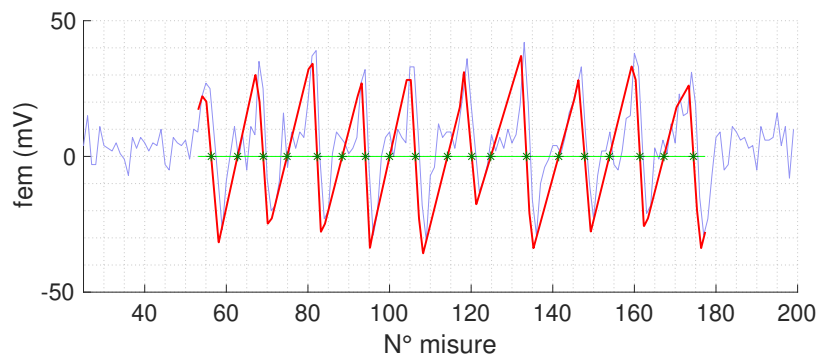
(a) *Prima soglia DS0044.*



(b) *Prima soglia DS0055.*



(c) *Zeri DS0044.*



(d) *Zeri DS0055.*

Figura 9: Confronto tra due set di dati: DS0044 e DS0055, tubo in alluminio, 1 massa. Si noti la differenza di orientazione del magnete nella caduta e l'azione medesima nell'individuazione degli zeri.

Notiamo, inoltre, che abbiamo due tipi di grafici: Figura (9); questo mostra che si hanno voltaggi prima positivo e poi negativo o viceversa in base al polo del magnete che entra per primo, come accennato nel paragrafo 1.1. È, però, importante osservare che il primo zero indica sempre il passaggio dalla prima bobina; questo ci ha permesso di agire indistintamente sulle due situazioni presentatesi senza dover distinguere i due casi, proprio perchè gli zeri da individuare erano i medesimi.

Abbiamo individuato, tra tutti gli zeri, il primo, il terzo e tutti i dispari fino ad arrivare all'ultimo, cioè gli istanti di passaggio nella metà delle bobine. Come detto precedentemente, abbiamo scalato l'asse delle ascisse dei tempi per avere l'esatta distanza temporale tra valori successivi di voltaggio nel grafico moltiplicando tutti i dati per un fattore moltiplicativo che dipende dalla scala temporale scelta per il tubo, Tabella 2.

Individuati tali punti, per dare significato fisico ai valori, abbiamo sottratto a tutti i tempi il primo in modo che i valori di tempo ottenuti fossero esattamente gli istanti di tempo in cui il magnete attraversava il centro delle bobine, considerando $t = 0$ l'istante di passaggio del magnete nella prima bobina. Infatti, come osservato precedentemente la posizione del segnale nell'intervallo temporale cambia da un set di dati all'altro, quindi, il valore dell'ascissa del primo zero è inutile; ciò che serve è la differenza di ascisse degli altri zeri rispetto a questo.

Abbiamo ottenuto il vettore degli istanti di tempo per ogni misura; mediamo i dati su tutte le misure e ne facciamo la deviazione standard per avere gli errori e poi i pesi. Otteniamo così il set di dati degli istanti di passaggio in ogni bobina.

Per quanto riguarda le posizioni dei centri delle bobine, come accennato nella descrizione dell'apparato strumentale, abbiamo misurato tramite un metro la distanza tra la metà della prima bobina e la metà di tutte le altre in modo da avere l'origine $z = 0$ al primo centro. La metà della bobina è stata valutata misurando la lunghezza dell'intera bobina e dividendo per due. Abbiamo associato ad ogni misura manuale di lunghezza un errore sistematico, cioè l'errore strumentale del metro utilizzato.

Abbiamo, quindi, tutti i dati che ci servono per analizzare le leggi orarie.

4 Analisi dei dati sperimentali

Ottenuti i due set di dati degli istanti e delle posizioni facciamo i plot dei risultati tubo per tubo; ci aspettiamo di ottenere curve descritte dalla (9) per il tubo in *PVC* e dalla (13) per i tubi metallici, considerando l'asse z quello verticale, rivolto verso il basso con $z = 0$ all'altezza della prima bobina in cui passa il magnete. Si ha, teoricamente, $z_0 = 0$ avendo sottratto a tutti gli istanti il primo, infatti per $t = 0$ si ha $z = 0$.

Inoltre, avendo preso più misure della caduta del magnete in modo da avere un errore sui tempi e avendo, per quanto riguarda le posizioni delle bobine, esclusivamente l'errore strumentale, si decide di fare il fit delle curve inverse, in modo da avere dei pesi consistenti per il fit. La bontà dei fit viene valutata con il test del *Chi quadro ridotto*, per provare la compatibilità dei dati con la curva. In particolare:

$$\chi_{\text{ridotto}}^2 = \frac{\chi^2}{\nu} = \sum_i \left(\frac{E_i - O_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (14)$$

ν : gradi di libertà;

E_i : valori attesi;

O_i : valori osservati;

σ_i = errore sul valore E_i .

Più tale valore si avvicina a uno più si tratta di un buon fit.

Tale valore, nelle nostre analisi, verrà restituito dal fit.

Analizziamo i risultati tubo per tubo, premettendo un'analisi del segnale stesso e confrontando gli andamenti in base al numero di magneti introdotti.

4.1 PVC

Analisi del segnale $fem(t)$ per la caduta del magnete nel tubo di plastica: Figura (10);

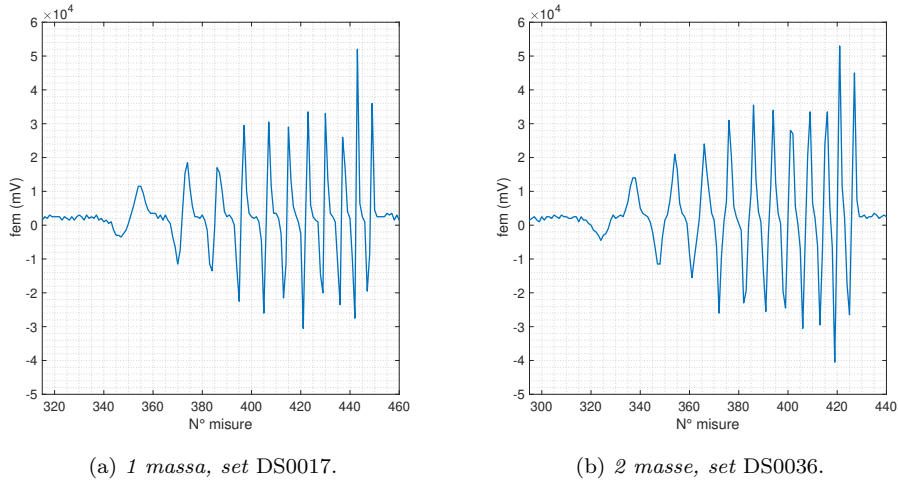


Figura 10: Andamento della fem . Tubo di plastica.

- La distanza tra gli zeri diminuisce nel tempo dato che il magnete ha un moto uniformemente accelerato. Inoltre man mano che il magnete accelera, la durata dell'induzione è inferiore, ma l'intensità del potenziale è superiore.

- La legge oraria è data dalla (9); ci aspettiamo una parabola, indipendente dalla massa. Per quanto osservato sugli errori, il fit viene eseguito sulla funzione inversa, il tempo in funzione della posizione z :

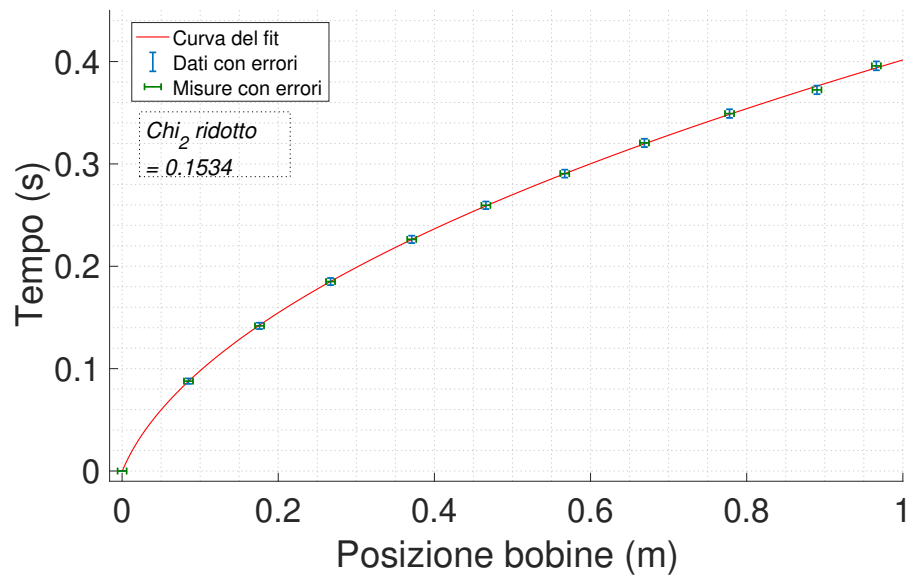
$$t(z) = -\frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} - \frac{2z_0}{g} + \frac{2z}{g}} \quad (15)$$

I grafici dei fit sono presentati in Figura (11); il test del *Chi quadro ridotto* è stato eseguito per provare la compatibilità dei dati con la curva.

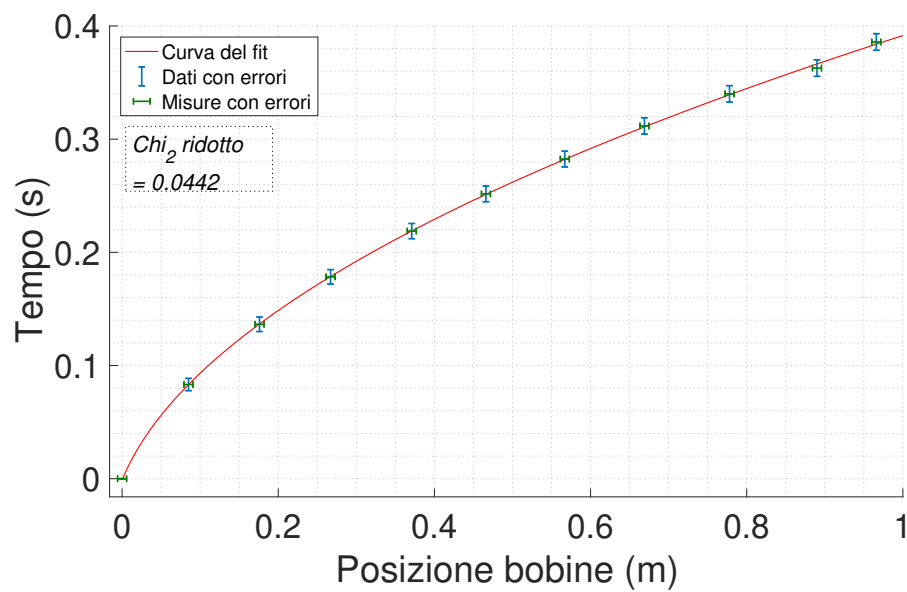
- Siccome la prima bobina si trova vicina all'inizio del tubo la velocità iniziale del magnete dovrebbe essere piccola, ma non nulla: si lascia valutare al fit il risultato; allo stesso modo dovrebbe passare per l'origine. Infatti z_0 è circa di 0.002 m. In Tabella 3 si riassumono i valori trovati, estratti dal fit. Il valore dell'accelerazione di gravità risulta compatibile con quello teorico, sia per una che per due masse.

Tabella 3: Valori della legge oraria di magneti in caduta all'interno del tubo di plastica.

	1 massa	2 masse
$g \text{ (m/s}^2\text{)}$	9.70 ± 0.28	9.97 ± 0.30
$v_0 \text{ (m/s)}$	0.54 ± 0.08	0.59 ± 0.09



(a) 1 massa.



(b) 2 masse.

Figura 11: Legge oraria del magnete. Tubo di plastica.

4.2 Alluminio

Analisi del segnale $fem(t)$ per la caduta del magnete nel tubo di alluminio: Figura (12);

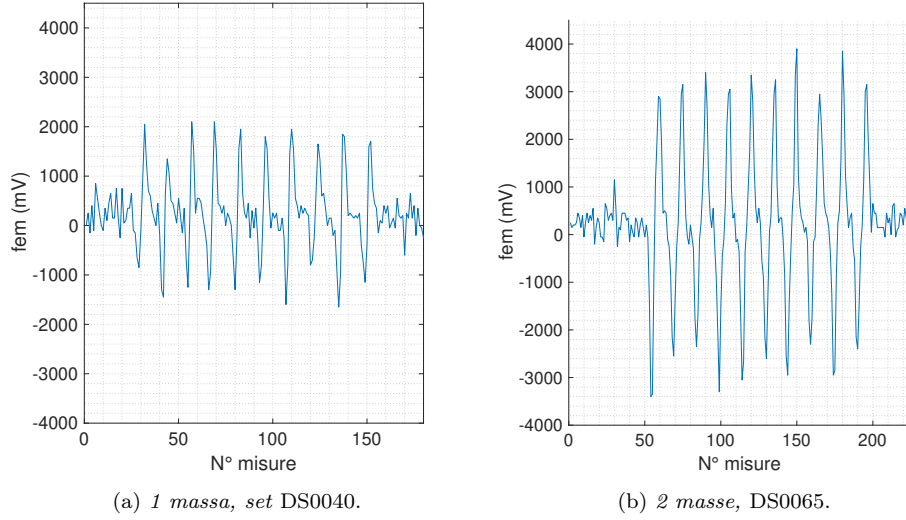
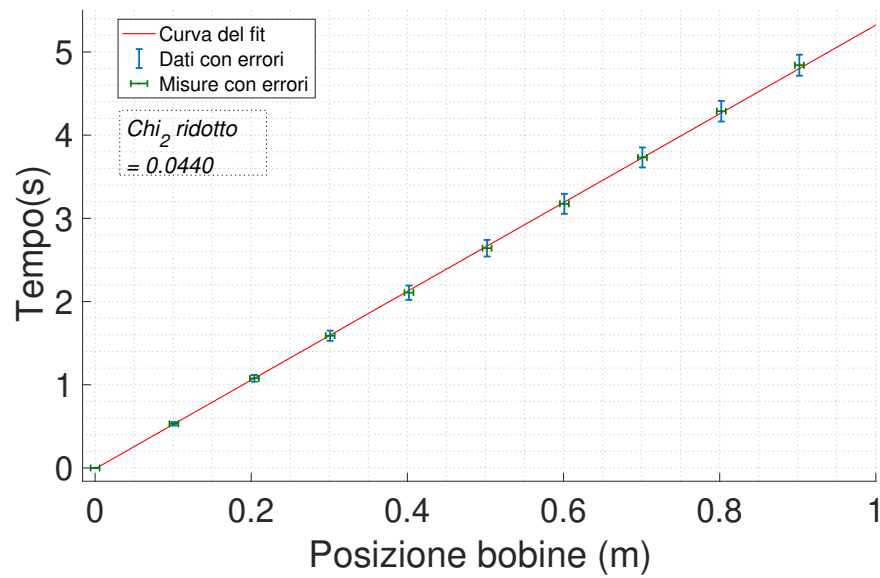


Figura 12: Andamento della fem . Tubo di alluminio.

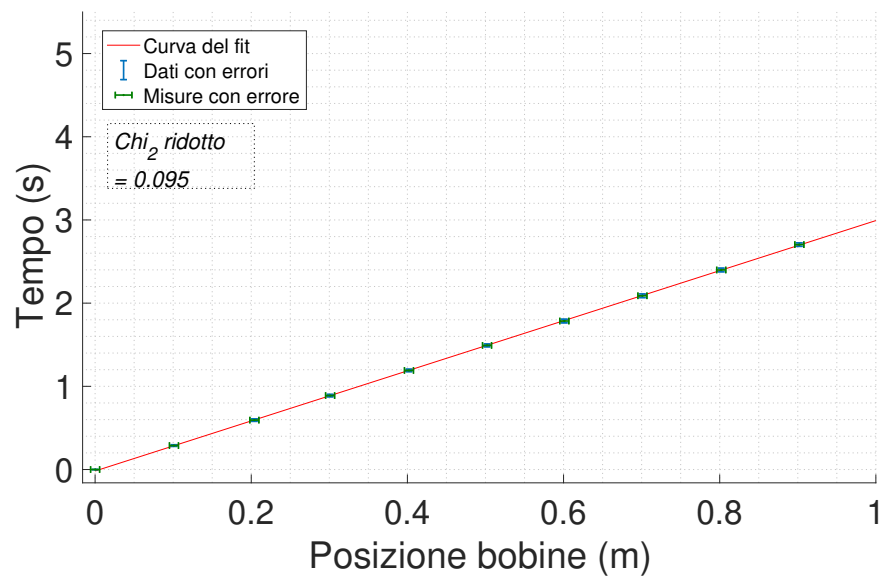
- Ora gli zeri sono tutti equidistanti, indice del fatto che il moto è rettilineo uniforme. La differenza di potenziale non ha, però, lo stesso valore in tutte le bobine perchè queste non erano tutte perfettamente uguali tra loro.
 - La legge oraria è data dalla (13), una retta; la velocità limite, equazione (12), dipende dalla massa ed essendone direttamente proporzionale ci aspettiamo che, raddoppiando la massa, raddoppi la velocità. Inoltre τ ha un valore elevato perciò la velocità limite viene raggiunta subito, tra la prima e la seconda bobina in modo che il moto da noi studiato sia subito rettilineo uniforme.
- Nuovamente il fit viene eseguito sulla funzione inversa, il tempo in funzione della posizione z , Figura (13).
- Le rette, passanti per l'origine, z_0 è circa di 0.02 m in entrambi i fit, si distinguono per la pendenza; la retta con 2 masse ha pendenza minore rispetto alla prima, essendo queste le funzioni inverse, perchè la velocità è la metà rispetto all'altra, come si può valutare dei valori trovati, in Tabella 4.

Tabella 4: Valori della velocità limite raggiunta da magneti in caduta all'interno del tubo di alluminio.

	1 massa	2 masse
v_L (m/s)	0.188 ± 0.002	0.332 ± 0.001



(a) 1 massa.



(b) 2 masse.

Figura 13: Legge oraria del magnete. Tubo di alluminio.

4.3 Alluminio tagliato

Analisi del segnale $fem(t)$ per la caduta del magnete nel tubo di alluminio tagliato: Figura (14);

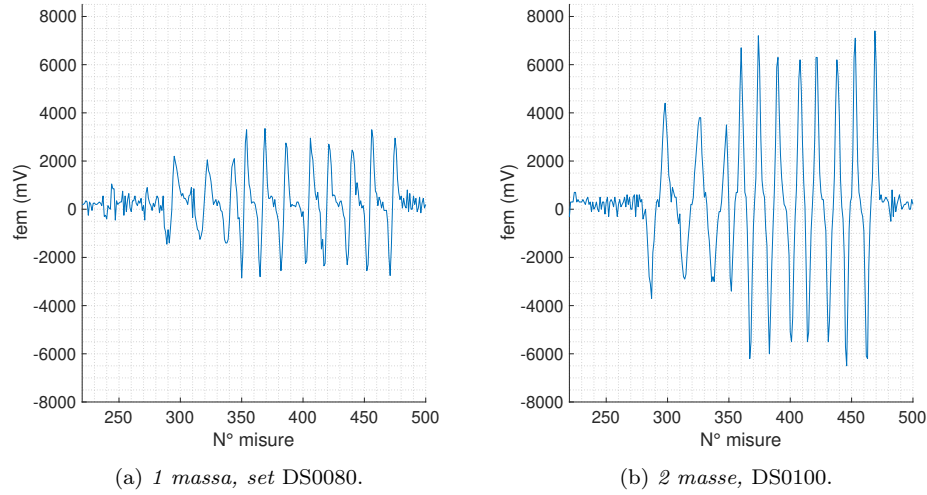


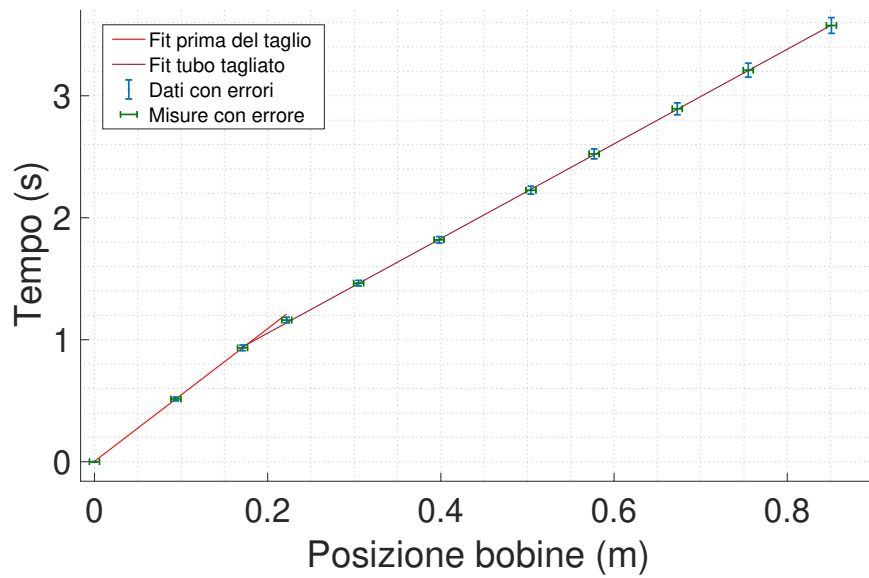
Figura 14: Andamento della fem . Tubo di alluminio tagliato.

- Sono presenti due fasi a velocità diversa. La velocità in ciascuno dei due range è costante dato che, come nel caso precedente, gli zeri sono equidistanti
- La legge oraria è data dalla (13), ma stavolta si tratta di due rette per ogni caduta perchè il magnete ha una certa velocità quando entra nel tubo, la quale aumenta quando attraversa la parte tagliata; ci aspettiamo, quindi, un primo segmento e un secondo con pendenza minore, facendo il plot dell'inversa in Figura (15). Come prima, la velocità limite raddoppia, raddoppiando la massa, in entrambi i tratti.
- I valori in Tabella 5 sono in accordo con le aspettative. Si nota che le velocità prima del taglio sono compatibili con quelle trovate per il tubo di alluminio, Tabella 4, mentre le altre sono maggiori, come previsto dalla teoria. Le velocità a due masse, come ci aspettiamo sono tutte circa il doppio rispetto a quelle a una massa.

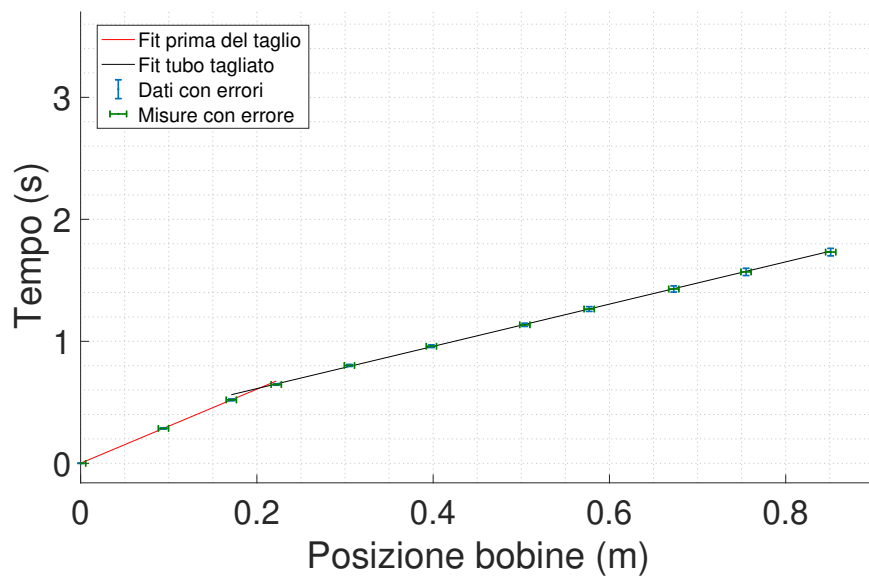
Si osserva che gli errori del primo tratto sono molto piccoli poichè i punti entro cui si fa passare la retta sono solamente i primi tre, cioè le prime tre bobine del tubo. Da lì in poi e in particolare dal punto di intersezione dei due segmenti si può capire approssimativamente a che distanza dalla prima bobina inizia il taglio, perchè lì cambia la velocità limite.

Tabella 5: Valori della velocità limite raggiunta da magneti in caduta all'interno del tubo di alluminio.

	1 massa	2 masse
$v_L \text{ inizio } (m/s)$	0.1383 ± 0.0009	0.258 ± 0.017
$v_L \text{ taglio } (m/s)$	0.3297 ± 0.0001	0.628 ± 0.001



(a) 1 massa.



(b) 2 masse.

Figura 15: Legge oraria del magnete. Tubo di alluminio tagliato.

5 Conclusioni

Con l'esperimento abbiamo, innanzitutto, ottenuto risultati coerenti con la teoria alla base del fenomeno e abbiamo valutato correttamente il valore della costante di accelerazione di gravità. Sicuramente si tratta di un esperimento semplice da eseguire praticamente, se si possiedono i materiali necessari compreso l'oscilloscopio; l'analisi della $fem(t)$ per ricavare la legge oraria è interessante.

Inoltre, l'esperimento permette di avere, visivamente, un'idea precisa sulla variazione del moto del magnete, da caduta libera nel tubo di plastica a moto smorzato quando agisce una forza di attrito elettromagnetico. Il primo impatto della caduta del magnete nel tubo di alluminio è stato quasi incredulo, nonostante fosse perfettamente nota la teoria fisica che c'è dietro.