



Università degli studi dell'Insubria

Dipartimento di Scienza e Alta Tecnologia

Laboratorio di Fisica III

I Diodi

Mozzanica Martina, Quaini Alessandro, Savorgnano Sofia

Docente

Prof. Valerio MASCAGNA

Data

4 febbraio 2020

Contents

1	Introduzione	3
2	Curva IV	5
2.1	Introduzione	5
2.2	Plot dei dati	6
3	Circuiti rettificatori	11
3.1	Circuito rettificatore a semionda	12
3.2	Circuito rettificatore ad onda completa	14
4	Ripple	16
4.1	Ripple: semionda	16
4.2	Ripple: onda completa	19
5	La misura della costante di Planck	24
5.1	Analisi dati	27
5.2	Chi quadrato invertito	28

1 Introduzione

I diodi sono elementi passivi (nel senso che non generano potenza) a due terminali e non lineari. Sono costituiti da giunzioni p-n realizzate tramite semiconduttori o tramite semiconduttori e metalli; il funzionamento di una giunzione p-n è presentato in fig. 1.

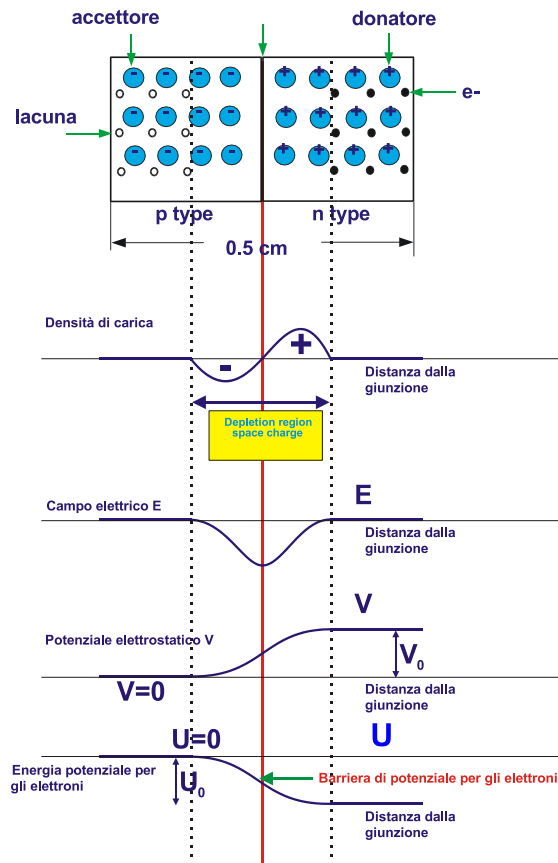


Figure 1: Giunzione p-n: schema di funzionamento

Il contatto tra un semiconduttore drogato di tipo p (cioè di un materiale in cui alcuni atomi sono stati sostituiti con accettori; nel caso del silicio, che ha 4 elettroni di valenza, si tratta di un materiale con 3 elettroni di valenza quale il boro) e uno di tipo n (drogato con atomi donatori, cioè con 5 elettroni di valenza, quali il fosforo) provoca una densità di carica nella zona di giunzione dovuta alla ricombinazione di elettroni e lacune libere, densità che a sua volta genera un campo elettrico e quindi una barriera di potenziale al successivo passaggio di portatori di carica liberi. La zona priva di portatori liberi è nota come depletion region o zona di svuotamento.

L'applicazione di una differenza di potenziale ai due lati della giunzione provoca due effetti diversi a seconda del segno di tale potenziale:

- polarizzando il diodo in modo inverso, cioè connettendo il terminale negativo al lato p e quello positivo al lato n, le lacune e gli elettroni vengono attratti dai rispettivi terminali e quindi la zona di svuotamento si allarga (fig. 2). Una volta tolti i portatori liberi, nel diodo non circola corrente tranne quella dovuta alla formazione di ulteriori coppie a causa dell'agitazione termica (corrente inversa, con valori tipici nel range $\text{pA}-\mu\text{A}$)
- polarizzando il diodo in modo diretto (fig. 3) la barriera di potenziale viene abbattuta e nel diodo può circolare corrente. L'altezza della barriera dipende dal tipo di diodo e varia dagli 0.25 V del diodo Schottky agli 0.6 V dei diodi più comuni e a valori superiori a 1 V per i LED.

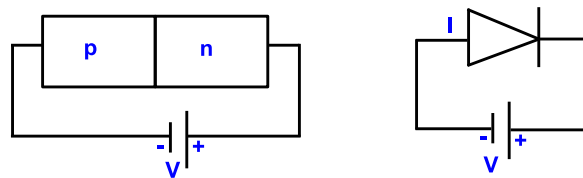


Figure 2: Polarizzazione inversa: schema elettrico e circuitale

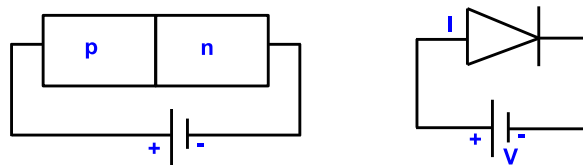


Figure 3: Polarizzazione diretta: schema elettrico e circuitale

La prova in laboratorio ha richiesto l'esecuzione delle seguenti misure:

- misura delle curve caratteristiche di una serie di diodi: 1N4007, 1N914 (diodo di segnale), Zener, LED, Schottky
- fit della curva di Shockley per 3 diodi: 1N914, 1N4007, diodo Schottky
- realizzazione di un circuito rettificatore a semionda e onda completa
- misura del ripple in funzione del carico con un circuito rettificatore a semionda e uno a onda completa
- misura della costante di Planck utilizzando un set di LED

2 Curva IV

2.1 Introduzione

Le curve caratteristiche IV (fig.4), o per esteso curve caratteristiche tensione-corrente, sono curve che vengono utilizzate per ricavare informazioni riguardo il funzionamento di un circuito elettrico. Le curve IV mostrano la relazione che sussiste tra la quantità di corrente che fluisce attraverso il circuito e la tensione applicata alle sue estremità.

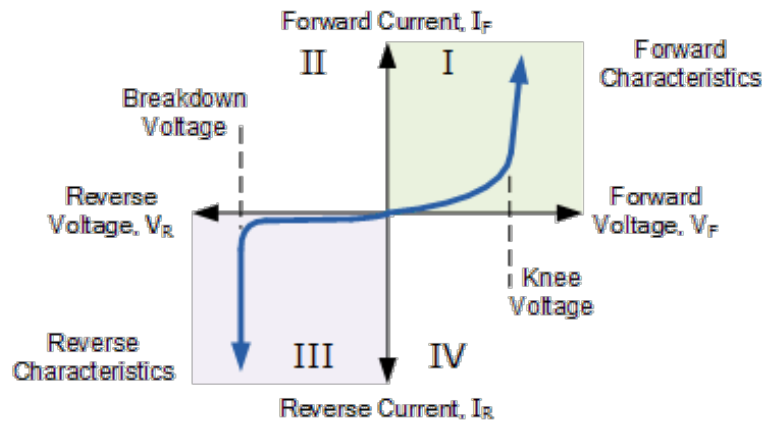


Figure 4: Esempio di curva IV per un diodo

Quando un diodo è polarizzato direttamente, la corrente scorre attraverso il diodo ed esso opera come descritto nel primo quadrante del grafico in figura 4, partendo da zero e crescendo lentamente per piccoli valori della tensione. Quando viene superata la barriera di potenziale che si forma nel punto di giunzione tra le due componenti del diodo, si hanno rapidi incrementi della corrente per piccole variazioni di tensione producendo una curva non lineare.

Quando un diodo è polarizzato inversamente invece esso blocca il passaggio alla corrente, eccetto per una piccola quantità che riesce a scorrere a causa di una dispersione. Il diodo continua poi a bloccare il passaggio della corrente fino a quando la tensione non supera il valore di breakdown con un conseguente aumento improvviso del flusso di corrente, producendo una curva non lineare anche in questo caso.

In laboratorio per la misura delle curve IV abbiamo utilizzato un circuito (fig.5) composto da un diodo e una resistenza (da $1\text{ k}\Omega$) in serie. Viene misurata la tensione ai capi delle due componenti utilizzando delle sonde, inserite fisicamente nel circuito.

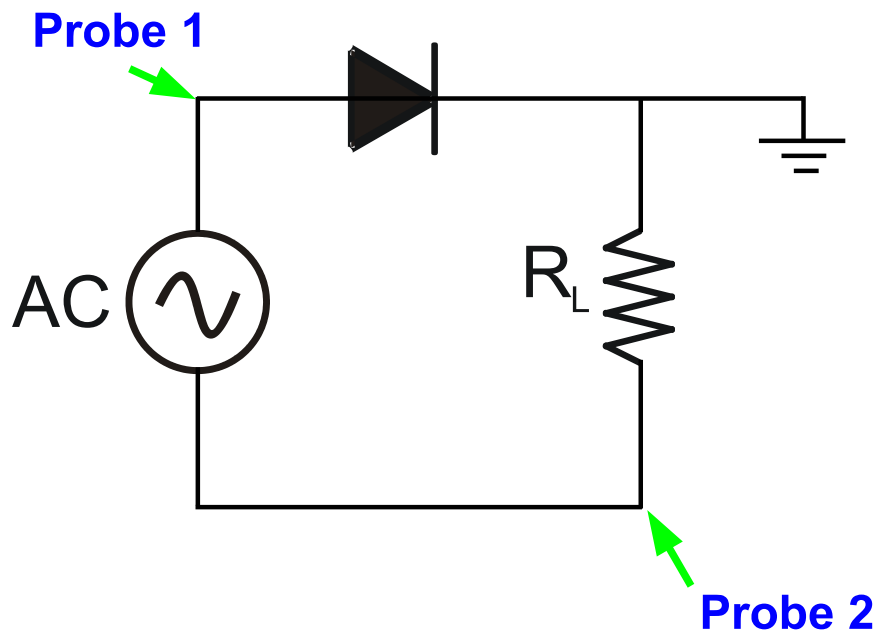


Figure 5: Circuito per la misura delle curve IV.

2.2 Plot dei dati

Per visualizzare le curve sono stati plottati i valori della corrente che attraversava il diodo, I_d , in funzione della differenza di potenziale ai suoi capi, V_d . Per calcolare la corrente si è sfruttata la legge di Ohm: $I_d = \frac{V_r}{R}$, mentre per calcolare la tensione ai capi della resistenza, V_r , e la V_d sono state utilizzate delle sonde, inserite fisicamente nel circuito.

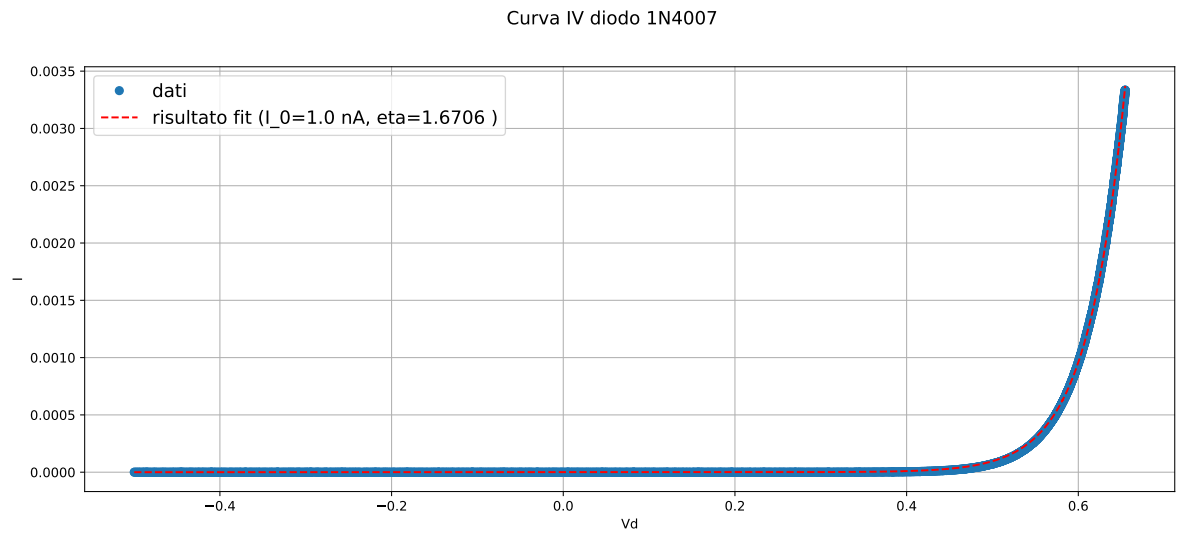


Figure 6: Dati e fit della curva IV per il diodo 1N4007 utilizzando una resistenza di $1\text{ k}\Omega$.

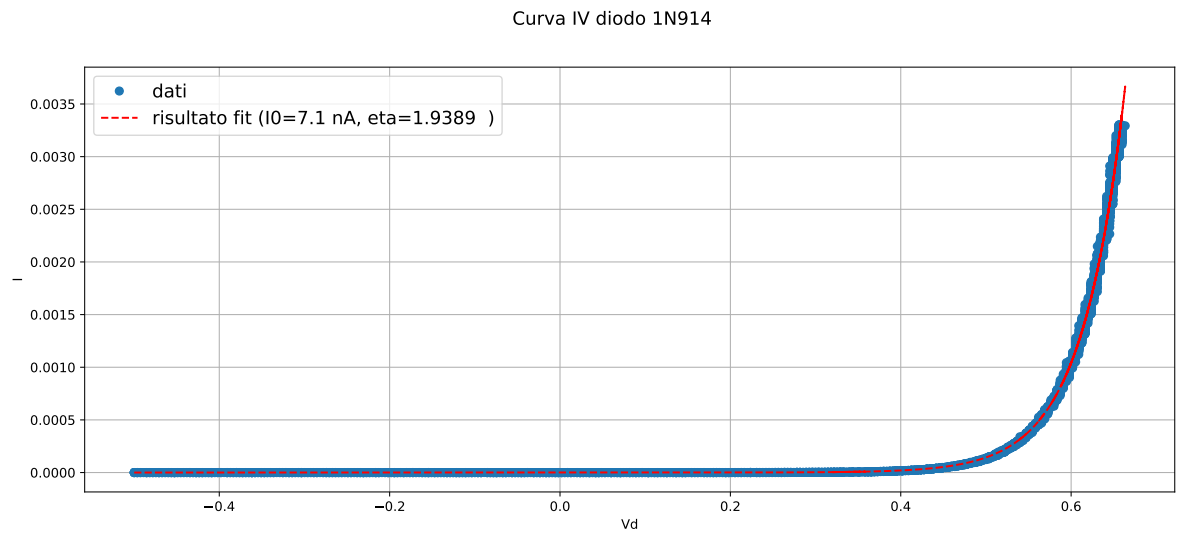


Figure 7: Dati e fit della curva IV per il diodo 1N914 utilizzando una resistenza di $1\text{ k}\Omega$.

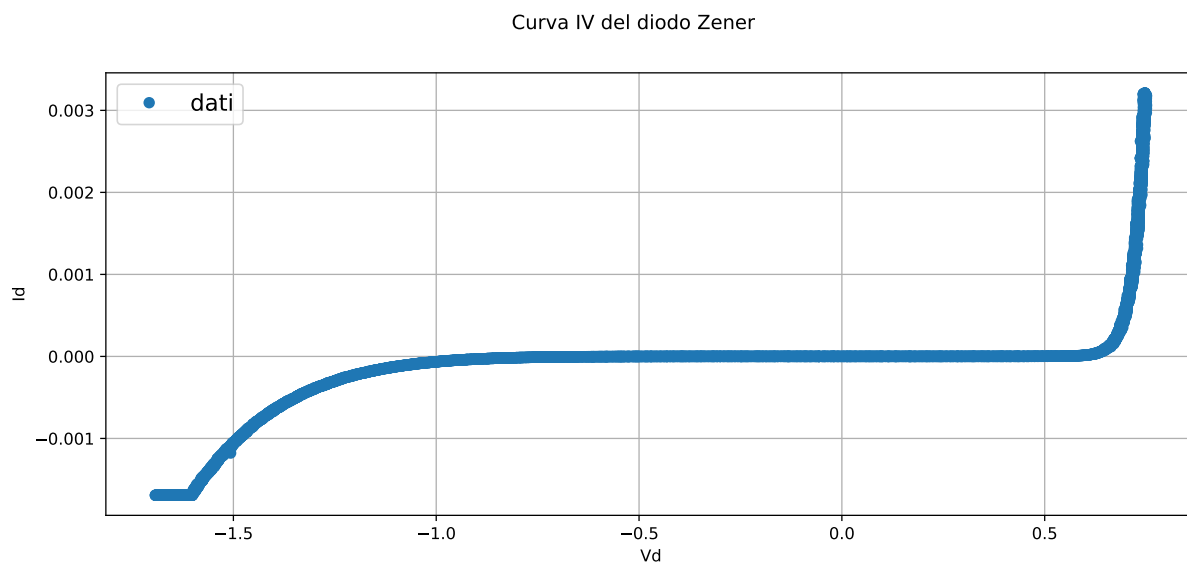


Figure 8: Dati della curva IV per il diodo Zener utilizzando una resistenza di $1\text{ k}\Omega$.

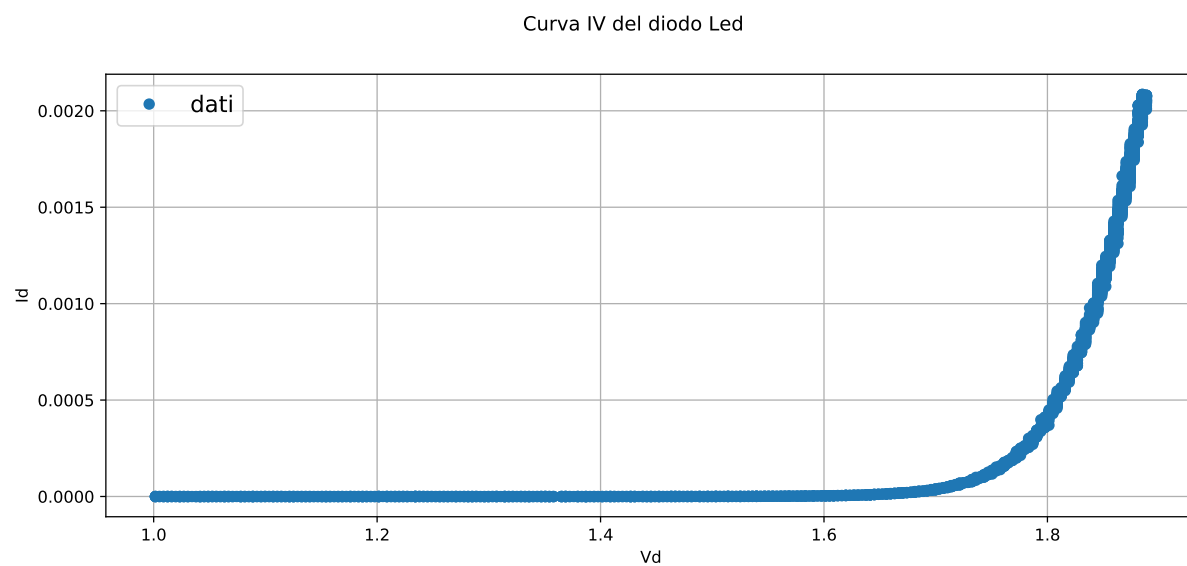


Figure 9: Dati della curva IV per il diodo Led utilizzando una resistenza di $1\text{ k}\Omega$.

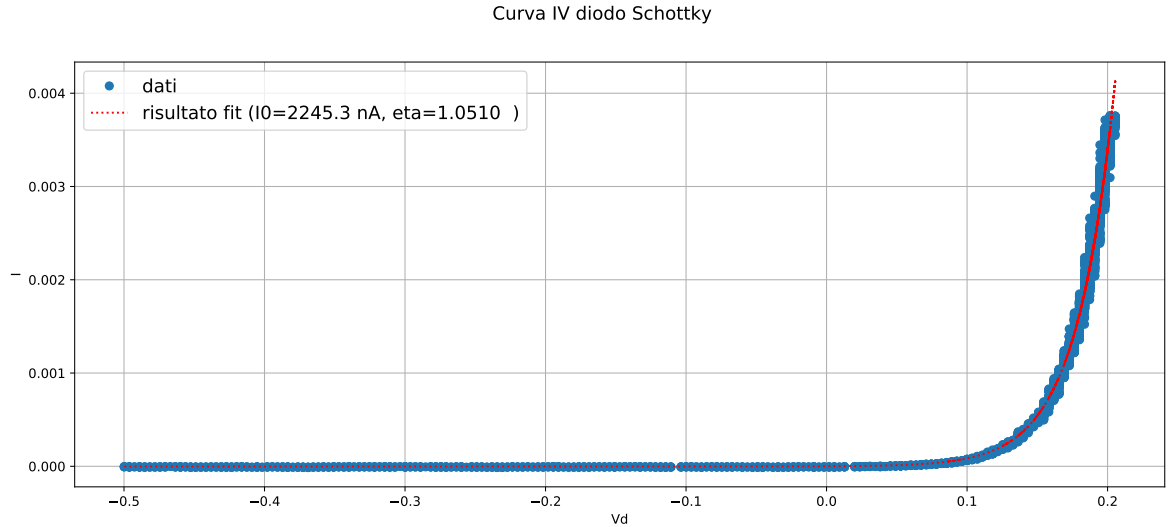


Figure 10: Dati e fit della curva IV per il diodo Schottky utilizzando una resistenza di $1\text{ k}\Omega$.

In laboratorio sono stati acquisiti dati relativi ai seguenti diodi:

- 1N4007 (fig.6)
- 1N914 (fig.7)
- Zener (fig.8)
- Led (fig.9)
- Schottky (fig.10)

Si nota che il diodo Zener è l'unico per il quale viene raggiunto e oltrepassato il punto di breakdown.

Si è proseguito eseguendo il fit di queste curve per i diodi 1N4007 (fig.6), 1N914(fig.7) e Schottky(fig.7) utilizzando la funzione di Schokley (eq.1) che rappresenta una approssimazione ideale della curva caratteristica IV per una giunzione p-n.

$$I_d = I_0 \left(e^{\frac{V_d}{\eta V_t}} - 1 \right) \quad (1)$$

In questa equazione compaiono:

- I_0 : intensità di corrente di saturazione, che dipende dalle caratteristiche strutturali del diodo e assume in genere valori compresi tra i 10^{-10} A e 10^{-15} A .
- η : parametro adimensionale che per i diodi in silicio è vicino a 2.

- V_t : tensione termica che per temperature intorno ai 300 K vale circa 26 mV.

A questo punto sono stati fittati i dati dei tre diodi interessati utilizzando l'equazione 1 con lo scopo di ricavare i valori di η e I_0 . Vengono riportati i risultati in tabella 1 di η e I_0 per ognuno dei tre fit .

Diodo	η	I_0
1N4007	1.6706	$1.0 \cdot 10^{-09}$ A
1N914	1.9389	$7.1 \cdot 10^{-09}$ A
Schottky	1.0510	$2.2 \cdot 10^{-06}$ A

Table 1: Valori dei coefficienti η e I_0 ricavati dai fit della curva IV di tre diodi.

Osservando i risultati si nota che per quanto riguarda i diodi 1N4007 e 1N914, verificano le aspettative che riguardano i diodi in silicio avendo una η di circa 2 e una I_0 molto bassa. Per quanto riguarda il diodo Schottky si nota che i risultati dei fit risultano essere notevolmente maggiori rispetto a quelli ottenuti per i primi due diodi.

Questo è dovuto al fatto che il diodo Schottky non è costituito da una giunzione tra due componenti in silicio, ma da una giunzione tra un metallo e un semiconduttore, e questa caratteristica lo porta ad avere una caduta di tensione intorno a 0.2 V, rendendolo così un diodo molto più veloce degli altri.

3 Circuiti rettificatori

I diodi lasciano passare corrente solo se polarizzati direttamente per cui sono la base della trasformazione di un segnale da AC (corrente alternata) a DC (corrente continua). I circuiti rettificatori eliminano la parte negativa di un segnale (rettificatore a semionda) o la ribaltano (rettificatore a onda completa). Nel primo caso, il circuito è rappresentato in fig. 11, mentre nel secondo è stato usato un ponte di diodi come mostrato in fig. 12.

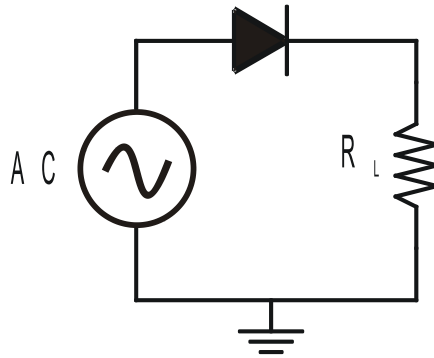


Figure 11: Circuito rettificatore a semionda.

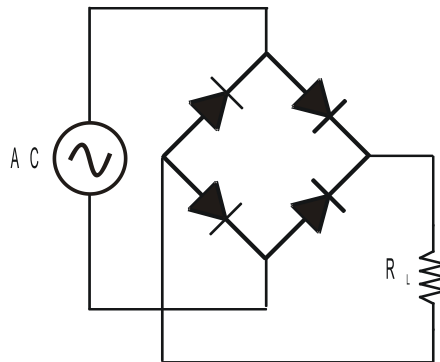


Figure 12: Circuito rettificatore a onda completa.

3.1 Circuito rettificatore a semionda

Dopo aver costruito il circuito in figura 11 con una resistenza di carico R_L di $1\text{ k}\Omega$, utilizzando prima il diodo 1N4007 e successivamente il diodo 1N4914, sono state inviate onde sinusoidali di ampiezza 5 V alla frequenza di 50 Hz e 50 kHz .

Si riportano in seguito i grafici ottenuti (dalla figura 13 alla figura 16) che mostrano l'andamento del potenziale in ingresso (canale 1) e in uscita (canale 2) in funzione del tempo.

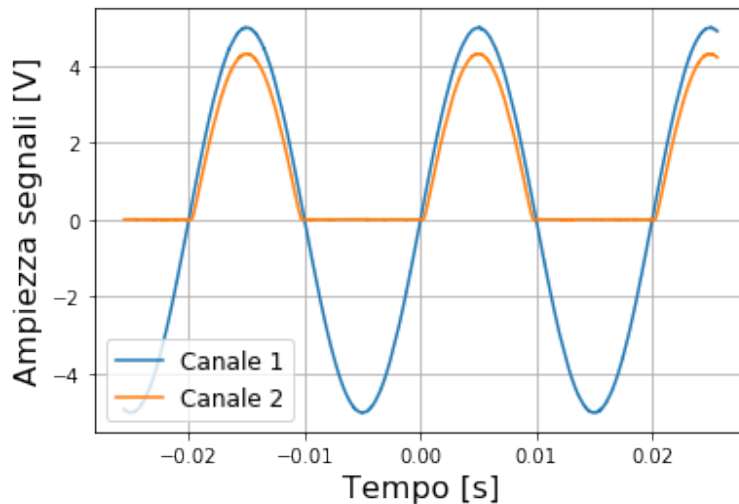


Figure 13: Grafico relativo al diodo 1N4914 con frequenza di 50 Hz .

Il fenomeno più interessante da osservare è chiaramente il drop (caduta) di potenziale dovuto alla presenza del diodo. Ci si aspetta che esso sia di circa 0.6 V . Per assicurarci che questo il risultato sperimentale sia coerente con la teoria, sono state calcolate, per ogni diodo e per ogni frequenza, le cadute di potenziale. Nella tabella 2 vengono riportati i valori calcolati, da cui si può evincere che l'esperimento è in buon accordo con la teoria.

Diodo	frequenza	V_{in}	V_{out}	$\Delta V = V_{in} - V_{out}$
1N4007	50 Hz	4.96	4.30	0.65
1N4007	50 kHz	5.01	4.42	0.65
1N4914	50 Hz	4.98	4.30	0.67
1N4914	50 kHz	5.00	4.34	0.66

Table 2: Circuito rettificatore a semionda: potenziale massimo in ingresso (V_{in}), potenziale massimo in uscita (V_{out}) e caduta di potenziale (ΔV)

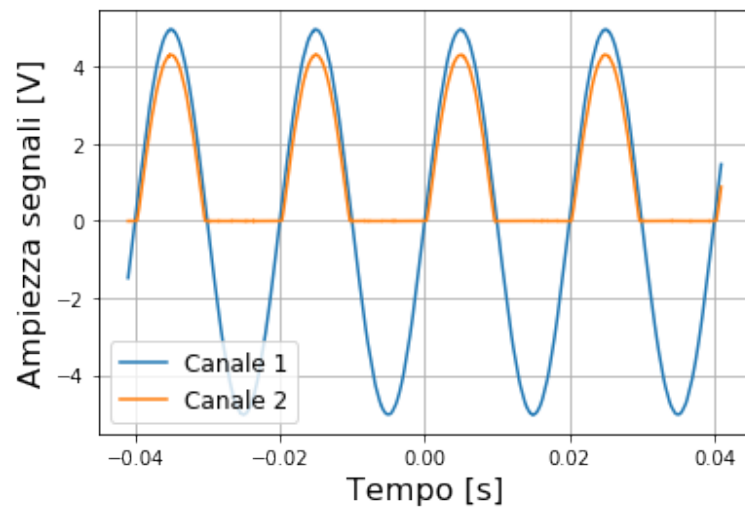


Figure 14: Grafico relativo al diodo 1N4007 con frequenza di 50 Hz.

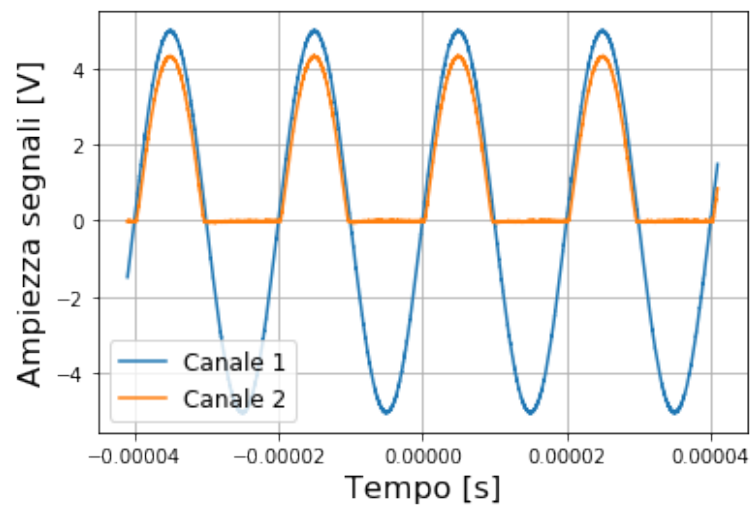


Figure 15: Grafico relativo al diodo 1N4914 con frequenza di 50 kHz.

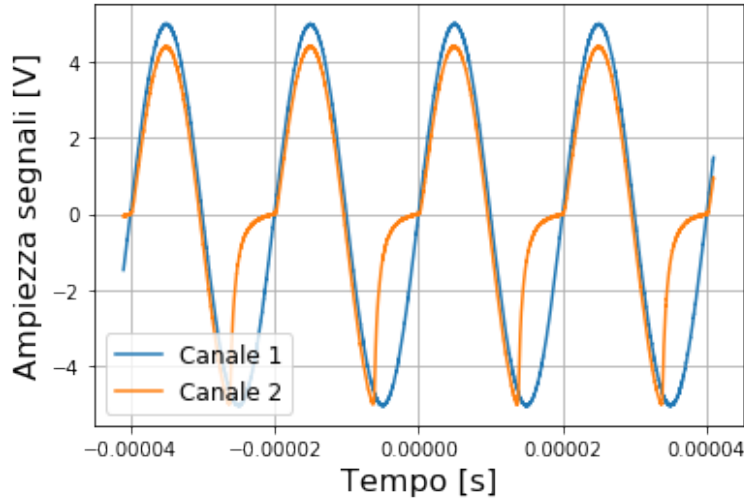


Figure 16: Grafico relativo al diodo 1N4007 con frequenza di 50 kHz.

Un altro aspetto che si può approfondire, e che risulta interessante ad una prima analisi dei grafici, è l'andamento particolare della curva del potenziale in uscita per il diodo 1N4007 ad alte frequenze (50 kHz) mostrata in figura 16. La differenza sostanziale sta nel fatto che per gli altri diodi, in corrispondenza dell'onda negativa in ingresso, viene restituito un intervallo di onda piatta. Questo non sempre si verifica ad alte frequenze, poichè quando il diodo è polarizzato inversamente e le frequenze sono molto alte, le cariche non hanno il tempo fisico di allontanarsi sufficientemente dalla giunzione, impedendo il ripristinarsi della barriera di potenziale. Il diodo 1N4007 è un diodo di potenza.

Nonostante sia stata utilizzata la medesima frequenza per il diodo 1N4914, questo fenomeno non si vede, poichè, essendo un diodo di segnale, ha molti portatori di carica e quindi si svuota più lentamente.

3.2 Circuito rettificatore ad onda completa

Dopo aver costruito il circuito rappresentato in figura 12 con una resistenza di carico $R_L = 10\text{ k}\Omega$, utilizzando un ponte costituito da quattro diodi, è stata inviata un'onda sinusoidale di ampiezza 5 V alla frequenza di 50 Hz.

Si riporta in seguito il che mostra l'andamento del potenziale in ingresso (canale 1) e in uscita (canale 2) in funzione del tempo (fig.17).

Riferendoci alla figura 12 notiamo che durante la semionda positiva (potenziale positivo) due diodi sono polarizzati direttamente ed i restanti due inversamente. Al passaggio della semionda negativa i diodi che prima erano polarizzati direttamente ora

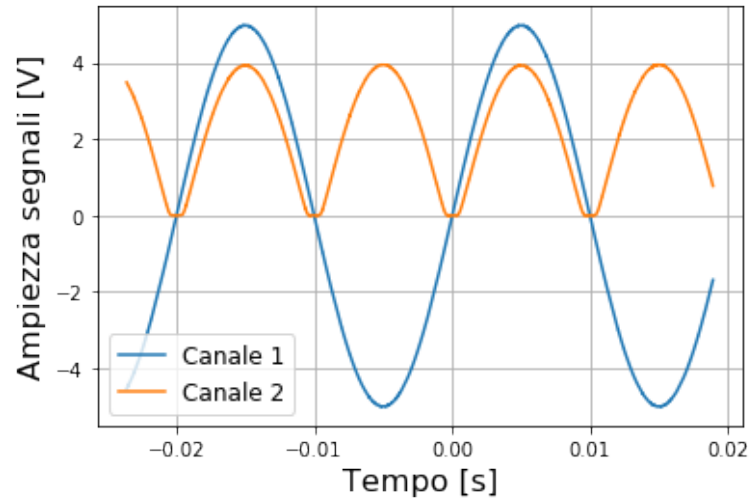


Figure 17: Grafico del segnale in ingresso e in uscita per il circuito rettificatore ad onda completa, per una frequenza di 50 Hz.

sono polarizzati inversamente e viceversa.

Possiamo notare che anche quando il potenziale cambia di segno, a causa del comportamento dei diodi, la corrente scorre in R_L sempre nello stesso verso e dunque la tensione su R_L mantiene lo stesso segno. Per questo nel grafico che otteniamo (fig.17) abbiamo un'onda uscente totalmente positiva.

4 Ripple

Il ripple è definito come la variazione di tensione residua dopo la rettificazione. Per ridurre il ripple, come primo step per ottenere un generatore di tensione continua da un ingresso a tensione alternata, si può costruire un circuito come quello in fig. 18.

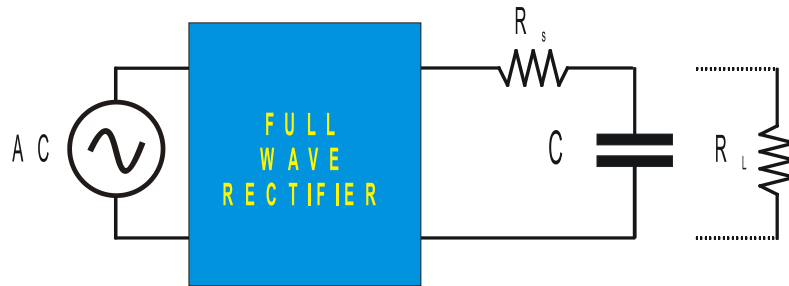


Figure 18: Circuito per la misura del ripple; la resistenza R_s non è stata usata nella misura.

Durante la fase di salita dell'onda, il condensatore si carica, mentre durante la fase di discesa si scarica, con una costante temporale, detta tempo di decadimento. Il tempo di decadimento atteso si calcola con la seguente formula:

$$\tau = R_L C \quad (2)$$

Possiamo scegliere questa costante temporale in modo che $R_L C > \frac{1}{f}$, con f frequenza di ripple (100 Hz per un'onda completa e 50 Hz per una semionda).

Il tempo di scarica del condensatore è maggiore rispetto al periodo dell'onda, motivo per cui non si scarica completamente e riusciamo ad osservare il ripple.

Oltre alla misura numerica del ripple è possibile effettuare il fit del decadimento del potenziale, riguardante la scarica del condensatore, e verificare che si tratta di un decadimento esponenziale.

4.1 Ripple: semionda

Dopo aver costruito il circuito rettificatore a semionda con l'aggiunta di un condensatore posto in parallelo alla resistenza di carico, utilizzando il diodo 1N4007, sono state inviate delle onde sinusoidali di ampiezza 5 V alla frequenza di 50 Hz con resistenze di carico R_L di 1 k Ω o 10 k Ω e con un condensatore C di 0.1 μ F o 22 μ F.

Si riportano in seguito i grafici che rappresentano l'andamento del potenziale in ingresso (canale 1) e in uscita (canale 2) in funzione del tempo.

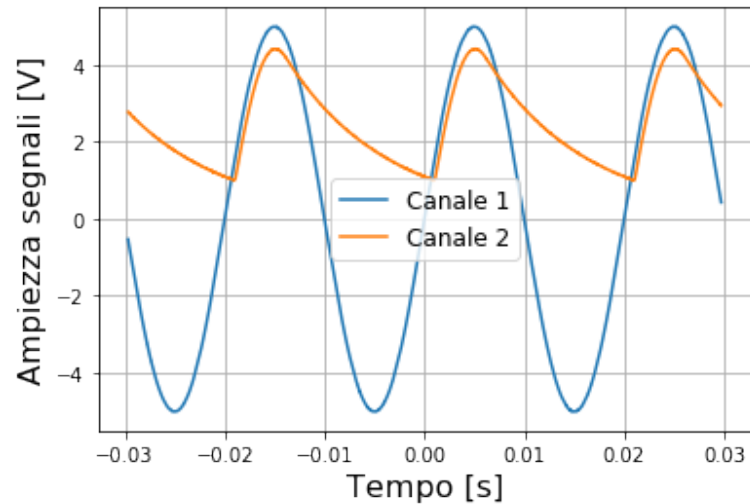


Figure 19: Circuito half wave con condensatore: resistenza di $10\text{ k}\Omega$ e capacità di $0.1\text{ }\mu\text{F}$.

Occorre verificare che i risultati sperimentali ottenuti siano in accordo con la teoria che descrive il fenomeno. In particolare, ci si aspetta che il valore del *ripple* diminuisca all'aumentare del tempo di scarica del condensatore e di conseguenza all'aumentare della resistenza di carico R_L e della capacità C .

Nella tabella 3 si mostrano i risultati numerici ottenuti per la misura del ripple. Si osserva che, come atteso, l'andamento è decrescente.

resistenza ($\text{k}\Omega$)	capacità (μF)	ripple (V)
1	0.1	4.28
10	0.1	3.41
1	22	2.22
10	22	0.36

Table 3: Circuito half wave con condensatore: andamento del ripple al variare della resistenza di carico e della capacità del condensatore.

Si può quindi constatare che i dati sperimentali sono in accordo con la teoria.

Dal fit esponenziale del decadimento del potenziale in uscita, a titolo esemplificativo, si mostra il grafico del decadimento esponenziale relativo alla scarica del condensatore (fig. 23). Per non appesantire l'aspetto visivo, si riporta un solo fit, poichè gli altri

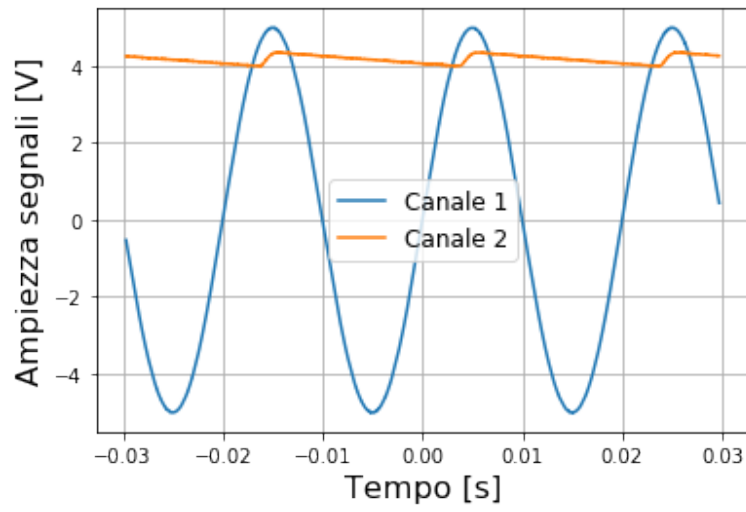


Figure 20: Circuito half wave con condensatore: resistenza di $10\text{ k}\Omega$ e capacità di $22\text{ }\mu\text{F}$.

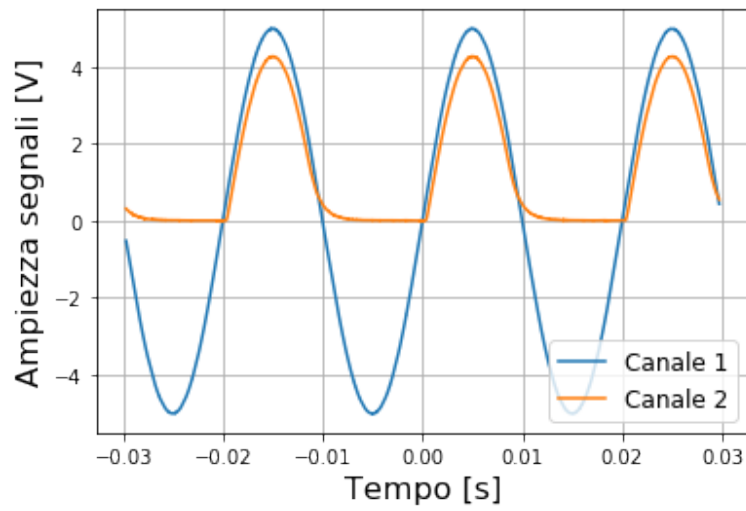


Figure 21: Circuito half wave con condensatore: resistenza di $1\text{ k}\Omega$ e capacità di $0.1\text{ }\mu\text{F}$.

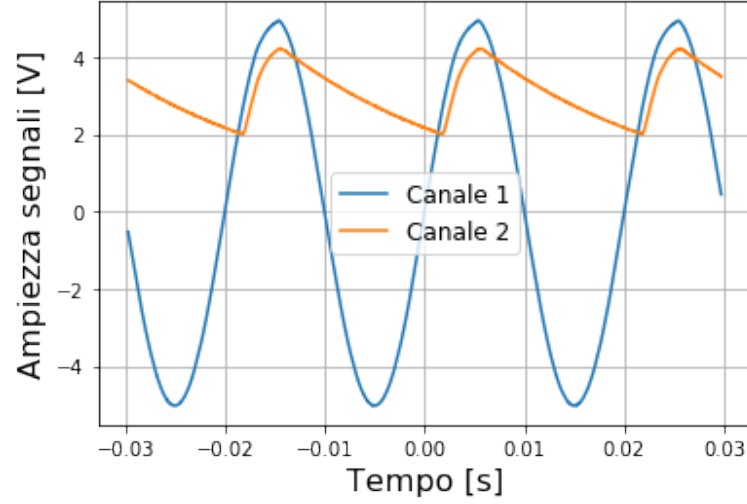


Figure 22: Circuito half wave con condensatore: resistenza di $1\text{ k}\Omega$ e capacit  di $22\text{ }\mu\text{F}$.

grafici risultano simili.

Inoltre si pu  confrontare il valore del tempo di decadimento ottenuto come risultato del fit con quello ottenuto teoricamente, cio  calcolato in base ai componenti del circuito (eq. 2). I risultati vengono mostrati in tabella 4.

resistenza ($\text{k}\Omega$)	capacit� (μF)	$\tau_{teorico}$ (s)	τ_{fit} (s)
1	0.1	$1 \cdot 10^{-4}$	$0.91 \cdot 10^{-4}$
10	0.1	$1 \cdot 10^{-3}$	$0.96 \cdot 10^{-3}$
1	22	$2.2 \cdot 10^{-2}$	$4.66 \cdot 10^{-2}$
10	22	$2.2 \cdot 10^{-1}$	$4.69 \cdot 10^{-1}$

Table 4: Circuito half wave con condensatore: confronto del tempo di decadimento teorico e quello ottenuto come risultato del fit.

Notiamo come i risultati risultano compatibili.

4.2 Ripple: onda completa

Dopo aver costruito il circuito in figura 18, utilizzando sempre il ponte di diodi del punto precedente, sono state inviate delle onde sinusoidali di ampiezza 5 V alla frequenza di 50 Hz con resistenze di carico R_L di $1\text{ k}\Omega$ o $10\text{ k}\Omega$ e con un condensatore C di $0.1\text{ }\mu\text{F}$ o $22\text{ }\mu\text{F}$.

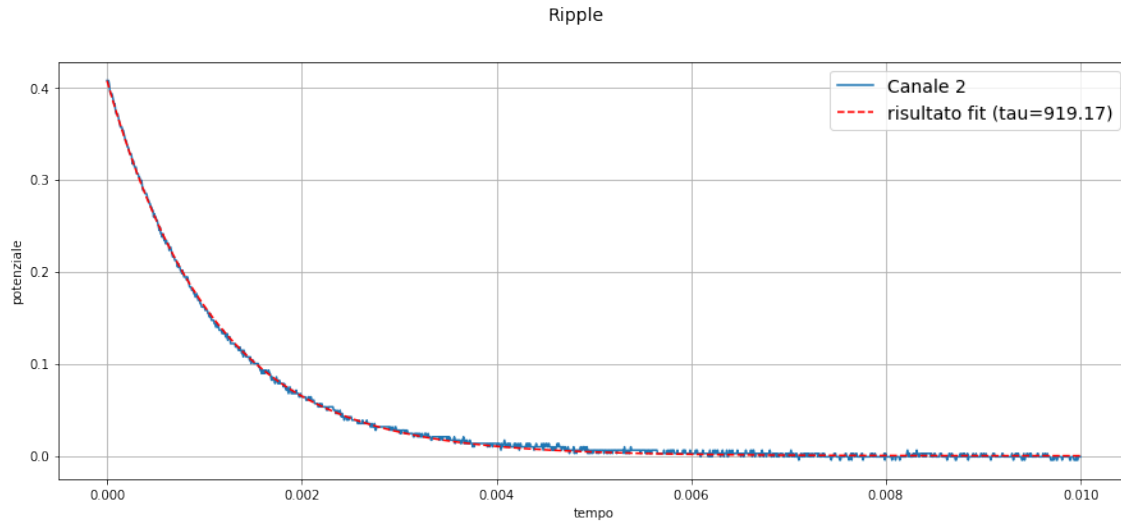


Figure 23: Semionda: fit del decadimento esponenziale del ripple per il circuito con i componenti $R=1\text{ k}\Omega$ e $C=0.1\text{ }\mu\text{F}$.

Si riportano in seguito i grafici che rappresentano l'andamento del potenziale in ingresso (canale 1) e in uscita (canale 2) in funzione del tempo.

Come per la semionda, è stato calcolato il valore del ripple per ogni combinazione di resistenza e capacità. Anche in questo caso, l'andamento che si osserva in tabella 5 è decrescente: il ripple diminuisce all'aumentare del tempo di decadimento del condensatore e quindi all'aumentare di resistenza e capacità.

resistenza ($\text{k}\Omega$)	capacità (μF)	ripple (V)
1	0.1	3.57
10	0.1	1.81
1	22	0.99
10	22	0.15

Table 5: Circuito full wave con condensatore: andamento del ripple al variare della resistenza di carico e della capacità del condensatore.

Si può quindi constatare che i dati sperimentali sono in accordo con la teoria.

Come per la semionda, anche per l'onda completa si riporta un solo grafico del fit esponenziale del decadimento del potenziale in uscita (fig.28).

Inoltre si può confrontare il valore del tempo di decadimento ottenuto come risultato del fit con quello ottenuto teoricamente (eq. 2). I risultati vengono mostrati in tabella 6.

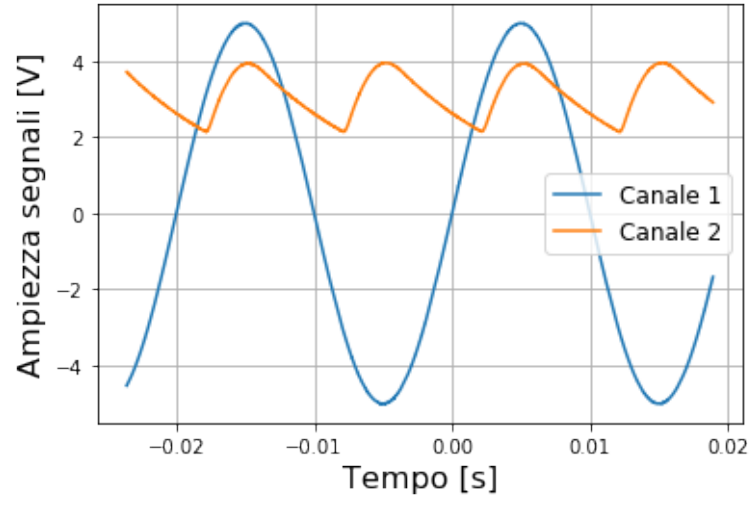


Figure 24: Circuito full wave con condensatore: resistenza di $10\text{ k}\Omega$ e capacità di $0.1\text{ }\mu\text{F}$.

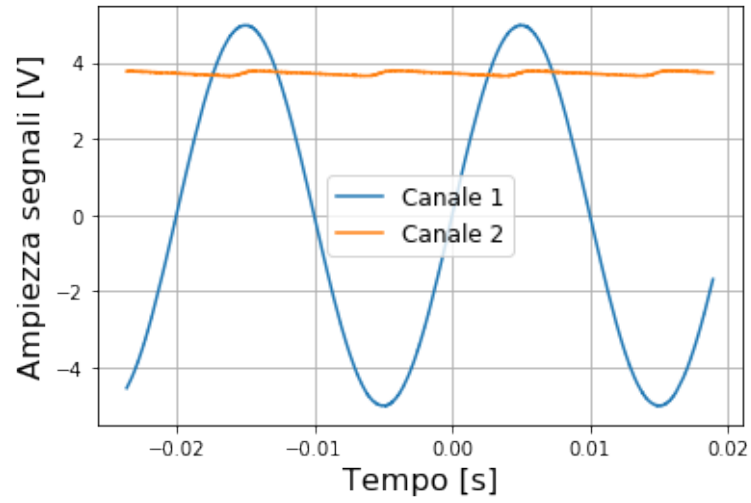


Figure 25: Circuito full wave con condensatore: resistenza di $10\text{ k}\Omega$ e capacità di $22\text{ }\mu\text{F}$.

resistenza ($\text{k}\Omega$)	capacità (μF)	$\tau_{teorico}$ (s)	τ_{fit} (s)
1	0.1	$1 \cdot 10^{-4}$	$1.02 \cdot 10^{-4}$
10	0.1	$1 \cdot 10^{-3}$	$0.95 \cdot 10^{-3}$
1	22	$2.2 \cdot 10^{-2}$	$4.70 \cdot 10^{-2}$
10	22	$2.2 \cdot 10^{-1}$	$4.46 \cdot 10^{-1}$

Table 6: Circuito full wave con condensatore: confronto del tempo di decadimento teorico e quello ottenuto come risultato del fit.

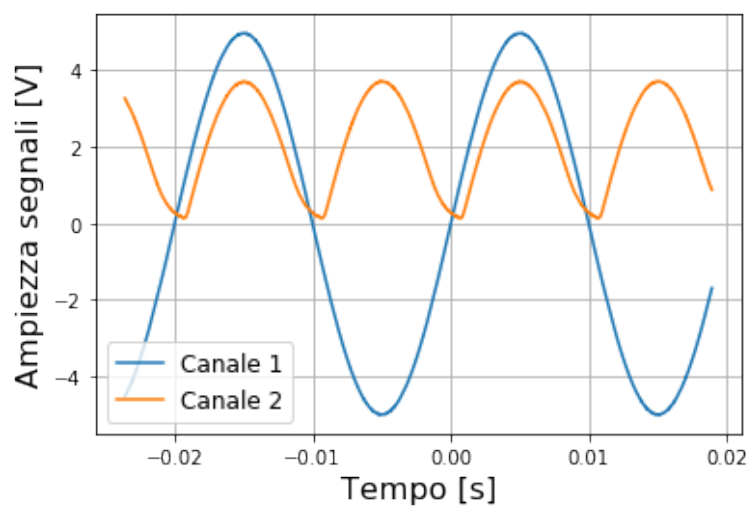


Figure 26: Circuito full wave con condensatore: resistenza di $1\text{ k}\Omega$ e capacità di $0.1\text{ }\mu\text{F}$.

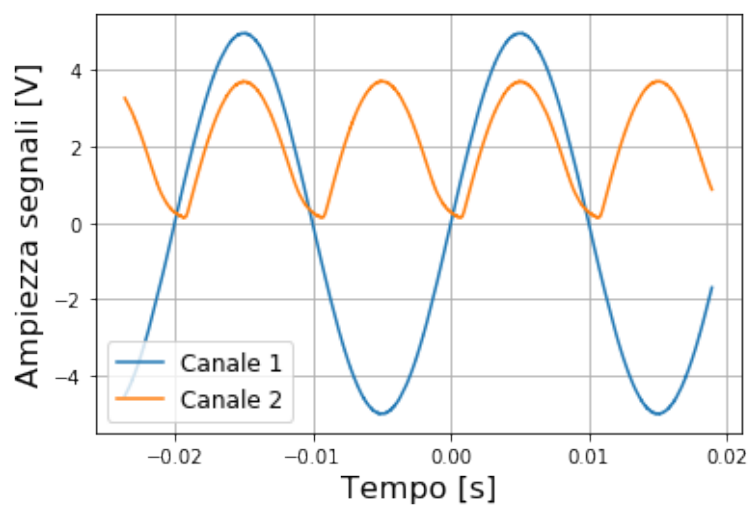


Figure 27: Circuito full wave con condensatore: resistenza di $1\text{ k}\Omega$ e capacità di $22\text{ }\mu\text{F}$.

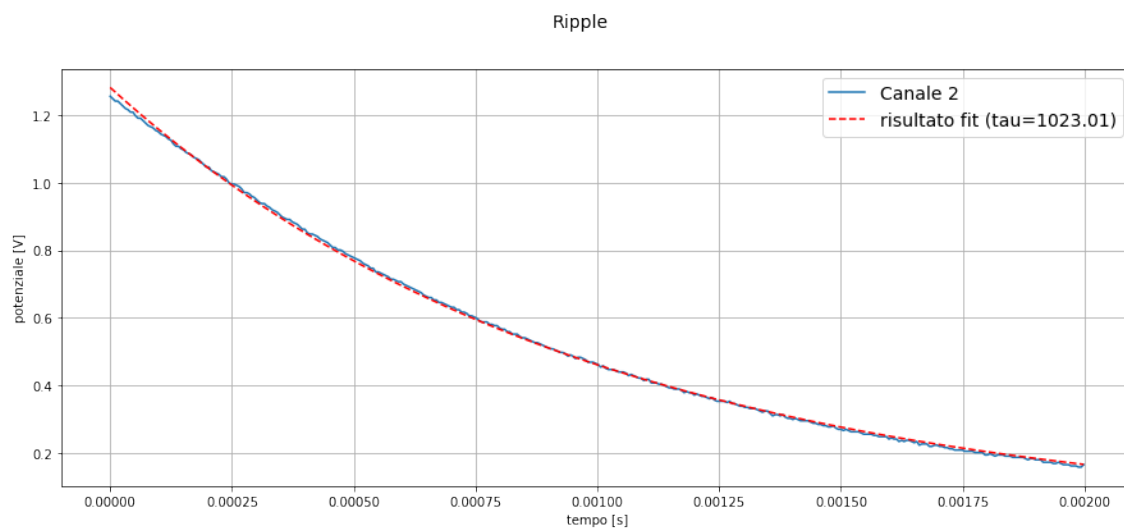


Figure 28: Onda completa: fit del decadimento esponenziale del ripple per il circuito con i componenti $R=1\text{ k}\Omega$ e $C=0.1\text{ }\mu\text{F}$.

Notiamo come i risultati risultano compatibili.

5 La misura della costante di Planck

Tre sono stati gli esperimenti importanti che hanno segnato il passaggio dalla meccanica classica a quella quantistica:

- l'esperimento di Millikan (1908) che ha misurato la carica di gocce d'olio individuali trovando che la carica è un multiplo intero della carica dell'elettrone.
- l'esperimento di Franck-Hertz che, tramite l'eccitazione di vapori atomici con bombardamento elettronico, dimostrarono che tale eccitazione è possibile solo per energie di bombardamento discrete, misurando il primo stato eccitato del mercurio.
- l'effetto fotoelettrico, che è l'esperimento di interesse di questa misura.

Già nel 1891 si era osservato come molti metalli sotto l'influenza della luce, in particolare modo ultravioletta, emettono elettroni. Si era inoltre osservato che tale emissione dipende dalla frequenza della luce incidente e che per ogni metallo esiste una frequenza critica al di sotto della quale l'emissione non avviene. Al di sopra di questa frequenza gli elettroni vengono sempre emessi.

L'emissione avviene in un breve intervallo di tempo dopo l'arrivo della radiazione. Si nota inoltre che il numero di elettroni emessi è proporzionale all'intensità della radiazione.

Einstein dimostrò come questo significasse che il campo elettromagnetico è quantizzato, cioè costituito da fotoni con energia $E = h\nu$, con $h=6.61 \times 10^{-34}$ Js costante di Planck. Nell'esperimento misureremo la costante di Planck utilizzando i LED.

I LED sono diodi con la caratteristica che, quando sono polarizzati direttamente, al passaggio della corrente, non emettono calore come un qualsiasi tipo di diodo, bensì emettono luce.

Essi sono costituiti da semiconduttori quali Ga-As e Ga-P con una composizione del tipo Ga-As_{1-x}-P_x con x nel range 0-1. Il colore della luce emessa varia a seconda di x , andando dall'infrarosso ($\lambda=950$ nm) per $x=0$ al verde ($\lambda=560$ nm) per $x=1$.

A basse temperature i semiconduttori manifestano proprietà isolanti mentre aumentando la temperatura alcuni elettroni di valenza, che sono debolmente legati al nucleo, acquistando energia cinetica, si slegano e iniziano a muoversi (elettroni di conduzione). Il funzionamento dei LED è legato ai livelli quantizzati del cristallo, in particolare questi livelli, a causa delle interazioni fra particelle, sono posti a energie diverse; abbiamo quindi uno spread di energie che costituiscono le bande di energia.

In particolare a noi interessano due tipi di bande; la banda di valenza, cioè quella in cui gli elettroni sono nel loro stato fondamentale e la banda di conduzione, cioè la prima banda di energia dopo quella di valenza.

Nei semiconduttori la banda di valenza è riempita e contiene il numero di elettroni necessari a riempire con spin opposti tutti i livelli nella banda, mentre la banda di

conduzione è praticamente vuota.

Quando passa corrente attraverso un diodo, gli elettroni passando dalla zona drogata di tipo n a quella di tipo p, dove cadono dalla banda di conduzione a quella di valenza. Nei conduttori queste due bande sono sovrapposte, mentre nei semiconduttori sono leggermente distanziate e lo spazio tra queste due bande viene definito 'band gap'. Esso causa una barriera di potenziale che blocca il passaggio di elettroni da n a p.

Per passare da una banda all'altra dobbiamo fornire una certa energia, e quindi una differenza di potenziale, che deve essere uguale o superiore all'energia del band gap.

Nei soliti diodi, la differenza in energia tra le due bande (energy gap) viene emessa sotto forma di calore mentre nel caso dei LED appare come luce di lunghezza d'onda diversa a seconda del gap:

$$E_g = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (3)$$

Scrivendo l'equazione dei diodi che mette in relazione la corrente e la tensione:

$$I(V) = I_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = I_0 e^{\frac{V}{V_T}} - I_0 \quad (4)$$

possiamo fare alcune considerazioni:

1.

$$V_T = \frac{\eta kT}{e} \quad (5)$$

dove η è circa 1.62 per LED tipici. Questa costante assume valore 1 se tutte le cariche diffondono direttamente attraverso la giunzione mentre assume valore 2 se elettroni e lacune si ricombinano nella giunzione per produrre una corrente.

2. I_0 dipende dalla temperatura e dall'energia di gap.

$$I_0 = be^{-\frac{V_g}{V_T}} \quad (6)$$

dove V_g = potenziale di gap e b è una generica costante.

I_0 varia da $1.5 \cdot 10^{-21}$ per un LED verde a $2.2 \cdot 10^{-11}$ per un LED infrarosso. Se la corrente è sufficientemente elevata ($I > 2 \text{ nA}$) posso trascurare il termine I_0 dall'equazione 4, ottenendo:

$$I = be^{\frac{V - V_g}{V_T}} \quad (7)$$

3. Dobbiamo considerare anche una resistenza interna al LED che diminuisce il potenziale teorico che vorremmo applicare. Per risolvere questo problema basta sostituire all'interno dell'eq. 4 il potenziale V con:

$$V = V_m - IR \quad (8)$$

dove V_m è la tensione letta sul voltmetro.

La resistenza dipende dall'energia di gap e varia da $9\ \Omega$ per un LED verde a $0.7\ \Omega$ per un LED infrarosso.

Per correnti abbastanza basse ($<1\text{ mA}$) il termine resistivo è trascurabile.

Da queste considerazioni otteniamo che dobbiamo scegliere la corrente in maniera adeguata, facendo in modo che non ci siano complicazioni né da I_0 né da R . Perciò la corrente deve essere: $2nA < I < 1mA$.

L'equazione finale della corrente in funzione della tensione è:

$$I = be^{\frac{V-V_g}{V_T}} \quad (9)$$

5.1 Analisi dati

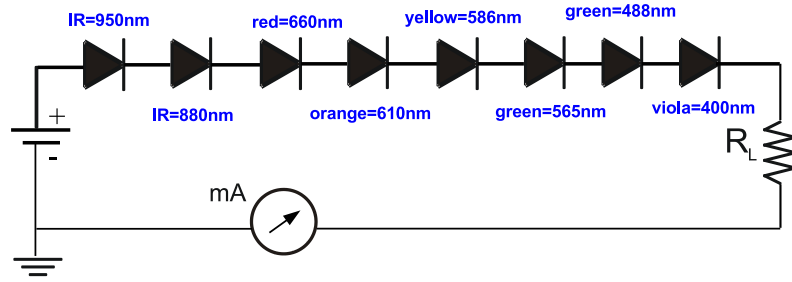


Figure 29: Setup per la misura della costante di Planck con i LED.

La fig. 29 mostra il setup sperimentale; abbiamo usato diversi LED con lunghezza d'onda variabile collegati in serie e quindi attraversati dalla stessa corrente. In questo modo, il potenziale $V - V_g$ è costante e dall'eq. 3, sapendo che $E_g = eV_g$ con e carica dell'elettrone ($1.62 \cdot 10^{-19}$ C), possiamo scrivere:

$$V - V_g = V - \frac{hc}{e\lambda} = cost \quad (10)$$

in cui c è la velocità della luce ($2.99 \cdot 10^8$ [m/s]), λ è la lunghezza d'onda e h è la costante di Planck.

Da ciò consegue che:

$$V = cost + \frac{hc}{e\lambda} \quad (11)$$

Mostrando l'andamento del potenziale in funzione dell'inverso della lunghezza d'onda, dato che la dipendenza è lineare (eq. 11), possiamo ricavare dal fit lineare il valore del coefficiente angolare α :

$$\alpha = \frac{ch}{e} \quad (12)$$

Da cui ricaviamo il valore della costante di Planck:

$$h = \frac{\alpha e}{c} \quad (13)$$

Nell'esperimento abbiamo ripetuto la misura per tre diverse correnti: di 20, 50 e 100 μA e quindi abbiamo misurato, grazie ad un voltmetro, la tensione ai capi di ogni diodo LED.

Per ogni dato bisogna tener conto di un errore sistematico, cioè dato dagli apparati di misura: il voltmetro e l'amperometro. Il voltmetro ha una precisione di 0.0001 V mentre l'amperometro di 10 μA .

5.2 Chi quadrato invertito

Non avendo degli errori sulla nostra misura del potenziale possiamo ricavarli utilizzando il χ^2 . In particolare possiamo confrontarlo con il numero di gradi di libertà del sistema che denotiamo con d . In generale, il numero di gradi di libertà d in un calcolo statistico è definito come il numero di dati osservati n meno il numero di parametri calcolati dai dati e usati nel calcolo c . Nella nostra esperienza $n = 9$, poichè abbiamo nove LED su cui misuriamo il potenziale, mentre $c = 2$, che sono i vincoli del nostro sistema. Per cui $d = n - c = 7$.

Si può dimostrare che il valore atteso di χ^2 è precisamente d . Con ciò si intende che se potessimo ripetere la nostra serie di misure infinite volte e calcolassimo χ^2 ogni volta, allora la media di questi valori di χ^2 dovrebbe essere d .

Ricordando l'equazione per calcolare il χ^2 (eq. 14) possiamo utilizzarla in maniera inversa, cioè sapendo che $\chi^2 = 7$ possiamo ricavare l'incertezza sulle nostre misure.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - y}{\sigma_i} \right)^2 \quad (14)$$

N = numero di misure svolte

y_i = valore i -esimo misurato

y = valore teorico

σ_i = incertezza sull' i -esimo valore misurato

Avendo i parametri del fit e supponendo che le lunghezze d'onda abbiano un errore trascurabile abbiamo ricavato il valore del potenziale teorico y dal fit. Inoltre abbiamo supposto che le incertezze su valore misurato fossero le stesse, per cui $\sigma_i = \sigma \forall i$. Invertendo la formula otteniamo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\chi^2} \sum_{i=1}^N (y_i - y)^2}$$

Sapendo che $\chi^2 = 7$ ed $N = 9$ otteniamo gli errori, per ognuno dei tre potenziali, mostrati in tabella 7.

I dati sperimentali ottenuti con tre diversi potenziali, con i rispettivi errori, e il fit vengono mostrati nei grafici: fig.30, fig.31, fig.32.

Intesità di corrente	Errore sul potenziale
20 μA	0.097 V
50 μA	0.113 V
100 μA	0.140 V

Table 7: Errore sulle misure dei potenziale per ognuno dei 9 LED variando l'intesità di corrente.

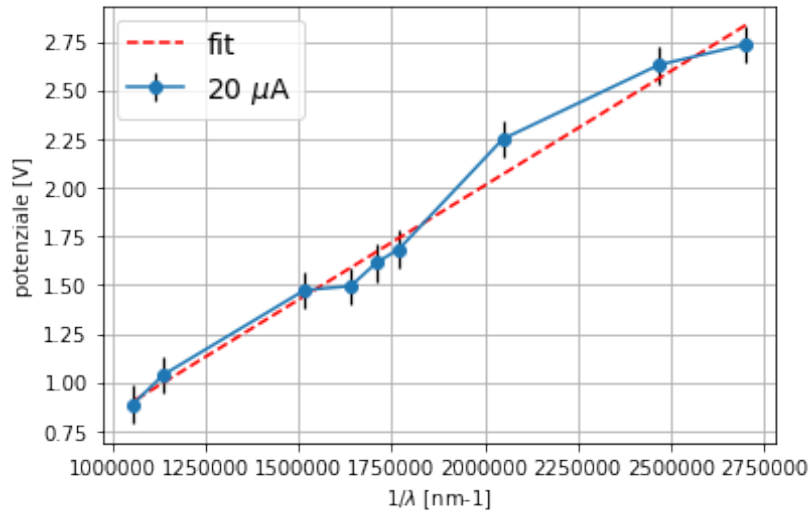


Figure 30: Grafico che mostra l'andamento del potenziale in funzione dell'inverso della lunghezza d'onda ($\frac{1}{\lambda}$) utilizzando una corrente di 20V. La linea blu rappresenta i dati presi mentre la linea tratteggiata rossa il fit lineare.

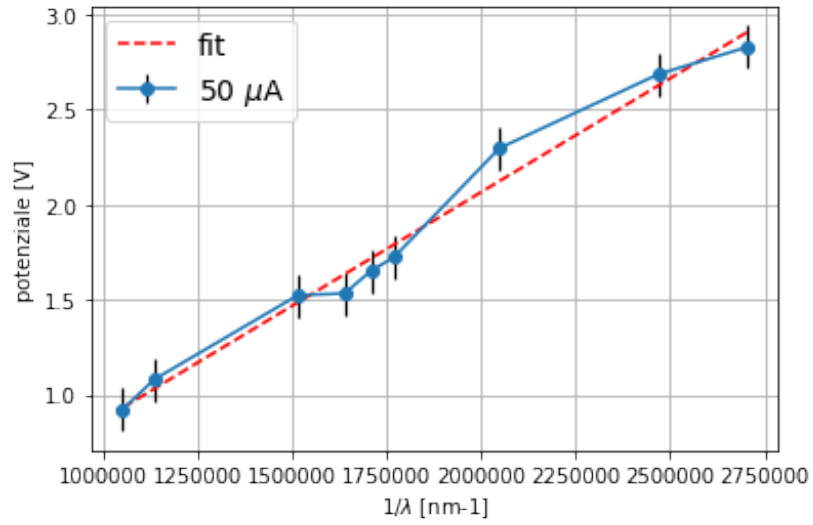


Figure 31: Grafico che mostra l'andamento del potenziale in funzione dell'inverso della lunghezza d'onda ($\frac{1}{\lambda}$) utilizzando una corrente di 50V. La linea blu rappresenta i dati presi mentre la linea tratteggiata rossa il fit lineare.

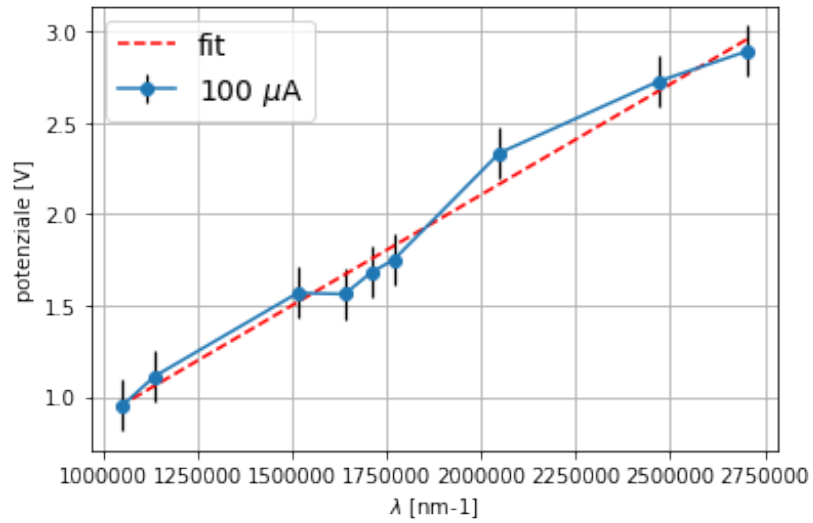


Figure 32: Grafico che mostra l'andamento del potenziale in funzione dell'inverso della lunghezza d'onda ($\frac{1}{\lambda}$) utilizzando una corrente di 100V. La linea blu rappresenta i dati presi mentre la linea tratteggiata rossa il fit lineare.

Dall'errore sui potenziali possiamo ricavare l'errore sulla costante di Planck. In particolare abbiamo fatto un secondo fit, questa volta utilizzando i pesi ($1/\sigma$) sul potenziale, da cui abbiamo ricavato l'errore sul coefficiente angolare α (eq. 12). In seguito dall'equazione 13 ci basta moltiplicare per e/c per ottenere l'errore sulla costante di Planck. Di seguito vengono mostrati i valori della costante di Planck con i rispettivi errori (tabella 8).

intensità di corrente	costante di Planck
20 μA	$(6.25 \pm 0.33) 10^{-34} \text{ Js}$
50 μA	$(6.40 \pm 0.32) 10^{-34} \text{ Js}$
100 μA	$(6.48 \pm 0.33) 10^{-34} \text{ Js}$

Table 8: Valori ottenuti sperimentalmente, a diverse intensità di corrente, della costante di Planck con rispettivo errore.

Si calcola anche la distanza in sigma (t) dei tre valori sperimentali rispetto a quello teorico di $h = 6.62 10^{-34} [\text{J s}]$ (eq. 15), utilizzando gli errori mostrati in tabella 8.

$$t = \frac{|y_i - y|}{\sigma} \quad (15)$$

Nella tabella 9 sono riportati i valori sperimentali della costante di Planck ottenuti per ognuno dei tre fit e la distanza in sigma dal valore teorico.

intensità di corrente	costante di Planck	distanza in sigma
20 μA	$6.25 10^{-34} \text{ Js}$	1.10σ
50 μA	$6.40 10^{-34} \text{ Js}$	0.68σ
100 μA	$6.48 10^{-34} \text{ Js}$	0.43σ

Table 9: Valori ottenuti sperimentalmente, a diverse intensità di corrente, della costante di Planck con rispettiva distanza in sigma dal valore teorico.

Possiamo concludere che i valori trovati della costante di Planck sono ragionevoli rispetto alla teoria, infatti la loro distanza dal valore teorico è minore di 1.5σ . Quindi fanno riferimento alla medesima misura, cioè sono compatibili.