



Projet:

**Impact d'un canal de propagation sélectif en
fréquence et introduction à l'égalisation**

Hamid Oukhnini

Première Année, Département SN
2020-2021

1 - Introduction:

L'objectif de ce projet est d'étudier la chaîne de transmission avec canal multi-trajets et avec égaliseur et d'étudier l'impact d'un canal de propagation sélectif en fréquence.

2 - Etude théorique:

1. $y_e(t)$ en fonction de $x_e(t)$ et des paramètres du canal:

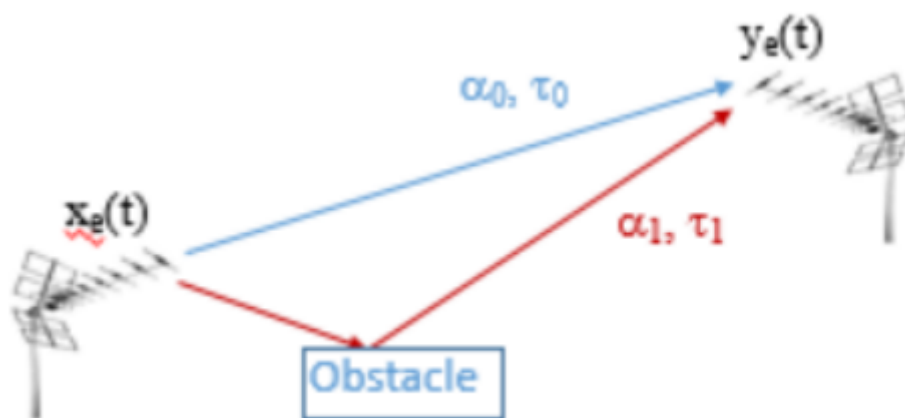


figure 1 : Canal multi trajets

$$y_e(t) = \alpha_0 \times x_e(t - \tau_0) + \alpha_1 \times x_e(t - \tau_1)$$

2. la réponse impulsionnelle $h_c(t)$ du canal passe-bas équivalent:

d'après la question précédente:

$$y_e(t) = \alpha_0 \times x_e(t - \tau_0) + \alpha_1 \times x_e(t - \tau_1)$$

$$\begin{aligned} \text{donc } y_e(t) &= (\alpha_0 \times \delta(t - \tau_0) + \alpha_1 \times \delta(t - \tau_1)) * x_e(t) \\ &= h_c(t) * x_e(t) \end{aligned}$$

$$\text{d'où } h_c(t) = \alpha_0 \times \delta(t - \tau_0) + \alpha_1 \times \delta(t - \tau_1)$$

3. On prendra $\tau_0 = 0$ (ligne de vue directe), $\tau_1 = \tau_0 + T_s$ (trajet réfléchi), $\alpha_0 = 1$ et $\alpha_1 = 0.5$. Sans bruit, tracer le signal en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la séquence binaire transmise suivante 1110010:

pour $\tau_0 = 0$, $\tau_1 = \tau_0 + T_s$, $\alpha_0 = 1$ et $\alpha_1 = 0.5$:

$$h_c(t) = \alpha_0 \times \delta(t - \tau_0) + \alpha_1 \times \delta(t - \tau_1)$$

$$= \delta(t) + 0.5 \times \delta(t - T_s)$$

$$g(t) = h(t) * h_c(t) * h_r(t)$$

$$= h(t) * h_r(t) * h_c(t) = g_1(t) * h_c(t)$$

$$\text{avec } g_1(t) = h(t) * h_r(t)$$

$$\text{on a alors } g(t) = g_1(t) * (\delta(t) + 0.5 \times \delta(t - T_s))$$

$$= g_1(t) + 0.5 \times g_1(t - T_s)$$

la fonction $g_1(t)$ est le produit de convolution de fonctions porte de largeur T_s et de hauteur égale à 1, le tracé de $g_1(t)$ est donné sur la figure 2 et le tracé de $g(t)$ est donné sur la figure 3.

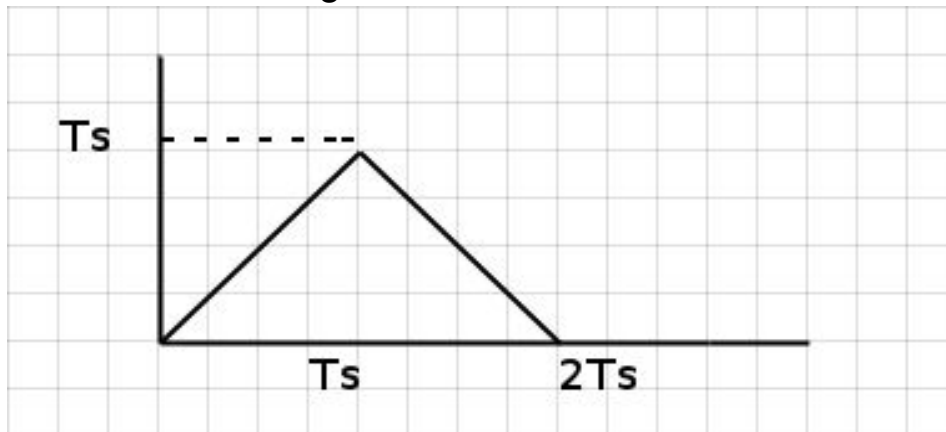


figure 2: tracé de $g_1(t)$

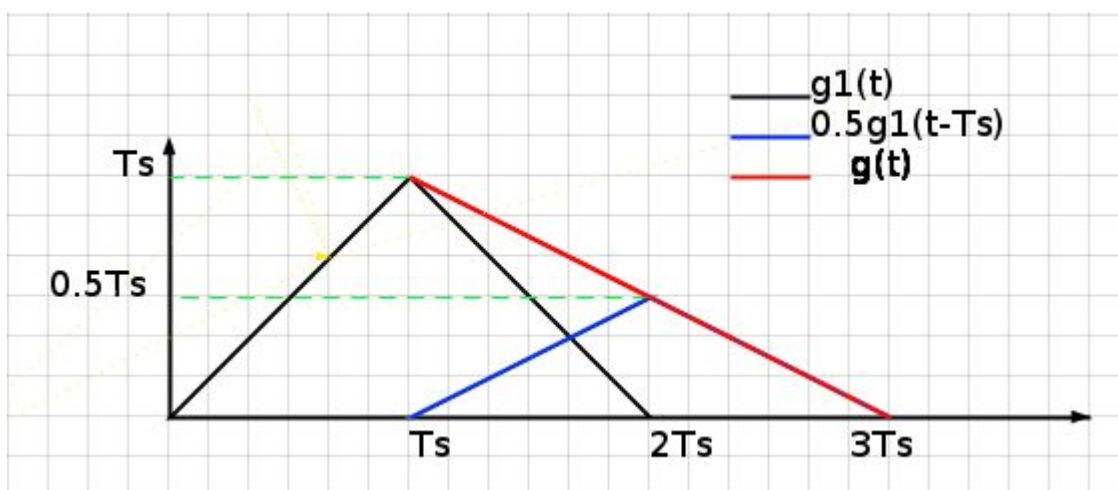


figure 3: tracé de $g(t)$

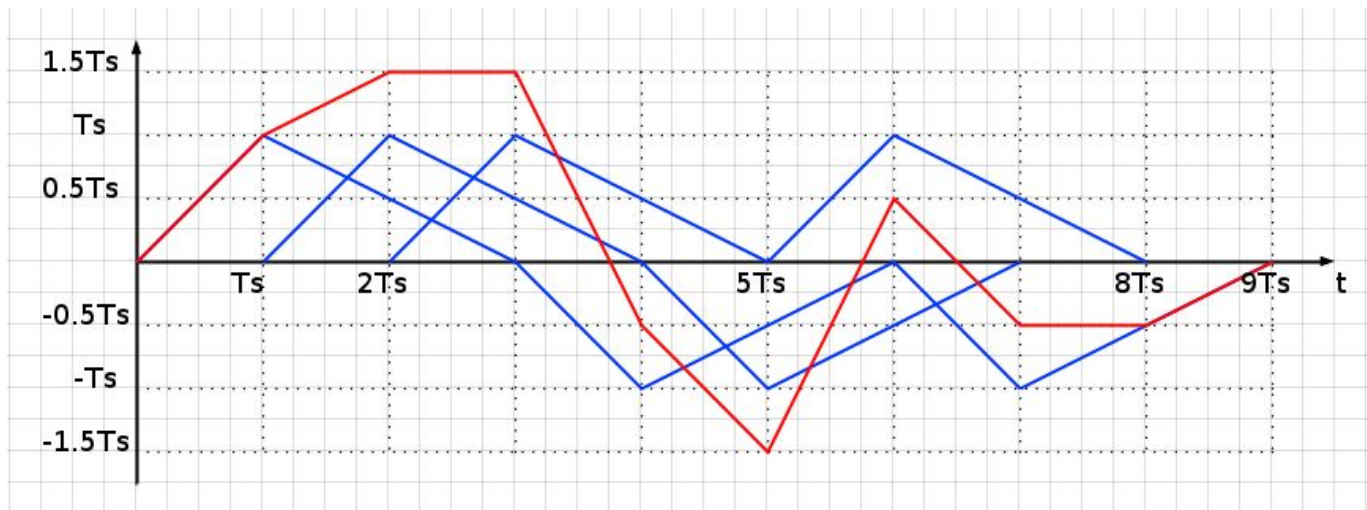


figure 4: tracé du signal en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la séquence binaire transmise suivante 1110010.

4 - diagramme de l'oeil sans bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$:

Le tracé du diagramme de l'oeil est donné sur la figure 5. En échantillonnant dans la durée T_s On voit toujours apparaître plus de deux valeurs possibles alors que seulement deux valeurs sont possibles pour les symboles émis, il y aura donc ici de l'interférence entre symboles quel que soit l'instant d'échantillonnage. Le critère de Nyquist ne pourra donc pas être respecté.

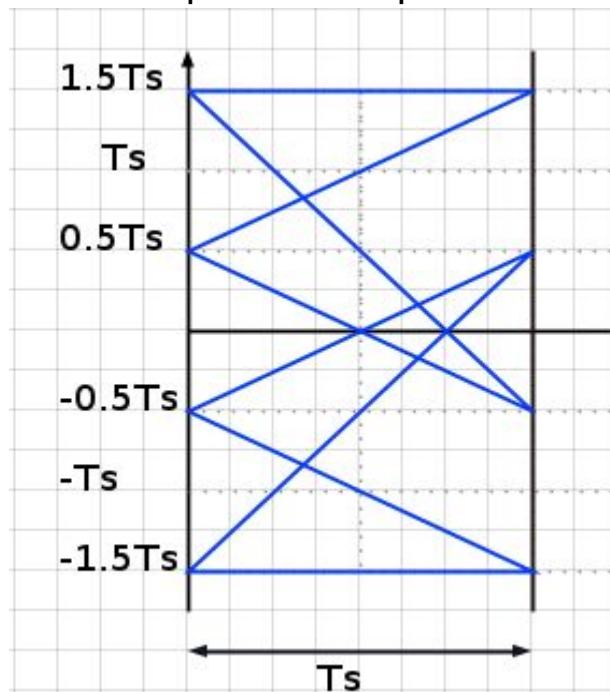


figure 5: diagramme de l'oeil

5 - calculer le TEB:

$$TEB = TES = P[a_k = -1] \times P[\hat{a}_k = 1 | a_k = -1] + P[a_k = 1] \times P[\hat{a}_k = -1 | a_k = 1]$$

avec ici, si ω_m représente l'échantillon de bruit prélevé à l'instant

$$\begin{aligned}
 P[\hat{a}_k = +1 | a_k = -1] &= P[a_{k-1} = -1] \times P[-1.5T_s + \omega_m > 0] + P[a_{k-1} = +1] \times P[-0.5T_s + \omega_m > 0] \\
 &= \frac{1}{2} \times P[\omega_m > 1.5T_s] + \frac{1}{2} \times P[\omega_m > 0.5T_s] \\
 &= \frac{1}{2} \times P\left[\frac{\omega_m}{\sigma_\omega} > \frac{1.5T_s}{\sigma_\omega}\right] + \frac{1}{2} \times P\left[\frac{\omega_m}{\sigma_\omega} > \frac{0.5T_s}{\sigma_\omega}\right] \\
 &= \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{1.5T_s}{\sigma_\omega}\right) + \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{0.5T_s}{\sigma_\omega}\right)
 \end{aligned}$$

de la même façon:

$$\begin{aligned}
 P[\hat{a}_k = -1 | a_k = +1] &= P[a_{k-1} = +1] \times P[1.5T_s + \omega_m < 0] + P[a_{k-1} = -1] \times P[0.5T_s + \omega_m < 0] \\
 &= \frac{1}{2} \times P\left[\frac{\omega_m}{\sigma_\omega} < \frac{-1.5T_s}{\sigma_\omega}\right] + \frac{1}{2} \times P\left[\frac{\omega_m}{\sigma_\omega} < \frac{-0.5T_s}{\sigma_\omega}\right] \\
 &= \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{1.5T_s}{\sigma_\omega}\right) + \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{0.5T_s}{\sigma_\omega}\right)
 \end{aligned}$$

$$d'où \text{TEB} = \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{1.5T_s}{\sigma_\omega}\right) + \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{0.5T_s}{\sigma_\omega}\right)$$

6. la puissance du bruit en sortie du filtre de réception:

$$\sigma_\omega^2 = N_0 \int |H_r(f)|^2 df = N_0 \int |h_r(t)|^2 dt = N_0 \times T_s$$

7. Calculer l'énergie des symboles à l'entrée du récepteur, E_s , en fonction de T_s :

$E_s = T_s \times P_r$ avec P_r représente la puissance de l'enveloppe complexe

$$X_e(t) = \sum_k a_k \times h_e(t - kT_s) \text{ avec}$$

$$\begin{aligned}
 h_e(t) &= h(t) * h_c(t) = h(t) * [\delta(t) + 0.5 \times \delta(t - T_s)] \\
 &= h(t) + 0.5 \times h(t - T_s)
 \end{aligned}$$

$h_e(t)$ représente la forme d'onde reçue.

$$d'où P_r = \frac{P_{r_e}}{2} = \frac{1}{2} \times \int S_{r_e}(f) df, \text{ avec } S_{r_e}(f) = \frac{\sigma_\omega^2}{T_s} \int |H_e(f)|^2 df = \frac{\sigma_\omega^2}{T_s} \int |h_e(t)|^2 dt$$

$$d'où P_r = \frac{1}{2} \times (T_s + (0.5)^2 \times T_s) = \frac{5}{8} T_s$$

8. Déduire des questions précédentes l'expression du TEB en fonction de E_b / N_0 :

en remplaçant E_s et σ_ω^2 dans l'expression du TEB obtenue dans la question 5 on

$$\begin{aligned} \text{obtient: } TEB &= \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{1.5T_s}{\sigma_\omega}\right) + \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{0.5T_s}{\sigma_\omega}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{1.5T_s}{\sqrt{N_0 \times T_s}}\right) + \frac{1}{2} \times Q\left(\frac{0.5T_s}{\sqrt{N_0 \times T_s}}\right) \end{aligned}$$

en remplaçant T_s par $\sqrt{\frac{8}{5}}E_s$ on obtient:

$$TEB = \frac{1}{2} \times Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{5N_0}}\right) + \frac{1}{2} \times Q\left(\sqrt{\frac{18E_s}{5N_0}}\right)$$

ici $E_s = E_b$ car $M=2$

$$\text{d'où } TEB = \frac{1}{2} \times Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{5N_0}}\right) + \frac{1}{2} \times Q\left(\sqrt{\frac{18E_b}{5N_0}}\right)$$

3 - Implantation sous Matlab:

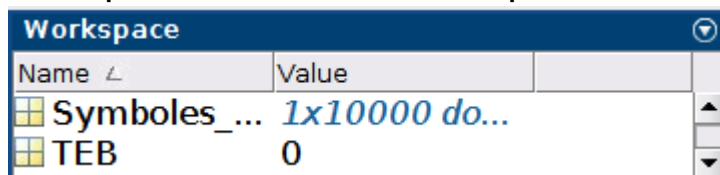
1- contenu du code:

- Le script `cha  ne1.m` contient l'implantation de la chaîne de transmission sans canal et la chaîne de transmission avec canal sans bruit.
- Le script `cha  ne_canal_complete.m` contient l'implantation de la chaîne de transmission complète avec canal et avec bruit.

2 - Implantez la chaîne de transmission sans canal et vérifiez que le TEB de la liaison est bien nul:

l'implantation de la chaîne de transmission sans canal (`cha  ne1.m`) donne bien un TEB nul.

voici une capture d'écran du workspace montrant que le TEB est bien nul:



Name	Value
Symboles_...	1x10000 do...
TEB	0

3 -

(a):Vérifiez que vous retrouvez bien les résultats obtenus dans votre étude théorique : forme du signal en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la séquence binaire 1110010:

on mis à l'entrée de la chaîne implanté la séquence binaire 1110010 et on trouve même tracés trouvés dans la partie théorique, le tracé du signal en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la séquence binaire transmise suivante 1110010 est donné sur la figure 6.

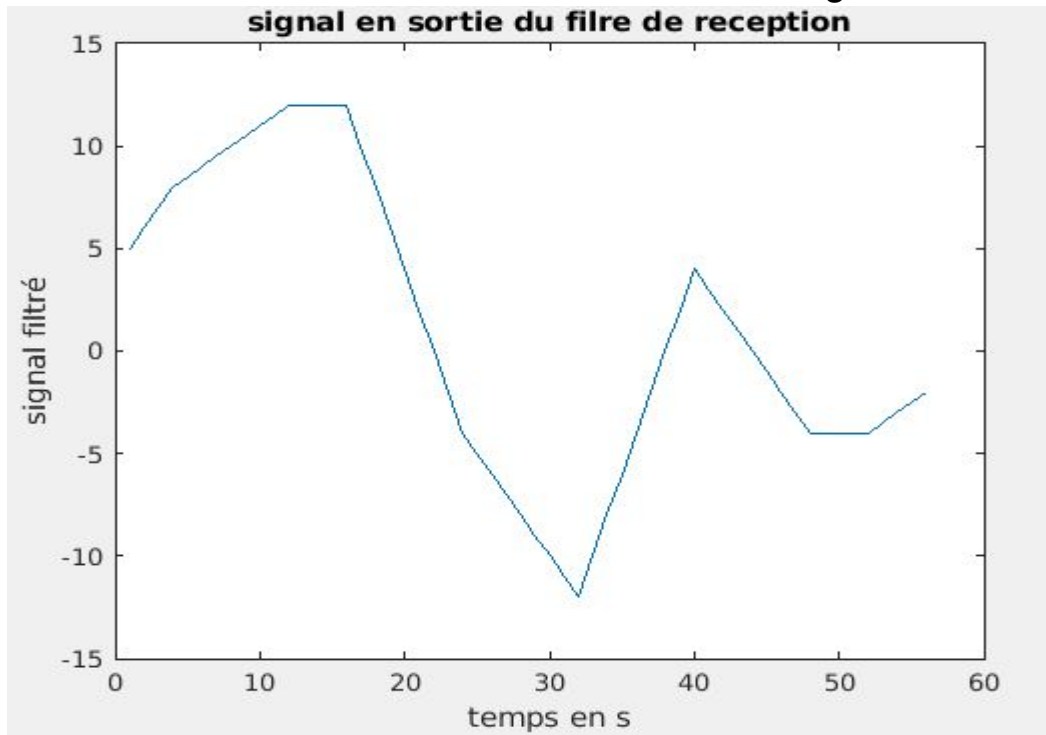


figure 6: signal reçu pour la séquence binaire 1110010.

on conclut que le tracé du signal en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la séquence binaire transmise suivante 1110010 correspond bien au tracé trouvé théoriquement.

(b): Visualisez la constellation obtenue en réception.

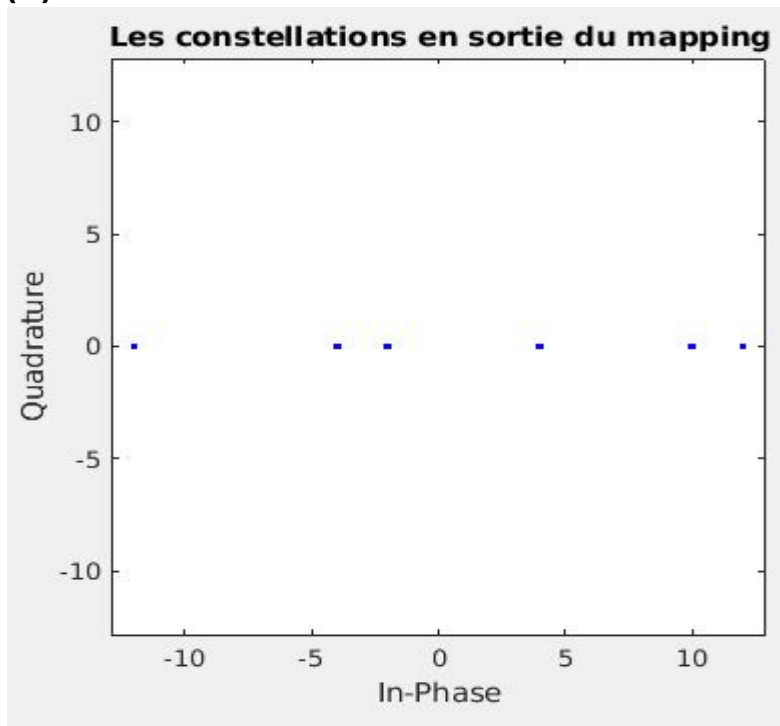


Figure 7: la constellation obtenue en réception.

(c): Mesurez le TEB et expliquez la valeur obtenue.

TEB = 0.5002, la non nullité du TEB est due à l'ajout du canal.

4 - Implantation de la chaîne de transmission compl`ete avec le filtrage canal et l'ajout de bruit:

(a) Comparaison du TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée:

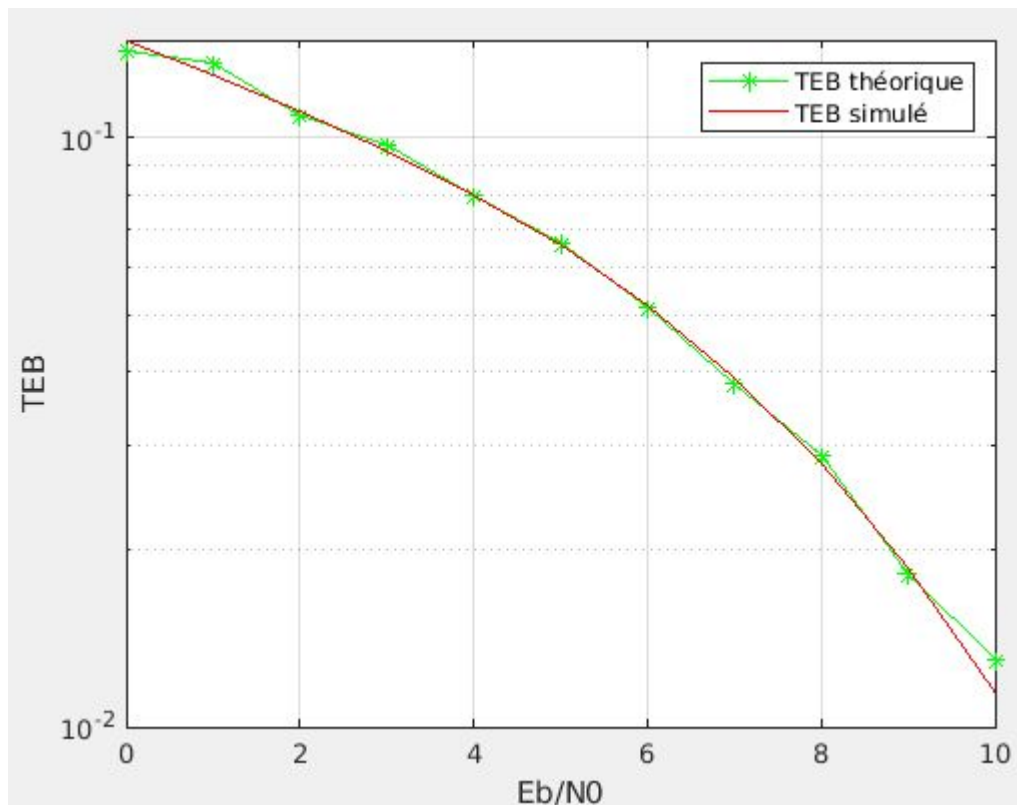


figure 8: tracés du TEB simulé et théorique de la chaîne étudiée.

On remarque que les TEB simulé et théorique sont confondues, ce qui montre le bon fonctionnement de la chaîne implantée.

(b) Comparer, en les traçant sur une même figure, le TEB de la chaîne de transmission implantée et le TEB obtenu pour la même chaîne de transmission sans filtrage canal (canal AWGN):

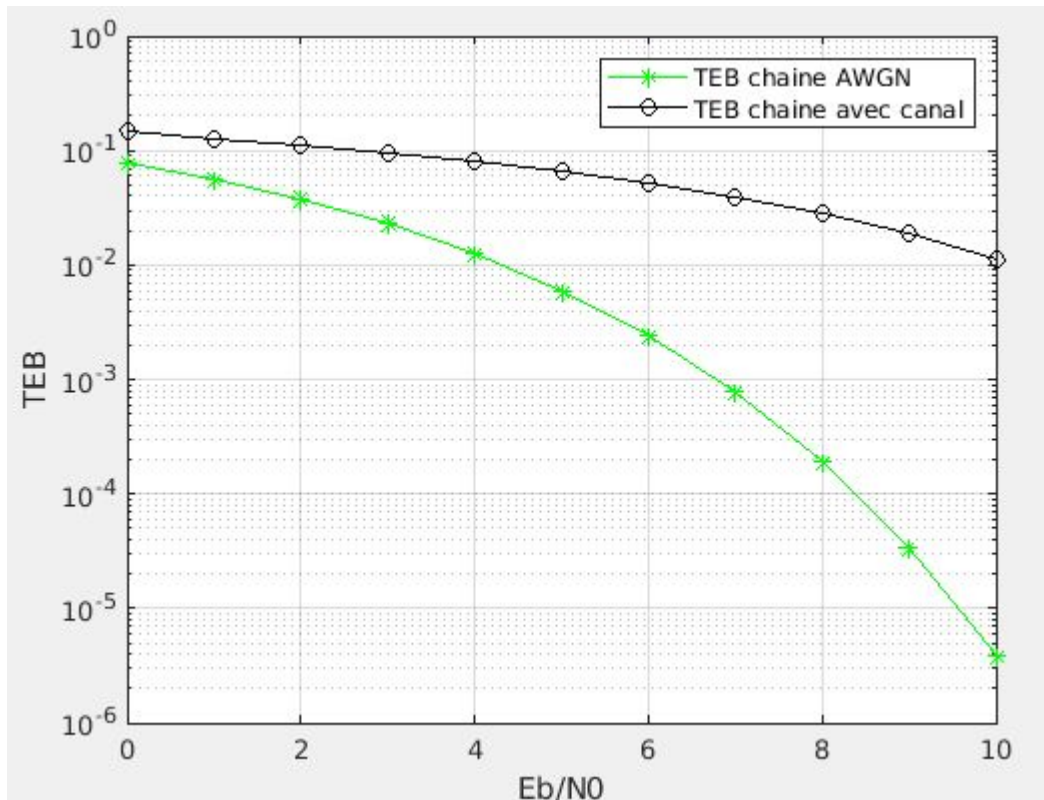


figure 9: le TEB de la chaîne avec canal multi-trajet et le TEB de la chaîne AWGN.

On remarque bien que le TEB de la chaîne AWGN est plus efficace que le TEB de la chaîne avec canal multi-trajet. d'où la chaîne AWGN est plus efficace que la chaîne avec canal multi-trajet en termes d'efficacité en puissance.

4 - Egalisation ZFE:

1. Déterminer les coefficients de l'égaliseur à implanter pour égaliser le canal multitrajet considéré précédemment:

d'après l'énoncé si nous plaçons un dirac à l'entrée de la chaîne de transmission et par échantillonnage à l'instant $t_0 = T_s$, nous allons obtenir:

$$y(t_0) = c_0 \times z(t_0) = 1$$

$$y(t_0 + T_s) = y(t_0 + T_s) = c_0 \times z(t_0 + T_s) + c_1 \times z(t_0) = 0 = 0$$

$$y(t_0 + 2 \times T_s) = c_0 \times z(t_0 + 2 \times T_s) + c_1 \times z(t_0 + T_s) + c_2 \times z(t_0) = 0$$

et on a :

$$z(t_0) = T_s, \quad z(t_0 + T_s) = \frac{T_s}{2}, \quad z(t_0 + k \times T_s) = 0, \text{ pour tout } k \geq 2$$

$$\text{d'où } c_0 = \frac{1}{T_s}$$

$$c_1 = \frac{-1}{2 \times T_s}$$

$$c_2 = \frac{1}{4 \times T_s}$$

De la même façon, on détermine tous les coefficients de l'égaliseur.

2. Planter la chaîne avec égalisation sous Matlab.

• contenu du code:

- Le script `egalisation_sans_bruit.m` contient l'implantation de la chaîne de transmission sans bruit et avec égaliseur.
- Le script `chaîne_egalisation.m` contient l'implantation de la chaîne de transmission avec canal multi-trajets et avec égaliseur.

(a) Sans bruit :

i): Déterminer, par simulation, les coefficients de l'égaliseur en plaçant un Dirac à l'entrée de la chaîne:

on implante le cas où $N = K = 10$, on obtient les valeurs des coefficients dans le vecteur suivant:

10x1 double	
	1
1	0.1250
2	-0.0625
3	0.0313
4	-0.0156
5	0.0078
6	-0.0039
7	0.0020
8	-9.765...
9	4.8828...
10	-2.441...

les valeurs des coefficients trouvés ici correspondent aux valeurs trouvées en théorie.

ii): Tracer la réponse en fréquence du canal de propagation, la réponse en fréquence de l'égaliseur, le produit des deux. Que peut-on conclure ?

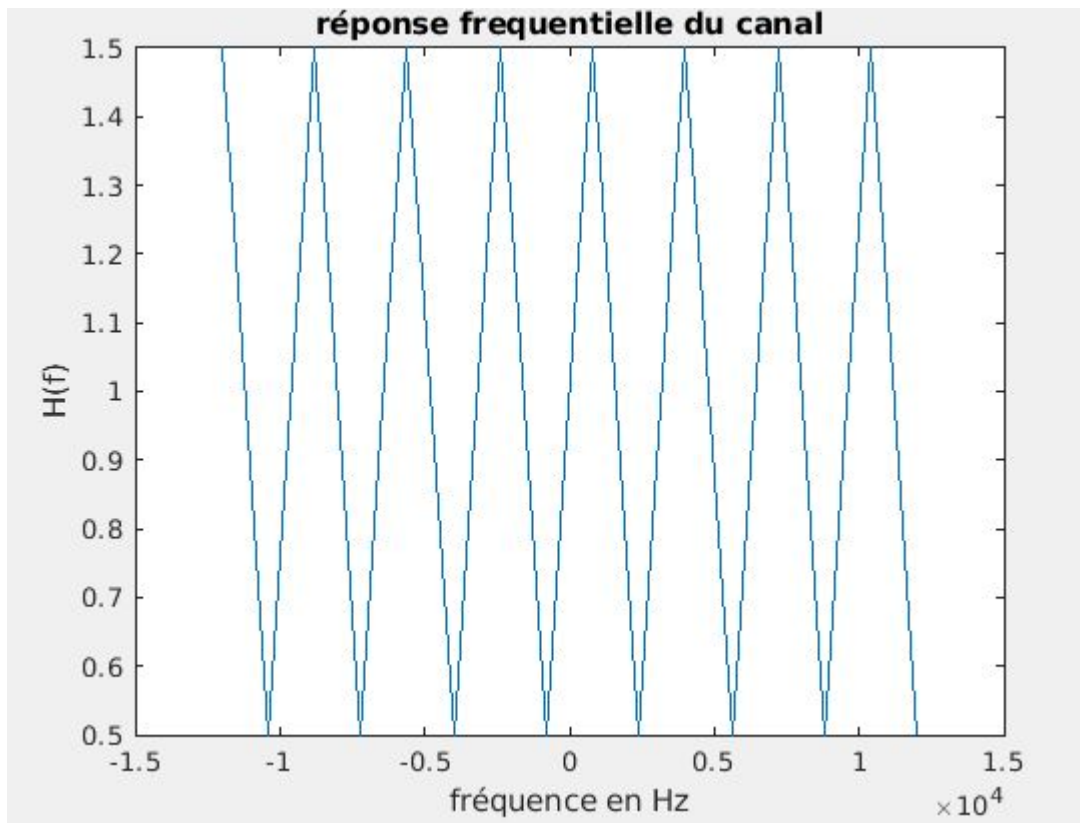


figure 10: réponse en fréquence du canal de propagation.

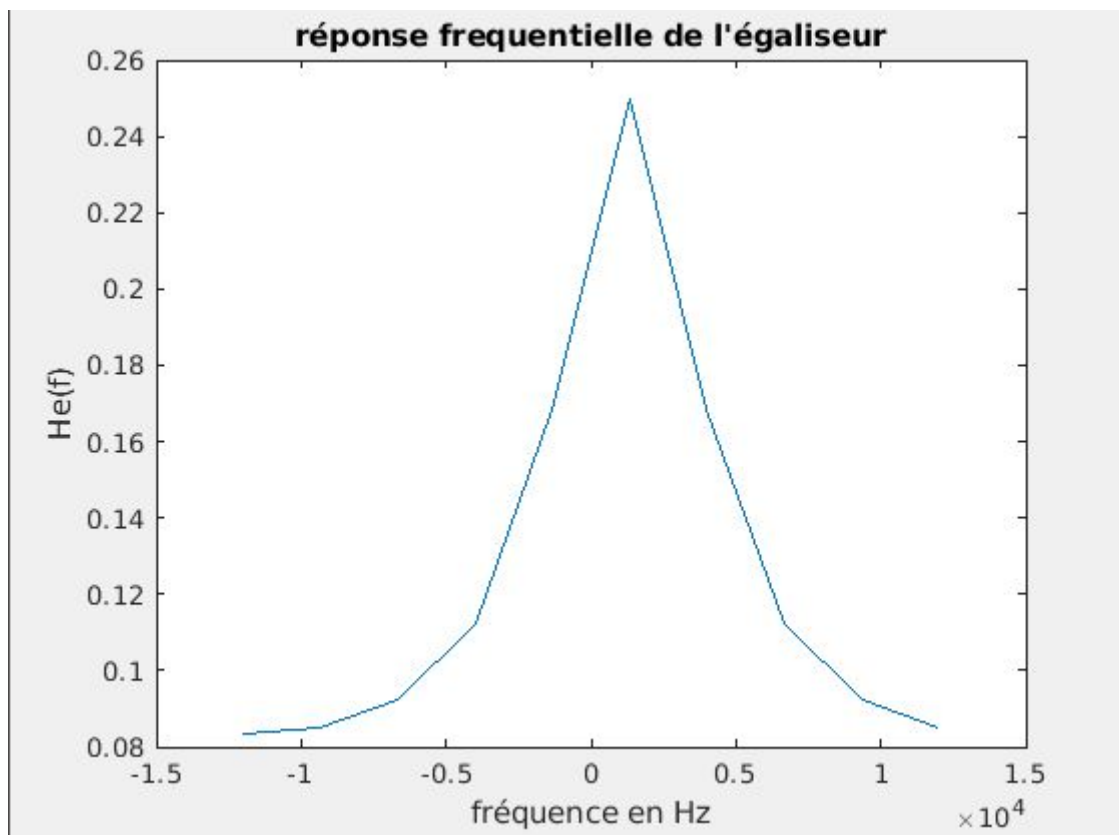


figure 11: la réponse en fréquence de l'égaliseur

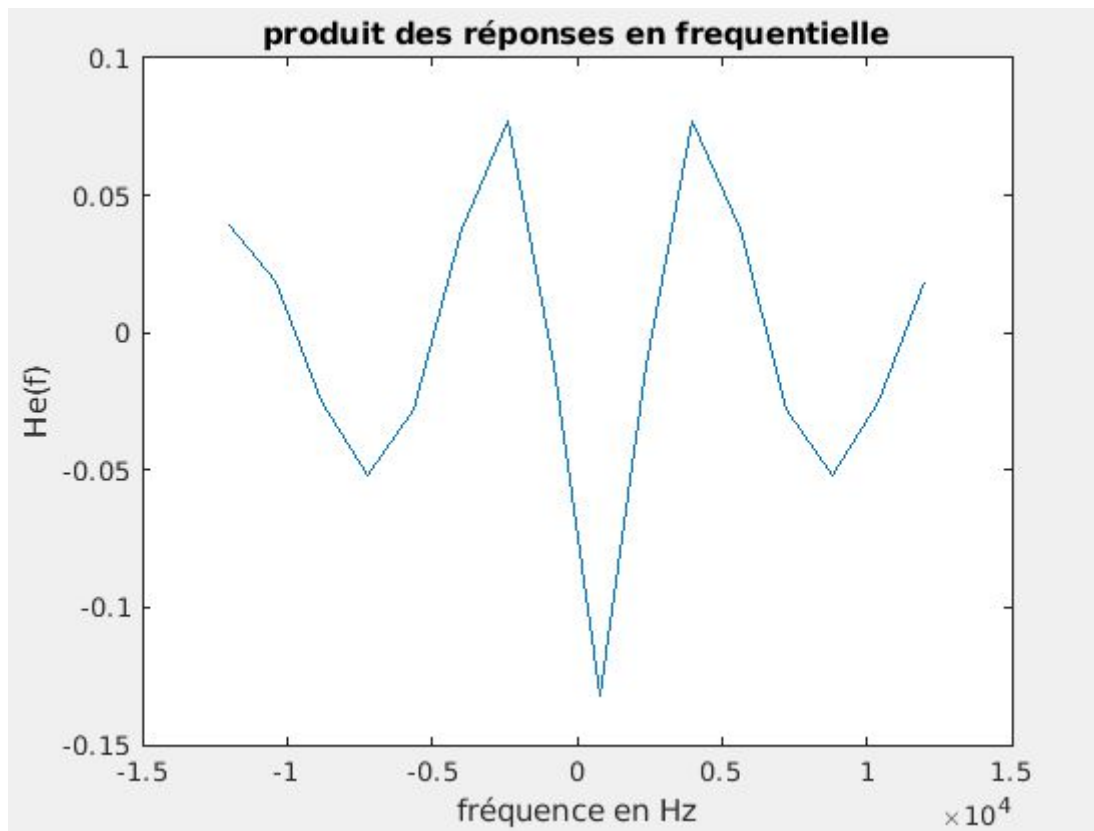


Figure 12: produit des deux réponses en fréquentielles.

iii): Tracer la réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission échantillonnée à N_s avec et sans égalisation. Que peut-on conclure ?

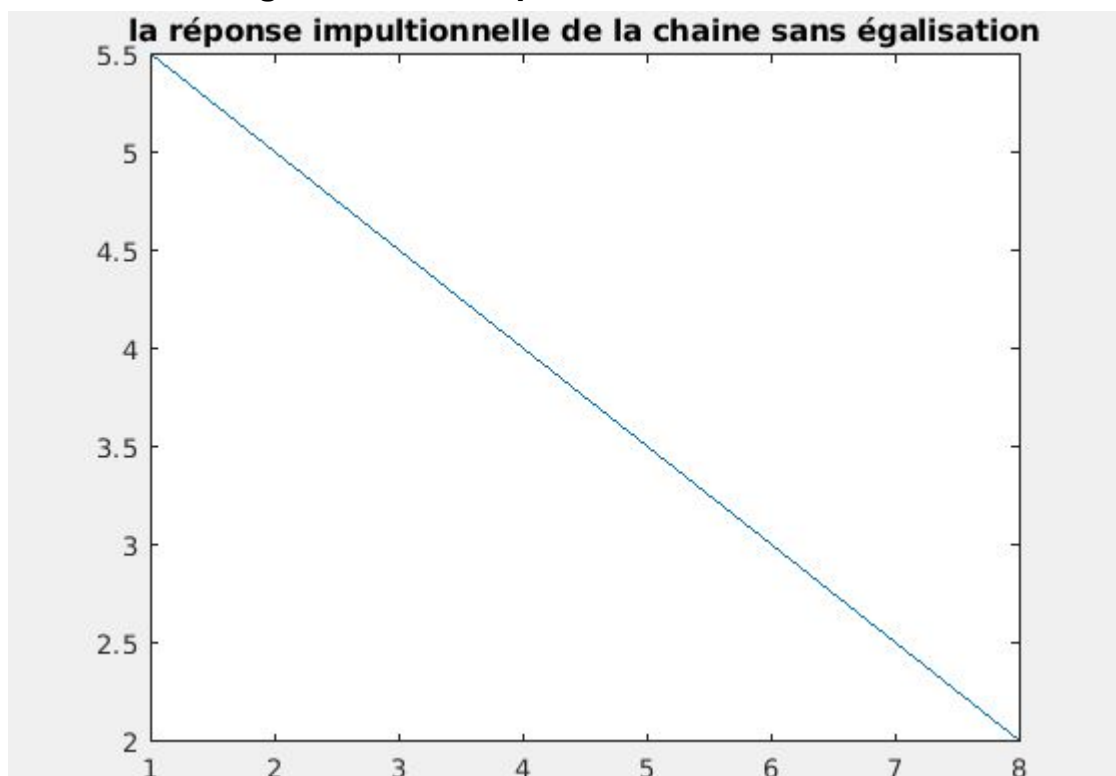


Figure 13: la réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission sans égalisation

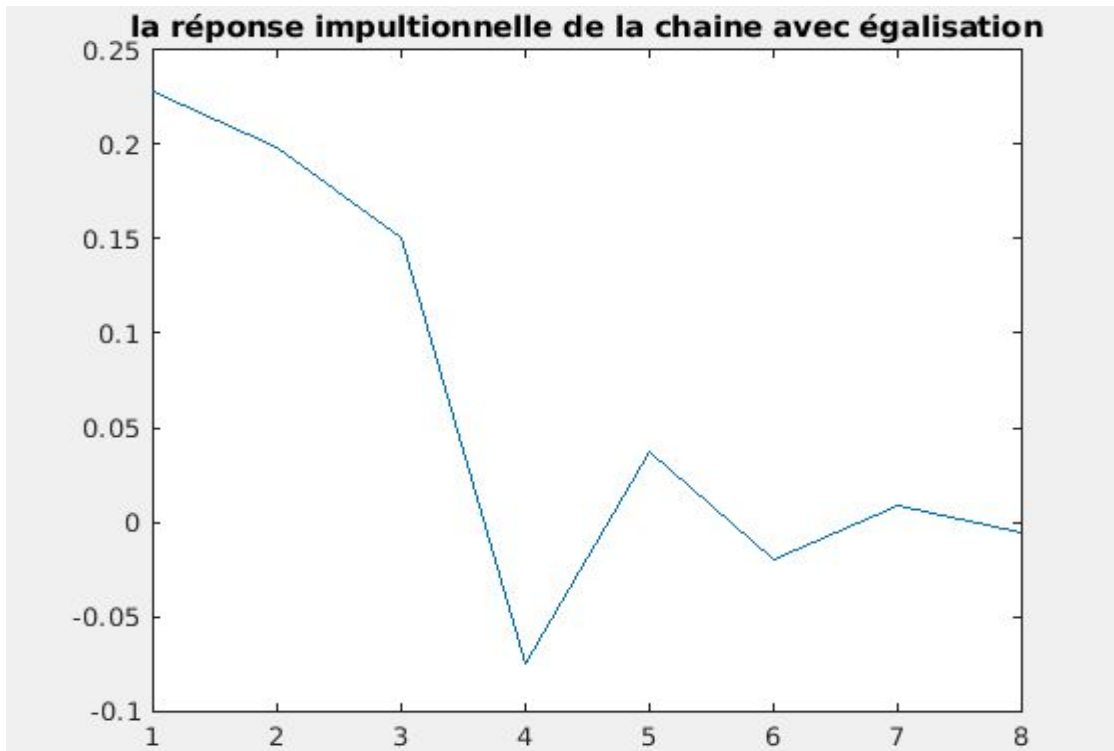


Figure 14: la réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission avec égalisation.

On conclut que la réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission avec égalisation se comporte comme un filtre pass-bas.

iv. Générer une information binaire à transmettre dans la chaîne avec égalisation. Comparer les constellations obtenues avant et après égalisation.

les constellations obtenues avant égalisation sont donné sur la figure suivante:

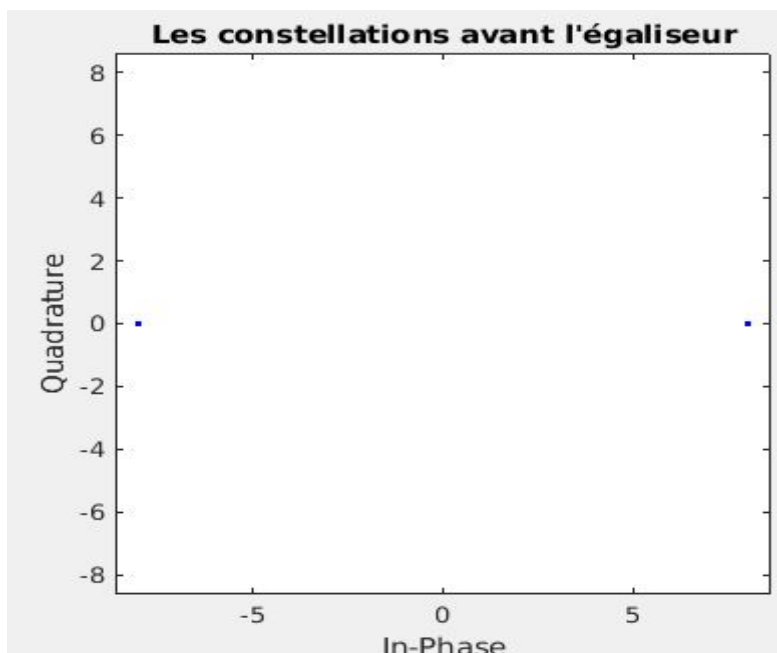


figure 15: les constellations obtenues avant égalisation

les constellations obtenues après égalisation sont donné sur la figure suivante:

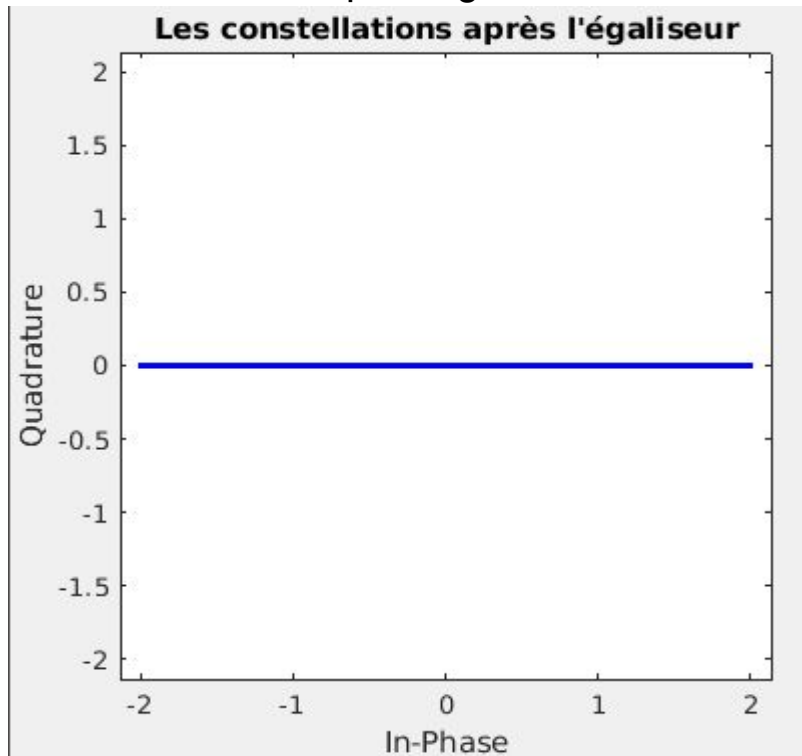


figure 16: les constellations obtenues après égalisation

La différence entre les constellations est que celles d'avant l'égalisation sont deux points séparés et celle d'après l'égalisation correspond à une droite horizontale reliant les deux points.

(b) Avec bruit : ajouter le bruit dans la chaîne de transmission, tracer le TEB obtenu avec égalisation et le comparer à celui obtenu sans égalisation.

les tracés des TEB obtenu avec égalisation et sans égalisation est donnés sur la figure suivante:

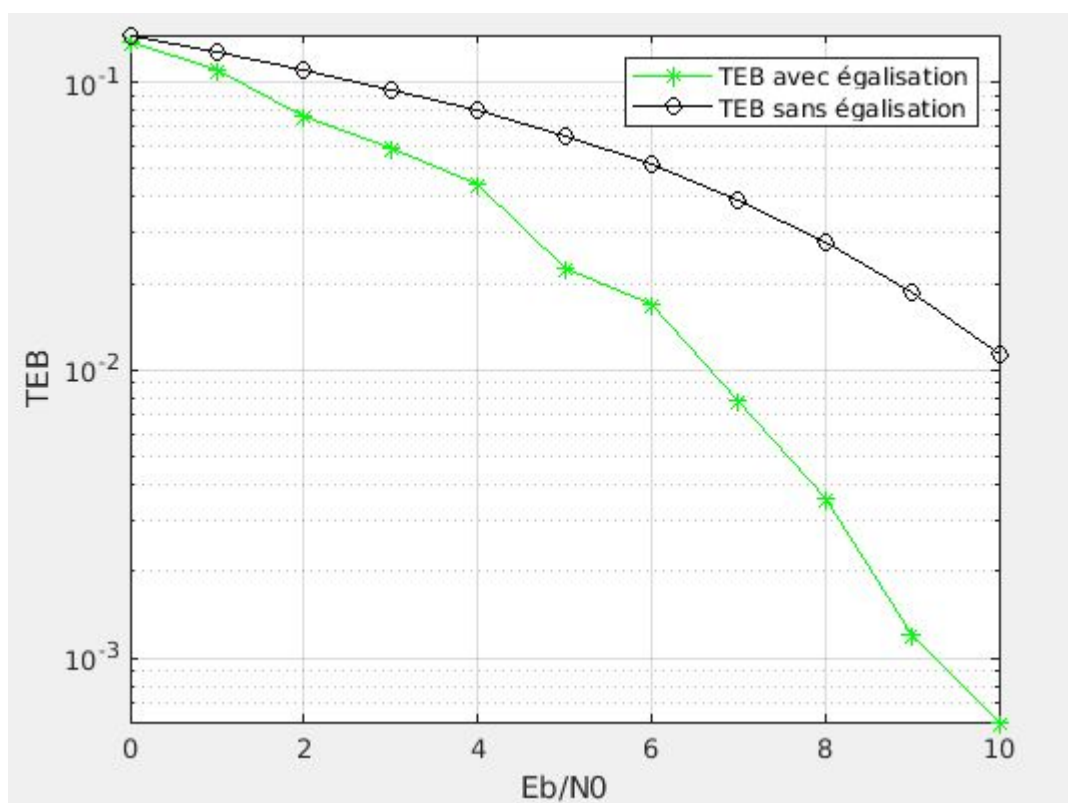


figure 17: Tracés des TEB des deux chaînes avec et sans égalisation

on remarque que le TEB de la chaîne avec égalisation est plus efficace que le TEB de la chaîne avec canal de propagation sans égalisation d'où la chaîne avec égalisation est plus efficace que la chaîne avec canal de propagation sans égalisation termes d'efficacité en puissance.

et les tracés des TEB obtenu avec égalisation et sans égalisation et sur la chaîne sans canal de propagation multi-trajets sans égalisation sont donnés sur la figure suivante:

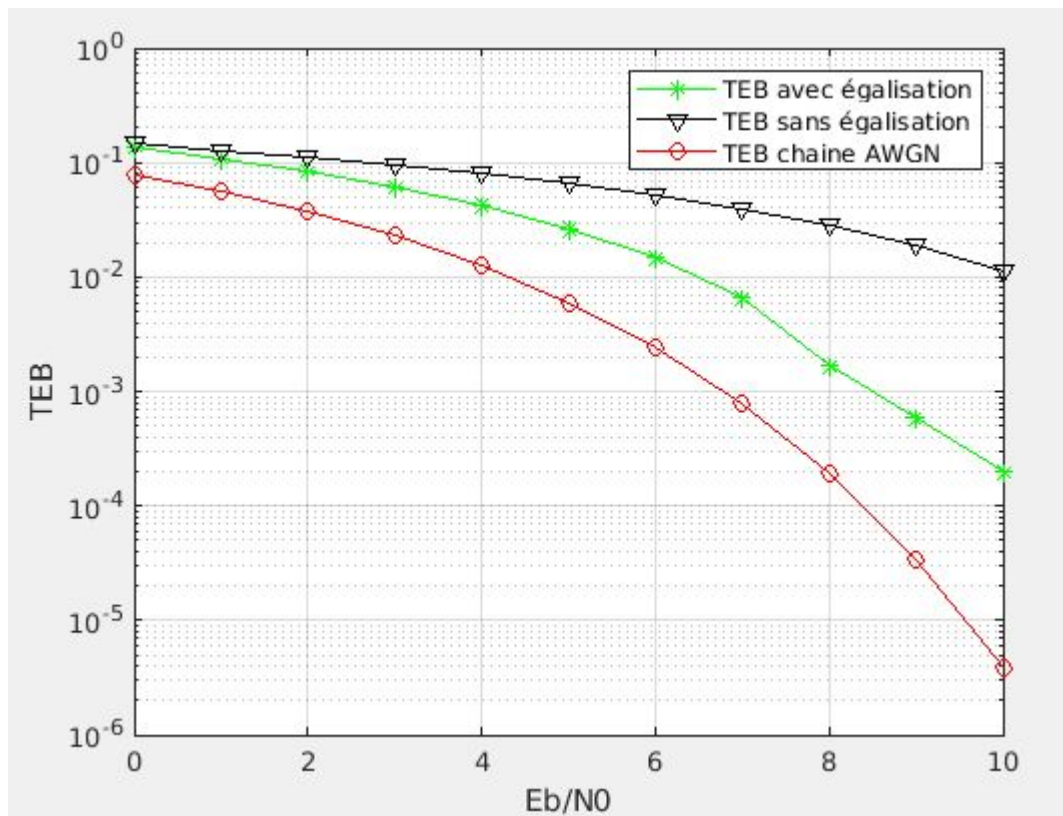


Figure 18: Tracés des TEB des chaînes avec et sans égalisation et la chaîne AWGN.

On remarque bien évidemment que le TEB de la chaîne sans canal de propagation multi-trajets (AWGN) est plus performant que le TEB des deux chaînes avec canal de propagation multi-trajets avec et sans égalisation.

5 - Conclusion:

La chaîne de transmission avec canal multi-trajets avec égaliseur est efficace en termes d'efficacité en puissance et permet d'obtenir l'information binaire émise même si le critère de Nyquist n'est pas respecté.