

Estudio de la frontera termodinámica para la transición de fase al plasma de quark-gluones

Marco Nieto

Grado en ingeniería física, Universidad Politécnica de Valencia

26/12/2022

Abstract

Este artículo abarca de manera divulgativa la formación y el comportamiento del plasma de quark-gluones, introduciendo las nociones matemáticas básicas necesarias para ello. Se tratan temas de interés como la temperatura de Hagedorn, la existencia de un punto crítico en la transición de fase y sus respectivos cálculos.

Keywords: quantum chromodynamics; quark matter; Hagedorn temperature

1 Introducción: ¿Que es el plasma de quark-gluones (QGP)?

En nuestro universo los hadrones están formados por componentes subatómicas, los quarks, que se mantienen unidos gracias a la fuerza denominada como nuclear fuerte, la cual es proporcional a la distancia [1]. El bosón mediador de dicha fuerza es el gluón (derivado de glue, cuyo significado en inglés es pegamento). El papel de dicha fuerza es mantener los quarks unidos en un estado de confinamiento dentro de los hadrones, también llamado como ‘confinamiento de color’. Esto proviene de que los hadrones presentan la propiedad de la neutralidad de color. De forma análoga a la carga eléctrica, existen tres valores de carga de color que deben presentarse para formar una partícula neutra. Estas propiedades son estudiadas a fondo en la rama de la física conocida como cromodinámica cuántica (QCD) [2]. A medida que dos o más quarks se separan, la tensión que ejerce la fuerza nuclear fuerte entre ellos aumenta, hasta un punto en que es más factible energéticamente generar un par quark-antiquark que seguir aumentando la distancia. Este fenómeno se denomina ‘hadronización’ [3][4]. Es imposible aislar quarks en la naturaleza por debajo de una cierta temperatura conocida como ‘Temperatura de Hagedorn’ [5]. Es por esto que los quarks producidos en experimentos como el LHC de Ginebra vienen en paquetes denominados ‘jets’, los cuales tienen carga de color neutra [6]. Entonces, si no podemos aislar los quarks, ¿Qué ocurre si los juntamos? La fuerza nuclear fuerte presenta una propiedad conocida como libertad asintótica [7]. Cabe mencionar que su descubrimiento proporcionó a los físicos David Gross, Frank Wilczek y David Politzer el premio nobel de Física en el año 2004. Dicha propiedad consiste en que en las teorías de gauge no abelianas (que presentan lagrangianos invariantes a transformaciones de Lie), las interacciones entre partículas se vuelven asintóticamente más débiles cuando la distancia entre ellas disminuye o la energía aumenta. Fue descubierta a través de la función beta, la cual relaciona el acoplamiento de un sistema con su escala de energía.

$$\beta := \mu \frac{\partial g}{\partial \mu}$$

La resolución de la función aplicada a la cromodinámica cuántica queda de la forma:

$$\beta := \frac{\alpha^2}{\pi} \left(-\frac{11N}{6} + \frac{n_f}{3} \right)$$

Donde α es la constante de estructura fina, N la simetría Gauge $SU(N)$ y n_f el número de sabores de quarks de la teoría (número de partículas diferentes). Su cálculo determina que, para una cantidad menor de 16 sabores de quarks, el valor de beta es negativo, y como hasta ahora solo se conocen 6 tipos de quarks se cumple dicho requisito y por tanto se produce la libertad asintótica (la teoría se enmarca en una simetría gauge $SU(3)$, hay 8 tipos de gluones [8] y tres colores de quarks con sus correspondientes antipartículas).

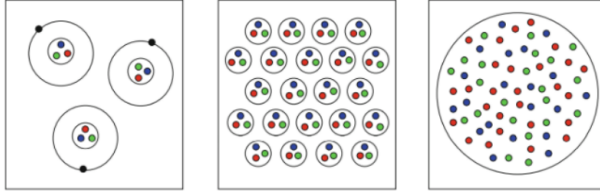


Figura 1. Cambio entre fases a medida que aumenta la densidad, desde la fase atómica, pasando por la nuclear, hasta la materia de quarks.

2 La temperatura de Hagedorn

El estudio de la materia hadrónica caliente actual entiende por temperatura de Hagedorn a la frontera entre las fases de gas hadrónico y el estado desconfinado de quarks y gluones móviles [9]. Fue descubierta por el físico teórico alemán Rolf Hagedorn durante su trabajo en el CERN. Buscaba dar una explicación al concepto de ‘bola de fuego’, un efecto que consistía en que la energía de las colisiones se almacenaba en una pequeña región de espacio, de la cual radiaban nuevas partículas. A raíz de ello, propuso el ‘Statistical Bootstrap Model’ (SBM) [10][11], en el cual estos cúmulos de partículas excitados por colisiones estaban formados por otros cúmulos de hadrones resonantes, que a su vez formaban parte de resonancias más grandes, y así sucesivamente. Esta aproximación condujo a descubrir que el espectro de masas de las partículas en estados de resonancia describía una pendiente que crecía exponencialmente, y esta medición se ha ido perfeccionando con el tiempo obteniendo una pendiente cada vez más pronunciada.

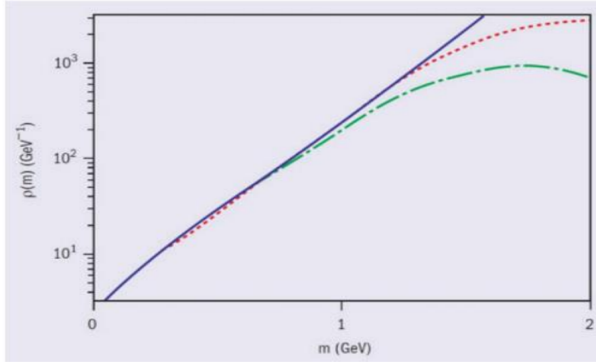


Figura 2. Línea azul, ajuste exponencial a los datos actuales (línea roja punteada). Línea verde punteada, datos experimentales de 1967. La discrepancia para valores altos de masa se debe a las recientes dificultades experimentales. [11]

La conclusión de este resultado es que la temperatura máxima alcanzada de las resonancias hadrónicas viene dada por la masa de su componente más pequeña, formada por un solo pión [11]. Sabiendo el valor de esta masa, podemos estimar la temperatura de Hagedorn en 150 MeV. Un rápido cálculo usando la proporcionalidad entre Kelvin y electronvolts (constante de Boltzmann) permite conocer que la temperatura de Hagedorn es del orden de $2 \cdot 10^{12}$ K. El calentamiento de la materia más allá de la temperatura de Hagedorn viene acompañado de un relevante aumento en la presión por las colisiones, hasta una magnitud similar a la que presentaba el universo en sus comienzos. En la subsecuente expansión, la velocidad colectiva del fluido sobrepasa el 60% de la velocidad de la luz [11]. Es por ello que este estado de la materia no debe ser tratado de la misma manera que los estados clásicos que se manifiestan a más baja energía. La dificultad que reside en el estudio del QGP (plasma de quark-gluones) es el bajo tiempo en el cual se manifiesta en experimentos, por tanto la mayoría de acercamientos se deben hacer de manera puramente teórica.

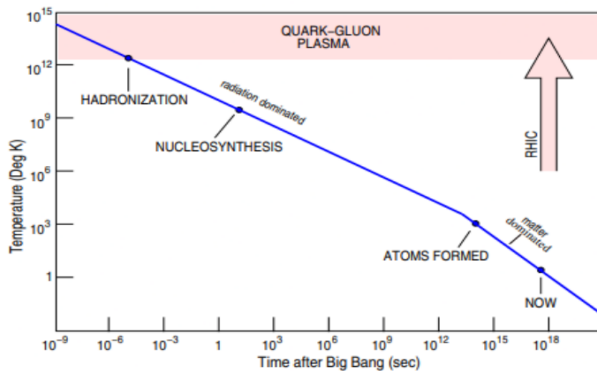


Figura 3. Cambios en el estado de la materia con el avance del tiempo en momentos posteriores al Big Bang

3 Transición de fase y existencia de un punto crítico

Una transición de fase es el proceso físico que se da en el cambio entre dos estados de un medio, cada uno diferenciado por sus propiedades. Actualmente se conocen muy bien las transiciones de fase entre sólido, líquido, gas y plasma. Poseemos diagramas P-T donde se pueden apreciar las fronteras de cada estado, y experimentalmente podemos corroborarlas. En el caso de la transición de líquido a gas, existe un cierto valor de p y T tal que el volumen entre un líquido saturado y un gas saturado seco es el mismo para una misma masa. Este punto se denomina punto crítico. La cromodinámica cuántica postula teóricamente la existencia de otro punto crítico para las fases de gas hadrónico y el QGP, pero su comprobación hoy en día se está intentando con métodos computacionales, no se ha alcanzado experimentalmente, aunque sí se tienen aproximaciones [12].

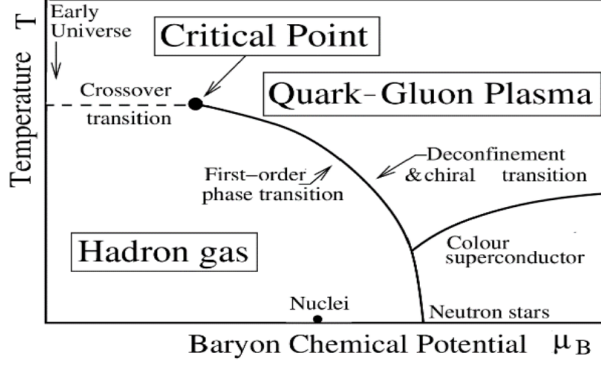


Figura 4. Representación de los distintos estados de la materia en función de la temperatura (T) y el potencial bariquímico (μ_B). Se puede apreciar que para un cierto potencial bariquímico no nulo existe un punto crítico a una determinada temperatura [13].

En la gráfica anterior se puede observar otra región para bajas T y altos potenciales bariquímicos. Se trata de una región cuyos límites aún no han sido establecidos experimentalmente pero donde teóricamente se postula que existe la propiedad de la superconductividad de color. La deducción teórica de la posible existencia de un punto crítico proviene de la resolución de las ecuaciones del ‘Statistical Bootstrap Model’ [14]. Partiendo de ellas se puede llegar a obtener la expresión para la presión en un sistema termodinámico, con la forma:

$$P^{(h)}(\beta, \{\lambda\}) = \frac{1}{\beta} f(\beta, \{\lambda\}) \left[1 - \frac{1}{4B} \frac{\partial f}{\partial \beta} \right]^{-1}$$

Donde $f(\beta, \{\lambda\})$ es la función de partición (interacciones puntuales entre hadrones) dividida por el volumen, B es la constante de energía en el vacío (‘Bag constant’), y $\{\lambda\}$ denota el conjunto de fugacidades correspondientes a los números cuánticos b, q, s y |s|, es decir, ($\lambda_b, \lambda_q, \lambda_s, \gamma_s$). Gracias a esta expresión se puede obtener la siguiente gráfica:

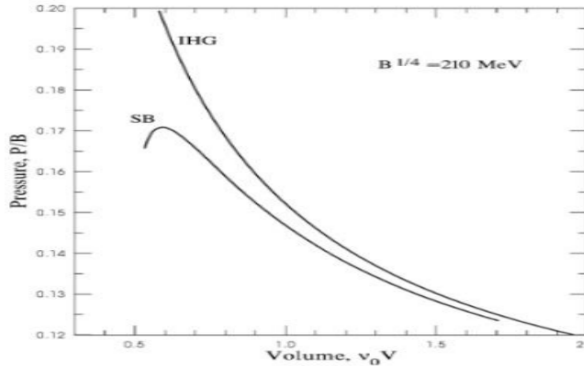


Figura 5. Isothermas representadas en un diagrama P-V, donde v_0 es la densidad nuclear normal ($v_0 = 0.14 fm^3$). Se representan las isothermas descritas para un gas hadrónico ideal (IHG) y para la materia hadrónica descrita por el ‘Statistical Bootstrap Model’, (SB). La constante de energía del vacío toma un valor de 210 MeV [14].

Se puede apreciar que en la isoterma descrita por el SBM existe una región donde la temperatura y la presión disminuyen conjuntamente, lo que indica la presencia de una transición de fase de primer orden (debido a la formación de más y más grandes cúmulos de hadrones aproximándose a sus límites). En base a las ecuaciones

derivadas del ‘Statistical Bootstrap Model’, se pueden calcular distintas aproximaciones para la localización del punto crítico. Para ello deben obtenerse los parámetros β , λ_u , λ_d , λ_s , λ'_u , λ'_d con el sistema de ecuaciones siguiente: (derivan de ciertas simetrías que se deben de cumplir) [14]

$$\begin{aligned} v_b^{(h)}(\beta, \lambda_u, \lambda_d, \lambda_s) &= v_b^{(q)}(\beta, \lambda'_u, \lambda'_d) \\ P^{(h)}(\beta, \lambda_u, \lambda_d, \lambda_s) &= P^{(q)}(\beta, \lambda'_u, \lambda'_d) \\ \frac{\partial P^{(h)}(\beta, \lambda_u, \lambda_d, \lambda_s)}{\partial \lambda_u} &= 0 \\ \langle S(\beta, \lambda_u, \lambda_d, \lambda_s) \rangle_h &= 0 \\ \langle b(\beta, \lambda_u, \lambda_d, \lambda_s) \rangle_h &= 2 \langle Q(\beta, \lambda_u, \lambda_d, \lambda_s) \rangle_h \\ \langle b(\beta, \lambda'_u, \lambda'_d) \rangle_q &= 2 \langle Q(\beta, \lambda'_u, \lambda'_d) \rangle_q \end{aligned}$$

La tercera ecuación es la condición que se impone para hallar el punto crítico. Por tanto, para un valor dado de la constante de energía del vacío B , resolviendo las 5 restantes hallamos la línea crítica en el diagrama T - μ_b . Debemos hallar soluciones las cuales respeten la hipótesis del SBM, es decir, que el punto crítico se dé para un potencial barioquímico μ_b no nulo. Por tanto, $B^{1/4}$ debe ser menor que 282 MeV. Una vez conocido esto, podemos representar las diferentes aproximaciones para distintos valores de $B^{1/4}$, de las cuales se va a destacar el caso en que $B^{1/4} = 250$ MeV, debido a que se obtiene cuando se impone que $\mu_b(\text{hadronic matter}) = \mu_b(\text{quark matter})$ en el punto crítico. En este caso en concreto, el punto crítico se da para $T = 171$ MeV y $\mu = 385$ MeV.

Cabe mencionar que las varias aproximaciones para valores distintos de B dan valores de temperatura similares al dado en el capítulo anterior, 150 MeV, debido a la masa del pión.

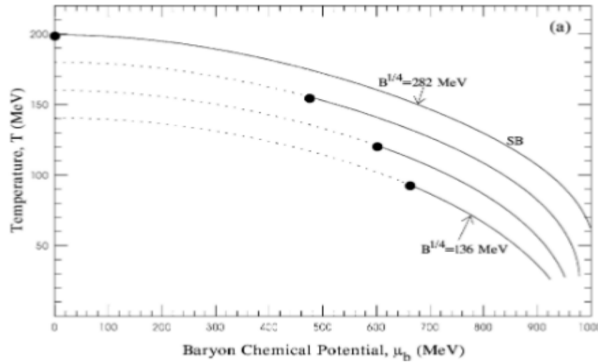


Figura 6. Líneas críticas con sus correspondientes puntos críticos para diferentes valores de la constante de energía del vacío B . Se puede apreciar que el caso límite se da para $B^{1/4} = 282$ MeV, ya que el punto crítico se da para $\mu_b = 0$. [14]

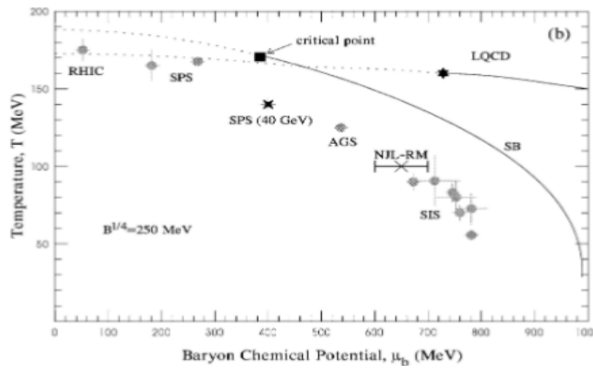


Figura 7. Línea crítica para $B^{1/4} = 250$ MeV, junto con la predicción de la teoría Lattice QCD (LQCD) y la predicción del punto crítico de NJL-RM. Se muestran también diferentes resultados experimentales para puntos de congelación de experimentos con colisiones de núcleos pesados. [14]

References

- [1] Christine Sutton: Strong force, physics. www.britannica.com
- [2] David J. Gross and Frank Wilczek: Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1343
- [3] Bryan Webber: Hadronization <https://arxiv.org/abs/hep-ph/9411384>
- [4] R.D. Field and R. P. Feynmann: Quark elastic scattering as a source of high-transverse-momentum mesons. *Phys. Rev. D* **15**, 2590
- [5] Multiple authors: Wikipedia. [Hagedorn temperature](#)
- [6] Multiple authors: Wikipedia. [Jet \(particle physics\)](#)
- [7] David J. Gross: Twenty Five Years of Asymptotic Freedom. <https://arxiv.org/abs/hep-th/9809060>
- [8] James Bottomley, John Baez: Why are there eight gluons and not nine? <https://mathdept.ucr.edu/>
- [9] Berndt Müller, Johann Rafelski: Melting Hadrons, Boiling Quarks - From Hagedorn Temperature to Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions at CERN. <https://link.springer.com/>
- [10] Rolf Hagedorn: The long way to the Statistical Bootstrap Model- part I. www.youtube.com
- [11] Johann Rafelski, T.E.O Ericson. The Tale of the Hagedorn Temperature. Melting Hadrons, Boiling Quarks - From Hagedorn Temperature to Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions at CERN. <https://link.springer.com/>
- [12] Rajiv V. Gavai: QCD Critical Point: The Race is On <https://arxiv.org/abs/1404.6615>
- [13] M. Mulders, K. Kawagoe: 1st Asia-Europe-Pacific School of High-Energy Physics. <https://cds.cern.ch/record/1443909>
- [14] N.G.Antoniou, A.S.Kapoyannis: Bootstrapping the QCD critical point <https://www.sciencedirect.com/>