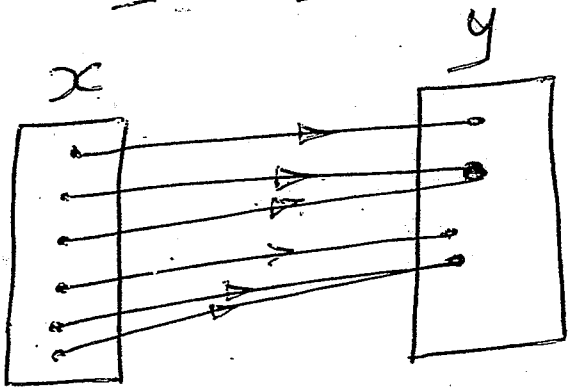
www.CollegeTanta.cf

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

The functions الدوال

هي علاقة تربط بين عناصر مجموعتين غير خاليتين.



Domain المجال هو قيم x التي تكون عندها الدالة y معرفة

Range المدى هو قيم y الناتجة من التعويض بقيم x

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

* المجال والمدى :-

x المادة الخام هي المجال → Function → y المنتج هو المدى

ملاحظات لإيجاد مجال الدالة :-

① الدالة كثيرة الحدود [التي لا يوجد بها كسر ومقامة فيه x ولا يوجد بها جذر]

⇐ مجالها هو (R) = مجموعة الأعداد الحقيقية (Z)

لإيجاد مدى الدالة كثيرة الحدود ← نرسم الدالة ونحدد المدى من الرسم [من على محور y من أسفل لأعلى]

② الدالة الكسرية :- التي يوجد في مقامها x مجالها هو

$D_f = R - \{$أصفار المقام$\}$

[illegible] ونحدد قيم y الممكنة ويكون

www.CollegeTanta.cf

3 دالة الجذر التربيعي أو الجذر الزوجي عموماً مثل

$\sqrt{\ }$, $\sqrt[4]{\ }$, $\sqrt[6]{\ }$, ...

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$D_f =$ ماتحت الجذر ≥ 0

مهم: وإذا وجد الجذر في المقام يكون

$\boxed{D_f = \text{ماتحت الجذر} > 0}$ لا يوجد تساوي

• المدى: نرسم شكل الدالة ونوجد ~~المجال~~ المدى من الرسم.

4 دالة الجذر الفردي مثل $\sqrt[3]{\ }$ $\sqrt[5]{\ }$ $\sqrt[7]{\ }$ ...

المجال D_f

$\sqrt[3]{\text{دالة}}$:

إعتبر الجذر غير موجود وشوف مجال الدالة اللي تحت الجذر

- لو كانت كثيرة حدود ← $D_f = R$

- /// كسرية

$D_f = R -$ أصفار المقام

• ملاحظة هامة: - لإيجاد المجال والمدى من الرسم:

- أولاً إرسم شكل الدالة بإختيار بعض النقاط للمتغير x من قيم المجال - ثم عوض في الدالة وأوجد y ثم إرسم شكل تقريبي للدالة.

- المجال: يوجد من محور X من الشمال لليمين.

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

• المدى هو جزء من محور Y من أسفل لأعلى.

Examples

[1] Find the Domain (المجال) & the Range (المدى) of the Following functions: (الدوال التالية)

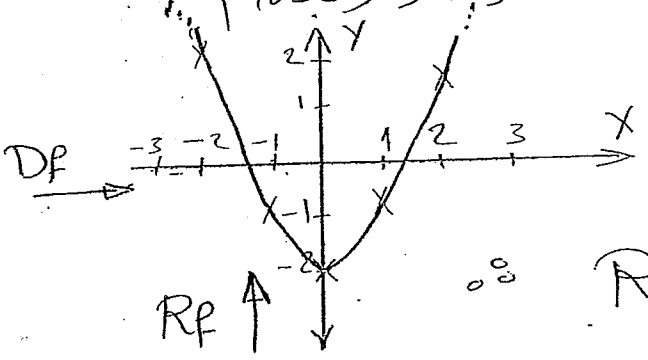
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$y = x^2 - 2$ Solution

∴ $D_f = R$ (الدالة كثيرة حدود)

لتحديد المدى: نرسم شكل الدالة باختيار بعض النقاط لـ (X)

X	-2	-1	0	1	2
Y	2	-1	-2	-1	2



∴ $R_f = [-2, \infty[$

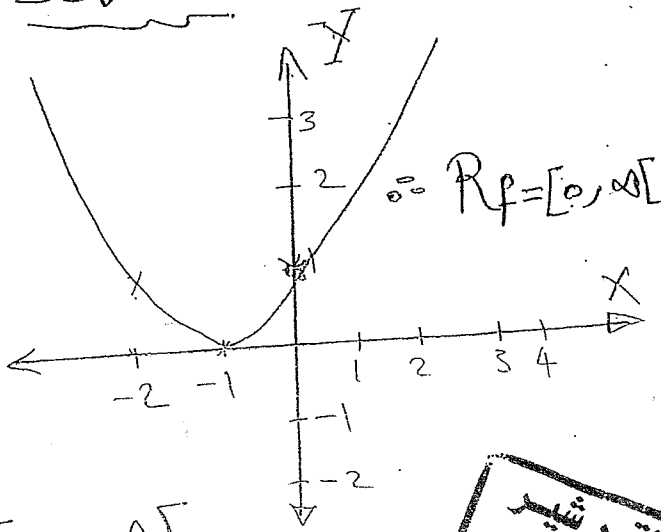
[2] $y = x^2 + 2x + 1$ Solution

الدالة كثيرة حدود

∴ $D_f = R$ = المجال

لتحديد المدى: نرسم الدالة

X	-2	-1	0	1	2
y	1	0	1	4	9



∴ $R_f = [0, \infty[$

$R_f = [0, \infty[$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

$\boxed{3}$ $y = \dfrac{2}{x+1} - 4 \Rightarrow$ الدالة كسرية $\boxed{4}$

$\therefore D_f = R - \{\text{أصفار المقام}\} = R - \{-1\}$

لمدى : نوجد x لوحدها فى طرف

$y + 4 = \dfrac{2}{x+1} \quad \therefore x+1 = \dfrac{2}{y+4}$

$\boxed{\therefore x = \dfrac{2}{y+4} - 1} \rightarrow$ دالة كسرية

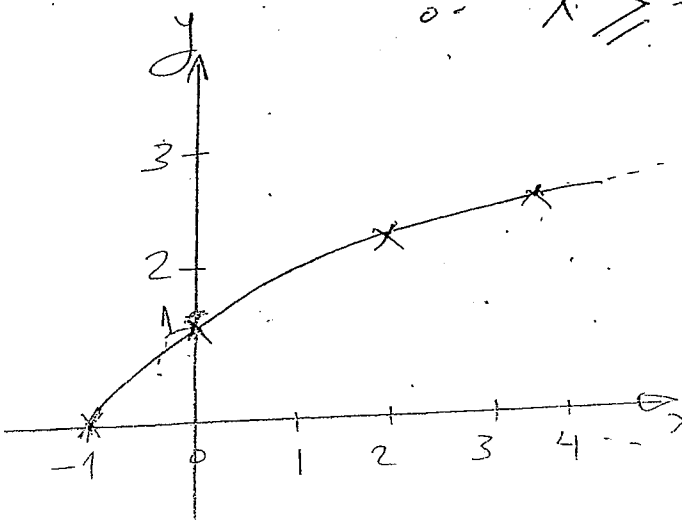
$R_f = R - \{\text{أصفار المقام}\} = R - \{-4\}$ #

$\boxed{4}$ $y = \sqrt{x+1} \rightarrow$ جذرية

$\therefore D_f =$ ما تحت الجذر $\geq 0 \quad \therefore x+1 \geq 0$

$\therefore x \geq -1 \quad \therefore D_f = [-1, \infty[$

لمدى : نرسم الدالة :



x	-1	0	2	4	9
y	0	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	3

$\therefore R_f = [0, \infty[$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

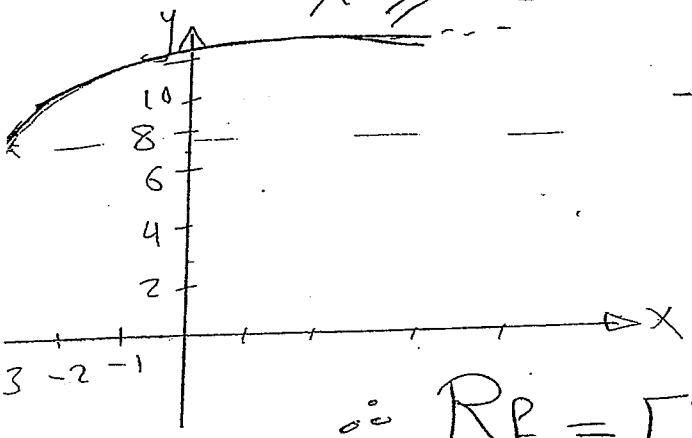
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$\boxed{5}$ $y=\sqrt{x+3}+8$ solution

الدالة جذرية $\therefore D_f =$ ماتحت الجذر ≥ 0 $\therefore x+3\geq 0$

$\therefore x\geq -3$ $\therefore D_f=[-3,\infty[$

لتحديد المدى: نرسم الدالة :-



x	-3	0	2	4
y	8	$8+\sqrt{3}=9.7$	$8+\sqrt{5}=10.23$	$8+\sqrt{7}=10.64$

$\therefore R_f=[8,\infty[$

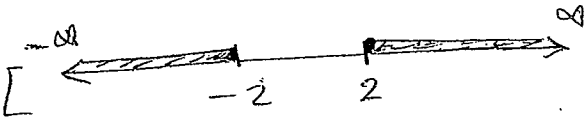
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$\boxed{6}$ $y=\sqrt{x^2-4}$ جذرية

$\therefore D_f \Rightarrow x^2-4\geq 0$ $\therefore x^2\geq 4$

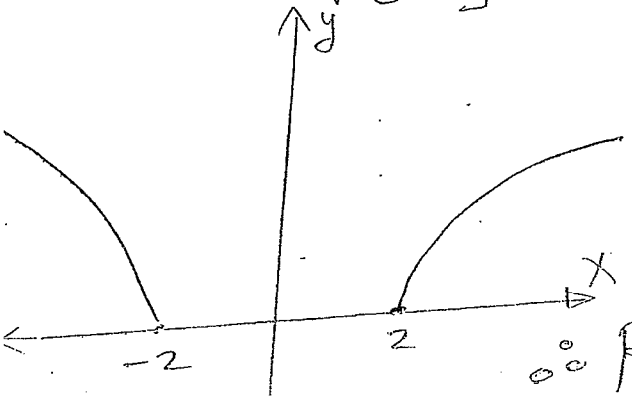
$\therefore x\geq 2$ أو $x\leq -2$

$\therefore D_f=]-\infty,-2]\cup[2,\infty[$



$=R-]-2,2[$

لتحديد المدى: نرسم الدالة :-



x	-3	-2	2	3	4
y	$\sqrt{5}$	0	0	$\sqrt{5}$	$\sqrt{12}$

$\therefore R_f=[0,\infty[$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

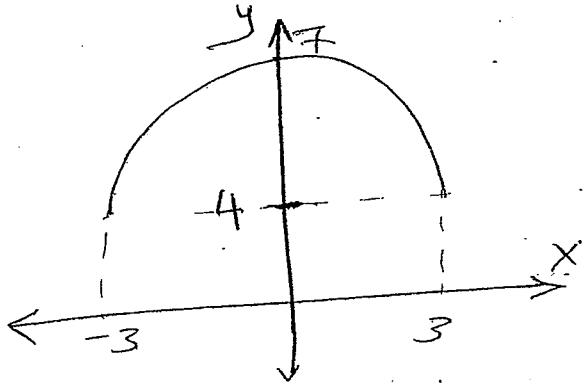
www.CollegeTanta.cf

7) $y = \sqrt{9 - x^2} + 4$ ⟹ جذرية

$9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 9 \geq x^2$

$\therefore x \leq 3$ و $x \geq -3$

$Df = [-3, 3]$



x	-3	-1	0	1	3
y	4	6.5	7	6.5	4

$Rf = [4, 7]$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

8) $y = \sqrt{10 + x^2}$ جذرية

$x^2 + 10 \geq 0 \quad \therefore x^2 \geq -10$

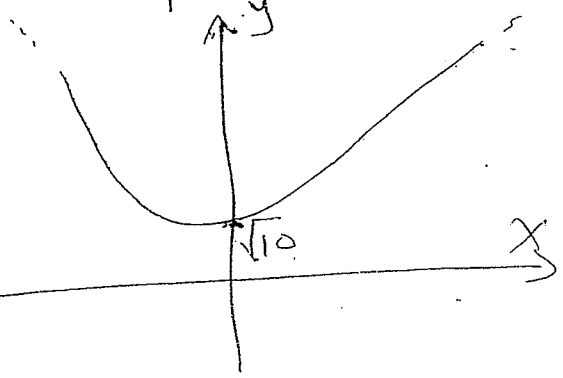
دائماً x^2 تكون أكبر من (-10)

$\therefore Df = R$ ∴ x تأخذ أي رقم

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

x	0	1	-1	2	-2
y	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{14}$

$Rf = [\sqrt{10}, \infty[$



مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

$\boxed{9}$ $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ كسرية $D_f = R - \{1\}$

عكسي: نجعل x لوحدها في طرف

$(x-1)y = 2x+1$

$\therefore xy - y = 2x+1$

$xy - 2x = y+1$ $\therefore x(y-2) = y+1$

$\therefore x = \dfrac{y+1}{y-2}$

$\therefore R_f = R - \{-2\}$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

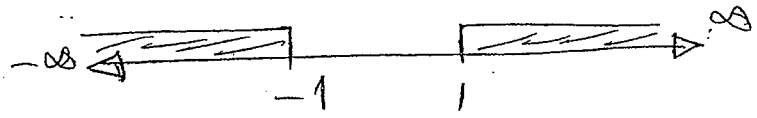
solution

$\boxed{10}$ $y = \sqrt{|x|-1}$

D_f: $|x| - 1 \geq 0$ $\therefore |x| \geq 1$

$x \geq 1$ $\quad$ $-x \geq 1$

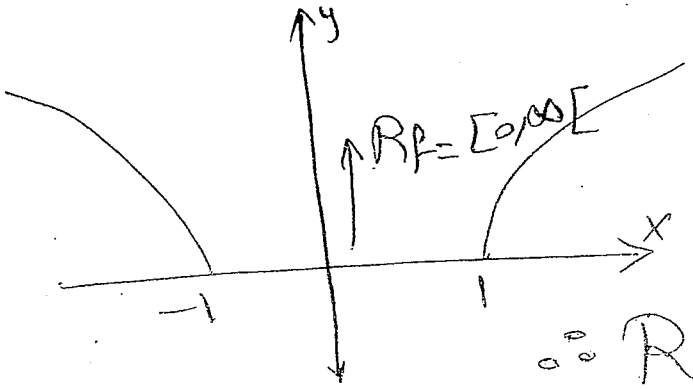
$\therefore x \leq -1$



$\therefore D_f =]-\infty, -1] \cup [1, \infty[$

$= R -]-1, 1[$

لتحديد المدى نرسم الدالة



x	-2	-1	1	2
y	1	0	0	1

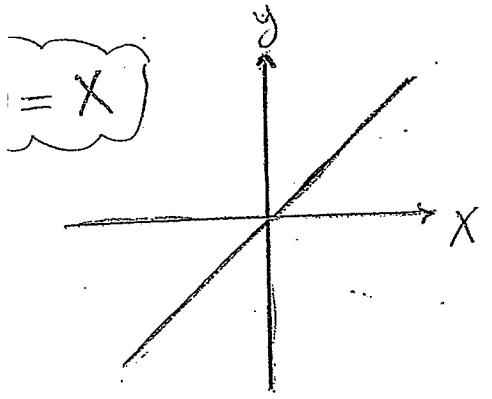
$\therefore R_f = [0, \infty[$

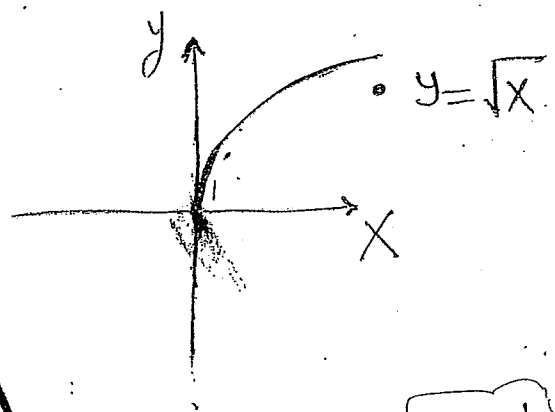
مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

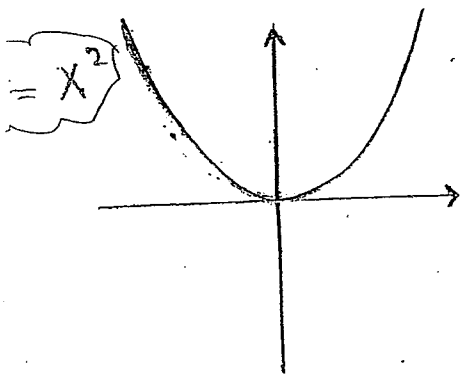
www.CollegeTanta.cf

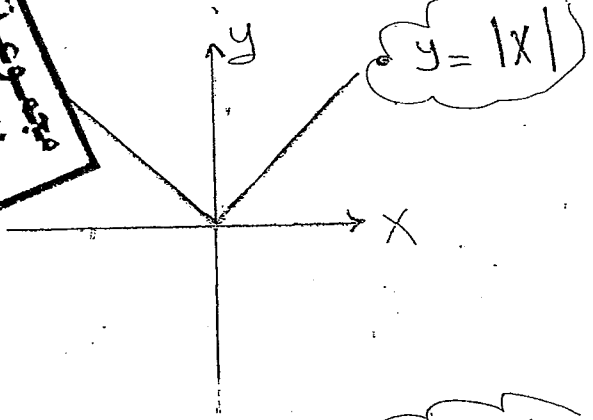
رسم الدالة

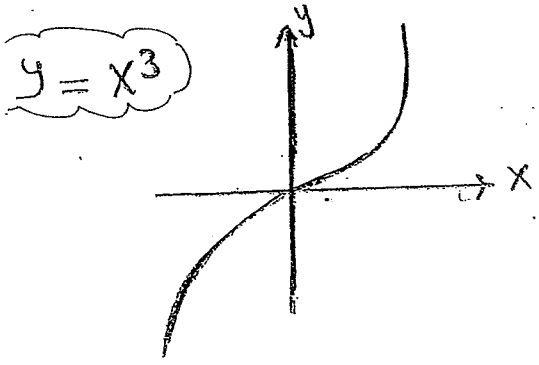
الدوال الآتية من أشهر الدوال في الاستذكار ويجب حفظ شكلها:

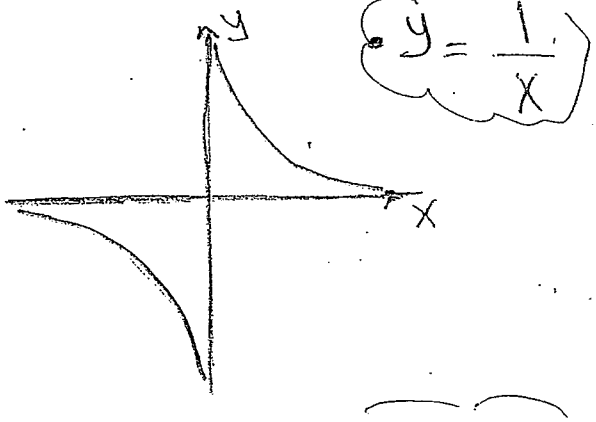












مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

فائدة: عند إضافة أي ثابت لأي من (X^1) أو (y^1) أي من المعادلات السابقة يحدث إزاحة للشكل:-

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

$y = f(x)$ → معادلة المنحنى الأصلي

$y' + b = f(x' + a)$

إزاحة ناحية اليسار بمقدار a

إزاحة لأسفل بمقدار

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

* دالة أكبر عدد صحيح

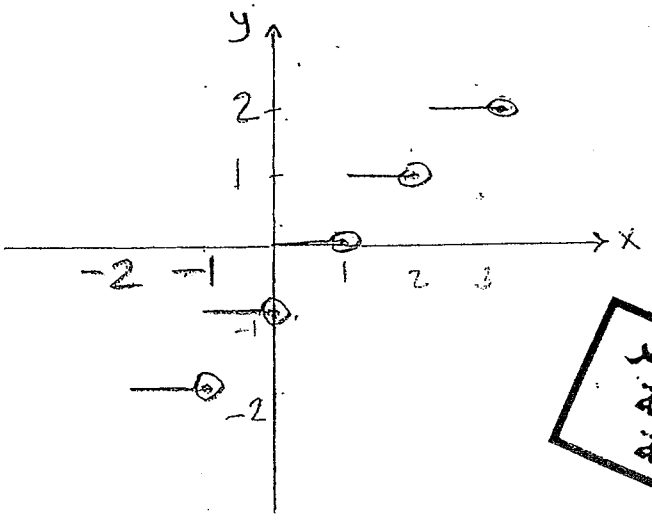
$f(x) = [[x]]$

حيث $[[x]]$ = أكبر عدد صحيح أصغر من أو يساوي العدد x

sex :

$[[1.6]] = 1$ $\qquad$ $[[0.3]] = 0$

$[[-3.6]] = -4$



مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

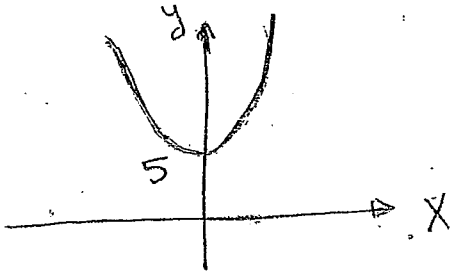
www.CollegeTanta.cf

* ارسم كل من الدوال الآتية .

$y = x^2 + 5$

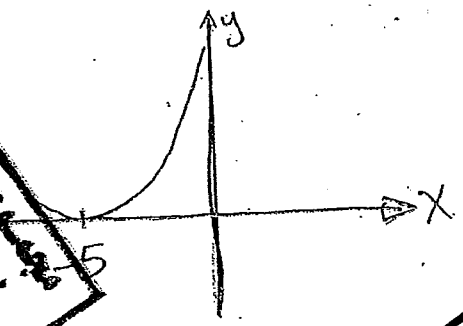
$(y - 5) = x^2$

إزاحة لأ



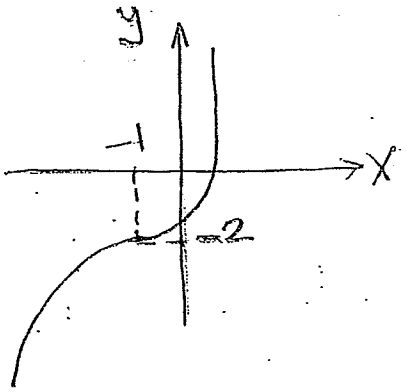
$y = (x + 5)^2$

إزاحة لليسار



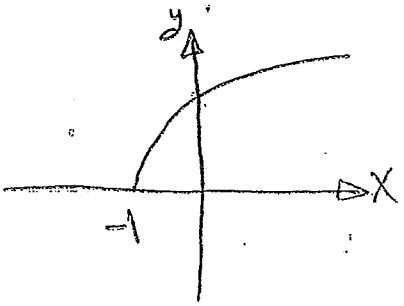
$y = (x+1)^3 - 2$

$y + 2 = (x + 1)^3$



$y = \sqrt{x + 1}$

لليسار



(+) → shift ناحية اليسار

(−) → shift ناحية اليمين

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

العمليات الجبرية على الدوال

إذا كانت f, g دالتين ، $D_f \cap D_g \neq \phi$

فإنه عليه تعيين :

① $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

② $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$D = D_f \cap D_g$

③ $(f/g)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$D = D_f \cap D_g - \{$صفار المقام$\}$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

مثال: إذا كانت

$f(x) = \dfrac{x-3}{2}$ ، $g(x) = \sqrt{x}$

أوجد $f+g$ ، $f-g$ ، $f \cdot g$ ، f/g مع تحديد المجال.

Sol

نجد أولاً D_g ، D_f

$D_f = \mathbb{R}$ ، $D_g = [0, \infty[$.

$D_f \cap D_g = [0, \infty[$.

- $f+g = \dfrac{x-3}{2} + \sqrt{x}$
- $f-g = \dfrac{x-3}{2} - \sqrt{x}$
- $f \cdot g = \dfrac{x-3}{2} \sqrt{x}$

$D = [0, \infty[$

- $f/g = \dfrac{x-3}{2\sqrt{x}}$

$D =]0, \infty[$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

خواص وأنواع الدوال

1) حدد نوع الدالة $y = f(x)$

• زوجية Even • فردية odd • ليست زوجية وليست فردية.

الحل: قارن بين $f(-x)$ ، $f(x)$

$f(-x) = f(x)$ ∴ زوجية Even (متماثلة حول محور y)

$f(-x) = -f(x)$ ∴ فردية odd (متماثلة حول نقطة الأصل)

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

2) حدد نوع الدالة $y = f(x)$

• أحادية One-to-One → Injective

• ليست أحادية not Injective

"كل عنصر في المدى يقابل عنصر واحد في المجال".

الحل: نضع $\boxed{f(x_1) = f(x_2)}$

وبعد الاختصارات

$x_1 = x_2$ ∴ أحادية

بيانياً: إذا رسم خط أفقي يقطع المنحنى في نقطة واحدة في أي مكان أفقي

$x_1 \neq x_2$ ∴ ليست أحادية

بيانياً: الخط يقطع المنحنى في أكثر من نقطة

لاحظ

• إذا كان المدى = R تسمى الدالة "فوقية" onto

• إذا كانت الدالة أحادية ، وفوقية فإنها تسمى "تناظر أحادي" أو "تقابل"

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

مثال: حدد المجال والمدى للدالة $y = \sqrt{2 - x^2}$

وارسم الدالة وحدد خواصها.

الحل

$y = \sqrt{2 - x^2}$

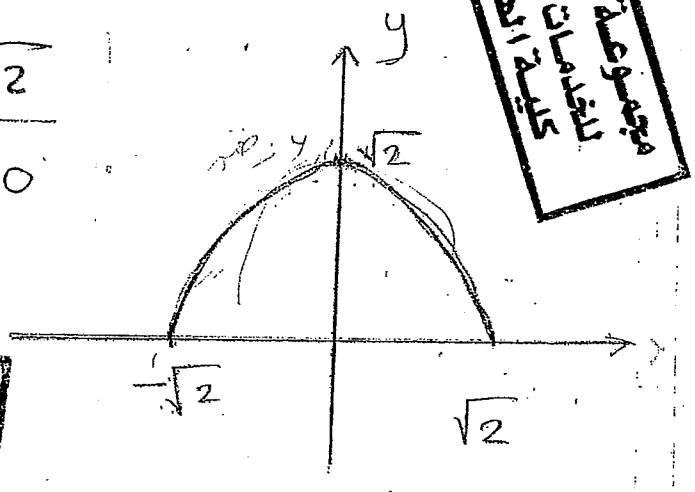
$2 - x^2 \geq 0$

$x^2 \leq 2$

$x \leq \sqrt{2}$

$x \geq -\sqrt{2}$

x	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$
y	0	1	$\sqrt{2}$	1	0



مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

من الرسم يتضح أن:

- الدالة زوجية (Even).
- الدالة ليست أحادية (one-to-one) not
- الدالة محدودة من أعلى ($y = \sqrt{2}$) وحدها الأسفل ($y = 0$)
- الدالة تزايدية في الفترة $[-\sqrt{2}, 0]$
- وتناقصية في الفترة $[0, \sqrt{2}]$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

الدالة العكسية : $f^{-1}(x)$

أوجد الدالة العكسية $f^{-1}(x)$ للدالة الأحادية $f(x)$:

الحل * نوجد x كدالة في y .

* استبدل كل x بـ y ، كل y بـ x .

أخطأ * $f^{-1}(x)$ ⟵ هي رمز للدالة العكسية

$\frac{1}{f(x)} = (f(x))^{-1}$ ⟵ " " لمقلوب الدالة .

* مجال $f(x)$ هو مدى الدالة $f^{-1}(x)$ والعكس .

Problems.

أوجد الدالة العكسية لكل من :-

1) $f(x) = \frac{3}{x+1} - 5$

$y = \frac{3}{x+1} - 5$

هات x دالة في y

$y + 5 = \frac{3}{x+1}$

$x + 1 = \frac{3}{y+5}$

$\therefore x = \frac{3}{y+5} - 1$

استبدل x بـ y ، y بـ x

$y = \frac{3}{x+5} - 1 = f^{-1}(x)$

أخطأ . تأكد أنها أحادية .

$\frac{3}{x_1+1} - \cancel{5} = \frac{3}{x_2+1} - \cancel{5}$

$\frac{\cancel{3}}{x_1+1} = \frac{\cancel{3}}{x_2+1}$

$x_1 = x_2$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

② $f(x) = \begin{cases} 4x+1 & x \leq 0 \\ x^2+2 & x > 0 \end{cases}$

أولاً: تأكد أنها أحادية

$x \leq 0$

$f(x_1) = f(x_2)$

$\cancel{4}x_1 \cancel{+1} = \cancel{4}x_2 \cancel{+1}$

$x_1 = x_2$

$x > 0$

$f(x_1) = f(x_2)$

$x_1^2 + \cancel{2} = x_2^2 + \cancel{2}$

$x_1 = x_2$ في الفترة $x > 0$

ثانياً: لتكن x دالة 2

$y = x^2 + 2$

$y - 2 = x^2$

$x = \sqrt{y-2}$

ثالثاً: استبدل

$\boxed{y = \sqrt{x-2}} = f^{-1}(x)$

$y = 4x + 1$

$y - 1 = 4x$

$x = \frac{1}{4}(y-1)$

$\boxed{y = \frac{1}{4}(x-1)} = f^{-1}(x)$

$\therefore f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x-1) \\ \sqrt{x-2} \end{cases}$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

Report

هل الدالة أحادية $y = x^2$ أم لا وكيف يتم جعلها أحادية ثم أوجد الدالة العكسية

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

كيفية تحديد خواص الدالة من الرسم :-

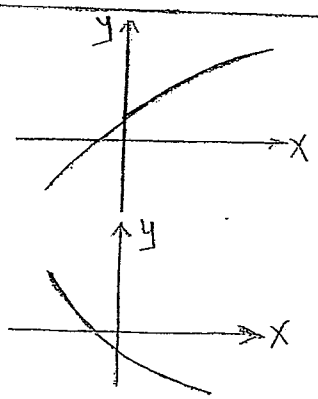
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

الخاصية	كيف نحددها من الرسم .
• زوجية	• متماثلة حول محور الصادات أو $f(-x)=+f(x)$
• فردية .	• " " نقطة الأصل أو $f(-x)=-f(x)$

نرسم خط أفقي يوازي محور X إذا قطع منحنى الدالة :-

$f(-x) = +f(x)$

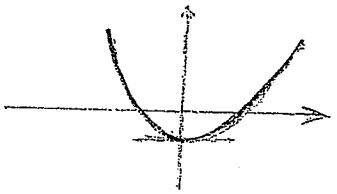
- أحادية • في نقطة .
- ليست أحادية • في أكثر من نقطة .



مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

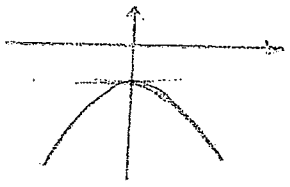
- تزايدية .
- تناقصية

- محدودة من أسفل



المدى = $[a, \infty[$

- محدودة من أعلى



المدى = $]-\infty, b]$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

Problems.

* حدد ما إذا كانت الدوال الآتية زوجية أم فردية.

① $f(x) = 2x + 1$.

$f(-x) = -2x + 1 \neq f(x)$

$\neq -f(x)$

∴ ليست زوجية أو فردية.

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

---

② $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 3}$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 3} = -\frac{x}{x^2 - 3} = -f(x)$$

∴ فردية.

---

③ $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & x \leq 1 \\ 3x & x > 1 \end{cases}$

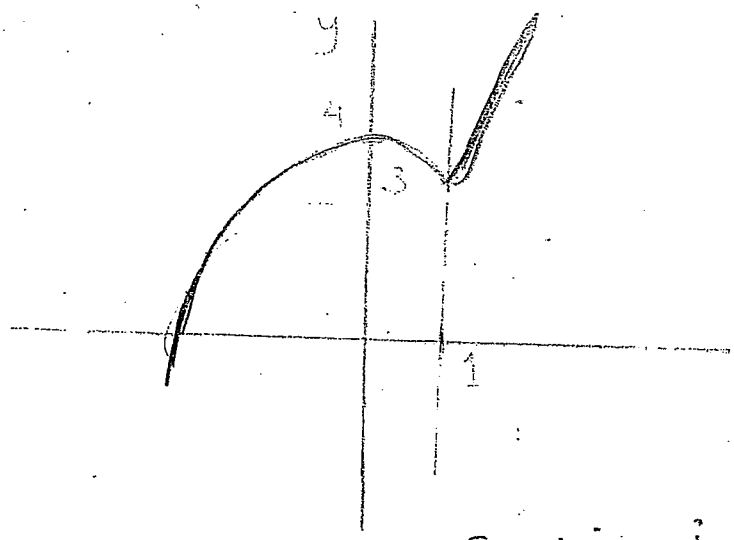
في الحالة المعتادة التعريف الأسهل في الحل نرسم الدالة

إذا كانت الدالة ← متماثلة حول محور Y ∴ زوجية

" " ← " " نقطة الأصل ∴ فردية

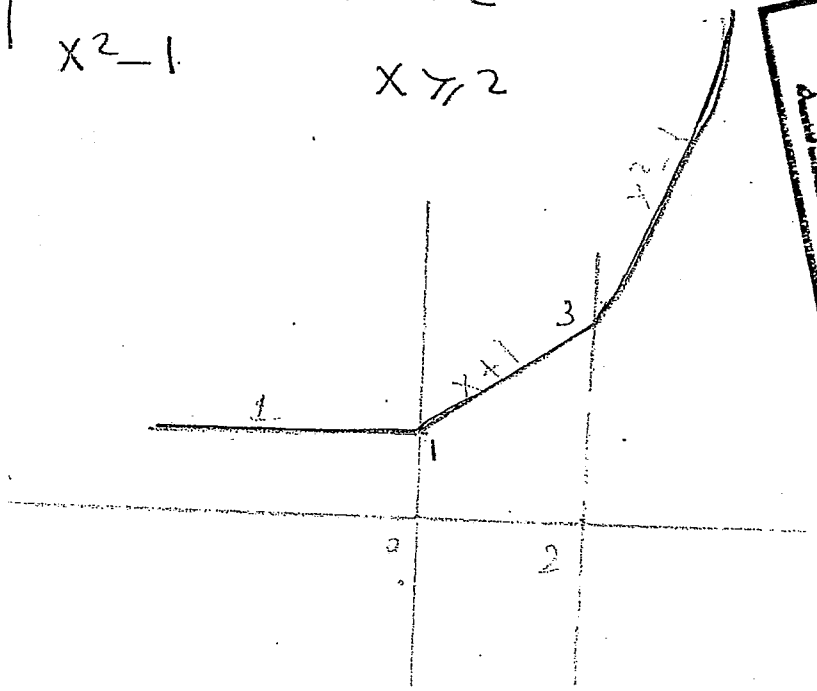
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf



∴ ليست زوجية أو فردية .

f) $f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ x+1 & 0 < x < 2 \\ x^2 - 1 & x \geq 2 \end{cases}$



مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية - الهندسة

∴ ليست زوجية أو فردية .

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية

www.CollegeTanta.cf

* تحدد ما إذا كانت الدوال الآتية أحادية أم لا

① $f(x) = 3x - 5$

نفرض $f(x_1) = f(x_2)$

$3x_1 - 5 = 3x_2 - 5$

$3x_1 = 3x_2 \quad \therefore x_1 = x_2$

∴ أحادية

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

② $f(x) = x^2 + 1$

$f(x_1) = f(x_2)$

$x_1^2 + 1 = x_2^2 + 1$

$x_1^2 = x_2^2 \longrightarrow x_1 = x_2$

$x_1 = -x_2$

∴ ليست أحادية

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

* لجعل هذه الدالة أحادية نقوم بتحديد قيمة المجال بدءاً من $\mathbb{R}$ بجعله $[0, \infty[$ مثلاً

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

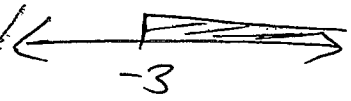
* find The Domain of

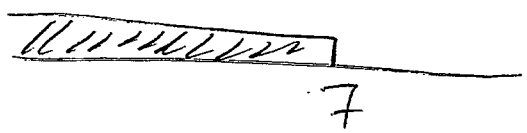
(1) $f(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt[4]{7-x}$ الحل

Put $u = \sqrt{x+3}$, $v = \sqrt[4]{7-x}$

D_u : $x+3 \geq 0$ $\qquad$ D_v $7-x \geq 0$

$x \geq -3$ $\qquad$ $x \leq 7$





$\therefore D_f = D_u \cap D_g = [-3, 7]$

---

ex. $y = \sqrt{\dfrac{x^2-1}{x-5}}$

⇐ كل بطريقة الجدول كما يلي

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

Solution

Df : $\dfrac{x^2-1}{x-5} \geq 0$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

$x=-1$ ← $\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-5)} \geq 0$ و $x \neq 5$

$x=1$ ←

$x=5$ →

نستخدم طريقة الجدول وحالة الضرب أو القسمة

مع إشارات

	$-\infty$		$x=-1$		$x=1$		$x=5$		∞
$(x-1)$		$-$		$-$		$+$		$+$	
$(x+1)$		$-$		$+$		$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$		$-$		$+$	
الناتج		$-$		$+$		$-$		$+$	

$\therefore Df = [-1,1] \cup]5,\infty[$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

Report $\sqrt{x+3}$

www.CollegeTanta.cf

Find the Domain for the function $\sin x$

* إوجد مجال الدالة $\sin x$

كيف يمكن إيجاد معكوس هذة الدالة . وأوجد هذا المعكوس.

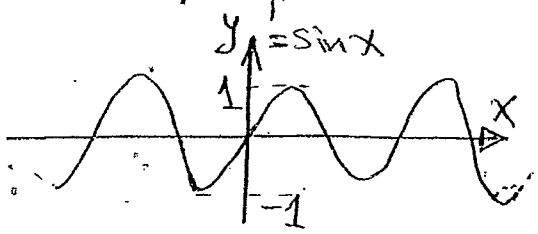
How you can get the inverse of this fn. and find this inverse.

Solution :-

مجال الدالة $y = \sin x$ هو

$$D_f = R$$

من الرسم



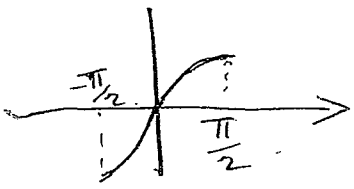
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

* لإيجاد معكوس هذة الدالة لابد أن تكون الدالة أحادية

ولكن $y = \sin x$ ليست دالة أحادية في جميع قيم x (أ)

⇐ ولجعل هذة الدالة أحادية نقوم بتحديد المجال

وليكن



$$D_f = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

أو أي قيمة أخرى تجعل الدالة أحادية

* لإيجاد معكوس الدالة

$$y = \sin x$$

$$x = \sin^{-1} y$$

$$\boxed{\therefore y = \sin^{-1} x}$$

#

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

* given معطى $f(x)$ و $g(x)$ (مهم)

ويطلب هذا المطلوب :-

* $(f \circ g)(x) \overset{\text{معناها}}{\equiv} f(g(x))$

شيل كل (x) من الدالة $f(x)$ وضع بدلاً منها الدالة $f(x)$

* $(g \circ f)(x) \overset{\text{معناها}}{\equiv}$ شيل كل x من الدالة $g(x)$ وضع بدلاً منها الدالة $f(x)$

* $f(k) \longrightarrow$ شيل كل x من الدالة $f(x)$ وضع بدلاً منها (العدد (k)) .

* $f(\sqrt{x}) \Longrightarrow$ شيل كل x وضع $\sqrt{x}$ في الدالة $f(x)$

Example :- if $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

find the Inverse function $f^{-1}(x)$

and find $(f \circ f^{-1})(x)$

Solution :-

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

لاحظ:

$$Ln(u) = y$$

تسمى اللوغاريتم الطبيعي حيث تساوي

$$Ln(u) = Log_e(u) = y$$

أساسها هو العدد (e)

ويسمى عدد أويلر ويساوي 2.7817181...

من خصائص اللوغاريتمات. $\therefore u = e^y$

المسألة:

$$y = Ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$\therefore e^y = \frac{x-1}{x+1} \qquad \therefore e^y x + e^y = x - 1$$

$$\therefore e^y \cdot x - x = -1 - e^y$$

$$x(e^y - 1) = -(e^y + 1)$$

$$\therefore x = \frac{-(e^y+1)}{e^y - 1}$$

$\therefore$ الدالة العكسية هي:

$$y = f^{-1}(x) = \frac{-(e^x+1)}{e^x - 1}$$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

www.CollegeTanta.cf

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

المطلوب الثاني :

$(f \circ f^{-1})(x) \Rightarrow$ معناها شيل كل x من الدالة $f(x)$ وضع مكانها الدالة $\frac{-(e^x+1)}{e^x-1} = f^{-1}(x)$

$$\therefore (f \circ f^{-1})(x) = \ln\left[\frac{\left[\frac{-(e^x+1)}{e^x-1}\right]-1}{\left[\frac{-(e^x+1)}{e^x-1}\right]+1}\right]$$

#

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Example: if $f(x) = e^{2x+3}$

& $g(x) = \tan\left(\frac{x^2+4}{x-1}\right)$

find $(g \circ f)(x)$ solution

$(g \circ f)(x) =$ شيل كل x من g وضع بدلاها f

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$= \tan\left[\frac{e^{2(2x+3)}+4}{e^{2x+3}-1}\right]$$ #

www.CollegeTanta.cf

محاضرة

Domain & Range مراجعة على

Find the domain & the Range and write down the f^{n} Properties:

or: [1] $y=\sqrt{4-x^2}$ [2] $y=\sqrt{x^2-4}$

[3] $y=\sqrt{|x|-3}$ [4] $y=\sqrt{2-|x|}$

[5] $y=\sqrt{|x|+3}$ [6] $y=\sqrt{x^2+4}$

[7] $y=\sqrt{|x-7|}$ [8] $y=\sqrt{2-\sqrt{x}}$

[9] $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-\sqrt{x}}}$ [10] $y=\sqrt{x^2-3x+2}$

[11] $y=\dfrac{-1}{\sqrt{x^2-x-6}}$ [12] $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{3-x}}$

[13] $y=\dfrac{3x}{x^2-4}$ [14] $y=3\sqrt{f(x)}$

Solution

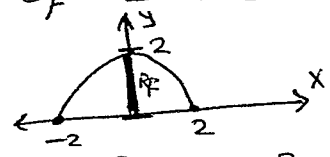
[1] $y=\sqrt{4-x^2}$ Df $\rightarrow 4-x^2\geq 0$

$x^2\leq 4$

$x\leq 2$ $\quad x\geq -2$

$\therefore Df=[-2,2]$

x	-2	-1	0	1	2
y	0	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{3}$	0



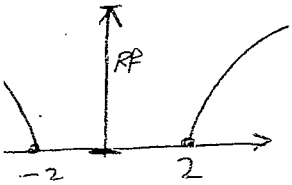
$\therefore Rf=[0,2]$

Rof. ① Even
② not Injective
③ not Surjective
④ not Bijective

[2] $y=\sqrt{x^2-4}$ Df $\rightarrow x^2-4\geq 0$ $\quad \therefore x^2\geq 4$

$x\geq 2$ $\quad x\leq -2$

$Df=]-\infty,-2]\cup[2,\infty[$



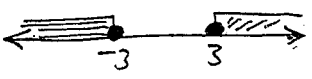
x	-4	-3	-2	2	3	4
y	$\sqrt{12}$	$\sqrt{5}$	0	0	$\sqrt{5}$	$\sqrt{12}$

$\therefore Rf=[0,\infty[$

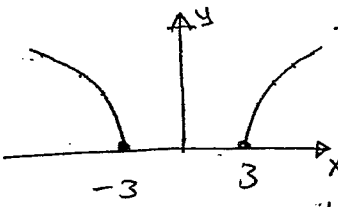
① Even ② not Injective
③ not Surjective ④ not Bijective.

[3] $\therefore |x|\geq 3$

$x\geq 3$ $\quad x\leq -3$



$\therefore Df=]-\infty,-3]\cup[3,\infty[$



x	-5	-4	-3	3	4	5
y	$\sqrt{2}$	1	0	0	1	$\sqrt{2}$

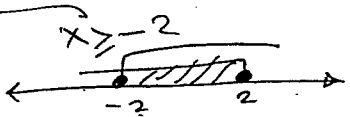
$\therefore Rf=[0,\infty[$

① Even ② not Inj ③ not Surj ④ not Bij.

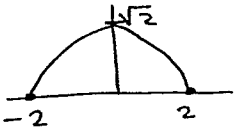
[4] $y=\sqrt{2-|x|}$ $\rightarrow 2-|x|\geq 0$

$|x|\leq 2$

$x\leq 2$ $\quad x\geq -2$



$\therefore Df=[-2,2]$



x	-2	-1	0	1	2
y	0	1	$\sqrt{2}$	1	0

$\therefore Rf=[0,\sqrt{2}]$

Even, not Inj, not Surj., not Bij

[5] $y=\sqrt{|x|+3}$

لاحظ أن ماتحت الجذر دائماً موجب لأنه |x| موجب ← موجب ← +3 ← موجب

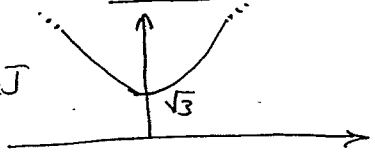
لكل قيم x

$Df=R$

$Rf=[\sqrt{3},\infty[$

Even, not Inj
not Surj,
not Bij.

x	-2	-1	0	1	2
y	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$



[6] $y=\sqrt{x^2+4}$

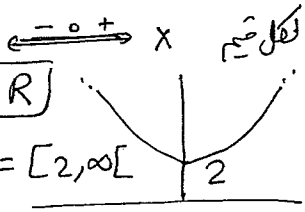
مثل [5] لـ [6]

x^2 ← موجب
+4 ← موجب

لكل قيم x

$Df=R$

$\therefore Rf=[2,\infty[$



x	-2	-1	0	1	2
y	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$

Even – not Inj – not surj – not Bij.

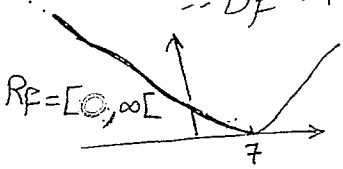
[7] $y=\sqrt{|x-7|}$

لاحظ داخل الجذر $|x-7|$ موجبة أو تساوي صفر

لكل قيم x

$\therefore Df=R$

$Rf=[0,\infty[$



x	-2	-1	0	1	2	7
y	3	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	0

نلاحظ عدم وجود تماثل في الجدول

$\Rightarrow$ "not Even"

[1] neither even nor odd
[2] not Inj. [3] not Surj. [4] not Bij

[8] $y=\sqrt{|x|}$ $\rightarrow$ $\Rightarrow |x|-2>0$

www.CollegeTanta.cf

8) $y = \sqrt{2-\sqrt{x}}$

$2-\sqrt{x} \geq 0$ و تقاطع $x \geq 0$

$2 \geq \sqrt{x}$

ربع الطرفين

$4 \geq x$

$x \leq 4$

تقاطع الحالتين هو

$D_f = [0,4]$

$\therefore R_f = [0,\sqrt{2}]$

x	0	1	2	3	4
y	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{0.6}$	1	0

neither even nor odd — Injective

not surjective — not Bijective

9) $y = \dfrac{1}{\sqrt{2-\sqrt{x}}}$

غ المقام

$2-\sqrt{x} > 0$ و تقاطع $x \geq 0$

$\sqrt{x} < 2$

$x < 4$

تقاطع المجالين هو D_f

$D_f = [0,4[$

x	0	1	2	3	4
y	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{0.6}}$	$\frac{1}{\sqrt{0.3}}$	∞

$\therefore R_f = [\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty[$

1 neither even nor odd

2 Injective 3 not surj. 4 not Bij.

10) $y = \sqrt{x^2-3x+2} \xrightarrow{D_f} x^2-3x+2 \geq 0$

$(x-1)(x-2) \geq 0$

أصفارة $x=1$ $x=2$

		1	2	
$(x-1)$	−	+	+	
$(x-2)$	−	−	+	
	+	−	+	

$\therefore D_f =]-\infty,1] \cup [2,\infty[$

x	−1	0	1	2	3	4
y	$\sqrt{6}$	$\sqrt{2}$	0	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$

$\therefore R_f = [0,\infty[$

neither even nor odd

not Inj — not surj. — not Bij.

11) $y = \dfrac{-1}{\sqrt{x^2-x-6}} \xrightarrow{D_f} x^2-x-6 > 0$

$(x+2)(x-3) > 0$

-2 3

		−2		3	
$(x+2)$	−		+		+
$(x-3)$	−		−		+
	+		−		+

$\therefore D_f =]-\infty,-2[\cup]3,\infty[$

مش معانا $2, +3$

"لأنهم أصفار مقام"

x	−5	−4	−3	−2	3	4	5	6
y	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{\sqrt{14}}$	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$	$-\infty$	$-\infty$	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{\sqrt{14}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$

$\therefore R_f =]-\infty,0[$

- neither even nor odd
- not Inj — not surj. — not Bij.

12) $y = \sqrt{\dfrac{x^2-4}{3-x}} \Longrightarrow \dfrac{x^2-4}{3-x} \geq 0$ و $x \neq 3$

أصفار المقام

أصفار 2 −2

$\dfrac{(x-2)(x+2)}{3-x} \geq 0$

3

www.CollegeTanta.cf

	−2		2		3	
$(X-2)$	−		−	+	0	+
$(X+2)$	−		+	+		+
$(3-X)$	+		+	+		−
	⊕		−	⊕		−

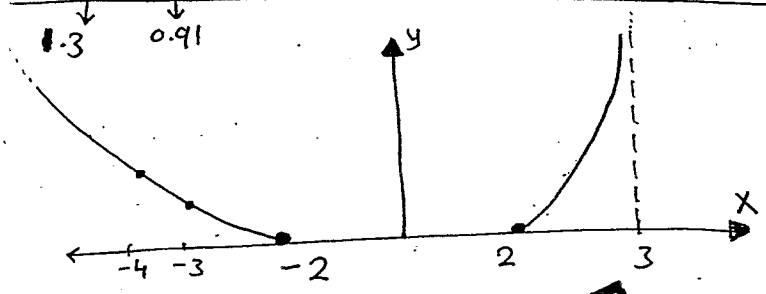
$\therefore Df =]-\infty,-2] \cup [2,3[$

2, −2 ← معادلة ← جذور ← صحيحة ← مرفوضة

3 ← مش معادلة لأنها جذر مقام

	−4	−3	−2	2	2.5	③
	$\sqrt{\frac{12}{7}}$	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	0	0	4.5	∞

1.3 , 0.91



$Rf = [0,\infty[$

neither even nor odd

not Inj. — not Surj. — not Bij.

⑬ $y = \frac{3X}{X^2-4}$ بسط × مقام

$Df = R - \{$ أصفار المقام $\}$

X^2-4

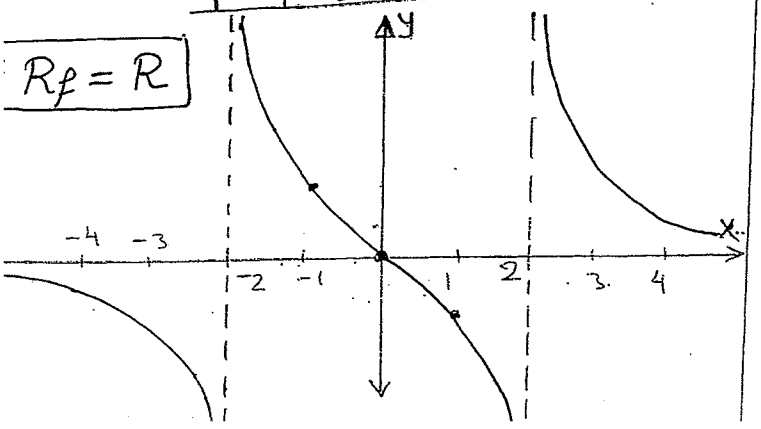
$X^2 = 4$

$X = \pm 2$

$\therefore Df = R - \{2,-2\}$

X	−4	−3	−2	0	1	②	3	4
y	−1	$\frac{-9}{5}$	∞	0	−1	∞	$\frac{9}{5}$	1

$Rf = R$



① odd f^n ② not Injective

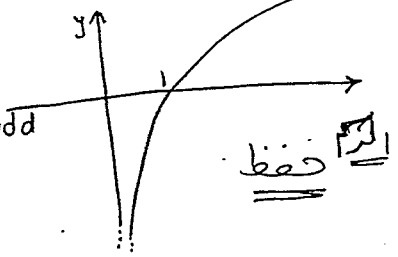
③ ✱ Surjective $(R_f = R)$ ④ not Bij.

14 $y = 3\log(x)$

D_f: $X > 0$ ← معكوس دالة log

$D_f =]0,\infty[$

$\therefore R_f = R$



- neither even nor odd
- Injective
- Surjective
- Bijective

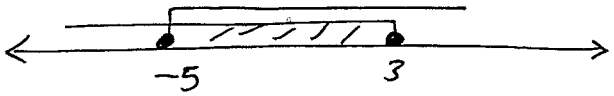
Example:

$y = \sqrt{3-x} + \sqrt[4]{x+5}$

(أولاً) نوجد مجال كل دالة لوحدها ثم نوجد التقاطع

$3-X \geq 0$ $\qquad X+5 \geq 0$

$X \leq 3$ $\qquad X \geq -5$

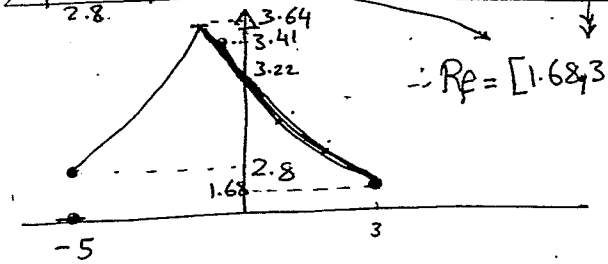


$\therefore Df = [-5,3]$

لإيجاد Range نرسم الدالة

X	−5	−3	−1	0	1	2	3
y	$\sqrt{8}$	3.64	3.41	3.22	2.98	2.6	1.68

2.8



$\therefore R_f = [1.68, 3.64]$

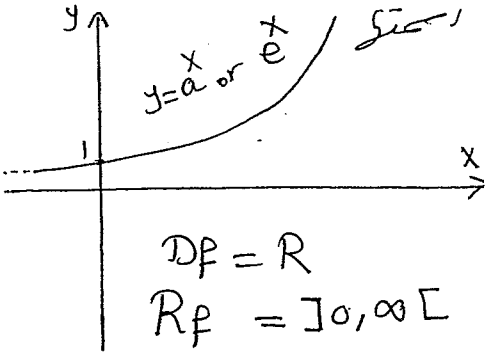
- neither even nor odd
- not Inj.
- not surj.
- not Bij.

www.CollegeTanta.cf

* الدالة الأسية :

$y = a^x$ ex. $y = 3^x$

2^x , e^x , ...



رسمتي

$Df = R$

$Rf =]0, \infty[$

خصائصها

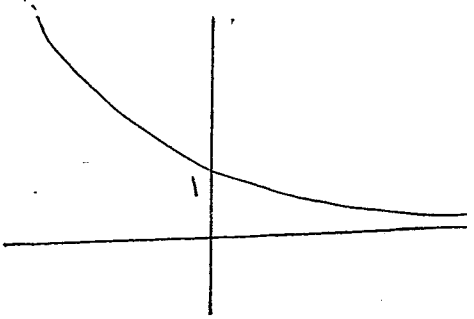
1- neither even nor odd

2- InJective

3- not surJective

4- not BiJective

$y = e^{-x}$ or a^{-x}



$Df = R$

$Rf =]0, \infty[$

ونفس خصائصه $y = e^x$

* الدالة اللوغارتمية

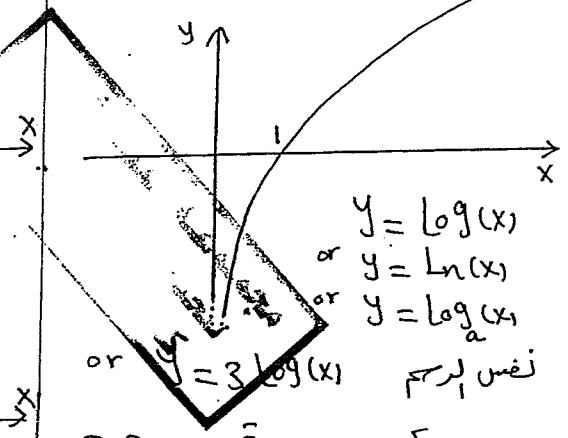
$y = \log_a(x)$

$\therefore x = a^y$

if $a = 10 \Rightarrow y = \log(x)$ لا تكتب

if $\Rightarrow a = e = 2.7$ عدد أويلر

$\therefore y = \log_e(x) = \ln(x)$



نفس الرسم

$Df = Rf =]0, \infty[$

$Rf = R$

خصائصها :

1- InJective

2- surJective

3- BiJective

4- neither even nor odd

* خصائص اللوغارتم

$\log_a a = 1$

$\log_e e = \ln(e) = 1$

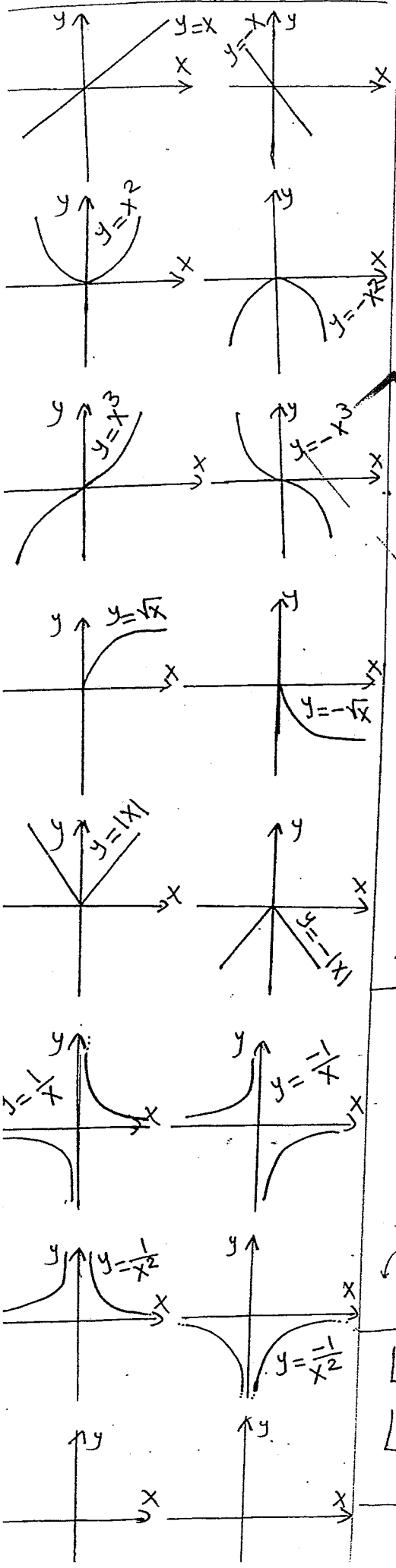
$e^{\ln(x)} = x$

$\ln e^{(x)} = x \ln(e) = x$

$\ln(A \cdot B) = \ln(A) + \ln(B)$

$\ln\left(\frac{A}{B}\right) = \ln(A) - \ln(B)$

رسم بعض الدوال الأخرى :



مجموعة ستاتر لشير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة