## سنتر فيوتشر

**Subject:** إعدادي استاتيكا

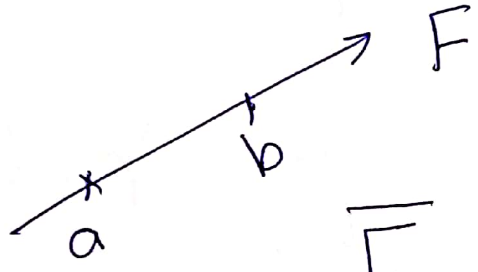
**Chapter:** استاتيكا الجسيمات

**Mob:** 0112 3333 122

0109 3508 204

# استاتيكا الطبيات

علشان اكتب القوة في شكل متجه




$\overline{F} = |F| \cdot \hat{ab}$

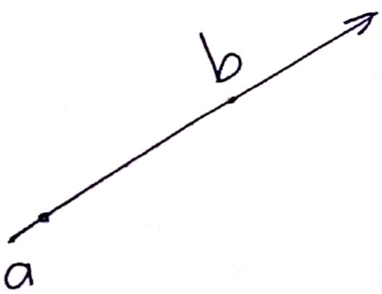
$|F|$ مقدار القوة

$\hat{ab}$ متجه الوحدة

$$\hat{ab} = \frac{\overrightarrow{ab}}{|ab|} = \cos\alpha\, i + \cos\beta\, j + \cos\gamma\, k$$

---

$F = 50\ N$




تؤثر القوة $50N$ ع المستقيم $ab$

$a(1, 2, -1)$ $\quad$ $b(4, -1, 0)$

عين مركبات القوة $F$ وزوايا ميلها على المحاور

$$\overrightarrow{ab} = 3i - 3j + k$$

$$\overrightarrow{F} = \frac{50\,[3i - 3j + k]}{\sqrt{19}} = \frac{150i - 150j + 50k}{\sqrt{19}}$$

1

مركبة القوة باتجاه x

$$F_x = \frac{150}{\sqrt{19}}$$

$$F_y = \frac{-150}{\sqrt{19}} \qquad F_z = \frac{50}{\sqrt{19}}$$

كوداينات القوة

$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{19}} \qquad \cos\beta = \frac{-3}{\sqrt{19}}$$

$$\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

---

$60^\circ$

نؤثر القوة 30 N التي تميل على محور x بزاوية $30^\circ$ مع محور y بزاوية $45^\circ$ جد مركبات القوة

ط

$$F = 30 \qquad \alpha = 60^\circ \qquad \beta = 45^\circ$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \cos^2\gamma = 1$$

$$\cos^2\gamma = \frac{1}{4} \qquad \cos\gamma = \frac{1}{2}$$

$$\bar{F} = 30\left[\cos\alpha\, i + \cos\beta\, j + \cos\gamma\, k\right]$$

$$30\left(\frac{1}{2} i + \frac{1}{\sqrt{2}} j + \frac{1}{2} k\right)$$

Scanned by CamScanner

$F_x = 15 \qquad F_y = \frac{30}{\sqrt{2}} \qquad F_z = 15$

---

اذا كانت مركبة القوة في اتجاه y لها 100N وتصنع زوايا $\alpha = 60^\circ$ , $\gamma = 45$ جد مقدار القوة ومركبات القوة

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\cos^2\beta = \frac{1}{4} \qquad \cos\beta = \frac{1}{2}$$

$$\bar{F} = F\,[\cos\alpha\, i + \cos\beta\, j + \cos\gamma\, k]$$

$$= \underline{F\cos\alpha\, i} + \underline{F\cos\beta\, j} + \underline{F\cos\gamma\, k}$$

$$F_x = |F|\cos\alpha \;(1) \qquad F_y = |F|\cos\beta$$

$$F_z = |F|\cos\gamma \;(2)$$

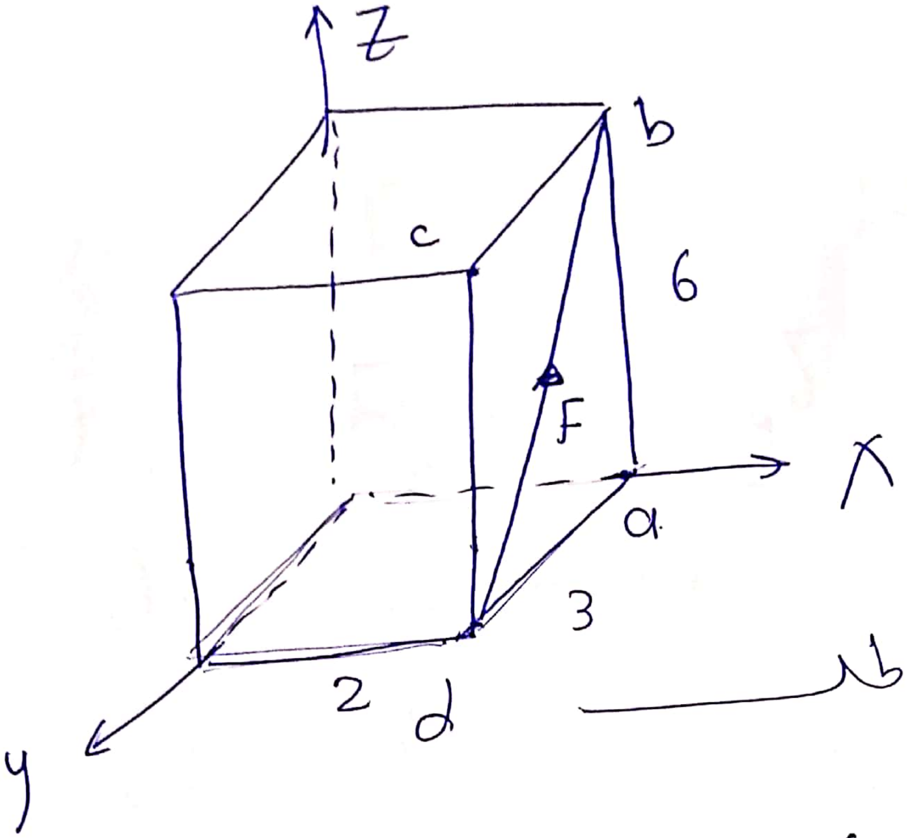
$$\because F_y = 100 = |F| \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore |F| = 200$$

بالتعويض في (1) و (2)

$$F_x = 200\cos\alpha \qquad F_z = 200\cos\gamma$$

(2)




$F = 21\sqrt{5}$

عين مركبات القوة

$b(2, 0, 6)$

$d(2, 3, 0)$

$$\overline{F} = 21\sqrt{5}\left[\frac{0i - 3J + 6k}{\sqrt{9+36}}\right]$$

$$\overset{7}{\cancel{21}}\cancel{\sqrt{5}}\left(\frac{-3J + 6k}{\cancel{3\sqrt{5}}}\right) = -21J + 42k$$

$F_x = 0$ $\qquad$ $F_y = -21$ $\qquad$ $F_z = 42$

## محصلة القوى

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \cdots$$

$$\bar{R} = R_x i + R_y J + R_z k$$

مقدار المحصلة

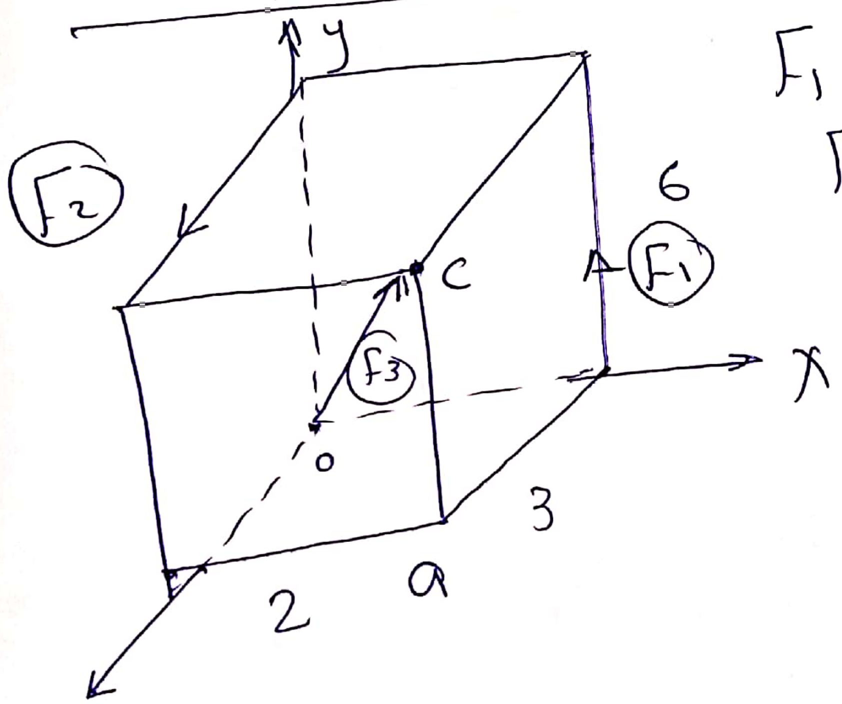
$$|R| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

اتجاه المحصلة

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{|R|} \qquad \cos\beta = \frac{R_y}{R}$$

$$\cos\theta = \frac{R_z}{R}$$

---




تحليل القوة

$F_1 = 10\,N$

$F_2 = 12\,N$

$F_3 = 21\,N$

ايجاد محصلة القوى

$o(0,0,0)\,,\ \bar{c}\,(2,6,3)$

$$\bar{F}_2 = 12\,k$$

$$\bar{F}_1 = 10\,J$$

$$\bar{F}_3 = \cancel{21}^{\,3}\left[\frac{2i + 6J + 3k}{\cancel{7}}\right] = 6i + 18J + 9k$$

$\bar{F}_1 = 6i + 18J + 9k$

$\bar{F}_2 = 12k$ $\qquad$ $\bar{F}_3 = 10J$

$\bar{R} = 6i + 28J + 21k$

$|R| = \sqrt{6^2 + 28^2 + 21^2} = 35.51$

المحصلة

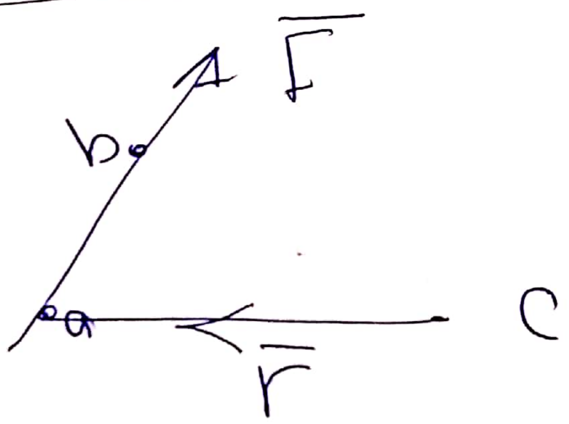
اتجاه المحصلة

$\cos\alpha = \frac{6}{35.5}$ $\qquad$ $\cos\beta = \frac{28}{35.5}$

$\cos\gamma = \frac{21}{35.5}$

---

عزم قوة حول نقطة




$\bar{M}_c = \bar{r} \times \bar{F}$

النقطة المطلوب العزم عندها

C

$r = a -$

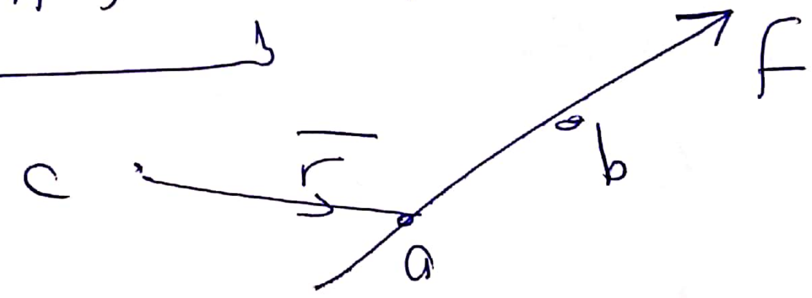
نقطة على القوة

تؤثر القوة 50N في المستقيم ab حيث

$a(1,-1,3)$ $\qquad$ $b(0,4,-2)$

اوجد عزم القوة حول

$c(3,4,1)$




$$\bar{F} = 50\,\frac{[-i - 5J - 5k]}{\sqrt{1+25+25}}$$

$$= \sqrt{51}\,[-i - 5J - 5k] \neq$$

$$\bar{r} = a - c$$

$$= -2i - 5J + 2k$$

$$M_c = \bar{r} \times \bar{F} = \begin{vmatrix} i & J & k \\ -2 & -5 & 2 \\ -1 & -5 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \sqrt{51}$$

$$M_c = [35 i - 12 J + 5 k]\sqrt{51}$$

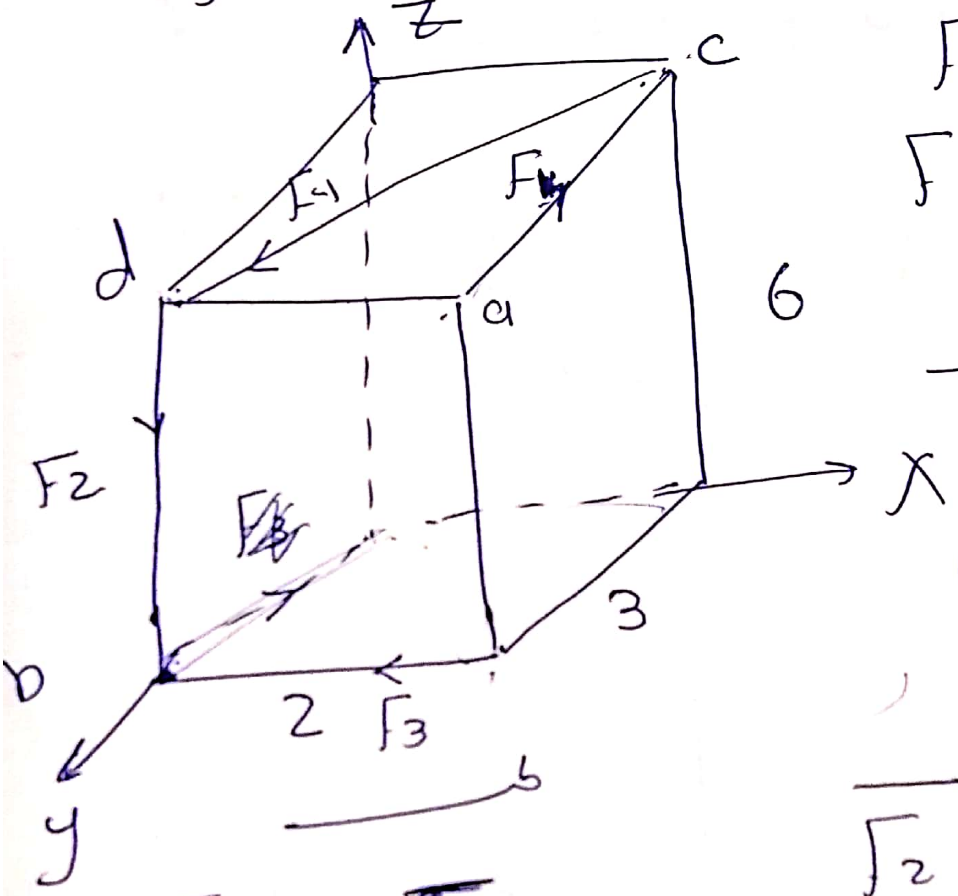
$$M_c = 35\sqrt{51}\, i - 12\sqrt{51}\, J + 5\sqrt{51}\, k$$

---

اثبت القوة الموضحة بالشكل

اوجد محصلة القوى وكذلك العزم

حول نقطة 0 مل




$F_1 = 5\ N$

$F_2 = 8\ N$

$F_3 = 4\ N$

$F_4 = 3\sqrt{13}\ N$

$c(2, 0, 6)$

$d(0, 3, 6)$

$\overline{F_1} = -5 J$

$\overline{F_2} = -8k$

$F_3 = -4 i$

$$F_4 = 3\sqrt{13}\left(\frac{\overrightarrow{cd}}{|cd|}\right)$$

(8)

$$F_4 = 3\cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{-2i+3j}{\cancel{\sqrt{4+9}}}\right) = -6i + 9j$$

$$\bar{R} = -5j - 8k - 4i - 6i + 9j$$

$$= -10i + 4j - 8k$$

$$|R| = \sqrt{100+16+64} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{-10}{6\sqrt{5}} \qquad \cos\beta = \frac{4}{6\sqrt{5}}$$

$$\cos\gamma = \frac{-8}{6\sqrt{5}}$$

<u>عزم القوى حول نقطة O</u>

$$M_o = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 6 \\ 0 & -5 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & -8 \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 3 & 6 \\ -6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

$M_o$

$= 30i - 10k - 24i + 12k - 54i - 36J + 18k$

$$M_o = -48i - 36J + 20k \quad \#$$

---

$M_o =$ ١ فعل القوى

١. ① مات المحصلة ② مات العزوم

---

علاقة المجموعة ≡ برعية او الحركات الموليت

①

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 - - - -$$

$$R_x i + R_y J + R_z k$$

② العزوم

$$M_o = \bar{r}_1 \times \bar{F}_1 + \bar{r}_2 \times \bar{F}_2 + - - - -$$

③ الازدواج

$$= \frac{\bar{M}_o \cdot \bar{R}}{|R|} \begin{cases} = 0 \\ \neq 0 \end{cases}$$

اذا كان الناتج $\bar{M}_o \cdot \bar{R} = 0$ المجموعة تكافئ قوة وحيدة

١٠

اذا كان $\overline{M}_o \cdot \overline{R} \neq$ صفر المجموعة $\equiv$ برغي

حركة البرغي (المحصلة)

الخطوة

$$P = \frac{\overline{M}_o \cdot \overline{R}}{|R|^2}$$

معادلة المحور المركزي [ خط عمل المحصلة ]

$$\overline{M}_o - P\overline{R} = \overline{r} \times \overline{R} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}$$

نعوض المركبات في معاملات $i$ ، $j$ ، $k$

---

من المثال السابق

$$\overline{R} = -10i + 4j - 8k$$

$$M_o = -48i - 36j + 20k$$

$$\overline{M}_o \cdot \overline{R} = 480 - 4(36) - 160 = 176 \neq 0$$

$$\frac{\overline{M}_o \cdot \overline{R}}{|R|} = \frac{176}{6\sqrt{5}} = 11 = \text{الازدواج}$$

Scanned by CamScanner

الخطوة

$$P = \frac{\bar{M}_o \cdot \bar{R}}{|R|^2} = \frac{176}{180} = 0.977$$

معادلة المحور المركزي

$$\bar{M}_o - P\bar{R} = \begin{vmatrix} i & J & k \\ x & y & z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}$$

$$-48i - 36J + 20k - 0.977\left[-10i + 4J - 8k\right]$$

$$= \begin{vmatrix} i & J & k \\ x & y & z \\ -10 & 4 & -8 \end{vmatrix}$$

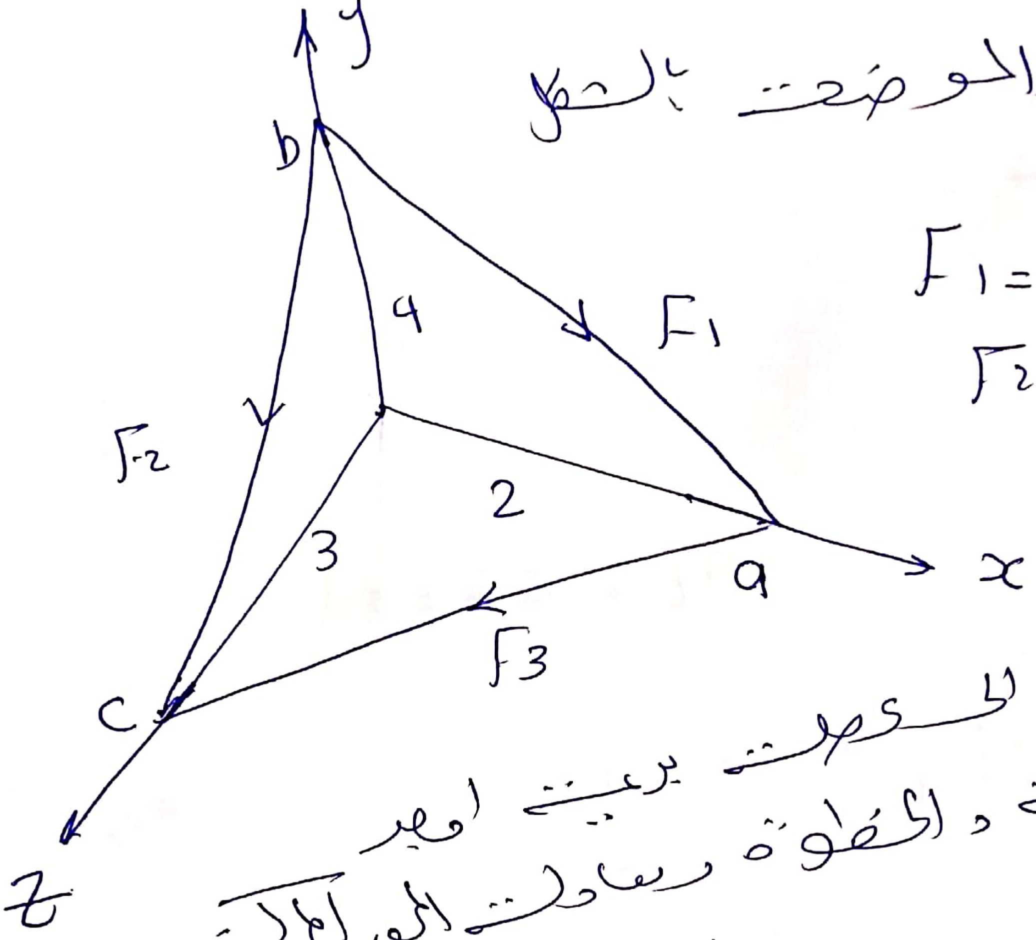
$$-38.23i - 39.91\underline{J} + 27.82k$$

$$= (-8y - 4z)i - (-8x + 10z)J + (4x + 10y)k$$

مساواة معاملات $i$ ، $J$ ، $k$

$$\left.\begin{aligned} -8y - 4z &= -38.23 \\ 8x - 10z &= -39.91 \\ 4x + 10y &= 27.82 \end{aligned}\right\}$$ معادلات المحور المركزي

نؤثر القوى الموضحة بالشكل




$F_1 = 6\sqrt{5}$

$F_2 = 20$

$F_3 = \sqrt{13}$

اختزل القوى المؤثرة الى دبوس اوجد
شدة الدبوس والخطوة ومعادلات المحور المركزي

$b(0, 4, 0)$

$a(2, 0, 0)$

$c(0, 0, 3)$

$$\overline{F_1} = 6\sqrt{5}\left[\frac{2i - 4j + 0k}{\sqrt{4+16}}\right] = \frac{\cancel{6\sqrt{5}}\,(2i - 4j)}{\cancel{2\sqrt{5}}}$$

$$F_1 = 6i - 12j$$

$$\overline{F_2} = \cancel{20}^{\,4}\left[\frac{-4j + 3k}{\cancel{\sqrt{25}}}\right] = -16j + 12k$$

$$\bar{F}_3 = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{-2i+3k}{\cancel{\sqrt{13}}}\right) = -2i+3k$$

$$\bar{F}_1 = 6i - 12J \qquad F_2 = -16J + 12k$$

$$F_3 = -2i + 3k$$

$\bar{R} =$ الحاصل $= 4i - 28J + 15k$

$$|R| = \sqrt{16 + 28^2 + 15^2} = 5\sqrt{41}$$

العزم حول نقطة الاصل

$$M_{o} = \begin{vmatrix} i & J & k \\ 0 & 4 & 0 \\ 6 & -12 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & J & k \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & -16 & 12 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & J & k \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -24k + 48i - 6J$$

$$M_o = 48i - 6J - 24k$$

$$M_o \cdot \bar{R} = (4i - 28J + 15k) \cdot (48i - 6J - 24k)$$

ع

$$\overline{M_o} \cdot \overline{R} = 0$$

∴ المجموعة ≡ قوة وحيدة

$P = 0$ الخطوة

معادلة المحور المركزي

$$\overline{M_o} - \cancel{P\,R} = \begin{vmatrix} i & J & k \\ x & y & z \\ 4 & -28 & 15 \end{vmatrix}$$

$$\cancel{\overline{M_o}} = (15y+28z)\,i - (15x-4z)\,k + (-28x-4y)\,k$$

$48i - 6J - 24k$

نساوي معاملات $i$ ، $J$ ، $k$

معادلات المحور المركزي

$$\left.\begin{aligned} 15y+28z &= 48 \\ -15x+4z &= -6 \\ -28x-4y &= -24 \end{aligned}\right\}$$

لو عاوز نقطة تقاطع المحور مع مستوى $xy$ نضع $z=0$

نقطة التقاطع $(x, y, 0)$

$15y = 48$ ، $-15x = -6$