COLLEGE
Tanta Engineering

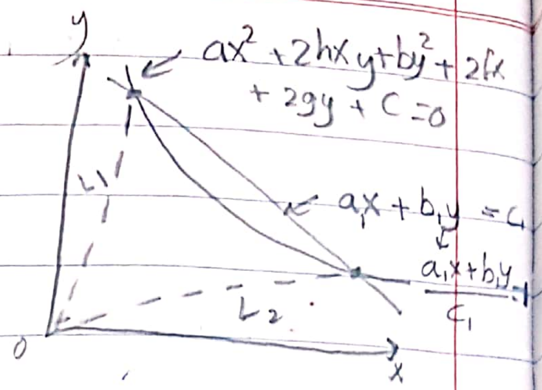
إعدادي 2020

الهندسة التحليلية

الدائرة

م. إسراء مراد

ex: find the double eqn of L_1 and L_2



بضربهم في 1 والتعويض عن $\frac{a_1x+b_1y}{c_1}$

$$ax^2+2hxy+by^2+2(fx+gy)\left(\frac{a_1x+b_1y}{c_1}\right)+C\left(\frac{a_1x+b_1y}{c_1}\right)^2=0 \quad \#$$

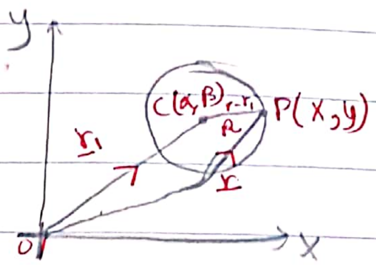
* The Circle *

1- A circle thr the center (α, β) and radius R

$$\|r-r_1\|=R$$

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$$

$$x^2+y^2-2\alpha x-2\beta y+\alpha^2+\beta^2-R^2=0$$



2- The general form for the circle

$$d: x^2+y^2+2fx+2gy+c=0$$

centre: $(-f, -g)$

$$R=\sqrt{f^2+g^2-c}$$

If $\Delta\neq 0 \Rightarrow$ (**) $\rightarrow$ circle if
$\rightarrow a=b$
$\rightarrow h=0$

3- A circle thr P_1, P_2, P_3 نقاط تمر بها الدائرة ليسوا على استقامة واحدة

- $x_1^2+y_1^2+2fx_1+2gy_1+C=0$
- $x_2^2+y_2^2+\dots+C=0$
- $x_3^2+\dots+C=0$

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}=0$$

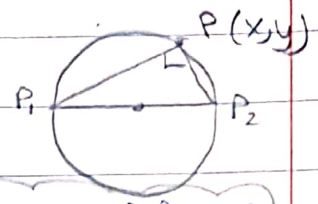
نهايتي قطر

4 - A circle thr P_1 & and P_2 which are ends of a diagonal

فرض نقطة P(x,y)

$$\overline{P_1P} \cdot \overline{P_2P} = 0$$

$$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$$



5 - Parametric eqns (Rcosθ, Rsinθ)

$$x^2+y^2=R^2$$

$$x = R\cos\theta \quad , \quad y = R\sin\theta$$

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$$

$$x-\alpha = R\cos\theta$$

$$y-\beta = R\sin\theta$$

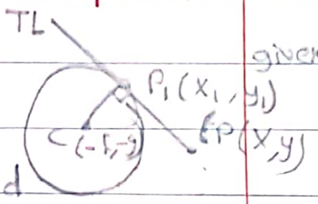
لو المعادلة في الصورة العامة

مماس

Tangent line (TL) eqn to d from P_1 on d

$$d: x^2+y^2+2fx+2gy+C=0$$

نفرض نقطة على الخط الأزرق



فرق السينات + فرق الصادات

$$\overline{P_1P} \cdot \overline{P_1C} = 0$$

$$(x-x_1)(-f-x_1)+(y-y_1)(-g-y_1)=0$$

$$xx_1+yy_1+xf+yg-x_1f-x_1^2-y_1^2-y_1g=0$$

نأخذ السالب مشترك والفك

(ثم التعويض فيها) بوضع كل x بـ x_1 في المعادلة d ونقل $x_1^2+y_1^2$ الطرف الآخر ليصبح بالسالب

$$xx_1+yy_1+xf+yg-x_1f-y_1g+2fx_1+2gy_1+C=0$$

$$TL: \; xx_1+yy_1+f(x+x_1)+g(y+y_1)+C=0$$

حفظ

مستوى المماس

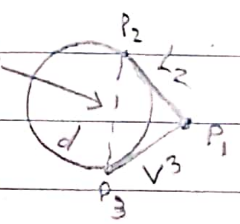
لإيجاد معادلة الخط المماس لأي منحنى من منحنيات الدرجة الثانية من نقطة P_1 تقع على هذا المنحنى ← فك معادلة المنحنى بالنقطة

وتر التماس

★ Seam chord to d from P_1 (givend) خارج الدائرة (الدائرة معطاة)

$$L_2: xx_2+yy_2+f(x+x_2)+g(y+y_2)+C=0$$

$$x_1x_2+y_1y_2+f(x_1+x_2)+g(y_1+y_2)+C=0 \Rightarrow (1)$$



بالمثل
Simelarly

$$L_3: xx_3+yy_3+f(x+x_3)+g(y+y_3)+C=0$$

$$x_1x_3+y_1y_3+f(x_1+x_3)+g(y_1+y_3)+C=0 \Rightarrow (2)$$

بالنظر للمعادلتين تطلع SC وهي المعادلة TL
بالتدقيق ثم نعوض فيهم

Locus (محل هندسي)

PL

3- Polar line from the pole P_1 to d

ex: Find the pole of the polar line:

$d: (2x + y + 12 = 0) \Rightarrow ①$

to $d: x^2 + y^2 - 4x + 3y - 1 = 0$

Assume $P_1(x_1, y_1)$

$\therefore PL: xx_1 + yy_1 - 2(x + x_1) + \frac{3}{2}(y + y_1) - 1 = 0$

لو منطبقين ٣ نسب = ، متوازيين ٢ نسب =

$x(x_1 - 2) + y(y_1 + \frac{3}{2}) - 2x_1 + \frac{3}{2}y_1 - 1 = 0 \Rightarrow ②$

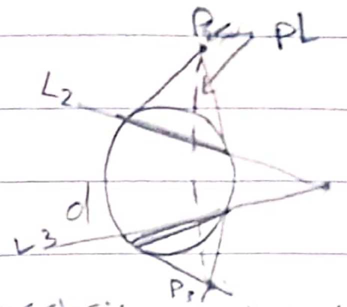
$\boxed{1}$ is a same as $\boxed{2}$ (1 منطبق على 2)

$$\frac{x_1 - 2}{2} = \frac{y_1 + \frac{3}{2}}{1} = \frac{-2x_1 + \frac{3}{2}y_1 - 1}{12}$$

~~تساوي الحلات~~

معامل x في (1) →

مساواة كل جزء بآخر



PL: هو المحل الهندسي لنقطة تلاقي المماسين المرسومين للدائرة من نقطتي تقاطع أي قاطع للدائرة شرط يمر بالقطر

- إذا كانت P_1 تقع على الدائرة وعوضنا عنها بمعادلة الموجودة بالتطبيق تعطينا النقطة الثالثة (٣ معادلات ~~مطبقة~~)
- إذا كانت النقطة خارج الدائرة و عوضت بـ P_1 تعطيني معادلتين منطبقتين (وتر التماس SC و polar line)
- إذا كانت النقطة داخل الدائرة فلو عوضت بالنقطة حتعطيني polar line