١٥

فيزيا

المجال الكهربي

Ch 2

By / Khaled.

- ١ -

لمعرفة معنى كلمة مجال كهربي ـــ لا بد في البداية من معرفة معنى كلمة مجال ـــ فمثلاً "يعني [مجال حراري - مجال الجاذبية] .

*) المجال الكهربي :ـــ
هي الخاصية الفيزيائية المصاحبة لوجود شحنة وهي المنطقة المحيطة بها والتي تظهر فيها آثارها .

*) شدة المجال الكهربي (E) عند نقطة ما :ـــ
هو القوة الكهربية المؤثرة على وحدة الشحنات الموضوعة عند تلك النقطة .

) ولقياس الـ "E" نضع شحنة اختبار (q') عند النقطة المراد قياس شدة المجال الكهربي عندها ويتم قياس القوة الكهربية المؤثرة في هذا الجسم (F) .

$\Longrightarrow \because \overline{E} = \frac{F}{q'}$ $\longrightarrow \because \overline{F} = \frac{k q q'}{r^2}$

$\because \overline{E} = \frac{k q \cancel{q'}}{r^2} * \frac{1}{\cancel{q'}} = \frac{K q}{r^2}$

r ← متجه الوحدة من الشحنة إلى النقطة المراد تحديد المجال عندها

$\because \overline{E} = \frac{F}{q'}$ $\overline{E} = \frac{K q}{r^2}$

N/C ← E :ـــ شدة المجال الكهربي

q :ـــ الشحنة التي كونت المجال الكهربي . C

F :ـــ تأثير قوة المجال على الشحنة الموجودة داخل المجال .

k :ـــ ثابت تناسب كولوم $\frac{N.m^2}{C}$

q' :ـــ شحنة اختبار موضوعة داخل المجال وعند النقطة المراد قياس المجال عندها .

r :ـــ المسافة بين الشحنة والنقطة المراد حساب شدة المجال عندها

لاحظ :-

1- في قانون المجال لا نضع إشارة الشحنة، لأننا سنستخدم تلك الإشارة لتحديد اتجاه المجال.

$q \oplus \quad P \longrightarrow E \qquad\qquad q \ominus \quad E \longleftarrow P$

2- عند وضع شحنة في مجال E فإن المجال يأثر عليها بقوة واتجاهها

$\bar{E} \rightrightarrows \quad \oplus_q \longrightarrow F \qquad\qquad \bar{E} \rightrightarrows \quad \ominus_q \longleftarrow F$

3- هذا القانون للمجال لا يستخدم إلا مع الشحنات النقطية.

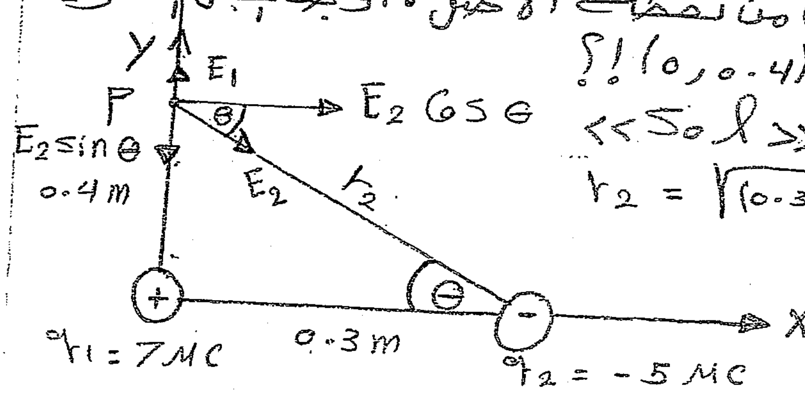
* المجال الناشئ عن عدة شحنات نقطية :-

نحسب تأثير كل شحنة نقطية على حدة ثم نقيس شدة المجال عندها ثم نجمعهم جمعاً اتجاهياً (مقدار واتجاه).

$$E_T = k \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \longrightarrow i = 1, 2, \ldots$$

مثال (1) :-

وضعت شحنة [7μC] عند نقطة الأصل وشحنة [-5μC] على المحور السيني وعلى بعد (0.3m) من نقطة الأصل. أوجد المجال الكهربي عند نقطة (P) عند (0,0.4)m ؟!



<<Sol>>

$r_2 = \sqrt{(0.3)^2 + (0.4)^2} = 0.5\ m \quad , \quad \theta = \cos^{-1}$

$\therefore |E_1| = k q_1 / r_1^2$

$= \frac{(9 \times 10^9)(7 \times 10^{-6})}{(0.4)^2}$

$= 3.9 \times 10^5\ N/C$

$$\Rightarrow \therefore |E_2| = \frac{k\, q_2}{r_2^2} = \frac{(9\times10^{9})(5\times10^{-6})}{(0.5)^2} = 1.8\times10^{5}\ N/C$$

$$\Rightarrow \therefore E_T = [E_2 \cos\theta]\, i + [E_1 - E_2 \sin\theta]\, J$$

$$\underbrace{(1.1\times10^{5})}_{\boxed{E_x}}\, i + \underbrace{(2.5\times10^{5})}_{\boxed{E_y}}\, J \quad N/C$$

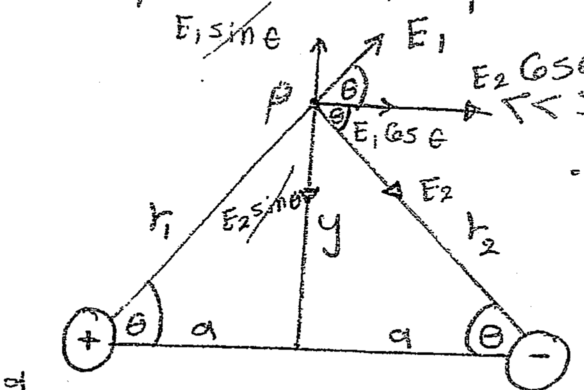
ملاحظة :-
لو قال أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً :-

$$\therefore |E_T| = \sqrt{(E_x)^2 + (E_y)^2} \quad \& \quad \theta = \tan^{-1}\frac{E_y}{E_x}$$

الزاوية التي يصنعها المجال مع المحور السيني.

مثال (٢) :-

المزدوج الكهربي أو ثنائي القطب الكهربي [شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الاشارة والمسافة بينهما $2a$]
فما شدة المجال الكهربي الناشئ من هاتين الشحنتين عند نقطة (P) التي تبعد مسافة (y) على العمود المقام من منتصف الخط الواصل بين الشحنتين !؟



$q_1 = +q$

<< Sol >>

$$\therefore r_1 = r_2 = \sqrt{a^2 + y^2}, \quad \cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

$$\therefore q_1 = q_2 = q$$

$$q_2 = -q \quad \therefore E_1 = E_2 = \frac{k\, q}{(a^2+y^2)}$$

$$\therefore E_T = [E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta]\, i + [E_1 \cancel{\sin\theta} - E_2 \cancel{\sin\theta}]$$

$$\therefore E_T = 2 E_1 \cos\theta \longrightarrow [E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \therefore \cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} = \frac{a}{(a^2+y^2)^{1/2}}$$

$$\therefore E_T = 2 * \frac{k\,q}{(a^2+y^2)} * \frac{a}{(a^2+y^2)^{1/2}} = \frac{(2aq)\,k}{(a^2+y^2)^{3/2}}$$

← حيث $(2aq)$ عزم ثنائي القطب = [مقدار الشحنتين * المسافة]

حساب المجال الناشئ عن توزيع منتظم للشحنة الكهربية :←

← هيكون عندي شحنة موزعة بانتظام على جسم ما، والمطلوب حساب المجال (E) الناشئ عن الجسم عند نقطة ما.

← مقدرش استخدم قانون المجال المعروف، لأن الشحنة (q) مش نقطية ولذا هقسم الشحنة الكلية (q) لشحنات متناهية الصغر (dq).

← وبذلك تحولت الشحنة لنقطية وأقدر أحسب المجال بالقانون العادي ولكن المجال الناشئ هيكون (dE)، ولحساب قيمة المجال الكلي أجمع قيم المجال الناشئ عن الشحنة (dq). $\Rightarrow \therefore E = \int dE$

← أنواع الشحنات الموزعة بانتظام :←

(1) شحنة موزعة على طول :←
فيكون لها كثافة شحنة طولية (λ) :← وهو مقدار الشحنة لوحدة الأطوال.

$(1\ m)$ λ

$$q = \lambda * L$$

الشحنة الكلية — الشحنة لواحد متر — طول المحور كله

(شحنة موزعة على سطح (مساحة) :-
فيكون لنا كثافة شحنة سطحية : - وهو مقدار الشحنة الكهربية لوحدة المساحات :

$$\sigma = \frac{q}{A} \equiv C/m^2$$

(شحنة موزعة على حجم :-
فيكون لنا كثافة شحنة حجمية (ρ) : - هو مقدار الشحنة الكهربية لوحدة الحجوم.

$$\rho = q/V \equiv C/m^3$$

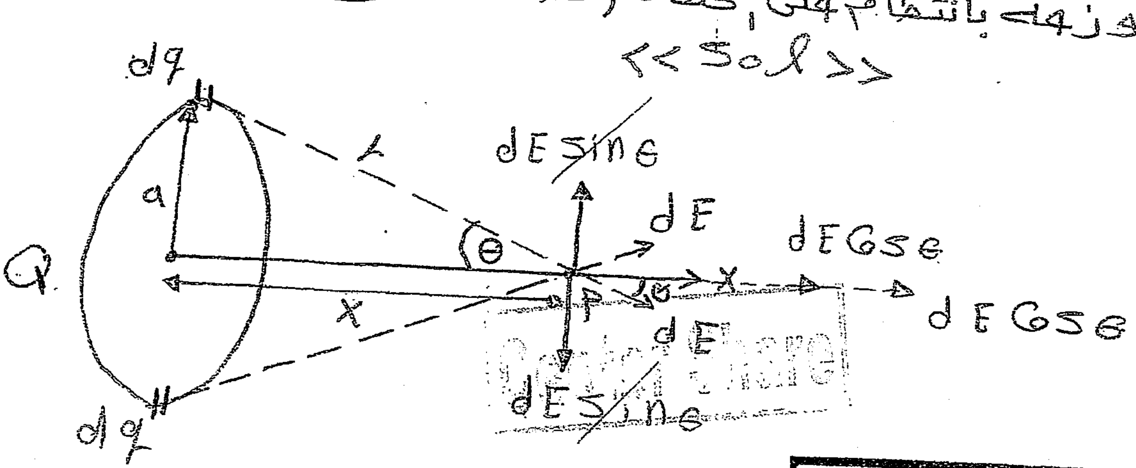
⇐ سوف نقوم بدراسة (٣) أجسام مشحونة بشحنة منتظمة

- سلك
- قرص: عبارة عن دوائر مصمتة متحدة المركز
- حلقة: عبارة عن سلك ملفوف على شكل دائرة

---

(1) الحلقة :-
احسب المجال الناشئ عند النقطة (P) على محور حلقة مشحونة بشحنة (Q) حيث النقطة (P) تبعد مسافة (X) من مركز الحلقة، والشحنة موزعة بانتظام على الحلقة (نصف قطرها a) !؟

<< Sol >>



لأنها ليست شحنات نقطية ولذا لا يمكن تطبيق القانون مباشرة، فنقوم بتقسيم الحلقة لعناصر متناهية الصغر (شحنتها "dq")، نفرض أن الحلقة تقع في مستوى (y-z) ومحورها يقع في اتجاه محور (x).

$$\therefore E = \frac{kq}{r^2} \quad \therefore dE = \frac{k\,dq}{r^2} \quad \therefore r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\therefore dE = \frac{k\,dq}{(x^2 + a^2)}$$

ونلاحظ أن مركبات المجال الرأسية سوف تتلاشى وذلك بسبب وجود شحنات مماثلة على الحلقة تقابل المحل عنه أي في الجانب الآخر فيكون المجال مساوي في المقدار ومضاد له في الاتجاه.

$$\therefore E = \int dE_x = \int dE \cdot \cos\theta \quad \therefore \cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\therefore E_x = \int \frac{k\,dq}{(x^2 + a^2)} \cdot \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{k\,x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \int_0^Q dq = \boxed{\frac{kQx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \; i}$$

حالات خاصة:

1) at $(x = 0)$ $\therefore E = \text{Zero}$ i.e (ينعدم المجال في مركز الحلقة)

$2 \rightarrow$ at $(x >>> a)$:-

أي إراد حساب المجال عند نقطة بعيدة جداً عن الحلقة ∴ الحلقة هتتعامل كما لو كانت شحنة نقطية، إذاً "المجال" يعرف بطلع $\left[E = \frac{kq}{x^2}\right]$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{kqx}{(x^2 + \underbrace{a^2}_{\text{تهمل}})^{3/2}} = \frac{kq\cancel{x}}{x^{3/2}} = \frac{kq}{x^2}$$

مثال (٣) :-

حلقة نصف قطرها $(10\ Cm)$ وشحنتها الكلية $[75 \mu C]$ موزعة بانتظام على محيط الحلقة، أوجد المجال الناشئ عند النقط الآتية على محور الحلقة وتبعد مسافة :- $[1 Cm - 100\ Cm]$

« Sol »

$a = 10\ Cm$ $\qquad \therefore Q = 75 \mu C$

① at $(x = 1\ Cm) \longrightarrow \therefore E = \frac{kqx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{(9*10^9)(75*10^{-6})(0.01)}{([0.01]^2 + [0.1]^2)^{3/2}}$

$= 6.7 * 10^6\ i\ N/C$

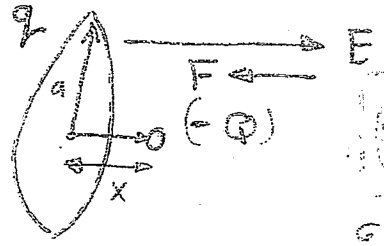
② at $(x = 100\ Cm >> a)$

$\therefore E = \frac{kq}{x^2} = \frac{(9*10^9)(75*10^{-6})}{(1)^2}$

$= 6.7 * 10^5\ i\ N/C$

---

* مثال :- إذا وضعت شحنة (-q) وكتلتها (m) على بعد (x) من مركز الحلقة وعلى محورها. فأثبت أن الشحنة تتحرك حركة توافقية بسيطة وذلك باعتبار $(x << a)$، ثم احسب التردد وزمن ذبذبة هذه الحركة؟!



<< Sol >>

$$E = \frac{k\, q\, x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\because \bar{E} = \frac{-F}{Q} = \frac{k\, q\, x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\therefore F = \frac{-k\, q\, Q\, x}{(\underbrace{x^2}_{\text{تهمل}} + a^2)^{3/2}} = \frac{-k\, q\, Q\, x}{a^3} = m\underbrace{a}_{\text{(عجلة)}}$$

$$\therefore a = -\frac{k\, q\, Q}{m\, a^3}\, x = -\underbrace{[Const]}_{(\omega^2)}\, x \longrightarrow \therefore \underbrace{[a \propto -x]}_{S.H.M}$$

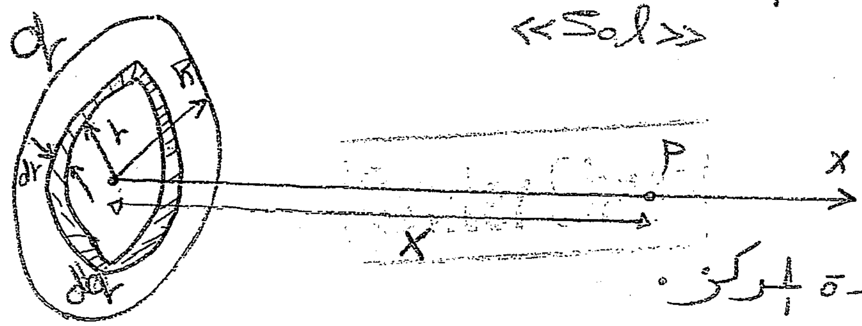
$$\therefore \omega^2 = \frac{k\, q\, Q}{m\, a^3} = 4\pi^2 f^2 \longrightarrow \therefore f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\, q\, Q}{m\, a^3}}$$

$$\Rightarrow \therefore T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m\, a^3}{k\, q\, Q}}$$

---

٢) القرص: ـــه احسب المجال الناشئ عند نقطة (P) على محور قرص مشحون نصف قطره (R)، فإذا كانت الشحنة موزعة على سطح القرص بانتظام وكانت كثافة الشحنة السطحية (σ) والنقطة (P) على محور القرص وعلى بعد (X) من مركز القرص !؟

<< Sol >>



لـه القرص عبارة عن دائرة مصمتة، ولذا فيمكن اعتبره عبارة عن عدد لانهائي من الحلقات متحدة المركز.

← حيث أن كل حلقة نصف قطرها (r) وسمكها (dr) وشحنتها (dq)
و r يتغير من [0 ← R] حتى تغطي القرص كله .

← فمن الممكن أن نستخدم قانون المجال تباع الحلقة وأكاملة من [0 ← R] أحسب المجال الناشئ عن القرص .

$$\therefore \sigma = \frac{q}{A} \longrightarrow \therefore q = \sigma A \longrightarrow \therefore dq = \sigma\, dA = \sigma(2\pi r\, dr)$$

$$\therefore q = \sigma(\pi R^2) \qquad \therefore A = \pi r^2 \qquad \therefore dA = \pi(2r)$$

$$\Rightarrow \therefore dE = \frac{K\, x\, dq}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{K x\,[2\pi r\, dr\, \sigma]}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\therefore E = \int dE = \int_0^R (K x \pi \sigma)\frac{2r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} = K x \pi \sigma \int_0^R \frac{2r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{x \cancel{\pi} \sigma}{4\cancel{\pi}\varepsilon_0}\int_0^R (2r)\,[x^2+r^2]^{-3/2}\,dr$$

$$= \frac{x\sigma}{2\cancel{4}\varepsilon_0}(-\cancel{2})\,[x^2+r^2]^{-\frac{1}{2}}\Big|_0^R$$

$$= \frac{\boxed{-x}\,\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} - \frac{1}{x}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]\hat{i}$$

← حالات خاصة : ←

① at $(x=0) \longrightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{i}$ N/C ← [قيمة المجال عند مركز القرص]

② at $(R=\infty) \longrightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{i}$ N/C →

أي أن : ← نصف قطر القرص كبير جداً ∴ القرص يتحول لمستوى ← فقيمة المجال الناشئ في هذه الحالة يكون ثابتة (أي مجال منتظم) وفي اتجاه عمودي على المستوى.

③ at $(x >> R)$:

أي عند نقطة بعيدة جداً عن القرص ⇐ ∴ هتعامل القرص كأن شحنة نقطية ⇐ ∴ لازم المجال يطلع ⟵ $\left[E = \frac{kq}{r^2}\right]$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\sqrt{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2}}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{1}{\boxed{\sqrt{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2}}}\right]$$

⟵ تعالى نفكه بنظرية ذات الحدين

Note!

$$(1+Z)^n = 1 + \frac{nZ}{1!} + \frac{n(n-1)Z^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)Z^3}{3!} + \dots$$

$\boxed{Z < 1}$

$$\left[1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{R}{x}\right)^2}{1} + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{R}{x}\right)^4}{2 \times 1} + \dots$$

$(x >> R)$ $\quad \frac{R}{x} < 1$

"يهمل"

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \left[1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\cancel{1} - \left(\cancel{1} - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{x}\right)^2\right)\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}\,\frac{R^2}{x^2}\right] * \frac{\pi}{\pi}$$

$$= \frac{(\sigma \pi R^2)}{4\pi\varepsilon_0\, x^2} = \frac{kq}{x^2}$$

مثال ١:-

قرص نصف قطره [35 Cm] ، مشحون بشحنة منتظمة كثافتها السطحية [$7.9 * 10^{-3}\ C/m^2$] . أوجد المجال الكهربي عند النقط الآتية على محور القرص وتبعد مسافة [10 Cm - 200 Cm] ؟!

<<Sol>>

.) at [x = 10 Cm] :→

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right] = \frac{7.9 * 10^{-3}}{2 * 8.854 * 10^{-12}}\left[1-\frac{0.1}{\sqrt{(0.1)^2+(0.}}\right]$$

$$= 323.57 * 10^{6}\ \hat{i}\ \underline{N/C}$$

.) at [x = 200 Cm >> 35 Cm]

$$\therefore E = \frac{kq}{x^2} = \frac{k\sigma\pi R^2}{x^2} = \frac{(9*10^{9})(7.9*10^{-3})\pi(0.35)^2}{(2)^2}$$

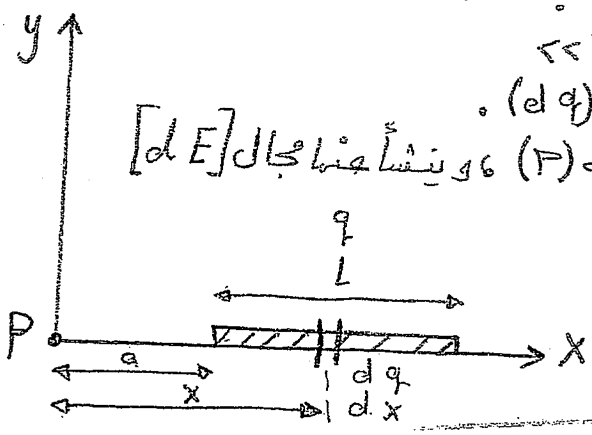
$$= 6.8 * 10^{6}\ \hat{i}\ \underline{N/C}$$

(٢) السلك :-

سلك طوله (L) مشحون بشحنة كثافتها الطولية (λ) وشحنة السلك الكلية (Q) . احسب المجال الكهربي عند نقطة (P) الموضوعة على امتداد السلك وتبعد مسافة (a) من احد طرفيه

<<Sol>>

.) نأخذ شحنة صغيرة من السلك شحنتها (dq) . وطولها (dx) وعلى بعد (x) من النقطة (P) ، وينشأ عنها مجال [dE]



$$.) \rightarrow \therefore \lambda = \frac{q}{L} \rightarrow \therefore q = \lambda L$$

$$\therefore dq = \lambda\, dx$$

$$\therefore E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow \therefore dE = \frac{k(dq)}{r^2} = \frac{k(\lambda\, dx)}{x^2}$$

$$\Rightarrow \therefore |E| = \int dE = \int_{a}^{a+L} \frac{K\lambda\, dx}{x^2} = K\lambda \int_{a}^{a+L} x^{-2}\, dx$$

$$\int x^{-2}\, dx = \frac{x^{-1}}{-1} = \frac{-1}{x}$$

$$= K\lambda \left[\frac{-1}{x}\right]_{a}^{a+L}$$

$$= K\lambda \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right]$$

$$= K\lambda \left[\frac{\cancel{a}+L-\cancel{a}}{a(a+L)}\right]$$

$$\therefore \overline{E} = K\frac{(\lambda L)}{a(a+L)} = \boxed{\frac{-K(q)}{a(a+L)}\ \hat{i}}$$

حالات خاصة :-

① لو النقطة اللي عايز حساب المجال عندها أصبحت على يمين السلك ← نفس القيمة للمجال لكن ستكون في اتجاه ($+\hat{i}$).

② $if\ (a >> L)$:-

أي النقطة المراد حساب المجال عندها بعيدة جداً عن السلك
$\therefore$ السلك هيتعامل كأنه شحنة نقطية ، والمفروض أن المجال يطلع $\left[E = \frac{Kq}{r^2}\right]$.

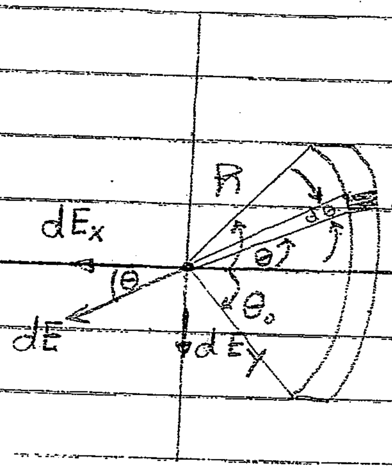
$$\Rightarrow \therefore E = \frac{Kq}{a(a+\underset{\text{تهمل}}{L})} = \frac{Kq}{a^2}$$

مثال (٦ع١) :- ←

قضيب رفيع مشحون بشحنة كثافتها الطولية "λ" تم ثنيه على شكل قوس دائري نصف قطره (R) كما في الشكل.

أوجد المجال الكهربي عند نقطة "O" !؟

«الحل»



نأخذ شريحة طولية (طولها "dl") l, q, λ

وشحنتها "dq" ومجالها "dE". dq, dl

$$\because \lambda = \frac{q}{L} \rightarrow \therefore q = \lambda l \rightarrow \therefore dq = \lambda dl$$

$$\because dl = R\, d\theta \rightarrow \therefore dq = \lambda R\, d\theta$$

$$\because E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow \therefore dE = \frac{k\, dq}{r^2} = \frac{k(\lambda R\, d\theta)}{R^2} = \frac{k\lambda\, d\theta}{R}$$

ومن تماثل الشكل :- نجد أن مجموع مركبات عناصر المجال في اتجاه "y" = صفر

أي ولذا فالمجال الناشئ من :- مجموع مركبات عناصر المجال في اتجاه محور (X)

$$\therefore dE_x = dE \cdot \cos\theta = \frac{k\lambda}{R} (\cos\theta)\, d\theta$$

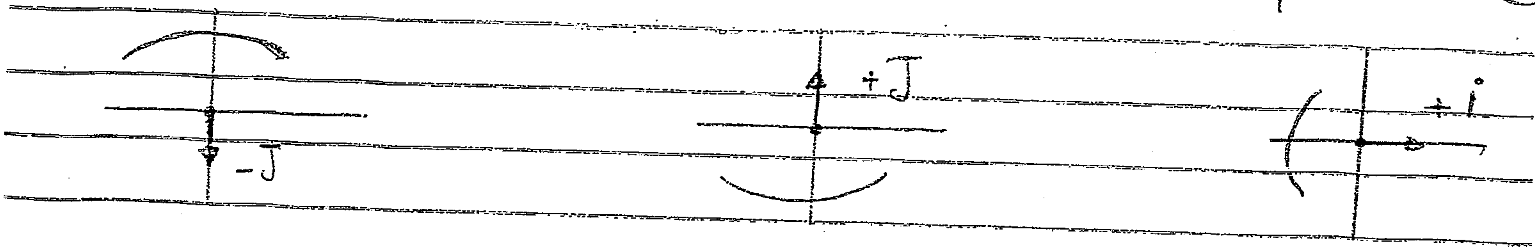
$$\therefore E_x = \int dE_x = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{k\lambda}{R} \cos(\theta)\, d\theta = \frac{k\lambda}{R} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos\theta\, d\theta$$

$$= \frac{k\lambda}{R} [\sin\theta]_{-\theta_0}^{\theta_0} = \frac{k\lambda}{R} [\sin\theta_0 + \sin\theta_0]$$

$$= \frac{2k\lambda}{R} \sin\theta_0 \rightarrow \therefore \vec{E}_x = \frac{2k\lambda}{R} \sin\theta_0\, \hat{i}$$

حالات خاصة :

① لو كان القضيب اتغير مكانه فى كل الحالات اتجاه المجال سيتغير



② لو القضيب أصبح نصف دائرة ∴ $\theta_0 = 90°$ ← حدود التكامل

$\int_{-90}^{90}$ ⟶ ∴ $E = \dfrac{-2k\lambda}{R}\sin(90) = \dfrac{-2k\lambda}{R}$

③ لو القضيب أصبح حلقة ← ∴ القطاع (0) ستصبح فى مركز الحلقة ← (سابقاً $E = 0$)

⟶ ∴ $E = \dfrac{-2\lambda k}{R}\sin\theta_0$ ⟶ [∴ $\theta_0 = \pi$ ⟶ ∴ $\sin(\pi) = 0$]

∴ $E = 0$

④ لو "θ_0" صغيرة جداً : ← ∴ $\sin(\theta_0) = \theta_0$

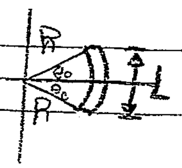
∴ القضيب سيتحول لشحنة نقطية والمجال يطلع $\left(E = \dfrac{kq}{R^2}\right)$

⟶ ∴ $E = \dfrac{-2k\lambda}{R}(\theta_0) * \dfrac{R}{R} = \dfrac{-2k\lambda R}{R^2}\theta_0$

$= \dfrac{-k[2\lambda R\theta_0]}{R^2} = \dfrac{-kq}{R^2}$

∴ $\lambda = q/L$

∴ $q = \lambda L$



∴ $L = (2\theta_0)R$

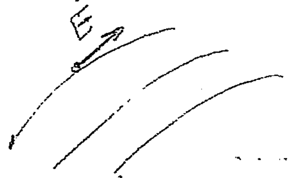
∴ $q = 2\lambda R\theta_0$

* خطوط المجال الكهربي :-

هي خطوط وهمية ناشئة عن الشحنات الكهربية ، وتستخدم لوصف المجال الكهربي عند نقطة ، ولها بعض الخصائص :-

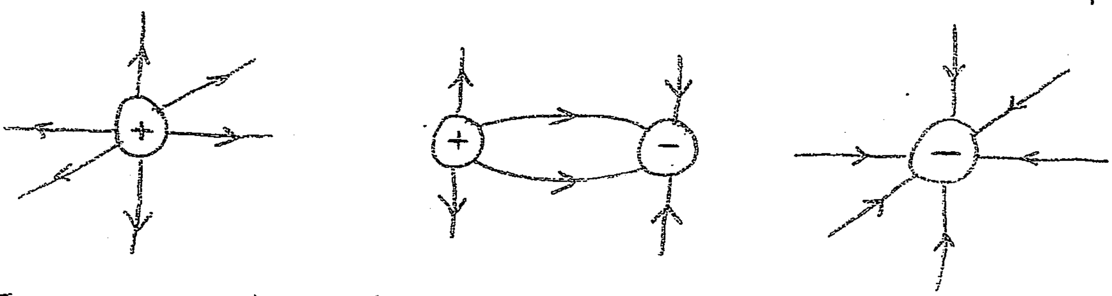
① المماس لأي خط من خطوط المجال عند نقطة ، يدل على اتجاه المجال عند هذه النقطة .

② خطوط المجال لا تتقاطع ابداً .



③ تقارب خطوط المجال [ ] يدل على أن شدة المجال الكهربي كبيرة عند تلك المنطقة ، والعكس صحيح .

④ خطوط المجال تخرج من الشحنة الموجبة وتنتهي عند الشحنة السالبة .



خطوط المجال تخرج من الشحنة في اتجاه انصاف الأقطار .

لو السالب مش موجود ... تبدأ من الموجب وتنتهي عند السالب في الـ (∞) ، وبالمثل مع السالبة .

⑤ عدد خطوط المجال الخارجة أو الداخلة إلى الشحنة تتناسب مع قيمة الشحنة حيث أن :-

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

حيث أن :- (N_1) :- هي عدد الخطوط الخارجة أو الداخلة إلى الشحنة الأولى

(N_2) :- 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 الثانية .

⑥ خطوط المجال بذاتها تذهب إلى الـ (∞) ، حيث المجال يساوي صفر في الـ (∞) ←

$$E = \frac{Kq}{r^2} = 0 \qquad r^2 \to (\infty)$$

⑦ خطوط المجال الكهربي لا تخترق الموصل المعدني ، ولذا المجال داخل الموصل يساوي صفر .

⑧ عندما تكون خطوط المجال متوازية والمسافات بينهم متساوية ، يصبح المجال الكهربي منتظم ← [ثابت القيمة والاتجاه ولا يعتمد على المسافة]

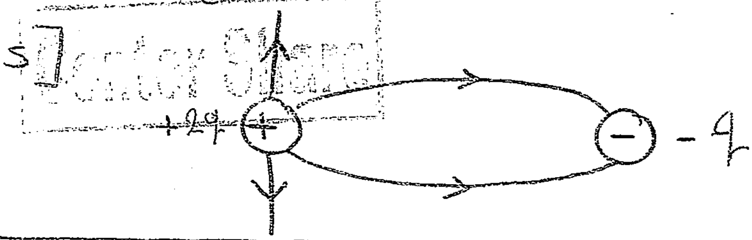
← مثال ١ :

١/ ارسم رسماً "تخطيطياً" لخطوط المجال المصاحبة لشحنتين احداهما موجبة (2q) والأخرى سالبة (-q) ؟!

<< Sol >>

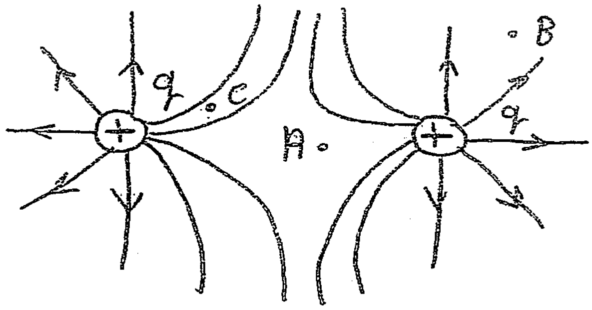
$\longrightarrow \because \frac{q_1}{q_2} = \frac{2\cancel{q}}{\cancel{q}} = \frac{2}{1} = \frac{N_1}{N_2} \longrightarrow \therefore N_1 = 2N_2$

or let [$q_1 \to$ 2 lines]



← لاحظ :

في حالة وضع شحنتين موجبتين بجانب بعض ، فانه يحدث تنافر بين خطوط المجال .



← عند المنطقة (A) بين الشحنتين سوف ينعدم المجال الكهربي لأن عند هذه المنطقة لا يوجد خطوط مجال كهربي .

← لو ($q_1 = q_2$) ← فإن المجال سينعدم في منطقة في منتصف الشحنتين .

← المجال عند النقطة [C] أكبر من عند النقطة [B] ← لأن كثافة الخطوط أكبر و[ل] (r) أصغر بالنسبة لـ "C"] .

* لاحظ :-

① - المجال داخل اللوح (الموصل) المعدني يساوي صفر، وذلك لأن خطوط المجال لا تنفذ داخله وتتوقف جميعها على السطح - فتعمل إعادة ترتيب الشحنات اللوح (أي تأثرها بالحث) وتكون على السطح القريب شحنة مخالفة وشحنة على السطح البعيد المظل اللوح المعدني متعادل. له (مخالفة للسطح الداخلى)

② - الموصل المعزول :-

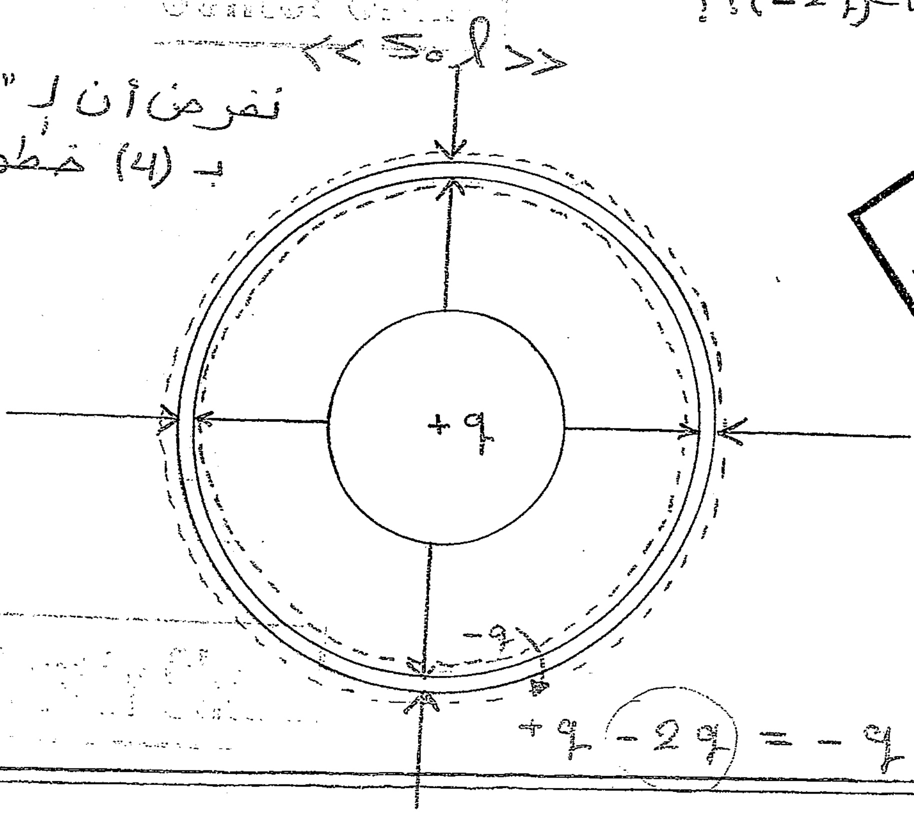
-) يقصد معزول بأنه ليس متصل بأي مادة أخرى أو بالأرض أو ممكن يكون على مادة عازلة.

-) وإذا وضعت شحنة على موصل معزول - تستقر كلها على سطحه الخارجي.

* مثال :-

ارسم خطوط المجال لشحنة (+q) وضعت داخل تجويف معدني شحنته (-2q) !؟

نفرض أن الـ "q" هنمثلها بـ (4) خطوط.



$+q - 2q = -q$

ملخص المجال الكهربي
Ch # 2

① حساب المجال الناشئ عن شحنة نقطية (عدة شحنات) عند نقطة (P) على بُعد "r":

لا نضع إشارة الشحنة

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{K|q|}{r^2} = N/C$$

⟸ لاحظ:

q (+) - - - - - - • P ⟶ E, r

① لتحديد اتجاه المجال عند نقطة:

أ- لو الشحنة موجبة ⟸ ∴ المجال يكون خارج.

ب- لو الشحنة سالبة ⟸ ∴ المجال يكون داخل

q (−) - - - - - - • P ⟵ E, r

② حساب النقطة التي ينعدم عندها المجال:

أ- لو الشحنتين زي بعض في الاشارة ⟸ ∴ بين الشحنات.

ب- لو الشحنتين عكس بعض في الاشارة ⟸ ∴ خارج الشحنات.

يكون أقرب للشحنة الأصغر

③ وضع شحنة "q'" في مجال "E" ⟸:

∴ المجال هيؤثر على الشحنة بقوة.

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{F}{q'} \Rightarrow \therefore F = q' E$$

⟸ ويكون اتجاه القوة على حسب اشارة (q'):

سالب: ∴ اتجاه (F) عكس $\overset{F}{\longleftarrow}$ $\underset{E}{\longrightarrow}$

موجب: ∴ اتجاه (F) مع (E) $\overset{F}{\longrightarrow}$ $\underset{E}{\longrightarrow}$

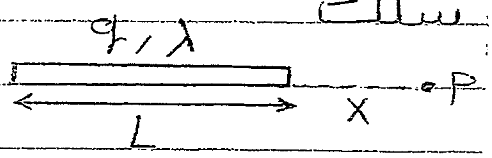
③ أنواع الشحنات الموزعة بانتظام على :-

طول	مساحة	حجم
∴ كثافة الشحنة الطولية (λ) :-	∴ كثافة الشحنة السطحية (σ)	∴ كثافة الشحنة الحجمية (ρ) :-
$\Rightarrow \therefore \lambda = \frac{q}{L} = \frac{C}{m}$	$\Rightarrow \therefore \sigma = \frac{q}{A} = \frac{C}{m^2}$	$\Rightarrow \therefore \rho = \frac{q}{V} = \frac{C}{m^3}$
- هي الشحنة الموجودة في وحدة الأطوال i.e ($L = 1m$).	- هي الشحنة الموجودة في وحدة المساحات i.e ($A = 1 m^2$).	- هي الشحنة الموجودة في وحدة الحجوم i.e [$V = 1m^3$].

④ حساب المجال الناشئ عن الأجسام المشحونة بشحنات منتظمة :-

$q \rightarrow dq \rightarrow dE \rightarrow \int$ كامل $\rightarrow E$

سلك



$\Rightarrow \therefore E = \frac{kq}{X(X+L)}$ $\Rightarrow \lambda = \frac{q}{L}$

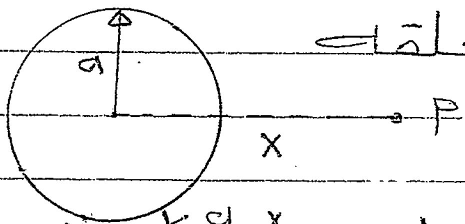
حالات خاصة :-

1] عند ($X >> L$) :-

$\therefore E = \frac{kq}{X^2}$

أي أن السلك يتحول إلى شحنة نقطية على المسافات البعيدة.

حلقة



$\Rightarrow E = \frac{kqX}{(X^2+a^2)^{3/2}}$ $\Rightarrow \lambda = \frac{q}{L} = \frac{q}{2\pi a}$

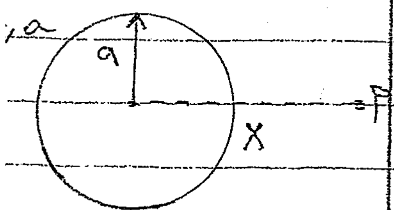
حالات خاصة :-

① عند ($X >> a$)

$\therefore E = \frac{kq}{X^2}$

أي أن الحلقة تتحول إلى شحنة نقطية

قرص



$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{X}{\sqrt{X^2+a^2}}\right]$

$\Rightarrow \sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{\pi a^2}$

الحلقة

[2] حساب المجال عند مركز الحلقة $(x=0)$

$\therefore E = 0$

القرص

[2] حساب المجال عند مركز القرص $(x=0)$

$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = (\text{Const})$.

[3] لو $(a \ggg)$ ← $\therefore$ القرص يتحول لمستوى:

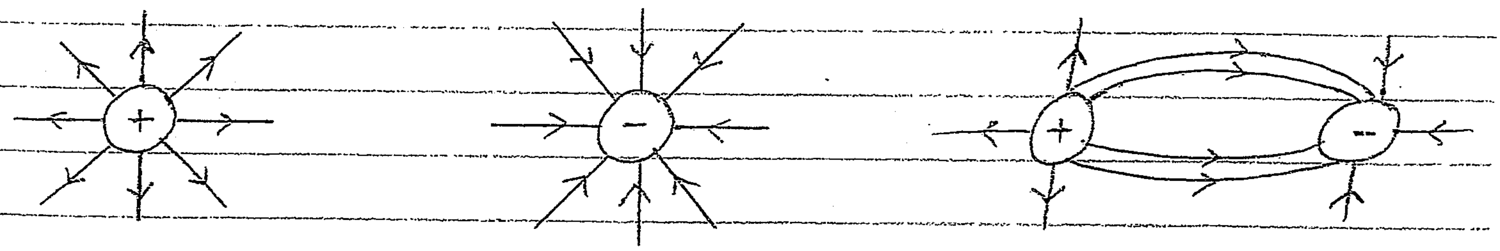
$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = [\text{Const}]$.

[4] عند $(x \ggg a)$:

$\therefore E = \frac{kq}{x^2}$ i.e. ← أي أن القرص يتحول الى شحنة نقطية على المسافات البعيدة

[5] خطوط المجال الكهربي وخصائصها:

(1) هي خطوط وهمية، تخرج من الشحنة الموجبة وتنتهي بالسالبة.



(2) عدد الخطوط الخارجة أو الداخلة الى الشحنة تتناسب مع قيمة الشحنة:

q_1 ○ N_1 ، q_2 ○ N_2

$\Longrightarrow \therefore \frac{q_1}{q_2} = \frac{N_1}{N_2}$

٣) خطوط المجال المؤثرة تذهب الى (∞) ، حيث المجال في (∞) يساوي صفر

$$\therefore E = \frac{Kq}{r^2} = \frac{Kq}{\infty} = 0 .$$

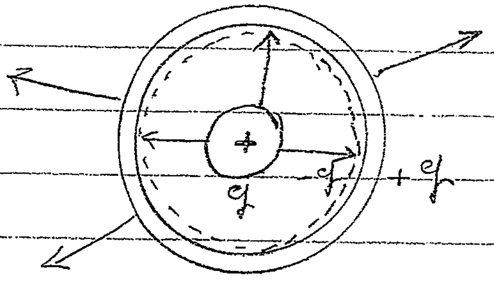
٤) خطوط المجال لا تخترق الموصل المعدني ولذا :

أ - المجال الكهربي بداخله = صفر .

ب - الشحنات تستقر على سطحه الخارجي .

جـ - عند وضع شحنة (+q) بداخل تجويف معدني متعادل (q = 0) .

يحدث شحن بالتأثير (بالحث) ، حيث خطوط المجال لا تخترق التجويف بل تتوقف على السطح ، ويحدث إعادة ترتيب للشحنات داخل التجويف ، فيتكون على السطح القريب شحنة مخالفة وعلى السطح البعيد شحنة مشابهة ليظل اللوح المعدني متعادل .



*) بفرض أن قيمة "q" تناظر (٣) خطوط .

*) تمرين :-

ثلاث شحنات نقطية (−3q , +2q , +q) موضوعة عند رؤوس مثلث متساوي الأضلاع ، ارسم "6" خطوط للمجال الكهربي بين الشحنات ؟؟

حركة شحنة في مجال كهربي منتظم

حركة موازية للمجال — حركة عمودية على المجال

(أ) الحركة الموازية:

- عند وجود مجال كهربي "E" فعند وضع شحنة "q'" فإنها ستتأثر بقوة (F) ← وتكسب الجسم عجلة في اتجاه القوة ولنا سرعة الجسم متزايدة أو متناقصة)

E

ويفضل الجسم يسير في خط مستقيم ولكن بسرعة مختلفة

$\Rightarrow F = q'E$

q'

F E E

*) ويمكننا حساب العجلة من قانون نيوتن الثاني:

$$\therefore \Sigma F = ma \Rightarrow \therefore q'E = ma \Rightarrow \therefore a = \frac{q'E}{m}$$

*) لاحظ:

(1) الجسم المتحرك يمكننا تطبيق عليه معادلات الحركة المعجلة:

(1) $v = v_0 + at$

(2) $v^2 = v_0^2 + 2ax$

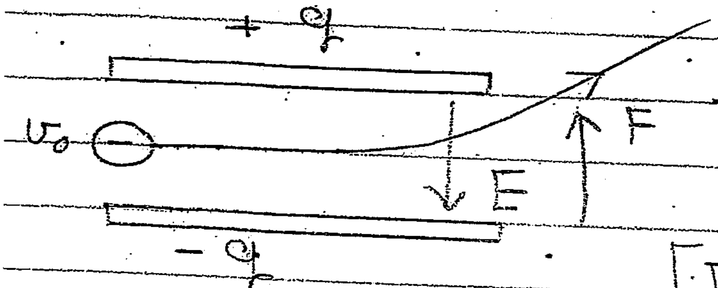
(3) $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

(2) إذا بدأ الجسم حركته من سكون ← [$\therefore v_0 = 0$] وكذلك إن لم يذكر

⑥ حركة شحنة عمودية على المجال :-

عندما تتحرك شحنة عمودية على مجال "E" فإنها ستتأثر بقوة عمودية على مسار الحركة، وأيضاً ستكتسب عجلة عمودية على مسار

مما يجعل الجسم يسير في مسار منحني .



لاحظ :

① $\because [F \perp] \longrightarrow \therefore [a \perp]$

$\therefore a_y = \frac{qE}{m} \longrightarrow \therefore v_{Fy} \neq v_{iy}$

$\therefore a_x = 0 \longrightarrow \therefore v_{Fx} = v_{ix}$

أي أن السرعة لم تتغير في اتجاه "X" .

(* ولذا عند تطبيق معادلات الحركة، نطبقها على حسب المحور (x أو y) :-

ex:

$v_x = v_{ox} + a_x t$.

$v_y = v_{oy} + a_y t$.

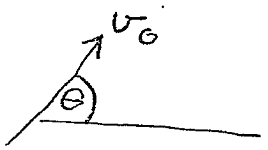
#

لاحظ :-

① لكي لا يصطدم الجسم باللوح العلوي ← ∴ يجب أن يكون اللوح العلوي في موضع أقصى ارتفاع ← ∴ $y = y_{max}$

∴ $v_{Fy} = 0$

② لو الجسم داخل مائل على اللوح السفلي بزاوية θ



$\therefore v_{ox} = v_o \cos\theta$

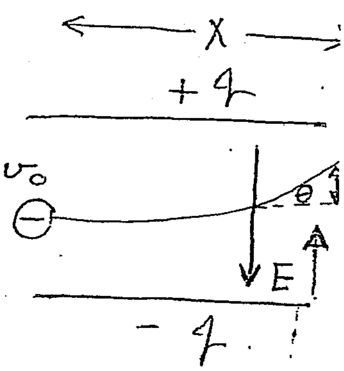
$\therefore v_{oy} = v_o \sin\theta$

"ملخص الحركة الحموية"

← لاحظ لو الحركة مائلة :-

$\therefore v_{ox} = v_o \cdot \cos\theta$

$\therefore v_{oy} = v_o \sin\theta$



t

x - axis	y - axis
$v_{ox} = v_o$	$v_{oy} = 0$
$a_x = 0$	$a_y = \frac{qE}{m}$
$X =$ طول اللوح الأفقي	$y =$ المسافة الرأسية لحظة الخروج
$v_{Fx} = v_{ox}$	$v_{Fy} = ?$
$X = v_{ox} \cdot t$	

⟹ $\theta = \tan^{-1} \frac{v_{Fy}}{v_{Fx}}$

⇓

زاوية الخروج من الألواح

زمن الخروج من الألواح

المزدوج القطبي

« عبارة عن شحنتين متساويتان في القيمة وعكس الاشارة

« عزم المزدوج القطبي: (P) حاصل ضرب قيمة أحد الشحنتين في المسافة الفاصلة

واتجاهه :- من الشحنة السالبة إلى الموجبة (عكس المجال).

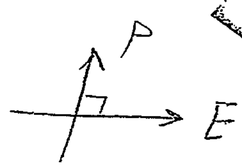
$\Rightarrow \therefore \bar{P} = \boxed{|q|.\,d}$ $\boxed{\ominus \xrightarrow{P} \oplus}$

⇐ وضع المزدوج القطبي في مجال :-

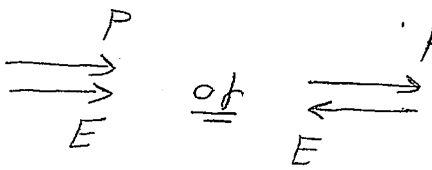
⇐ المجال هيأثر عليه بقوتين (متساويتان مقداراً وعكس بعض في الاتجاه) ← يعملوا عزم دوران (ازدواج) يعمل على دوران المزدوج القطبي ← إلى أن يصبح اتجاه الـ "P" موازي للمجال

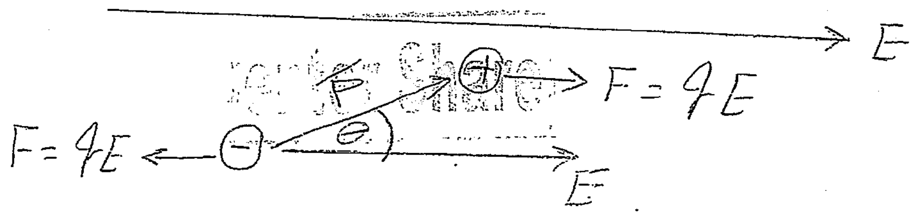
$$\Rightarrow \bar{\tau} = \bar{P} \times \bar{E} = PE\sin\theta_{P \wedge E}$$

$$\therefore \tau_{max} = PE \Rightarrow (\theta = 90)$$



$$\tau_{min} = 0 \Rightarrow (\theta = 0, 180)$$





Sheet 4

أفكار المسائل

أرقام المسائل	الأفكار
2 - 4 - 5 - 12	١- حساب المجال الناشئ عن شحنة (عدة شحنات)
1 - 3	٢- وضع شحنة في مجال
7	٣- حساب المجال الناشئ عن سلك.
6 - 19 - 20	٤- حساب المجال الناشئ عن حلقات.
11	٥- حالة الاتزان
8 - 9 - 14 - 15 - 16	٦- خطوط المجال الكهربي

[10 - 13 - 17 - 18].

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\Rightarrow W = \underset{W_F}{\ominus} \Delta U = \pm [U_F - U_i]$$

⇐ أي أن الشغل المبذول لدوران المزدوج ، يُختزن

على هيئة تغير في طاقة الوضع ⇐ (على فرض دورانه بسرعه منتظمه)

$\therefore \quad \Delta K = 0$

⇐ حساب طاقة الوضع المختزنة :-

$$\Rightarrow U = -\bar{P} \cdot \bar{E} = -PE\cos\theta \begin{cases} \rightarrow U_i = -PE\cos\theta_i \\ \rightarrow U_F = -PE\cos\theta_F \end{cases}$$

θ_i :- الزاويه بين الـ $(P \,\&\, E)$ قبل الدوران .

θ_F :- الزاويه بين الـ (P , E) بعد الدوران .

$$\Rightarrow U_{max} = PE \Rightarrow (\theta = 180) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{min} = -PE \Rightarrow (\theta = 0) \Rightarrow$$

⇐ حساب محصلة القوى على المزدوج في المجال :-

$$\Sigma F = (qE)\,i - (qE)\,i = 0$$

But :- general $\therefore F = \frac{k\, q_1 q_2}{} = \frac{k q^2}{}$

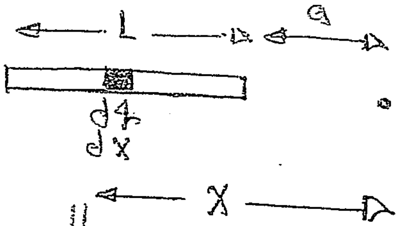
إثباتات المجال الكهربي

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

ن ت

حساب المجال الناشئ عن سلك محدود الطول ونقطة أفقية

نأخذ شريحة من السلك شحنتها "dq" وطولها "dx" وعلى بعد "x" من النقطة



$$\Rightarrow \therefore E = \frac{Kq}{r^2} \Rightarrow \therefore dE = \frac{K\,dq}{r^2} = \frac{K\lambda\,dx}{x^2}$$

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{dq}{dx}$$

$$\therefore dq = \lambda\,dx$$

$$\therefore E = K\lambda \int_a^{a+L} \frac{dx}{x^2}$$

$$\therefore E = K\lambda \int_a^{a+L} x^{-2}\,dx = K\lambda \left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]\Big|_a^{a+L}$$

$$\therefore E = -K\lambda\left(\frac{1}{x}\right)\Big|_a^{a+L}$$

$$= -K\lambda\left[\frac{1}{a+L} - \frac{1}{a}\right] = K\lambda\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right]$$

$$= K\lambda\left[\frac{\cancel{a}+L-\cancel{a}}{a(a+L)}\right] = \frac{K\lambda L}{a(a+L)} = \frac{Kq}{a(a+L)} \quad (\pm\hat{i})$$

حيث أن :-

K :- ثابت (9×10^9)

q :- الشحنة الكلية للسلك $(q = \lambda L)$

L :- طول السلك

a :- بعد النقطة عن أحد أطراف السلك

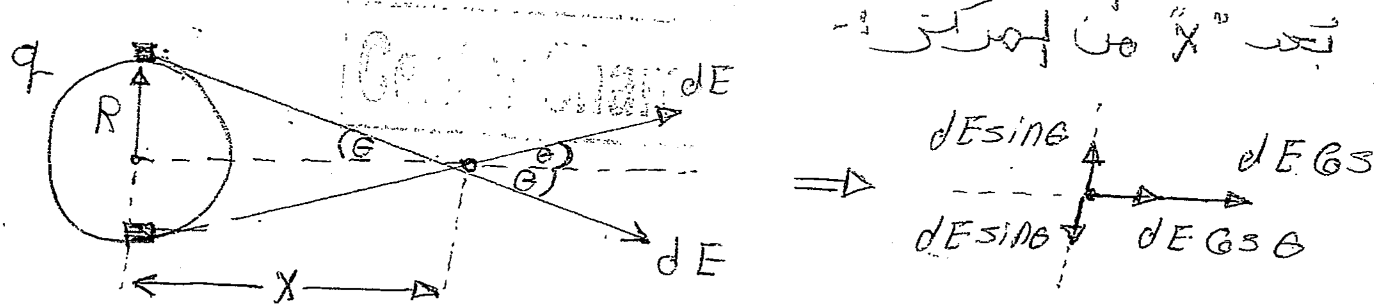
* حالة خاصة :-

$(a \gg L)$

$$= \frac{Kq}{a(a+\cancel{L})} = \frac{Kq}{a^2}$$

أي يصبح السلك وكأنه شحنة نقطية .

٢) حساب المجال الناشئ عن حلقة عند نقطة على محورها وعلى بعد "X" من المركز :-



∴ نجد أن من تماثل الشكل ⇐ أن مركبات المجال في محور "y" تلاشي بعضها :-

$$\therefore dE_x = dE \cdot \cos\theta \quad , \quad \therefore E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \therefore dE = \frac{k\,dq}{(R^2+x^2)}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$

$$\therefore dE_x = \frac{k\,dq}{(R^2+x^2)} \cdot \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}} = \frac{k\,x}{(R^2+x^2)^{3/2}}\,dq$$

$$\Rightarrow \therefore E_x = \int dE_x = \frac{k\,x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \int_0^q dq$$

$$\therefore E = \frac{k\,q\,x}{(x^2+R^2)^{3/2}} \quad (\pm \hat{i})$$

① المجال عند مركز الحلقة ←

$\therefore X = 0 \longrightarrow E = 0$

② if $(X >>> R)$

$$E = \frac{kqX}{(x^2+\cancel{R^2})^{3/2}} = \frac{kq\cancel{X}}{x^{3/2}}$$

$$\therefore E = \frac{kq}{x^2}$$

حيث أن

K :- ثابت $K = 9\times10^{9}$

q :- الشحنة الكلية للحلقة

$$q = \lambda(L) = \lambda(2\pi R)$$

X :- بعد النقطة عن المركز

R :- نصف قطر الحلقة

حالات خاصة :-

حساب المجال عند المركز :

$$x = 0$$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

---

١ لو القرص تحول إلى مستوى (لوح) لا نهائي

$$\left(\begin{array}{l} \therefore R = \infty \\ \text{or} \quad R \gg\gg x \end{array}\right) \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \underbrace{\frac{x}{\sqrt{x^2+\infty}}}_{\to 0}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$\therefore$ مجال اللوح منتظم ولا يعتمد على المسافة.

$$\text{if } (x \gg\gg R)$$

٣

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\sqrt{1+(\frac{R}{x})^2}}\right]$$

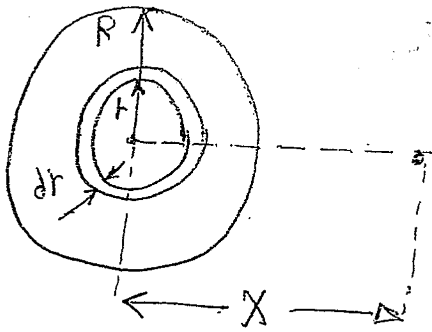
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \left[1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\right]^{-1/2}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \left[1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{R}{x}\right)^2\right]\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\cancel{1} - \cancel{1} + \frac{R^2}{2x^2}\right]$$

$$= \frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 x^2} \times \frac{\pi}{\pi} = \frac{\sigma(\pi R^2)}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{K q}{x^2}$$

أي القرص أصبح شحنة نقطية

حساب المجال الناتج عن قرص عند نقطة على محوره وعلى بعد "X" من مركزه :-



نفرض أن القرص عبارة عن عدد لا نهائي من الحلقات.

∴ نحسب مجال حلقة ونتكامله لنحصل على مجال القرص.

← بأخذ حلقة شحنتها "dq" ونصف قطرها $(r: 0 \rightarrow R)$ وسمكها "dr"

$$E = \frac{K q X}{(X^2+R^2)^{3/2}}$$ ⇐ ∴ مجال حلقة

$$\Rightarrow \therefore a = \frac{q}{A} = \frac{dq}{dA}$$

$q = a A$

$q = a(\pi R^2)$

$dq = a\, d$

$= a(2\pi r$

$$\therefore dE_X = \frac{K\, dq\, X}{(X^2+r^2)^{3/2}} = \frac{K(2a\pi r\, dr)\, X}{(X^2+r^2)^{3/2}}$$

$$= a\pi K X \frac{2r}{(X^2+r^2)^{3/2}}\, dr$$

$$\Rightarrow \therefore E_X = \int dE_X = \frac{a\pi X}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R 2r(X^2+r^2)^{-3/2}\, dr$$

$$= \frac{aX}{{}_2\cancel{4}\,\varepsilon_0}\left.\frac{(X^2+r^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{{}_1\cancel{2}}}\right|_0^R = \frac{-aX}{2\varepsilon_0}\left.\frac{1}{\sqrt{X^2+r^2}}\right|_0^R$$

$$= \frac{-aX}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{X^2+R^2}} - \frac{1}{X}\right] = \frac{a}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{X}{\sqrt{X^2+R^2}}\right](\pm\hat{i})$$

حيث أن :- ε_0 ← ثابت $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$.

a ← كثافة الشحنة السطحية $\left[a = \frac{q}{A} = \frac{q}{\pi R^2}\right]$.

R ← نصف قطر القرص.

X ← بعد النقطة عن المركز.

حساب المجال الناتج عن قوس عند مركزه.

← الاثبات موجود صفحة "8" مع حل الشيت

$$E = \frac{2k\lambda}{R} \sin\theta_0 \, (\pm \hat{i})$$

4)

حيث أن

k : ← ثابت $\quad K = 9 * 10^9$

R :- نصف قطر القوس

θ_0 :- الزاوية من نهاية القوس الى الخط المنصف للقوس

λ :- كثافة الشحنة الطولية

(22)

$$\lambda = \frac{q}{L} \Rightarrow \underbrace{L}_{\text{طول}} = \underbrace{R}_{\text{نق}}\, \underbrace{\theta^{rad}}_{\text{الزاوية المحصورة}} \Rightarrow \theta^{rad} = \theta^{deg} * \frac{\pi}{180}$$

✲ حالات خاصة :-

[1] لو القوس أصبح دائرة

$\therefore \theta_0 = 180$

$\therefore \sin(180) = 0$

$\therefore E = 0$

مثل حالة الحلقة عند المركز

[2] لو القوس أصبح نصف دائرة

$\therefore \theta_0 = 90 \;, \therefore \sin(90) = 1$

$, E = \frac{2k\lambda}{R}$

$\lambda = \frac{q}{L} \;, L = \frac{1}{2}(2\pi R) = \pi R$

$= \frac{q}{\pi R}$

لو الزاوية θ_0 صغيرة جداً $\longleftarrow$ ∴ القوس يصبح شحنة نقطية

$$L = R(2\theta_0)$$

$$\therefore q = \lambda L$$

$$\therefore q = 2R\lambda\theta_0$$

$$\Rightarrow \because \theta_0 <<<$$

$$\therefore \sin\theta_0 \simeq \theta_0$$

$$\therefore E = \frac{2k\lambda}{R}\sin\theta_0$$

$$= \frac{2k\lambda}{R}\theta_0 * \frac{R}{R}$$

$$= \frac{k(2R\lambda\theta_0)}{R^2} = \frac{kq}{R^2}$$

Sheet # 2

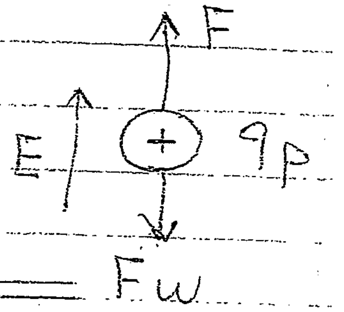
① $\therefore q = q_p = 1.6 * 10^{-19} C \quad , m_p = 1.67 * 10^{-27} kg$

$E = ??$

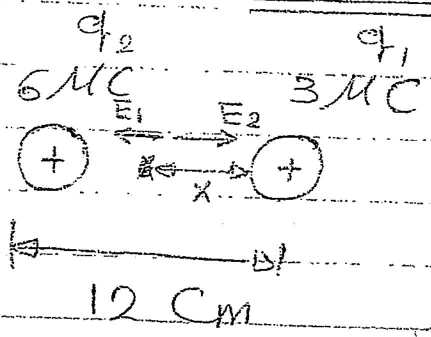
<< Sol >>

$\therefore F = F_w \Rightarrow \therefore qE = mg \Rightarrow \therefore E = \frac{mg}{q}$

$$\therefore E = \frac{(1.67 * 10^{-27})(9.8)}{(1.6 * 10^{-19})} = 1.02 * 10^{-7} N/C$$



والاتجاه لمجال لأعلى (*



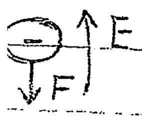
② نفرض أن المجال سينعدم على
بعد "x" من "q_1"

$\therefore E_T = 0 \Rightarrow \therefore E_1 = E_2$

$$\therefore \frac{kq_1}{x^2} = \frac{kq_2}{(12-x)^2}$$

$$\therefore \left(\frac{12-x}{x}\right)^2 = \frac{q_2}{q_1} = \frac{6\mu}{3\mu} = 2$$

$\therefore \frac{12}{x} - 1 = \sqrt{2} \Rightarrow \therefore \frac{12}{x} = \sqrt{2} + 1 = 2.4$



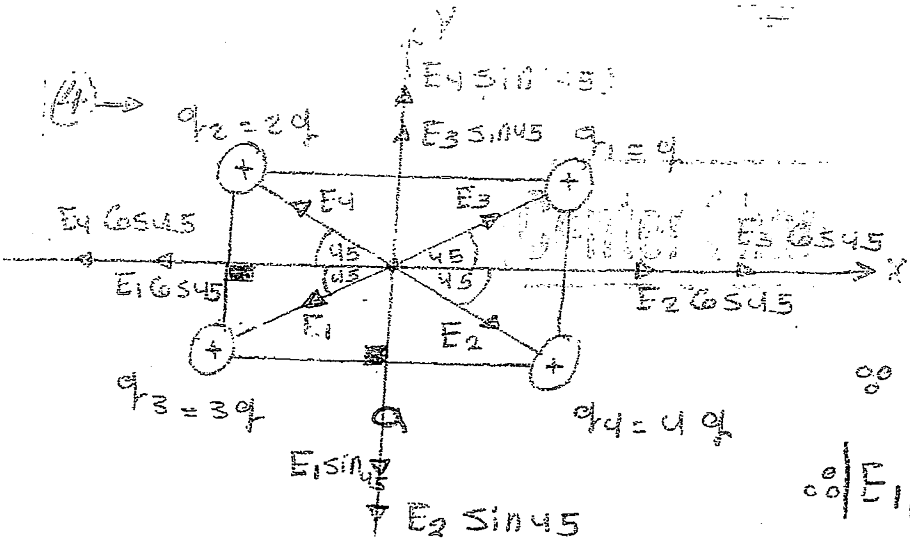
$$\therefore x = \frac{12}{2.4} = 4.97 \text{ Cm}$$

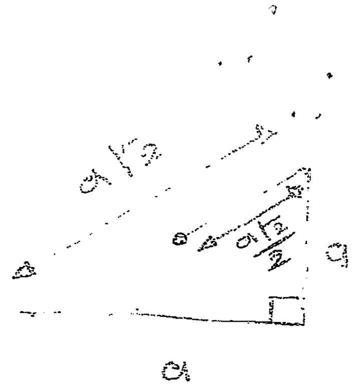
③ $q' = -5 nC$
$F = 40 * 10^{-9} N$

$\Rightarrow \therefore E = \frac{F}{q} = \frac{40 * 10^{-9}}{5 * 10^{-9}} = 8 N/C$

لـ واتجاهه لأعلى.

(4) →





$\therefore E = kq/r^2$

$\therefore |E_1| = \frac{kq}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{2kq}{a^2}$

$\therefore |E_2| = k\frac{2q}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{4kq}{a^2}$ & $\therefore |E_3| = k\frac{3q}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{6kq}{a^2}$

$\therefore |E_4| = k\frac{4q}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{8kq}{a^2}$

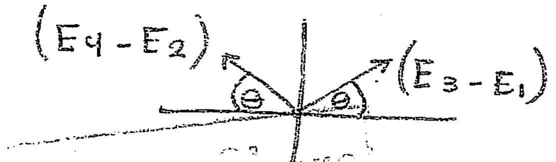
$\therefore \overline{E_T} = [E_2 + E_3 - E_1 - E_4] \cos(45) i + [E_3 + E_4 - E_1 - E_2] \sin(45) J$

$= \frac{kq}{a^2} * \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{[4 + 6 - 2 - 8]}_{0} i + [\cancel{6} + 8 - \cancel{2} - \cancel{4}] J \right)$

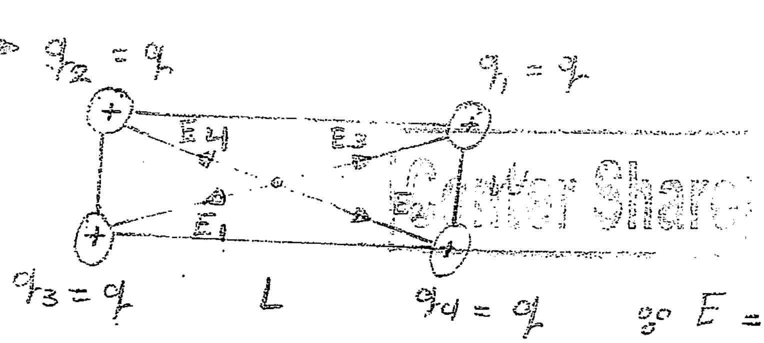
$\therefore E_T = \frac{8kq}{\sqrt{2}\, a^2} J$

⟸ حل آخر :-

حساب إحصلة لكلاً $[(E_4 , E_2) \& (E_1 , E_3)]$ ثم نقوم بتحليل إحصلتين.



5 →



القطر $= \sqrt{L^2 + w^2}$

نصف القطر $= \frac{1}{2}\sqrt{L^2 + w^2}$

$\therefore E = k\, q / r^2$

$\therefore q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$ & $\therefore r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \frac{1}{2}\sqrt{L^2 + w^2}$

$$\therefore E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{K q}{\left[\frac{1}{2}\sqrt{L^2 + w^2}\right]^2} = \frac{4 K q}{(L^2 + w^2)}$$

$\therefore E_T = 0$

---

6 → لو لقيت الـ (E) تعتمد على متغير (x) فلحساب قيمة المتغير (x) التي عندها الـ (E) تكون قيمة عظمى ← فاضل الدالة بالنسبة للمتغير وساوي اللي هيطلع بصفر واحسب قيمة المتغير

مشتقة حاصل قسمة دالتين ← $\left[\dfrac{(\text{مشتقة البسط} * \text{المقام}) - (\text{البسط} * \text{مشتقة المقام})}{\text{تربيع المقام}}\right]$

$$\Rightarrow \therefore E = k\, x\, q / (x^2 + a^2)^{3/2}$$

$$\therefore \frac{dE}{dx} = 0 = \frac{\cancel{Kq}\left[\left(1 * (x^2 + a^2)^{3/2}\right) - \left(x * \frac{3}{2}(x^2 + a^2)^{1/2}(2x)\right)\right]}{\cancel{\left[x^2 + a^2\right]^3}}$$

$$\therefore (x^2 + a^2)^{3/2} - 3x^2 (x^2 + a^2)^{1/2} = 0$$

$$\therefore (x^2 + a^2)^{1/2}\left[(x^2 + a^2) - 3x^2\right] = 0$$

$\therefore (x^2 + a^2)^{1/2} = 0 \longrightarrow \therefore x^2 + a^2 = 0 \longrightarrow \therefore x^2 = -a^2$ ← إما

((مرفوض))

$x^2 + a^2 - 3x^2 = 0 \longrightarrow \therefore\ 2x^2 = a^2$

$\therefore\ x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$

$\boxed{x = \frac{a}{\sqrt{2}}}$

ولحساب القيمة العظمى نعوض عن قيمة $\left[x = \frac{a}{\sqrt{2}}\right]$

$$\therefore\ E_{max}\Big|_{x=\frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{kq\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)}{\left[\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + a^2\right]^{3/2}} = \frac{kqa}{\sqrt{2}\left[\frac{a^2}{2} + a^2\right]^{3/2}}$$

توضيح

$$= \frac{kqa}{\sqrt{2}\left[\frac{3}{2}\, a^2\right]^{3/2}} = \frac{kq\cancel{a}}{\sqrt{2}\left[\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} * a^{\cancel{2}3}\right]}$$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} \longrightarrow y^{3/2}$

$(a^2)^{3/2}$

a^3

$$= \frac{\cancel{2}\, q}{2 \cdot 4\pi\varepsilon_0 * (3\sqrt{3})\, a^2}$$

$\therefore\ \sqrt[2]{y^3} = \sqrt{y^2 y}$

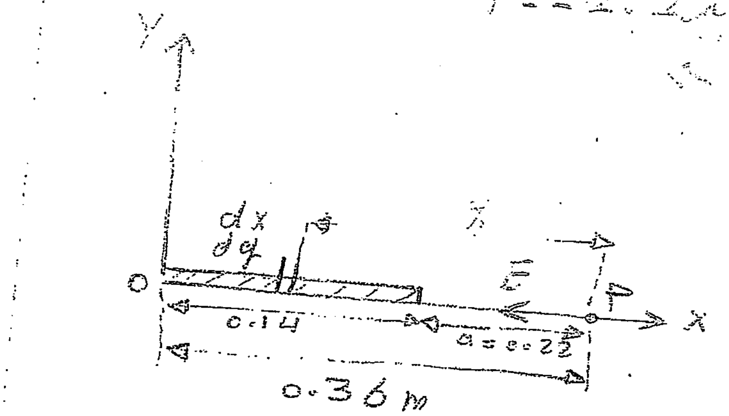
$\therefore\ y\sqrt{y} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

$\therefore\ \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$$= \boxed{\frac{q}{6\sqrt{3}\,\pi\varepsilon_0\, a^2}}$$

(7) → $L = 0.14\,m$, $q = -2.2\times10^{-6}$, $a = 0.36\,m - 0.14 = 0.22$

$\therefore E = ?$



$$\therefore |E| = \frac{kq}{a(a+L)}$$

$$= \frac{(9\times10^{9})(2.2\times10^{-6})}{0.22[0.22+0.14]}$$

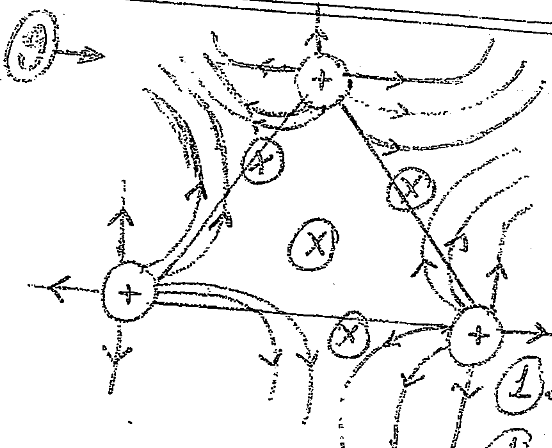
$$\therefore \bar{E} = -25\times10^{4}\ \hat{i}\ N/C$$

(8) → $\therefore \frac{q_1}{q_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \longrightarrow \therefore q_2 = 3q_1$

q_2 : → Positive charge.

q_1 : → Negative charge.

(9) →

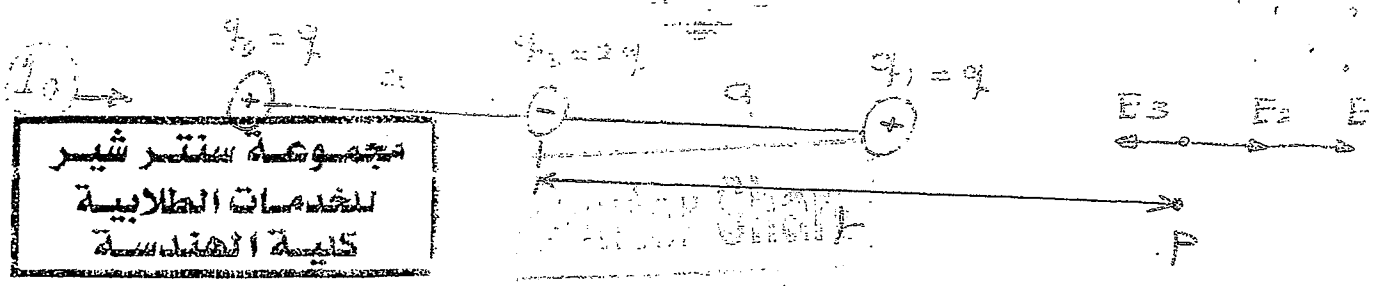


$\therefore$ Let (q) : → $\bar{E}$ Lines

∴ المجال سينعدم في خمسة أماكن : ←

- عند منتصف كل ضلع من أضلاع المثلث (3)
- عند مركز المثلث (نقطة تلاقي المتوسطات) (1)
- عند (∞) ← $\therefore \left[E = \frac{kq}{r^2} = 0\right]_{r \to \infty}$ ← (1)

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة



<< Sol >>

$$\therefore E_T = E_1 + E_2 - E_3 \longrightarrow \therefore E = kq/r^2$$

$$\therefore E_T = \left[\frac{kq}{(r-a)^2} + \frac{kq}{(r+a)^2} - \frac{2kq}{r^2}\right]$$

$$= kq\left[\frac{1}{(r-a)^2} + \frac{1}{(r+a)^2} - \frac{2}{r^2}\right] = \frac{kq}{r^2}\left[\frac{1}{(1-\frac{a}{r})^2} + \frac{1}{(1+\frac{a}{r})^2}\right.$$

$$= \frac{kq}{r^2}\left[\underbrace{(1-\frac{a}{r})^{-2}}_{1} + \underbrace{(1+\frac{a}{r})^{-2}}_{2} - 2\right] \longrightarrow \text{For } [a \ll r] \longrightarrow 3$$

$$(1+z)^n = 1 + \frac{nz}{1!} + \frac{n(n-1)z^2}{2!} + \dots \qquad z<1$$

← : مفكوك ذات حدين ←

$\Rightarrow \therefore$ From (1) $\longrightarrow \therefore \left[1+(\frac{-a}{r})\right]^{-2} = 1 + \frac{(-2)(\frac{-a}{r})}{1} + \frac{(-2)(-3)(\frac{a}{r})^2}{2\times 1}$

$$= 1 + 2\frac{a}{r} + 3\frac{a^2}{r^2} + \dots$$

$\Rightarrow \therefore$ From (2) $\longrightarrow \therefore \left[1+(\frac{a}{r})\right]^{-2} = 1 + \frac{(-2)(\frac{a}{r})}{1} + \frac{(-2)(-3)(\frac{a}{r})^2}{2}$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$= 1 + \left(-\frac{2a}{r}\right) + 3\frac{a^2}{r^2}$$

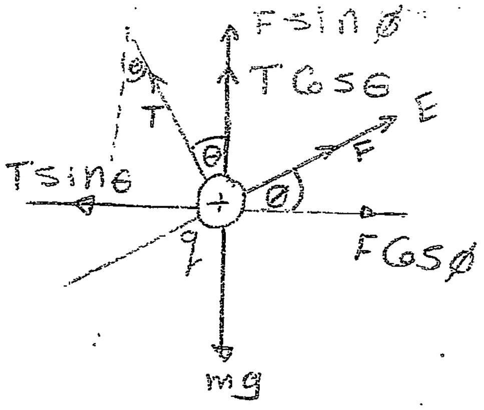
∴ بالتعويض من [①، ②] في ③ :←

$$\therefore E_T = \frac{kq}{r^2}\left[\cancel{1} + \cancel{\frac{2a}{r}} + \frac{3a^2}{r^2} + \cancel{1} - \cancel{\frac{2a}{r}} + \frac{3a^2}{r^2} - \cancel{2}\right] = \frac{2kq}{r^2}\left(\frac{3a^2}{r^2}\right)$$

$$= \frac{3k(2qa^2)}{r^4} = \frac{3k(Q)}{r^4} = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r^4}$$

(11) → $m = 10 \times 10^{-3}\,kg$, $E = (3i + 5J) \times 10^{5}\,N/C$, $\theta = 37^\circ$

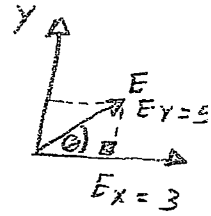
$T = ??$, $q = ??$



$\because E = (3i + 5J) \times 10^{5}$

$\therefore |E| = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \times 10^{5}\,N/C$

$\therefore \phi = \tan^{-1}\dfrac{5}{3} = 59^\circ$



⟸ ∵ يكون في حالة اتزان ! ⟵

$\therefore \sum F_x = 0 \longrightarrow F\cos\phi = T\sin\theta \longrightarrow (1)$

$\therefore \sum F_y = 0 \longrightarrow F\sin\phi + T\cos\theta = mg \longrightarrow (2)$

→ ∴ From (1) → $F = \dfrac{T\sin\theta}{\cos\phi} = T\,\dfrac{\sin(37)}{\cos(59)} = 1.1697\,T \longrightarrow (3)$

→ ∴ From (3) at (2)

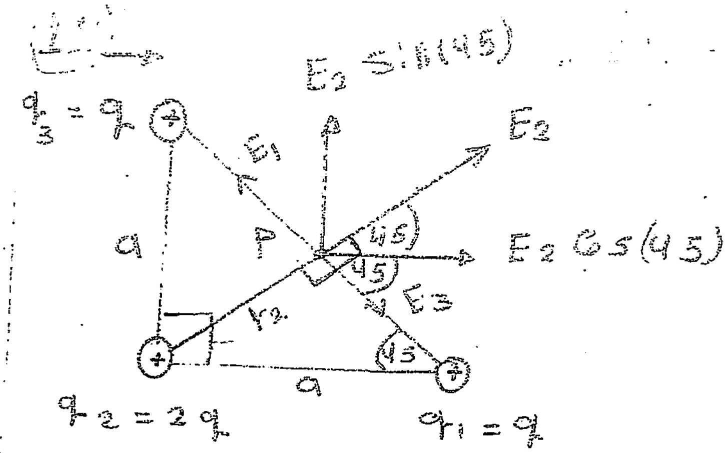
$\therefore (1.1697\,T)\sin(59) + T\cos(37) = 10 \times 10^{-3} \times 9.8$

$\therefore T = 0.0544\,N$

→ ∴ From (3)

$\therefore F = 1.1697 \times 0.0544 = 0.0636\,N$

⟹ $\because E = \dfrac{F}{q} \longrightarrow \therefore q = \dfrac{F}{|E|} = \dfrac{0.0636}{\sqrt{34} \times 10^{5}} = 0.1091\,\mu C$



$\because E = kq/r^2$

$\because q_1 = q_3 = q$

$\because r_1 = r_3 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\therefore E_1 = E_3$

وفي اتجاهين متعاكسين

فيلاشوا بعض .

$\Rightarrow \because E_2 = \frac{k q_2}{r_2^2} = K \frac{(2q)}{\frac{a^2}{2}} = \frac{4kq}{a^2}$

$\because \sin(45) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore r_2 = a * \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore r_2^2 = \frac{a^2}{2}$

$\Rightarrow \because E_{T/P} = E_2 \cos(45) i + E_2 \sin(45) J$

$= \left(\frac{4kq}{a^2\sqrt{2}}\right)(i + J)$

---

(14) ←

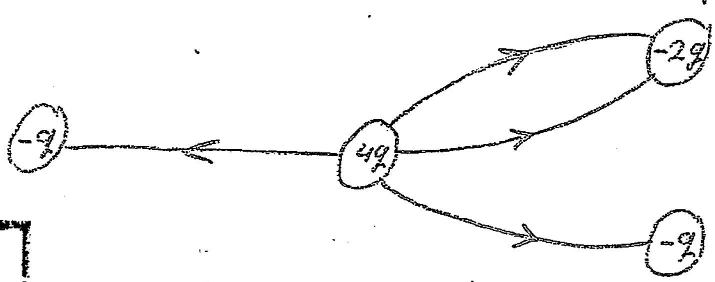
أ ← الشحنتان (q_1 , q_3) موجبتان والشحنة (q_2) سالبة .

ب ← $|F_A| > |F_B|$

---

(15) ← ٣

⇐ نفرض تمثل ال (q) بخط واحد



(16) → $\because q_A - q_B + q_C = +Q \longrightarrow (1)$

$\longrightarrow \because \frac{q_A}{q_B} = \frac{N_A}{N_B} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \longrightarrow \therefore q_B = 2q_A \longrightarrow (2)$

$\longrightarrow \because \frac{q_B}{q_C} = \frac{N_B}{N_C} = \frac{8}{8} = 1 \longrightarrow \therefore q_B = q_C = 2q_A$ —

بالتعويض من (2 ، 3) في (1) : ←

$\therefore q_A - \cancel{2q_A} + \cancel{2q_A} = Q \longrightarrow \therefore q_A = +Q$

$\therefore q_B = -2Q$ & $\therefore q_C = +2Q$

---

(17) → $E = 100\ N/C$ ، $\theta_i = 90$ ، $\theta_f = 0 \longrightarrow W = ??$

<<Sol>>

$\because W = -\Delta U = -[U_f - U_i] = -[(-PE\cos\theta_f) - (-PE\cos\theta_i)]$

$= PE = 100\ P$ Joule

---

(18) → $P = 4.8 \times 10^{-28}\ C.m$ ، $E = 10^{8}\ N/C$ ، $\theta_i = 90°$ ، $\theta_f = 30$

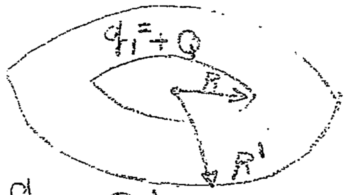
<<Sol>>

$\because \Delta U = U_f - U_i = U_f = -PE\cos\theta_f = -[4.8 \times 10^{-28}][10^{8}] \times \cos(30)$

$= -4.16 \times 10^{-20}$ Joule

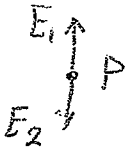
"في هذه الحالة التغير في طاقة الوضع بيساوى طاقة الوضع النهائية"

(1)→



$q_2 = Q'$

$R' = 3R \quad , \quad D = 2R \longrightarrow E_P = 0$



⇐ لكي يكون المجال عند (P) مساوياً للصفر ∴ لابد أن
تكون إشارة الشحنتين عكس بعض

$$\therefore E_T|_P = E_1 - E_2 = 0 \longrightarrow \therefore E = \frac{K q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

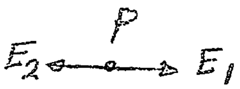
$$\therefore E_1 = E_2 \longrightarrow \therefore \frac{KQ(\cancel{2R})}{[(2R)^2 + R^2]^{3/2}} = \frac{KQ'(\cancel{2R})}{[(2R)^2 + (3R)^2]^{3/2}}$$

$$\therefore \frac{Q}{[5\cancel{R^2}]^{3/2}} = \frac{Q'}{(13\cancel{R^2})^{3/2}}$$

$$\therefore Q' = \left(\frac{13}{5}\right)^{3/2} Q \xrightarrow[\text{سالب}]{\text{وحيث أنها}} \therefore Q' = -\left(\frac{13}{5}\right)^{3/2} Q$$

(2)→

$$\Rightarrow \therefore E_P = E_1 - E_2 = 0 \longrightarrow \therefore E_1 = E_2$$



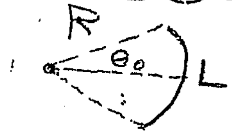
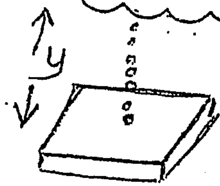
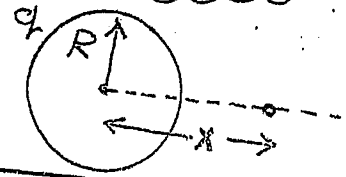
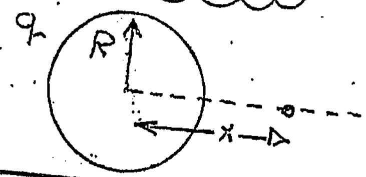
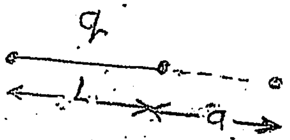
$$\therefore \frac{\cancel{K} q_1 \cancel{R}}{[R^2 + R^2]^{3/2}} = \frac{\cancel{K} q_2 (2\cancel{R})}{\sqrt[2]{(4R^2 + R^2)^3}}$$

$$\therefore \frac{q_1}{(2\cancel{R^2})^{3/2}} = \frac{2 q_2}{[5\cancel{R^2}]^{3/2}}$$

$$\therefore \frac{q_1}{q_2} = 2\left(\frac{2}{5}\right)^{3/2} = 0.50596$$

#

حساب المجال الناشئ عن

قوس	لوح	قرص	حلقة	سلك محدود
				
$\lambda = \frac{q}{L}$ $L = R\,\theta^{rad}$ $L = \frac{1}{2}(2\pi R)$		$\sigma = \frac{q}{A = \pi R^2}$	$\lambda = \frac{q}{L = 2\pi R}$	$\lambda = \frac{q}{L}$
$E = \frac{2k\lambda}{R}\sin\theta_0$	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$	$E = \frac{kqx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$	$E = \frac{kq}{a(a+L)}$
$L = \frac{1}{2}(2\pi R)$ $\theta_0 = 90$ $E = \frac{2k\lambda}{R}$ $\theta_0 = 180$ $E = 0$ $\theta_0 <<<$ $E = \frac{kq}{R^2}$	مجال منتظم أي لا يعتمد على المسافة	$\left(\underset{\text{مركز}}{x=0}\right) \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ $x>>> \Rightarrow E = \frac{kq}{x^2}$ $R>>> \Rightarrow \underset{\text{لوح}}{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$	$\left(\underset{\text{مركز}}{x=0}\right) \Rightarrow E = 0$ $x>>>> \Rightarrow E = \frac{kq}{x^2}$	$a>>>>$ $E = \frac{kq}{a^2}$