COLLEGE
Tanta Engineering

إعدادي 2020

فيزياء

الجاذبية - الجزء الثاني

سنتر فيوتشر

سنتر فيوتشر

Subject: ....محاسبة إدارية..........................

Chapter: ....الكتابة، الجزء الثاني..........................

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

سرعة الهروب :-

$$\Delta U + \Delta E_k = 0$$

$$U_i + E_{ki} = U_f + E_{kf}$$

- دائما سوف نستخدم قانون بقاء الطاقة

- نفرض وجود جسم كتلته m على سطح الارض تم اطلاقه رأسيا بسرعة ابتدائية V_i . مطلوب حساب اقل V_i حتى يتمكن من الهروب خارج مجال الجاذبية . "أو حتى ارتفاع معين".

على سطح الارض "نقطة ١"

$$V = V_i \ , \ r_i = R_E \ , \ h = 0$$

عند النقطة ٢

$$V = V_f \quad r_f = R_E + h \ , \ h = h$$

نفرض انه قال اقصى ارتفاع $V_f = 0$ ← هيقف فوق

من قانون بقاء الطاقة

$$E_{ki} + U_i = \underbrace{E_{kf}}_{\to\, 0 \,\to\, V_f = 0} + U_f$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} V_i^2 - G\frac{M_E \cancel{m}}{R_E} = 0 - G\frac{M_E \cancel{m}}{R_E + h}$$

كتلة الجسم تروح ← مع

$$\therefore V_i^2 = 2GM_E\left[\frac{1}{R_E} - \frac{1}{R_E + h}\right] \rightarrow$$

سرعة الهروب حتى ارتفاع معين

حالة خاصة ← لو عايز تهرب برة مجال الجاذبية ← بعيدا جدا عن سطح الارض

$$V_{esc}^2 = V_i^2 = 2GM_E\left[\frac{1}{R_E} + \underbrace{\frac{1}{R_E + \infty}}_{\to\ \frac{1}{\infty} = 0}\right]$$

$$V_{esc} = V_i = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}$$

لاحظ ان سرعة الهروب تعتمد فقط على كتلة ونصف قطر الكوكب الذي نهرب منه

اذا اطلق جسم من على سطح اي كوكب M_x

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_x}{R_x}}$$

$$\Delta U + \Delta E_k = 0$$

$V_i > V_{esc}$

سوف يصل الى اقصى ارتفاع ويخرج خارج مجال الجاذبية ولكن ايضا سوف يكون هناك سرعة له بعد الخروج

$U_f = 0 \quad h_f = \infty$

$K_f \neq 0 \quad V_f \neq 0$

$U_i + K_i = K_f$

$V_i = V_{esc}$

سوف يصل الى ارتفاع $h = \infty$ وسرعته النهائية = صفر

$U_i + K_i = U_f + K_f$

هنا سوف يصل الجسم الى اقصى ارتفاع ويخرج خارج مجال الجاذبية

$V_f = 0 \rightarrow K_f = 0$

$h = \infty \rightarrow U_f = 0$

$U_i = -K_i$

$V_i < V_{esc}$

سوف يصل الى ارتفاع معين h ولن يهرب

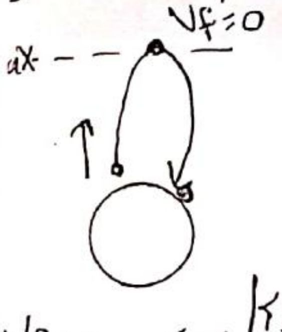
$U_i + K_i = U_f + K_f$

$U = -G\frac{M_1 M_2}{r}$

$K_f = \frac{1}{2}mV_f^2$

$+\frac{1}{2}G\frac{M_1 M_2}{r}$

هنا غالبا هنطلب الارتفاع وبعد هذا الارتفاع سوف يسقط الجسم على الارض



غالبا هنا

$V_f = 0 \leftarrow K_f = 0$

$h = ✓ \leftarrow U_f \neq 0$

لاحظ

- لو قال ذهب الجسم لارتفاع عالي $h_f = \infty$
- // // وقف بعد ارتفاع معين $V_f = 0$

يوصل لارتفاع معين $V_f = 0$

- تحرك من السكون $V_i = 0$
- يهرب الى الفضاء $h_f = \infty$
- يأتي من الفضاء $h_i = \infty$
- عند سرعة الهروب $h_f = \infty$

سرعة الهروب من كوكب :- رأسيا

للفضاء $h_f = \infty$	لارتفاع $h_f = h$
$V_i = V_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_x}{R_x}}$	$V_i = \sqrt{\frac{2GM_x}{R_x(1+\frac{R_x}{h})}}$

سرعة الهروب من اي كوكب رئيسيا.

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2G M_x}{R_x}}$$

١- لا تعتمد على الجسم الذي يهرب

٢- ثابتة لكل كوكب

مثال (١٧) احسب سرعة الهروب لجسم من سطح الارض لقمر كتلته ← 1.5×10^{22} كجم

الحل

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2G M_E}{R_E}} = \sqrt{\frac{2\times6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}{6.37\times10^{6}}} = 11190.7\ m/s$$

مثال (١٨) احسب السرعة الابتدائية الرأسية لاطلاق قمر صناعي كتلته $10\ kg$ الى ارتفاع $300\ km$ فوق سطح الارض

الحل

$$V_i^2 = 2G M_E \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{R_E+h}\right)$$

$$= 2\times6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}\left[\frac{1}{6.37\times10^{6}} - \frac{1}{6.37\times10^{6}+300\times10^{3}}\right]$$

$$V_i = 2.4\times10^{3}\ m/s$$

مثال (١٩) اطلقت سفينة فضاء من سطح الارض بسرعة ابتدائية $V_i = 2\times10^{4}$ فماذا تكون سرعتها عندما تكون بعيدة جداً عن سطح الارض؟!

الحل

بعيدة جداً $h_f = \infty$

$$U_i + K_i = U_f + K_f$$

$$-\frac{G M_E m}{R_E} + \frac{1}{2} m V_i^2 = -\frac{G M_E m}{R_E+\infty} + \frac{1}{2} m V_f^2$$

$$\frac{1}{2}(2\times10^{4})^2 - \frac{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}{6.37\times10^{6}} = \frac{1}{2}V_f^2 \quad \therefore V_f = 1.7\times10^{4}\ m/s$$

مثال (24)

② عند اطلاق صاروخ لسرعة رأسية = نصف سرعة الهروب ← ما هو أقصى ارتفاع يصل إليه الصاروخ.

الحل

أقصى ارتفاع $V_f=0$

$$U_i + E_{Ki} = U_f + E_{Kf}$$

$$E_{Kf}=0$$

$$-G\frac{M_E m}{R_E} + \frac{1}{2} m V_i^2 = -G\frac{M_E m}{R_E+h}$$

$$V_i = \frac{1}{2} V_{esc} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}$$

$$-\frac{\cancel{G}M_E\cancel{m}}{R_E} + \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{m}\times\frac{1}{4}\,\frac{\cancel{2G}M_E}{R_E} = -\frac{\cancel{G}M_E\cancel{m}}{R_E+h}$$

$$-\frac{1}{R_E} + \frac{1}{4R_E} = -\frac{1}{R_E+h}$$

$$+\frac{3}{4R_E} = +\frac{1}{R_E+h}$$

$$3R_E + 3h = 4R_E$$

$$h = \frac{R_E}{4}$$ #

8

قمر صناعي له سرعة V_{orb} اثبت انه ليهرب خارج المدار لابد ان تكون سرعته $\sqrt{2}\,V_{orb}$.

الحل

$$U_i + E_{ki} = U_f + E_{kf}$$

ليهرب $E_{kf} = 0$

$h = \infty$ $U_f = 0$

$$-G\frac{M_E m}{r} + \frac{1}{2} m V_i^2 = 0$$

$$V_i^2 = \frac{2GM_E}{r}$$

$$V_{orb} = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$$

$$V_{orb}^2 = \frac{GM_E}{r}$$

$$\therefore V_i = V_{esc} = \sqrt{2}\,V_{orb}$$

مثال (١٥)

تم وضع قمر صناعي في مدار دائري على بعد 3×10^3 كيلو من سطح الارض اوجد :-

① السرعة والعجلة المركزية

② الشغل اللازم لوضع القمر في المدار

③ الشغل اللازم لهروبه من سطح الارض

الحل

$$V^2 = \frac{2GM_e}{r} = \frac{2GM_e}{R_e+h} = \frac{2\times 6.67\times10^{-11}\times 5.98\times10^{24}}{6.3\times10^{6}+3\times10^{6}}$$

$$\therefore V = 9229 \text{ m/s}$$

$$a_c = \frac{V^2}{r} = \frac{(9229)^2}{R_e+h} = 9.2 \text{ m/s}^2$$

$E_{T_1} = U$ على سطح الارض هنا ساكن

$$W = \Delta E_T = E_{T_2} - E_{T_1}$$

$$E_{T_2} = -\frac{1}{2}G\frac{M_e M}{r} = -\frac{\frac{1}{2}\times 6.67\times10^{-11}\times 5.98\times10^{24}\, M}{6.3\times10^{6}+3\times10^{6}}$$

$$= -21.3\times10^{6}\, M \text{ Joule}$$

$M \rightarrow$ كتلة القمر الصناعي

$$U = -G\frac{M_1 M_e}{R_e} = -6.2\times10^{7}\, M \text{ Joule}$$

$$\therefore W = \Delta E = 40.7\times10^{6} \text{ Joule}$$

الشغل اللازم لهروبه

$$\therefore W = U = 6.2\times10^{7}\, M \text{ Joule}$$

(8)

صاروخ أطلق رأسيا بسرعة $\frac{V_{esc}}{N}$ حيث N هو عدد صحيح اثبت ان اقصى ارتفاع يصل اليه

$$h = \frac{R_E}{N^2-1}$$

الحل

$V_f = 0 \qquad h = ?$

$$U_i + E_{ki} = U_f + E_{kf} \qquad E_{kf} = 0$$

$$-G\frac{M_E \cancel{m}}{R_E} + \frac{1}{2}\cancel{m}V_i^2 = -\frac{GM_E\cancel{m}}{R_E+h} + \text{zero}$$

$$V_i = \frac{V_{esc}}{N}$$

$$-\frac{GM_E}{R_E} + \frac{GM_E}{R_E+h} = \frac{1}{2}\frac{V_{esc}^2}{N^2}$$

$$+GM_E\frac{-h}{R_E(R_E+h)} = \frac{1}{2}\frac{V_{es}^2}{N^2}$$

$$V_{esc} = \frac{2GM_E}{R_E}$$

$$\cancel{\frac{2GM_E}{R_E}}\frac{+h}{R_E+h} = \frac{\cancel{V_{esc}^2}}{N^2}$$

$$N^2 h = R_E + h$$

$$N^2 h - h = R_E$$

$$h = \frac{R_E}{N^2-1}$$

8

مثال (8) هام

تم اطلاق جسم ما رأسيا لأعلى من فوق سطح الارض لسرعة افقية أقل قليلا من سرعة الهروب V_{esc} . بين أن اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم

$$h = \frac{R_E V_i^2}{V_{esc}^2 - V_i^2}$$

الحل

$$\Delta U + \Delta E_K = 0$$

$$U_i + E_{Ki} = U_f + E_{Kf}$$

$E_{Kf} = 0$ $V_f = 0$

يصل لاقصى ارتفاع ،

$$-G\frac{M_e M_2}{R_e} + \frac{1}{2} M V_i^2 = -G\frac{M_e M_2}{R_e + h}$$

$$\therefore V_i^2 = 2 G M_e \left[\frac{1}{R_E} - \frac{1}{R_E + h}\right]$$

$$V_{esc}^2 = 2G\frac{M_e}{R_e}$$

من السابق

$$\therefore V_{esc}^2 - V_i^2 = 2G\frac{M_e}{R_e} - 2G M_e\left[\frac{1}{R_E} - \frac{1}{R_E + h}\right]$$

$$= 2G\frac{M_e}{R_E + h} * \frac{R_e}{R_e}$$

$$V_{esc}^2 - V_i^2 = \underbrace{2G\frac{M_e}{R_E}}_{V_{esc}^2} * \frac{1}{R_e + h} \cdot R_e$$

$$V_{esc}^2 - V_i^2 = V_{esc}^2 \frac{1}{R_e + h} \cdot R_e$$

$$R_e + h = \frac{V_{esc}^2 \cdot R_e}{V_{esc}^2 - V_i^2} \longrightarrow h = \frac{V_{esc}^2 R_E}{V_{esc}^2 - V_i^2} - R_E = \frac{\quad}{V_{es}}$$

Scanned by CamScanner

* لو اطلق جسم بضعف سرعة الهروب فإن سرعته عند الهروب تساوي ؟!

الحل

$$\Delta U = -\Delta E_K \qquad V_i = 2V_{esc}$$

$$U_f - U_i = -\tfrac{1}{2}m(V_f^2 - V_i^2) \qquad V_i^2 = 4V_{esc}^2$$

$$-\frac{GM_E\cancel{m}}{R_E+h_f} + \frac{GM_E m}{R_E} = -\tfrac{1}{2}m(V_f^2 - 4V_{esc}^2) \qquad V_{esc}^2 = \frac{2GM_E}{R_E}$$

$h_f = \infty$ $\quad$ 0

$$\tfrac{1}{2}V_{esc}^2 = -\tfrac{1}{2}V_f^2 + 2V_{esc}^2$$

$$+\tfrac{3}{2}V_{esc}^2 = \tfrac{1}{2}V_f^2$$

$$\therefore V_f = \sqrt{3}\,V_{esc}$$

---

* عند اطلاق جسم بسرعة = ½ سرعة الهروب ← ما هو اقصى ارتفاع يصل اليه

الحل

$$V_i^2 = \frac{2GM_E}{R_E(1+\frac{h}{R_E})} \qquad V_i = \tfrac{1}{2}V_{esc}$$

$$V_i^2 = \tfrac{1}{4}V_{esc}^2 \qquad V_{esc}^2 = \frac{2GM_E}{R_E}$$

$$\frac{1}{4}\,\frac{\cancel{2GM_E}}{\cancel{R_E}} = \frac{\cancel{2GM_E}}{\cancel{R_E}(1+\frac{R_E}{\cancel{R_E}})}$$

$$4 = 1 + \frac{h}{R_E} \longrightarrow 3 = \frac{h}{R_E}$$

$$h = \frac{R_E}{3}$$

(١٤)

نظام مكون من ثلاث كتل صغيرة كتلة كل واحد $24g$ على رؤوس مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه $24cm$ ما هي طاقة الوضع للمجموعة .

الحل

$$U_T = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$= -G\frac{M_1 M_2}{r_{12}} - G\frac{M_1 M_3}{r_{13}} - G\frac{M_2 M_3}{r_{23}}$$

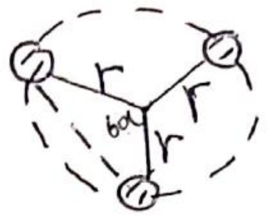
$M_1 = M_2 = M_3 = M = 24g$

$r_1 = r_2 = r_3 = r = 24cm$

$$= -3G\frac{M^2}{r} = -3 \times 6.67 \times 10^{-11}\frac{(24 \times 10^{-3})^2}{24 \times 10^{-2}} = -4.8 \times 10^{-13} J$$

مثال ( )

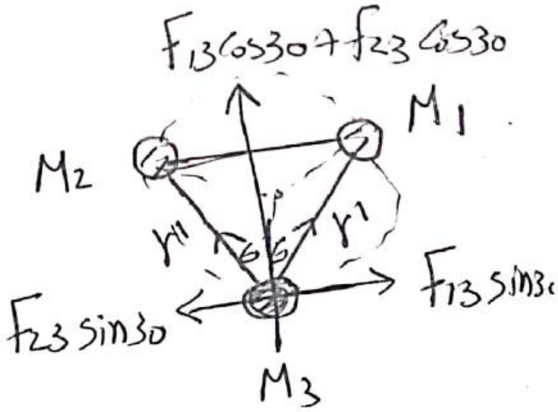
ثلاث نجوم كتلة كل نجم = M يدورون مسار دائري نصف قطره r حول مركز الثقل كما بالشكل.



اوجد السرعة الزاوية لدى نجم وايضا سرعة الهروب لجسم من مركز الثقل.

الحل

(1) W

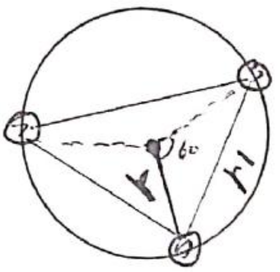


$$\sum F_{on\,M_3} = M a_r$$

$$F_{13} = F_{23} = G\frac{M^2}{r'^2}$$

$\sum F_x = Zero$ عكس بعض ويساوي بعض

$$\sum F_y = 2\frac{GM^2}{r'^2}\cos 30 = M\frac{v^2}{r}$$



من قوانين حساب المثلثات

$$r' = 2r\sin 60 = \sqrt{3}\,r$$

$$\frac{2GM^{\cancel{2}}}{3r^2} = \cancel{M}\frac{v^2}{r} \times \left(\frac{1}{r}\right.$$ (بالطرفان)

$$W = \frac{v}{r}$$

$$\frac{2GM}{3r^3} = \frac{v^2}{r^2}$$

$$W = \sqrt{\frac{2GM}{3r^3}}$$

لهروب الجسم

$U_i + E_{ki} = U_f + E_{kf}$

في البدايه هناك ٣ قوى الوضع بين الثلاث جسيمات

$+U_{xf} + U_{x2} + U_{x3} + E_{ki} = U_f + E_{kf}$

$U_f = E_{kf} = 0$ للهرب

$-3 * G \frac{\cancel{M_x} M}{r^2} + \frac{1}{2}\cancel{M_x} V_i^2 = 0$

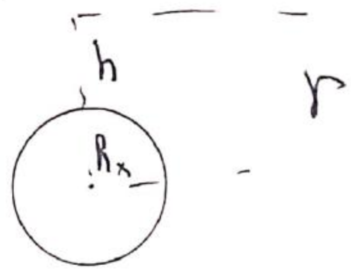
→ لثلاث كتل قد بعض ونفس المسافة

$V_i^2 = \frac{6GM}{r^2}$

$\therefore V_i = \sqrt{\frac{6GM}{r^2}}$ → سرعة الهروب منهم.

تأثير الحركات الدائرية للأرض على مجال الجذب .

لو عندي جسم بعيد عن سطح الأرض ← لا يؤثر

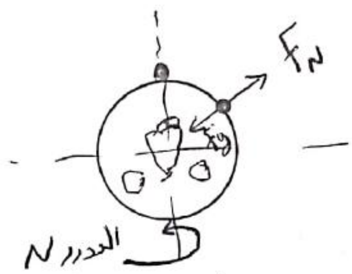


$$g = \frac{GM_x}{r^2} = \frac{GM_x}{(R_x+h)^2}$$

لو عندي جسم على سطح الأرض

$$\Sigma F = ma$$

$$F_G - F_N = m a_c$$



$$\frac{GM_E \cancel{m}}{R_E^2} - \cancel{m}g = m\frac{v^2}{r} = \cancel{m}w^2 r$$

$F_N \rightarrow$ رد الفعل

$F_G \rightarrow$ قوة الوزن

$$\frac{GM_E}{R_E^2} - g = w^2 R_E$$

$$g = \frac{GM_E}{R_E^2} - w^2 R_E \qquad W = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60}$$

* نصف قطر الأرض مش ثابتاً ← عجلة الجاذبية على سطح الأرض مش ثابتة .

W ← سرعة الأرض الزاوية

∴ عجلة الجاذبية تتأثر بمكان وجوده إذا كنا نحسبها على سطح الأرض

ملاحظات هامة جداً

* قانون الجذب العام ينطبق على الاجسام الكروية ولو مجوفة .

* عجلة السقوط الحر = العجلة الدورانية = العجلة .

* عجلة الجاذبية تتأثر بـ: كتلة الجسم و البعد عنه

$$g = G\frac{M_x}{r^2}$$

* السرعة الدورانية للارض

$$W = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 24 \times 60 \times 60$$

في حالة ايجاد مجال الجاذبية على سطح الارض

* نصف قطر الارض مثلا ثابت

$$g = G\frac{M_E}{R_E^2} - W^2 R_E$$

- نصف قطر الارض عند خط الاستواء اكبر من نصف القطر عند القطبين
• تؤثر في مجال الجذب على السطح .

- السرعة الخطية للجسم $V = Wr$

لو عندي جسم ما شية عند خط الاستواء ونفس السرعة عند الاقطاب وانا براقبها من السماء ← سرعتها عند خط الاستواء اقل من سرعتها عند الاقطاب

* الثقب الاسود جسم له كتلة كبيرة جداً" .

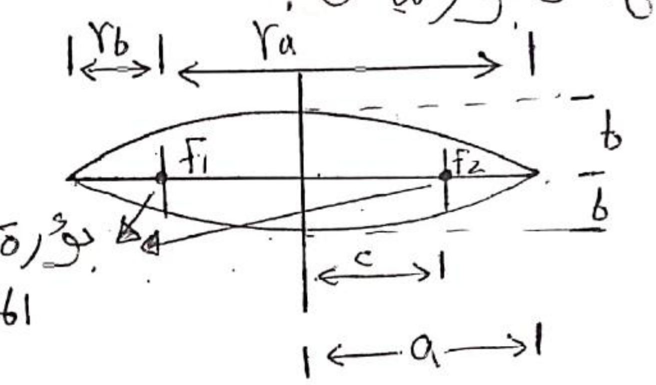
اوصى قيمة للجزء $W^2 R_E = 0,034$ "عند خط الاستواء"

قوانين كبلر لدوران الكواكب حول الشمس

وضع العالم كبلر عدة قوانين لوصف حركة الكواكب "مثل حركة الأرض حول الشمس أو حركة الأقمار حول الكواكب" وهم ثلاث قوانين

القانون الأول لكبلر: "قانون المدارات".

تتحرك جميع الكواكب في مدارات على هيئة قطع ناقص حول الشمس تقع الشمس في احد بؤرتيه.



$a \rightarrow$ المحور الاكبر

$b \rightarrow$ " الاصغر

$F_1, F_2 \rightarrow$ البؤر

$C \rightarrow$ المسافة بين مركز القطع الناقص والبؤرة

من قوانين القطع الناقص

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$r_a \rightarrow$ aphe lion الموضع الاوجي "اقصى بعد للكوكب عن الشمس"

$r_b \rightarrow$ Pre helion " الحضيض " اقرب " " " "

معامل الشذوذ للقطع e

$$e = \frac{r_a - r_p}{2a}$$

وعلى اساسه يتكون الجسم له شكل

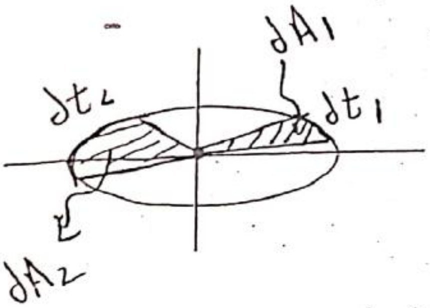
$e = 1$ خط مستقيم

$e = 0.1$ قطع

$e = 0$ دائرة

(١٨)

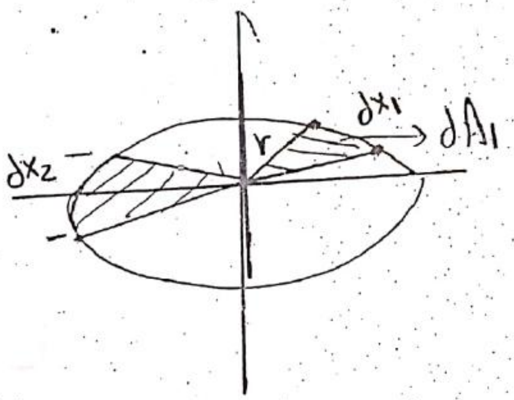
قانون المساحات " القانون الثاني لكبلر "



الخط المستقيم الواصل بين اي كوكب والشمس يمسح مساحات متساوية في أزمنة متساوية "

في الزمن $dt_2 = dt_1$ ← نفس الزمن ،

يقطع اي جسم مسافة خلال زمن dt مسافة dx تعتمد على السرعة



$$V = \frac{dx}{dt} \qquad dx = V\,dt$$

$$W = \frac{d\theta}{dt} = \frac{V}{r}$$

$$V\,dt = r\,d\theta = dx$$

$$dA_1 = \frac{1}{2} r\,dx$$

$$dA_1 = \frac{1}{2} r\, r\,d\theta$$

القانون يقول ان $dA_1 = dA_2$

نص طول القاعدة * الارتفاع

نتفاضل الطرفين

$$\frac{d\theta}{dt} = W = \frac{V}{r}$$

$$\frac{dA_1}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} r^2 W$$

$$= \frac{1}{2} r^2 \frac{V}{r} = \frac{1}{2} r V * \frac{m}{m}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{r m v}{m}$$

$$\underline{dA} = \frac{1}{2} * \frac{L}{m}$$

$L = mvr$ كمية الحركة الزاوية

$P = mv$ " " الخطية

$$L = 2m \frac{dA}{dt} = Constant \Longrightarrow \quad dA_1 = dA_2 \quad \text{لذا}$$

$$L_P = L_A$$

$$\cancel{m} V_P r_P = \cancel{m} V_A r_A$$

$$V_P r_P = V_A r_A = Constant$$

← ∴ r_1 ← يزيد ← كلما تقل السرعة

∴ السرعة عند الموضع الحضيض > السرعة عند الموقع الاوجي

لذا $r_P < r_A \Longrightarrow V_P > V_A$

ممكن يجي سؤال يقولك استنتج ان كمية الحركة = مقدار ثابت .

- الكوكب يقطع لمسافات حركة متساوية في ازمنة متساوية

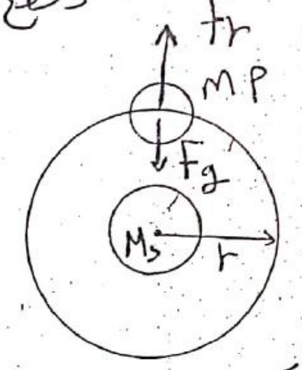
القانون الثالث لكبلر :- قانون الزمن الدوري

تناسب مربع الزمن الدوري لأي كوكب حول الشمس مع مكعب متوسط بعده عن الشمس " $(T^2 \propto r^3)$

- لو قطع ناقص $T^2 \propto a^3 \rightarrow$

$$F_g = F_r = ma_c$$

$$\frac{G M_s \cancel{m_p}}{r^2} = \cancel{m_p}\frac{V^2}{r} \quad \times \boxed{\frac{1}{r} \text{ للطرفان}}$$



$r \simeq a$

$Mp \rightarrow$ كتلة الكوكب

$Ms \rightarrow$ " الشمس

$$\frac{G M_s}{r^3} = \frac{V^2}{r^2} \qquad \frac{V}{r} = w$$

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

$$w^2 = \frac{G M_s}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_s} r^3 \quad \therefore T^2 \propto r^3$$

$\frac{4\pi^2}{G M_s} \rightarrow$ ثابت

ملاحظات

① الزمن الدوري لا يعتمد على كتلة الجسم الذي يدور

② " " يعتمد فقط على كتلة الجسم الذي ندور حوله ونصف قطر

نصف قطر المسار

في القطع الناقص $r^3 \simeq a^3$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M} \boxed{r^3}$$

$M \rightarrow$ كتلة الجسم الذي ندور حوله

$$T \propto r^{\frac{3}{2}} \rightarrow \text{مهم}$$

مثال

اوجد علاقة r_A بعامل الشذوذ والطول الاكبر وكذلك r_p

الحل

$$2a = r_A + r_p \longrightarrow (1)$$

$$e = \frac{r_A - r_B}{2a} \qquad r_A - r_B = 2ae \longrightarrow (2)$$

(1) + (2)

$$2r_A = 2a + 2ae = 2a(1+e)$$

$$r_A = \frac{a(1+e)}{1} = a(1+e)$$

$$r_B = 2a - r_A = a(1-e)$$

مثال

اذا علمت ان معامل الشذوذ $e = 0.2$ والمسافة بين الموقع الحضيض والاوج $2a = 2\times10^8\ km$ اوجد r_A , r_B

$r_A \rightarrow$ البعيد للكوكب عن الشمس

$r_B \rightarrow$ اقرب ,, ,, ,, ,,

$$r_A = a(1+e) = \frac{2\times10^8}{2}(1+0.2) = 6\times10^7\ km$$

$$r_p = a(1-e) = \frac{2\times10^8}{2}(1-0.2) = 4\times10^7\ km$$

19

- كلما بعد المسار ← كلما زاد الزمن الدوري ← كلما قلت السرعة
- كلما زادت الكتلة ← لا يتأثر الزمن الدوري

مثال 11

إذا كان الزمن الدوري لقمر صناعي يدور حول كوكب ما يساوي 9 ساعات في مسار نصف قطره 8×10^{6} ← احسب كتلة الكوكب ؟!

الحل

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (8\times10^6)^2}{G(9\times60\times60)} = 2.9\times10^{23}\ Kg.$$

مثال 12

احسب السرعة المدارية والزمن الدوري والعجلة المركزية لقمر صناعي موضوع في مسار نصف قطره 400 كم من سطح الأرض ؟!

الحل

$$r = h + R_E$$

$$G\frac{M_E m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E+h}} = 7690\ m/s$$

(14)

$$V = \omega r = \frac{2\pi}{T} r$$

$$T = \frac{2\pi}{V} r = \frac{2\pi}{V}(R_E + h) = 93 \quad \text{min}$$

$$a = \frac{V^2}{r} = \frac{V^2}{R_E + h} = 8.7 \quad m/s^2$$

يوجد وحدة اخري لقياس المسافات الكونيات تسمى AU

$$AU = 150 \times 10^6 \ km$$

مثالات على كبلر:-

مثال (13) أحسب كتلة الشمس إذا علمت ان الزمن اللازم لدوران الارض حول الشمس هو 3.15×10^{7} ثانية والمسافة بين مركزيهما هو $1.49\times10^{11}\,m$

الحل

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_s} r^3$$

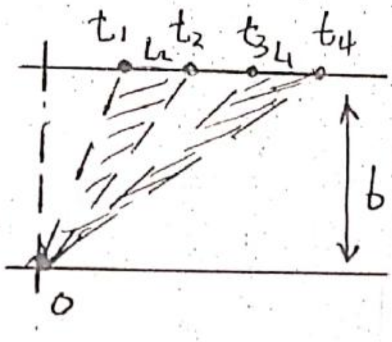
$$(3.156\times10^{7})^2 = \frac{4\pi^2}{6.67\times10^{-11} M_s} (1.49\times10^{11})^3$$

$$\therefore M_s = 1.99\times10^{30}\,Kg$$

مثال (14) هامة

جسيم كتلته m يسير في خط مستقيم بسرعة ثابتة في اتجاه محور x وعلى بعد b منه كما في الشكل فإذا كان $t_2-t_1 = t_4-t_3$ اثبت انه يحقق قانون كبلر

الحل



$V = \frac{x}{t}$ $\quad x = Vt$

الجسيم يسير بسرعة ثابتة.

$\therefore L_2 = L_1$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة x الارتفاع

$A_1 = \frac{1}{2} L_1 b$ $\qquad A_2 = \frac{1}{2} L_2 b$

$L_1 = L_2$

$\therefore A_1 = A_2 \longrightarrow$ قانون كبلر الثاني متحققا

مثال (29)

إذا كان القمر الصناعي يدور حول الأرض في 93.5 دقيقة في مسار دائري نصف قطره $r = 6.8\times10^{6}$ متر. وزمن دوران القمر العادي 27.3 يوم في مدار نصف قطره 3.8×10^{8} متر ← هل تلك المعلومات تتفق مع قوانين كبلر

الحل

ينص القانون الثالث لكبلر

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_e} r^3$$

حساب T مرتان

- من المعطيات

① للقمر الصناعي

$$T^2 = (93.5\times60)^2 = 31.4\times10^6$$

②

$$T^2 = (27.3\times24\times60\times60)^2 = 5.56\times10^{12}$$

- من قوانين كبلر

- بقوانين كبلر

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}(6.8\times10^6)^3 = 31.3\times10^6$$

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2}{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}(3.8\times10^8)^3 = 5.43\times10^{12}$$

← يتفق مع قوانين كبلر

34

مثال (٣٣)

③ من اجل ان يتم الاتصالات لا بد ان يكون هناك قمر صناعي ان يكون ثابتا في السماء على الارض " يظهر للارض ثابت " اين نضع القمر الصناعي ؟

الحل

لا بد ان يكون دوران القمر الصناعي نفس دوران الارض حتى يكون ثابتا للارض

$$T = 1\ \text{day} = 24 \times 60 \times 60 = 86400$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_E} r^3$$

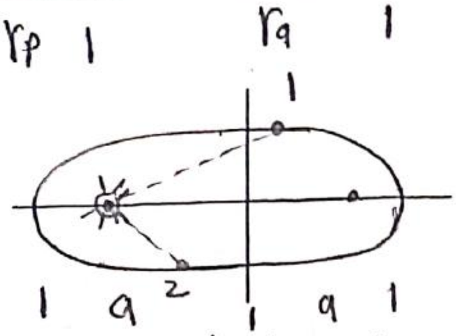
$$(86400)^2 = \frac{4\pi^2}{G \times 5.98 \times 10^{24}} (r)^3$$

$$r = 42.247 \times 10^3\ m$$

$$\simeq 6.6 R_E$$

- الطاقة الكلية لكوكب يدور حول الشمس في قطع ناقص

من القانون الثاني لكبلر



$$L_1 = L_2$$

$$r_1 V_1 = r_2 V_2$$

∵ الطاقة لا تفنى ولا تستحدث من العدم.

$$U_i + E_{K_i} = U_f + E_{K_f}$$

$$-\frac{G M_s \cancel{m}}{r_1} + \frac{1}{2} \cancel{m} V_1^2 = \frac{-G M_s \cancel{m}}{r_f} + \frac{1}{2} \cancel{m} V_2^2$$

$$-\frac{G M_s}{r_1} + \frac{1}{2} V_1^2 = \frac{-G M_s}{r_2} + \frac{1}{2} V_2^2$$

$$\frac{1}{2} V_1^2 - \frac{1}{2} V_2^2 = -G M_s \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right].$$

$$= -G M_s \frac{r_1 - r_2}{r_2 r_1}$$

$$\frac{1}{2}\left(V_1^2 - V_2^2\right) = G M_s \frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

$$r_1 V_1 = r_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{r_1}{r_2} V_1$$

$$\frac{1}{2}\left(V_1^2 - \frac{r_1^2}{r_2^2} V_1^2\right) = G M_s \frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

$$\frac{1}{2} V_1^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = G M_s \frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

$$\frac{1}{2} V_1^2 \left(\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2}\right. = G M_s \frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

Scanned by CamScanner

26

$$\frac{1}{2} V_1^2 \frac{\cancel{(r_2-r_1)}(r_2+r_1)}{r_2^{\cancel{2}}} = G M_s \frac{\cancel{(r_2-r_1)}}{\cancel{r_2} r_1}$$

$$V_1^2 = \frac{2 G M_s}{(r_2+r_1)} * \frac{r_2}{r_1}$$

لو r_1 (r_a) ← هو الموضع الأوجي ، r_2 هو الموضع الحضيضي r_p

$$V_a^2 = \frac{2 G M_s}{(r_p+r_a)} \frac{r_p}{r_a} \rightarrow$$ قانون السرعة

$$V_a^2 = \frac{G M_s}{a} \frac{r_p}{r_a}$$

لو حابب السرعة الأخرى

$$V_p^2 = \frac{2 G M_s}{(r_p+r_a)} \frac{r_a}{r_p} \rightarrow$$ نفس أول سرعة بس اتغير آخر جزء

$$V_p^2 = \frac{G M_s}{a} \frac{r_a}{r_p}$$

الطاقة الكلية

$$E_{Ta} = E_{Tp} = E_T \rightarrow$$

$$= U + E_k = U_p + E_{kp}$$

$$= -\frac{G M_s m}{r_p} + \frac{1}{2} m V_p^2$$

$$= -\frac{G M_s m}{r_p} + \frac{1}{\cancel{2}} m \frac{\cancel{2} G M_s}{r_p + r_a} \frac{r_a}{r_p}$$

$r_a + r_p = 2a$

$$= -\frac{G M_s m}{r_p} + m \frac{r_a}{r_p} \frac{2 G M_s}{a}$$

$$G M_s m \left[-\frac{1}{r_p} + \frac{2 r_a}{a r_p} \right]$$

(24)

$$E_{Ta} = \frac{G M_s M}{r_p}\left[\frac{-a + 2r_a}{a}\right]$$

$$= \frac{G M_s M}{r_p}\left[-1 + \frac{2r_a}{a}\right]$$

$$= \frac{G M_s M}{r_p a}\left[-a + 2r_a\right]$$

$$E_{Ta} = \frac{-G M_s M}{2a}$$

مقدار ثابت عند اي نقطة .

$$2a = r_a + r_p$$

طول المحور الاكبر

ص ن (١٣٢)

④ صاروخ كتلته 83.5kg موجود في مدار , له نصف قطر الأكبر $r_A=7330$ ونصف قطر أصغر $r_P=6610$ أوجد :-

① الطاقة الميكانيكية

② الزمن الدوري

③ سرعته عند $P \leftarrow r_P$

الحل

من اخر قانون في لبكر

① $$E = -\frac{G\, M M_E}{2a}$$

$$= -6.67\times10^{-11}\ \frac{83.5\times5.98\times10^{-24}}{2(6610\times10^3+7330\times10^3)} = -2.39\times10^{9}\ J$$

② $$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_E}\, r^3$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{6970\times10^3}{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}}$$

$$= 5789 = 96.5\ \text{Min}$$

③ من قانون السرعة

$$V_P^2 = \frac{G M_E}{a}\,\frac{r_A}{r_P} = \frac{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}{2(r_A+r_P)}\,\frac{r_A}{r_P}$$

$$V_P = 7.97\times10^3\ m/s$$