

سنتر فيوتشر

Subject:..... فيزياء اعدادي

Chapter:..... خواص مادة (الحركة الموائمة السريعة)

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

## Simple Harmonic Motion.

الحركة الاهتزازية هي الحياة العادية توجد الكثير من الاهتزازات مثل حركة وتر مشدود "جيتار" أو سوكة رنانة أو ثقل معلق في ضبط.

تنقسم الحركة الاهتزازية إلى ثلاث أنواع:

1 الحركة الاهتزازية الحرة هي تلك الحركة حول موضع الاستقرار التي تتوقف بعد فترة من الزمن تلقائياً نتيجة وجود قوى خارجية مؤثرة على الجسم عكس الاهتزاز تجعله يتوقف عند الحركة



2 الاهتزازية المجبرة

هي نفس الاهتزازية الحرة ولكن يتم تزويدها بقوة كل ما تتوقف عن استمرار الحركة.



3 الحركة التوافقية البسيطة

- هي حركة اهتزازية حول موضع معين لكنه تستمر إلى ما لا نهاية "وقت طويل جداً" ولا تتوقف مع الزمن.

- حركة مثالية وغير موجودة عملياً في الحياة.

- لا يوجد أي فقد في الطاقة أي أنه لها ثابتة حول  $E = \text{constant}$

ملاحظة

لعمركم أننا إذا هتألمنا لحفل يتأرجع على أرض موصلة ونم دفعه أول مرة.

1 إذا استمرت الأرض موصلة في الاهتزاز دائماً بدون أي تدخل  $\Rightarrow$  حركة توافقية بسيطة.

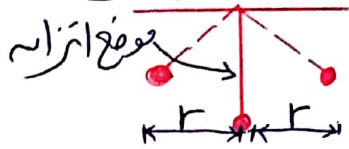
2 إذا توقفنا بعد فترة  $\leftarrow$  اهتزازية مخمدة.

3 إذا دفعنا أحدهم الطفل مرة أخرى  $\leftarrow$  مجبرة.

# في دراستنا سوف نعمل فقط على الحركة التوافقية البسيطة

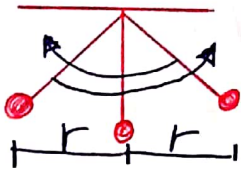
## بعض التعريفات الهامة

١ الحركة اهتزازية ← هي حركة تتكرر ذاتياً وإلياً في نفس المكان حول موضع اتزان معين



٢ سعة الاهتزاز ← هو أقصى إزاحة للجسم عن موضع الاتزان "x"

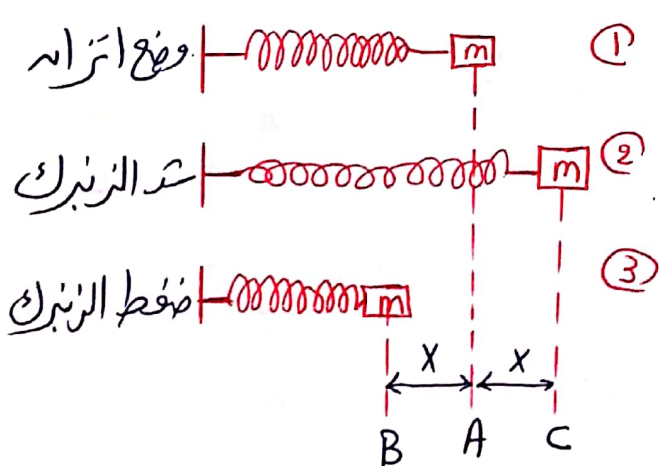
٣ الاهتزاز الكامل ← عندما يقطع الجسم من نقطة ثم يعود إلى نقطة في نفس الاتجاه الحركة وتكون عبارة عن ٢ ٤



٤ الزمن الدوري T ← زمن اهتزاز واحد أو دورة كاملة.

٥ التردد ← عدد الاهتزازات في الثانية الواحدة وهو مقلوب الزمن الدوري.

## الزنبرك الأفقي ← مثال على الحركة التوافقية البسيطة للدراسة



- افترض وجود كتلة "M" أفقية موضوعة على سطح أملس تماماً "لا يوجد احتكاك" عند أحد الزنبرك بأى قوة إلى النقطة "C" وتركه فإنه سوف يتحرك حول موضع استقرار الكتلة "A"

وهي أنه ليس هناك احتكاك ← ليس هناك فقد في الطاقة إذا الزنبرك يتحرك حركة توافقية بسيطة.

## عند دراسة الزنبرك الأفقي نبدأ بـ:

- الحركة التي حدثت هي نتيجة قوة خفية دائماً تريد إرجاع الكتلة إلى موضع اتزانها A.

- إذا جسم يحل إلى الوقوف في موضع اتزان.

٤



الجسم دائماً لكي لا يتوقف عند الاهتزاز فإنه يكون جامداً إلى موضع الاتزان.  
على المروحة دائماً إلى موضع الاتزان.

← درس هون تلك القوة واستنتج لها علاقة رياضية :-

الانحراف التام ستر الكتلة  $m \rightarrow K X$   
 $F_{restoring} = -K X$   
 ثابت الزنبرك وهو يعتمد على نوع وشكل  
 وعدد لفات الزنبرك.  
 ← تدل على أن قوة الرجوع  
 ← قوة الرجوع

لكلما اقتربت الكتلة من موضع اتزانها تقل قوة الرجوع حتى تصبح في موضع الاتزان = صفر  
 $X=0 \rightarrow F=-KX \rightarrow F=0$

ولكنه بسبب كبر الحركة داخل الكتلة تظل في الحركة إلى الموضع المنخفض أو المفلوك ويكون  
 هناك قوة الرجوع في الموضع العكسي.

أقصى قوة الرجوع عند  $B, C$  أي عند مكانه سرعة الاهتزازة.

أقصى انحراف "عند الاهتزازة"  $F_{max} = -K r$

قوة الرجوع والانحراف دائماً عكس بعضهما  $F \propto -X$

العجلة في الحركة التوافقية البسيطة

في الزنبرك لا يوجد أي قوة غير قوة الرجوع مؤثرة على الجسم

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$

$-KX = m \vec{a}$

$\vec{a} = \frac{K}{m} X$

→ Constant

$\therefore \boxed{a \propto -X}$

$\boxed{\vec{a} = -c X}$

$\therefore$  في أي حركة توافقية بسيطة

لا بد أن تكون العجلة = حاصل ضرب مقدار ثابت \* الانحراف

اثبت انه مسقط جسم يدور بسرعة زاوية ثابتة "ω" على دائرة يكونه عبارة عن حركة توافقية بسيطة على محور الدائرة إذا علمت انه الحركة متمرة.

**الحل**

يتحرك جسم صغير على محيط دائرة حركة منتظمة بسرعة زاوية ثابتة.

- مسقط تلك الحركة على قطر الدائرة "P" مع

حركة الجسم سوف تتحرك بحسب ديارنقطة

الأصل "O" دائماً ← مفروضة حركة توافقية بسيطة

- هحاول نثبت انه P تتحرك حركة توافقية بسيطة حول "O" على طريقه اثباتان

$$a = -cx$$

لاحظ انه

$x \rightarrow$  انزياح مسقط الجسم عن O

$\omega \rightarrow$  السرعة الزاوية

$r \rightarrow$  نصف القطر

$E_p \rightarrow$  طاقة الوضع

$\theta \rightarrow$  الزاوية الزاوية

$E_k \rightarrow$  طاقة الحركة

$$\sin \theta = \frac{x}{r} \quad x = r \sin \theta$$

من الرسم

السرعة الزاوية ثابتة  $\theta = \omega t$

$$x = r \sin(\omega t)$$

العلاقة التي تربط الانزياح الخطية للنقط P بالزوايا "ω"

$$x = r \sin(\omega t)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = r\omega \cos(\omega t)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -r\omega^2 \sin(\omega t) \\ = -\omega^2 r \sin(\omega t)$$

$$a = -\omega^2 x \quad \omega = \text{Constant} \quad a = -cx$$

∴ الجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة

□

لنقائس المبتعوض  $x = r \sin(\theta)$  ,  $v = \omega r \cos \theta$  ,  $a = -\omega^2 x$

$\Rightarrow$  at  $\theta = 0, \pi, 2\pi, \dots$

براية الحركة أو بعد  $\pi$  منها

$x = 0$

$a = 0$

$v = \pm v_{\max} = r\omega \rightarrow$

الاستارة تدل على اتجاه الحركة

$\Rightarrow$  at  $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$

بعد ربع الحركة

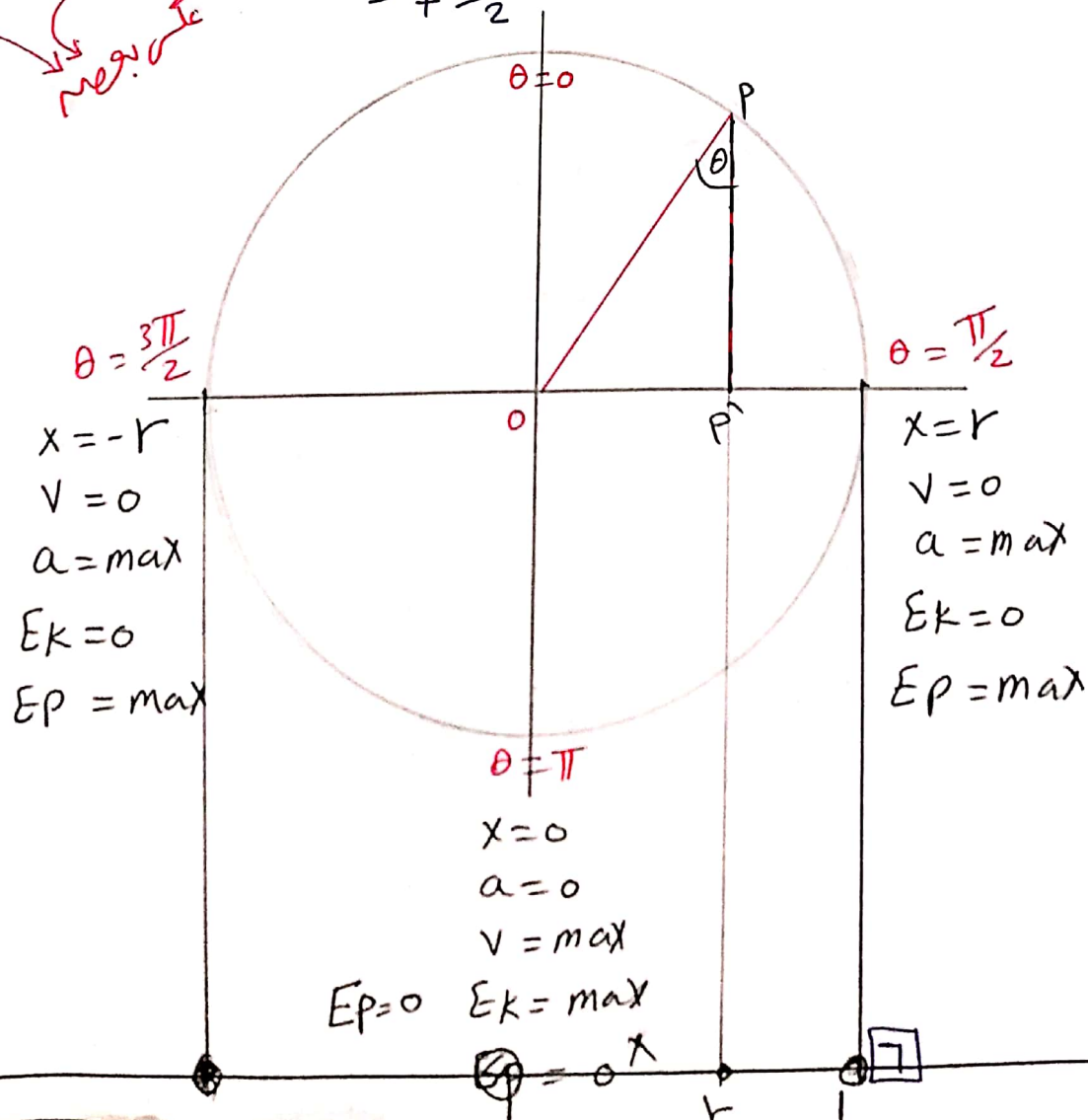
$x = \pm r \rightarrow \begin{matrix} + \frac{\pi}{2} \\ - \frac{3\pi}{2} \end{matrix} = \pm \max$

عند التوازن

$v = 0$

$a = \pm a_{\max} \rightarrow \begin{matrix} -\frac{\pi}{2} \\ + \frac{3\pi}{2} \end{matrix} = \mp \omega^2 r$

عكس بوجه





١ معادلات العجلة ( $a$ ) بدلالة الزمن الدوري ( $T$ ) والارتفاع ( $x$ ).  
٢ " السرعة ( $v$ ) " " " وسعة الاهتزازة والارتفاع.  
٣ " الارتفاع ( $x$ ) " " " والسعة.  
٤ " الزمن الدوري ( $T$ ) بالمتغير  $M$ .

اکل

$$a = F(T, x) \quad a = -\omega^2 x = \frac{-4\pi^2}{T^2} x \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{II}$$

$$a = -4 \frac{\pi^2}{T^2} \times \#$$

٥) السرعة بدلالة  $(x, r, T)$

$$V = F(T, r, x)$$

$$v = r\omega \cos(\theta)$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \rightarrow \quad \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$\sin \theta = \frac{x}{r} \rightarrow$  ص المثلث المآرة

$$v = \omega r \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} = \frac{2\pi}{T} r \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$$

$$V = \frac{2\pi}{T} \sqrt{r^2 - x^2} \quad \leftarrow \text{if}$$

100

$$(X, T, r) \text{ அமெரிக்கா } \boxed{2}$$

$$X = F(r, T, t)$$

$$X = r \sin(\omega t) = r \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

☒

$$F = ma \quad a = -\omega^2 x$$

$$F = m(-\omega^2 x) \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$F = -m \frac{4\pi^2}{T^2} x$$

$$T^2 = - \frac{4\pi^2 m x}{F}$$

$$T = \pm \left( \frac{4\pi^2 m x}{F} \right)^{1/2} = 2\pi \sqrt{\frac{mx}{F}}$$

دور موجب  
مقبول

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{F/x}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

القوة المؤثرة على الجسم لكل وحدة إزاحة  $\rightarrow$  ثابت الزنبرك  $k$

مثال (٣) استنتاج علاقة الطاقة الحركية والموضع والطاقة الكلية لجسم يؤدي حركته

توافقية بسيطة.

المطلوب

١) طاقة الحركة  $E_k$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} m \left( \frac{2\pi}{T} \sqrt{r^2 - x^2} \right)^2$$

$$v = \frac{2\pi}{T} \sqrt{r^2 - x^2} \rightarrow \text{مما استنتاجه صاحب}$$

$$E_k = \frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2)$$

طاقة الحركة لجسم عند أي  $x$  موضع

$$E_{k_{x=0}} = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2$$

$$= E_{k \max}$$

طاقة الحركة عند موضع الإزاحة

أقصى قيمة هيئانه عند موضع الإزاحة  
أقصى قيمة للسرعة ومنه لقانونه أيضا.

طاقة الحركة عند موضع سرعة الاهتزاز  $x=r$

$$E_{k_{x=r}} = 0 = E_{k \min} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} (r^2 - r^2) = 0$$

١



① طاقة الوضع تعتمد على الارتفاع .

② " " عند موضع ارتفاعه أي  $m = \text{مرف}$ 

$$\text{at } x=0$$

$$E_p = 0$$

③ الطاقة الكلية

$$E = E_k + E_p$$

مجموع طاقتي الوضع والحركة

$$\text{at } x=0$$

$$E_k = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2 \quad E_p = 0$$

$$E_{T \text{ at } x=0} = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2$$

 $\rightarrow$ الطاقة الكلية عند  $x=0$ 

ولكن الطاقة الكلية ثابتة على طول المسار "حركة توافقية بسيطة"

$$E_T = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2$$

عند نقطة ①

$$E_k = \frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2)$$

" " " ②

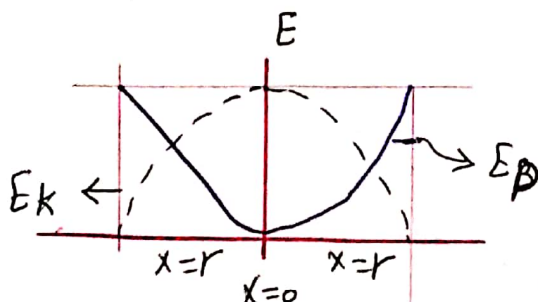
لإيجاد قانون طاقة الوضع

$$E_T = E_k + E_p \rightarrow \text{from ①, ②}$$

$$\frac{2m\pi^2}{T^2} r^2 = \frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2) + E_p$$

$$E_p = \frac{2m\pi^2}{T^2} x^2 \rightarrow$$

طاقة الوضع عند أي نقطة على المسار

٣٢ موضع العلاقة بين  
جميع الطاقات

[9]

الكل

$$E_k = E_p$$

$$\frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2) = \frac{2m\pi^2}{T^2} x^2$$

$$r^2 - x^2 = x^2$$

$$2x^2 = r^2$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} r$$

مثال (٥) اين تكون طاقة الحركة ضعف طاقة الوضع ؟!!

الكل

$$E_k = 2E_p$$

$$\frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2) = 2 \frac{2m\pi^2}{T^2} x^2$$

$$r^2 = 3x^2$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} r$$

مثال (٦) اثبت ان  $\frac{1}{2}k = 2m \frac{\pi^2}{T^2}$

الكل

$$a = -\frac{k}{m} x \quad \text{قانون هوك}$$

$$a = -\omega^2 x \quad \text{حركة توافقية بسيطة}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \omega^2 m = k$$

$$k = m \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\therefore \frac{1}{2}k = \frac{2m\pi^2}{T^2}$$

## "الزئونة"

"الحركة التوافقية البسيطة"

الحركة الاهتزازية هي حركة جسم حول موضع اتزان

← اهتزازة محدودة ← تتوقف بعد فترة

← " تجربة ← تؤثر بقوة عليها

← حركة توافقية بسيطة ← تسمى بالزئونة  $E = c$

أي حركة توافقية بسيطة فيتم ←

الزئونة  $a = -c x$  ←  
 ثابت  $\rightarrow$  العجلة

← العجلة

قانون هوك ← قوة الاطراف على الزئونة

$$F = -kx$$

← ثابت يعطى الزئونة

العلاقات الهامةالبيانات الهامة

$$E, E_k, E_p$$

$$E_{kx} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m \left( \frac{2\pi}{T} \sqrt{r^2 - x^2} \right)^2$$

$$= \frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2) = E_k$$

$$\text{at } x=0$$

$$E_k = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2$$

$$x=0 \quad E_p=0$$

$$E_{Tx} = E_p + E_k = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2$$

$$E_{Px} = E_T - E_k = \frac{2m\pi^2}{T^2} x^2$$

$$E_p = E_k \text{ (الموضع النصف)}$$

$$\frac{2m\pi^2}{T^2} x^2 = \frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2)$$

$$r^2 = 2x^2 \quad x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} r$$

$$V \propto (T, r, x)$$

$$v = r\omega \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \sin \theta = \frac{x}{r}$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 + \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$$

$$v = r \frac{2\pi}{T} \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$$

$$v = \frac{2\pi}{T} \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$T \propto (m)$$

$$F = ma = m(-\omega^2 x)$$

$$= m \frac{4\pi^2}{T^2} x$$

$$T^2 = -\frac{4\pi^2 m x}{F}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m x}{F}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{F/x}}$$

$$\frac{F}{x} = k_T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

① اثبات انه مقطع جسم بفعل  
 حركة توافقية بسيطة

$$x = r \sin \theta$$

$$x = r \sin(\omega t)$$

$$v = r\omega \cos(\omega t)$$

$$a = -r\omega^2 \sin(\omega t) = -\omega^2 x$$

$$\omega^2 = c \quad a = -c x$$

∴ المقطوعى حركة توافقية بسيطة . #

