COLLEGE
Tanta Engineering

فيزياء خواص المواد

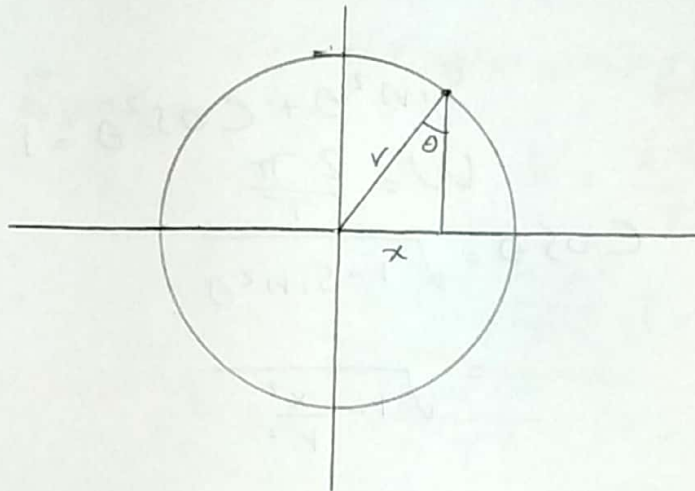# اثباتات
الحركة التوافقيه البسيطه

م. أدهم أسامة

<div dir="rtl">

الحركة التوافقية
البسيطة

</div>

<div dir="rtl">

العلاقات

</div>

$$\theta = \omega t$$

$$\sin\theta = \frac{x}{r}$$

$$x = r\sin\theta = r\sin(\omega t)$$

$$V = \frac{dx}{dt} = \omega r\cos(\omega t)$$

$$a = -\omega^2 r\sin(\theta) = -\omega^2 x$$

<div dir="rtl">

علاقة العجلة بالزمن الدوري

</div>

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a = -\omega^2 x = -\frac{4\pi^2}{T^2}x$$

$$\boxed{a = \frac{-4\pi^2 x}{T^2}}$$

علاقة السرعة بالإزاحة
وحدة الاهتزازة

$V = \omega r \cos\theta$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin\theta = \dfrac{x}{r}$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta}$

$= \sqrt{1 - \dfrac{x^2}{r^2}}$

$\therefore V = \dfrac{2\pi}{T} r \sqrt{1 - \dfrac{x^2}{r^2}}$

$$V = \dfrac{2\pi}{T} \sqrt{r^2 - x^2}$$

علاقة الزمن الدوري
بالكتلة

$F = m a$

$a = -\omega^2 x$

$F = m(-\omega^2 x)$

$= m\left(-\dfrac{4\pi^2}{T^2} x\right)$

$T^2 = 4\pi^2 \dfrac{m x}{F}$

$T = 2\pi \sqrt{\dfrac{m}{F/x}}$

$$T = 2\pi \sqrt{\dfrac{m}{\textcircled{K}}}$$ ← قانون هوك

الطاقة في الحركة التوافقية

السبط

مجموع طاقتي الوضع والحركة ثابت

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$V = \frac{2\pi}{T} \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$E_{K_x} = \frac{1}{2} m \frac{4\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2)$$

طاقة الحركة

$$\boxed{E_{K_x} = \frac{2m\pi^2}{T^2} (r^2 - x^2)}$$

عند $x = 0$

$$E_{K_{x=0}} = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2$$

عند موضع الاتزان $x = 0$

$$E_{P_{x=0}} = Zero$$

$$E_{T_{x=0}} = E_{K_{x=0}} + E_{P_{x=0}}$$
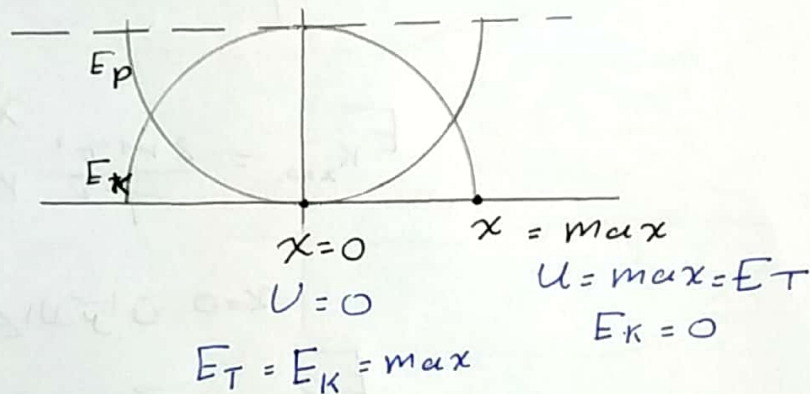
وهي ثابتة عند أي موضع

$$\therefore \boxed{E_{T_x} = \frac{2m\pi^2}{T^2} r^2}$$

<div dir="rtl">طاقة الوضع</div>

$$E_{T_x} = E_{K_x} + E_{P_x}$$

$$\frac{2m\pi^2}{T^2} r^2 = \frac{2m\pi^2}{T^2}(r^2 - x^2) + E_{P_x}$$

$$\boxed{E_P = \frac{2m\pi^2}{T^2} x^2 = U}$$

$$x = 0 \qquad\qquad x = max$$
$$U = 0 \qquad\qquad U = max = E_T$$
$$E_T = E_K = max \qquad E_K = 0$$

<div dir="rtl">س: أين تتساوى طاقة الوضع مع طاقة الحركة؟</div>

$$E_K = E_P$$

$$\frac{2m\pi^2}{T^2}(r^2 - x^2) = \frac{2m\pi^2}{T^2} x^2$$

$$r^2 - x^2 = x^2$$
$$2x^2 = r^2$$
$$x^2 = \frac{r^2}{2}$$
$$x = \pm \frac{r}{\sqrt{2}}$$