

سنتر فیوشر

Subject:..... استاسکا ایدری

Chapter:..... تَفَا ضِل المَحَدَات

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

قاعدة السلسلة

$$\bar{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$$

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = \frac{da_1}{dt} i + \frac{da_2}{dt} j + \frac{da_3}{dt} k$$

if $\bar{A} = (t^3 + 1) i + (2t - 2) j + t k$

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = 3t^2 i + 2 j + k \quad \#$$

if $\bar{A} = e^{2t} i + \cos t j + \sin t k$

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = 2e^{2t} i - \sin t j + \cos t k$$

if $\bar{A} = (t^2 + 1)^2 i + (2t^3) j$

$$\frac{d\bar{A}}{dt} = 2(t^2 + 1)(2t) i + 6t^2 j$$

□

مسألة

$$\text{if } A = t^2 \mathbf{i} + 3t^3 \mathbf{j} + 4t \mathbf{k}$$

$$\text{Find } \int A dt$$

$$\int A dt = \frac{t^3}{3} \mathbf{i} + \frac{3t^4}{4} \mathbf{j} + 2t^2 \mathbf{k} + C$$

$$\text{if } A = 2t \mathbf{i} + 3t^2 \mathbf{j}$$

$$\text{Find } \int A dt = \overline{B}$$

$$\underline{B(0) = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}}$$

$$\int A dt = t^2 \mathbf{i} + t^3 \mathbf{j} + C = \overline{B}$$

$$\underline{t=0} \quad B = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$$

$$\mathbf{i} + 2\mathbf{j} = 0 + 0 + C$$

$$\overline{B} = \int A dt =$$

$$= t^2 i + t^3 j + i + 2j$$

$$\overline{B} = (t^2 + 1) i + (t^3 + 2) j$$

$$\text{if } A = e^{4t} i + \cos 2t j + e^{-3t} k$$

Find $\frac{d^2 A}{dt^2}$

$$\frac{dA}{dt} = 4e^{4t} i - 2\sin(2t) j - 3e^{-3t} k$$

$$\frac{d^2 A}{dt^2} = 16e^{4t} i - 4\cos 2t j + 9e^{-3t} k$$

السرعة = تفاضل المسافة
 العجلة = تفاضل السرعة

السرعة = \int العجلة
 المسافة = \int السرعة

يتحرك جسم طبقا للمعادلة

$$\mathbf{X} = 2 \cos(3t) \mathbf{i} + 4 \sin 3t \mathbf{j} + t^3 \mathbf{k}$$

احس السرعة والتسارع

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{X}}{dt} = -6 \sin(3t) \mathbf{i} + 12 \cos 3t \mathbf{j} + 3t^2 \mathbf{k}$$

التسارع

$$\mathbf{f} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -18 \cos(3t) \mathbf{i} - 36 \sin 3t \mathbf{j} + 6t \mathbf{k}$$

~~$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{dF_1}{dx}$~~

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{F} = x^2 y \mathbf{i} + 2x^2 y^3 \mathbf{j} + y^3 z \mathbf{k}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = 2xy + 6x^2 y^2 + y^3$$

احيد قيم المتغيرات x, y, z التي تحقق المعادلات

$$(\bar{B} \times \bar{C})x + (\bar{C} \times \bar{A})y + (\bar{A} \times \bar{B})z + \bar{D} = 0$$

على ان A, B, C تقع في مجموعة

$$(\bar{B} \times \bar{C})x + (\bar{C} \times \bar{A})y + (\bar{A} \times \bar{B})z = -\bar{D}$$

بالنسبة لـ A ضرب في

$$A \cdot (\bar{B} \times \bar{C})x + A \cdot (\bar{C} \times \bar{A})y + A \cdot (\bar{A} \times \bar{B})z = -\bar{A} \cdot \bar{D}$$

$$A \cdot (\bar{A} \times \bar{B}) = 0$$

$$A \cdot (\bar{C} \times \bar{A}) = 0$$

$$x = \frac{-\bar{A} \cdot \bar{D}}{\bar{A} \cdot (\bar{B} \times \bar{C})}$$

بالنسبة لـ B ضرب في

$$\bar{B} \cdot (\bar{B} \times \bar{C})x + \bar{B} \cdot (\bar{C} \times \bar{A})y + \bar{B} \cdot (\bar{A} \times \bar{B})z = -\bar{B} \cdot \bar{D}$$

$$y = \frac{-\bar{B} \cdot \bar{D}}{\bar{B} \cdot (C \vee A)} \quad \#$$

الحدود في \bar{B} ✓

$$C \cdot (\bar{B} \vee \bar{C}) + C \cdot (\bar{C} \vee \bar{A}) + \bar{C} \cdot (\bar{A} \vee \bar{B}) = \bar{C} \cdot \bar{D}$$

$$Z = \frac{-\bar{C} \cdot \bar{D}}{\bar{C} \cdot (A \vee B)}$$

إذا كان A و B و C متغيرات لا تقع في متور

$$x A + y B + z C + D = 0 \quad (1)$$

حيث x, y, z متغيرات

الحدود في $(\bar{A} \vee \bar{B})$

$$x A \cdot (\bar{A} \vee \bar{B}) + y B \cdot (\bar{A} \vee \bar{B}) + z C \cdot (\bar{A} \vee \bar{B}) = -\bar{D} \cdot (\bar{A} \vee \bar{B})$$

$$Z = \frac{-\overline{D} \cdot (\overline{A} \times \overline{B})}{\overline{C} \cdot (A \times B)}$$

ضرب في $(B \times C)$

في 0 و 1

$$x A \cdot (B \times C) + y \underline{B} \cdot (B \times C) + \underline{Z} \underline{C} \cdot (B \times C) = -\overline{D} \cdot (B \times C)$$

$$x = \frac{-\overline{D} \cdot (\overline{B} \times \overline{C})}{A \cdot (B \times C)} \quad \#$$

ضرب في $(\overline{A} \times \overline{C})$ في 0 و 1

$$x A \cdot (\overline{A} \times \overline{C}) + y \underline{B} \cdot (\overline{A} \times \overline{C}) + \underline{Z} \underline{C} \cdot (A \times C) = -\overline{D} \cdot (A \times C)$$

$$y = \frac{-\overline{D} \cdot (A \times C)}{(A \times C) - B} \quad \#$$

إذا كان $\vec{A} = \cos(\alpha t) \hat{i} + \sin(\alpha t) \hat{j}$

المشتقة الثانية α في

$$\frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = -\alpha^2 \vec{A}$$

$$\vec{A} = \cos \alpha t \hat{i} + \sin \alpha t \hat{j}$$

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = -\alpha \sin \alpha t \hat{i} + \alpha \cos \alpha t \hat{j}$$

$$\frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = -\alpha^2 \cos \alpha t \hat{i} - \alpha^2 \sin \alpha t \hat{j}$$

$$\frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = -\alpha^2 [\cos \alpha t \hat{i} + \sin \alpha t \hat{j}]$$

$$\frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = -\alpha^2 \vec{A}$$

$$\frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = -25 \vec{A}$$

$$\alpha^2 = 25$$

$$\alpha = 5$$

الشغل هو حاصل ضرب القوة في الإزاحة
أبعاد الشغل المبدل من القوة

$$\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$$

في فترة معينة من الشغل $(1, 2, -1)$ ط
 $(4, 3, -2)$ ط

$$A \Rightarrow (1, 2, -1)$$

$$B (4, 3, -2)$$

$$\vec{r} = B - A = \underline{\underline{3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}}}$$

$$\text{work} = \vec{r} \cdot \vec{F}$$

$$= (2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}) \cdot (3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$$

$$= 6 + 3 - 5 = 4 \neq$$

لوال شغل إيجابي = القوة عمودية على الإزاحة
لوال شغل إيجابي = القوة عكس اتجاه الإزاحة

اصبر الى الميزان من القوة

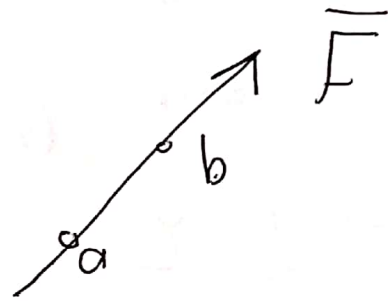
$$F = 20 \text{ N}$$

التي تؤثر في اتجاه الواسع

$$b(1, 0, 3) \rightarrow a(2, -1, 4)$$

لتحريك جسم من نقطة a الى النقطة b

$$(4, 3, 7)$$



$$\vec{F} = |\vec{F}| \cdot \hat{ab}$$

مقدار القوة متجه الوحدة

$$= 20 \left[\frac{-1 + 5 - 10}{\sqrt{3}} \right] = \frac{-20}{\sqrt{3}} i + \frac{20}{\sqrt{3}} j - \frac{20}{\sqrt{3}} k$$

$$\vec{r} = 4i + 3j + 7k$$

$$\text{work} = \vec{F} \cdot \vec{r}$$

$$= -\frac{80}{\sqrt{3}} + \frac{60}{\sqrt{3}} - \frac{140}{\sqrt{3}} = -\frac{160}{\sqrt{3}}$$

عزارة قوة حول نقطة



$$M_c = \vec{r} \times \vec{F}$$

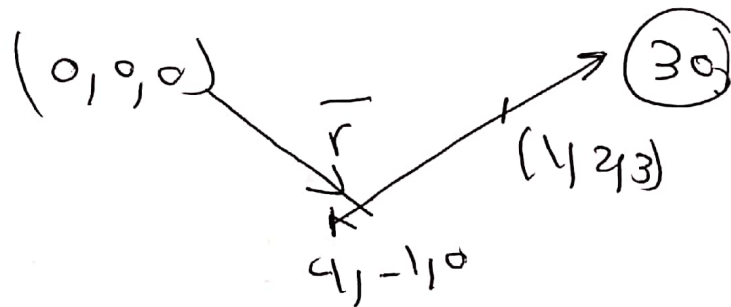
$$F = 30N$$

$$(4, -1, 0) \text{ و } (1, 2, 3)$$

مدير عزارة القوة

التي تقع في

حول نقطة



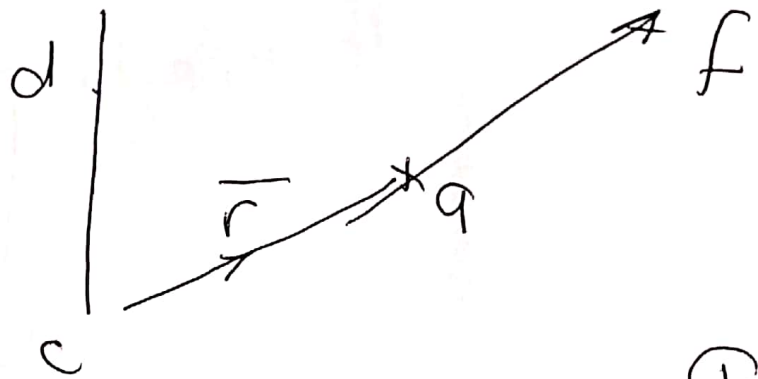
$$\vec{F} = 30 \left[\frac{-3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{9+9+9}} \right]$$

$$= \frac{10}{\sqrt{3}} [-3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}]$$

$$\vec{F} = -10\sqrt{3}\hat{i} + 10\sqrt{3}\hat{j} + 10\sqrt{3}\hat{k}$$

$$M_o = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -1 & 0 \\ -10\sqrt{3} & 10\sqrt{3} & 10\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

عزم القوة حول خط [محور]



① $\vec{cd} = cd$ $\hat{cd} = \frac{\vec{cd}}{|\vec{cd}|}$

② $\vec{cd} = \vec{r} \times \vec{f}$

$M_c = \vec{r} \times \vec{f}$

$M_{cd} = \vec{M}_c \cdot \hat{cd}$

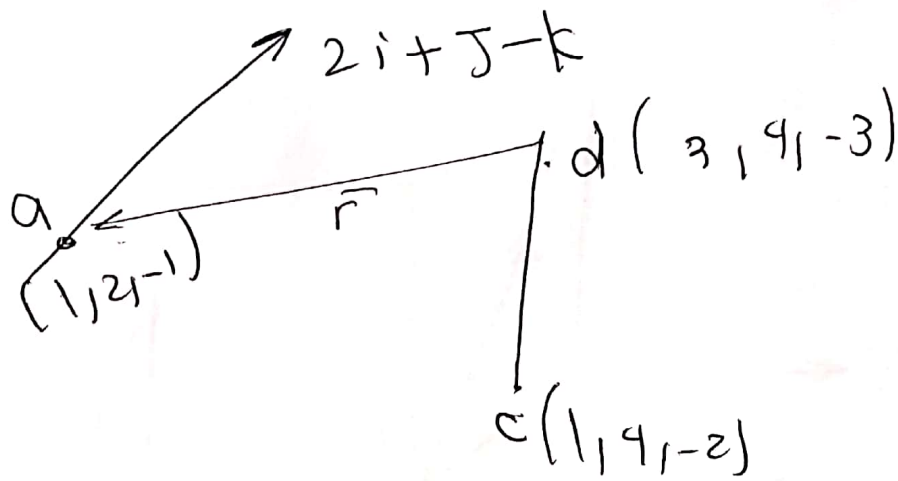
OR $M_{cd} = \begin{vmatrix} \hat{cd} \\ \vec{r} \\ \vec{f} \end{vmatrix}$

احد عزم القوة

$\vec{F} = 2\hat{i} + 5\hat{j} - 1\hat{k}$

النقطة $(1, 2, -1)$ \rightarrow خط \rightarrow محور

$c = (1, 4, -2)$, $d = (3, 4, -3)$



$$\hat{cd} = \frac{2i + 0j - k}{\sqrt{5}} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}i - \frac{1}{\sqrt{5}}k \right)$$

$$\vec{r} = a - d = -2i - 2j + 2k$$

$$M_d = \vec{r} \times \hat{f}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

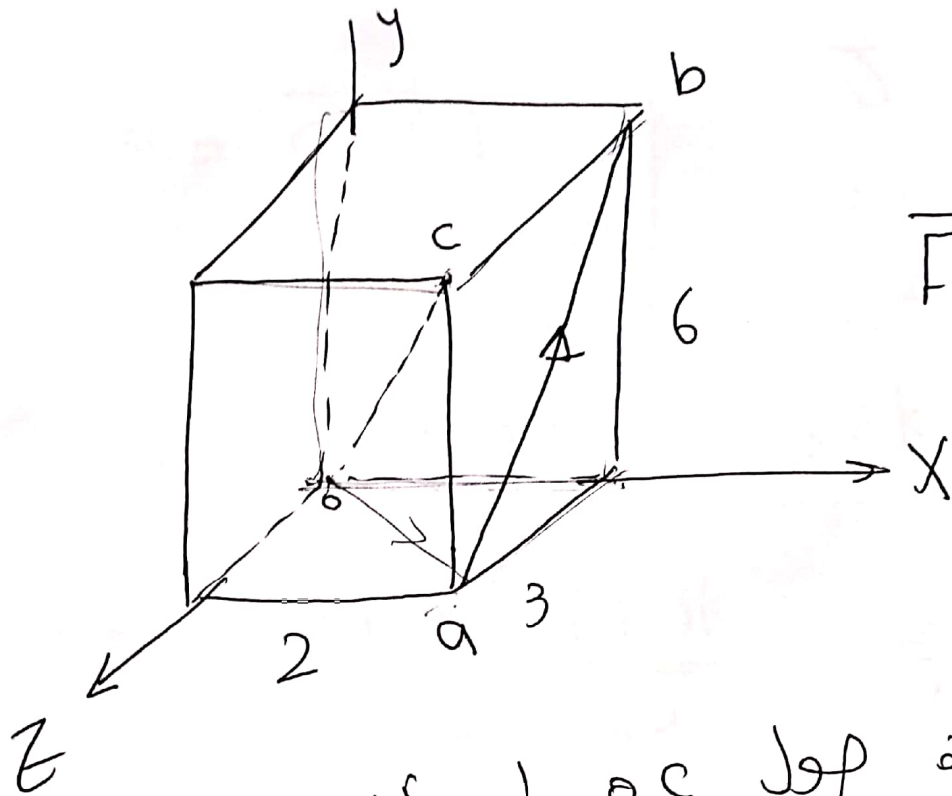
$$= 0i + 2j + 2k$$

$$M_d = 2j + 2k$$

$$M_{cd} = M_d \cdot \hat{cd}$$

$$= \left(\frac{2}{\sqrt{5}}i - \frac{1}{\sqrt{5}}k \right) \cdot (2j + 2k)$$

$$= 0 + 0 - \frac{2}{\sqrt{5}}$$



$$\vec{F} = 8\sqrt{5} \text{ N}$$

مِمَّ عِزَمِ الْقُوَّةِ لَوَّلِ c دَائِرَةً قَدْ بَعَرَتْ c
الرَّاسِ ab

$$a(2, 0, 3)$$

$$b(2, 6, 0)$$

$$o(0, 0, 0)$$

$$c(2, 6, 3)$$

$$\vec{F} = 8\sqrt{5} \left[\frac{0i + 6j - 3k}{\sqrt{36 + 9}} \right]$$

$$= \frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} (6j - 3k) = 16j - 8k$$

$$\vec{F} = 16j - 8k$$

$$\vec{r} = a - o = 2i + 3k$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 16 & -8 \end{vmatrix}$$

$$= \underline{-48\hat{i} + 16\hat{j} - 32\hat{k}} \#$$

$$\hat{O}_C = \frac{2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \underline{\frac{2}{7}\hat{i} + \frac{6}{7}\hat{j} + \frac{3}{7}\hat{k}}$$

$$M_{OC} = M_O \cdot \hat{O}_C$$

$$= -\frac{48(2)}{7} + \frac{16(6)}{7} - \frac{32(3)}{7} = -\frac{96}{7}$$

$$M_{OC} = -\frac{96}{7}$$

$$\frac{96/7}{8\sqrt{5}} = \frac{\text{مقدار العزم}}{\text{مقدار القوة}} = \text{أقل بعدية}$$

$$= \frac{12}{7\sqrt{5}} \#$$

احسب الشغل المبذول من القوة $\vec{F} = x\vec{i} + xy\vec{j} - x^2yz\vec{k}$ في حركة جسم من النقطة
 $a(1, -2, 1)$

ب $b(9, -6, 27)$ —————

على مسار المنحنى

$$x = t^2, \quad y = -2t, \quad z = t^3$$

$$\vec{F} = x\vec{i} + xy\vec{j} - x^2yz\vec{k}$$

$$x = t^2, \quad y = -2t, \quad z = t^3$$

$$\vec{F} = t^2\vec{i} - 2t^3\vec{j} + 2t^8\vec{k}$$

منه القوة

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{r} = t^2\vec{i} - 2t\vec{j} + t^3\vec{k}$$

$$d\vec{r} = 2t\vec{i} - 2\vec{j} + 3t^2\vec{k}$$

$$\text{work} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int (t^2\vec{i} - 2t^3\vec{j} + 2t^8\vec{k}) \cdot (2t\vec{i} - 2\vec{j} + 3t^2\vec{k}) dt$$

$$\int (2t^3 + 4t^3 + 16t^{10}) dt$$

$$\text{work} = \int (6t^3 + \cancel{16}t^{10}) dt$$

$$a(1, -2, 1), \quad b(9, -6, 27)$$

$y = -2t$
 $x = t^2$

$$y = -2 \quad t = 1$$

$$y = -6 \quad t = 3$$

$$= \int_1^3 (6t^3 + 6t^{10}) dt$$

$$= \left[\frac{6t^4}{4} + \frac{6t^{11}}{11} \right]_1^3$$

نوع صيغة القوس - نوع صيغة الجذر

$$= \left[1.5(81) + \frac{6}{11}(3)^{11} \right] - \left[1.5 + \frac{6}{11} \right]$$

#