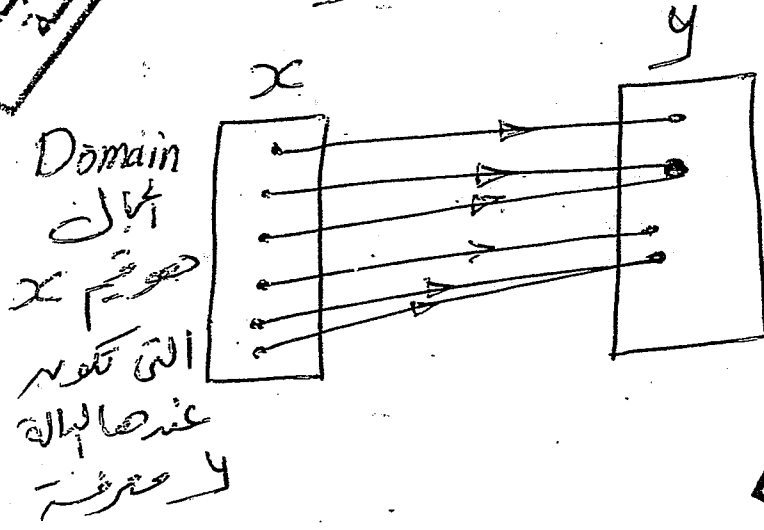


مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

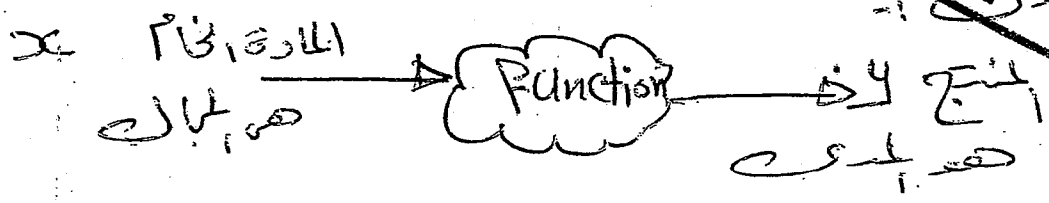
مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

الدوال The functions

هو علاقة تربط بين عناصر مجموعتين غير خاليتين.



مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة



ملاحظات ليدار مجال الدالة :-

① الدالة كثيرة الحدود [التي لا يوجد بها كسر وعقمة

قيمة x ولا يوجد بها جذر]

← مجال هو $(R) =$ مجموعة الأعداد الحقيقية (Z)

ليدار مدى الدالة كثيرة الحدود نرسم الدالة ونرى مدى

الرسم [عند كل محور y عند آخره نضع]

② الدالة الكسرية :- التي يوجد فيها مقام x مجال هو
 $DP = R - \{ \text{مقام الدالة} \}$

أو ... إذا كان المقام 0 ونرى قيم y الممكنة ويكون

121

3 دالة الجذر التربيعي أو الجذر لزوجين عموماً مثل

--- $\sqrt{}$, $\sqrt[4]{}$, $\sqrt[6]{}$, ...

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$D_f = 0 \text{ مانت الجذر}$$

$$D_f = 0 \text{ مانت الجذر}$$

المدى: نرسم شكل الدالة ونوجد ~~المدى~~ المدى من الرسم.

4 دالة الجذر لفردي مثل $\sqrt[3]{}$, $\sqrt[5]{}$, $\sqrt[7]{}$, ...

بحال D_f : دالة $\sqrt[3]{}$

اعتبر الجذر غير موجود ونفوف بحال الدالة السكك الجذر
- لو كانت كثيرة حدود $D_f = R$
- كسرية $D_f = R - \text{القام}$

ملاحظة هامة: لزيادة بحال المدى من الرسم:-

- أدلك دارسم شكل الدالة باختبار بعض النقاط للمتغير x
مقيم بحال - ثم عوضه عن الدالة وارجد y
ثم ارسم شكل تقريبي للدالة.

- المجال: يوجد من محور x عن الشمال للمدى.

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

ليكن f دالة من X إلى Y عن آخر f على Y .

Examples

1 Find the Domain & the Range of the following functions:

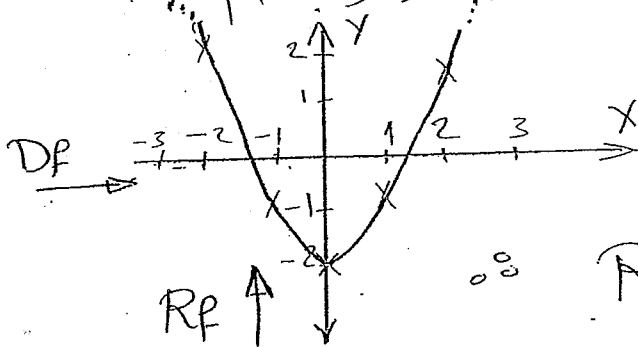
$$y = x^2 - 2$$

Solution

الدالة كثيرة حدود

$$\therefore D_f = \mathbb{R}$$

لنرسم f على شكل دالة $y = x^2 - 2$ (نرى أنها كثيرة حدود)



x	-2	-1	0	1	2
y	2	-1	-2	-1	2

$$\therefore R_f = [-2, \infty[$$

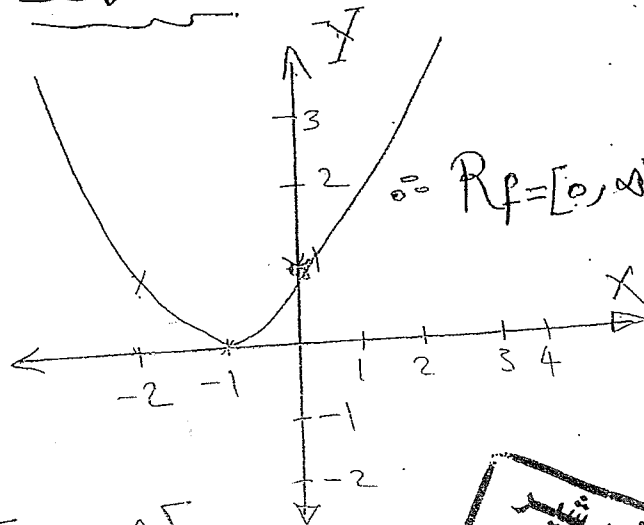
$$2 \quad y = x^2 + 2x + 1$$

Solution

الدالة كثيرة حدود

$$\therefore D_f = \mathbb{R} = \mathbb{R}^+$$

لنرسم f على شكل دالة $y = x^2 + 2x + 1$



$$\therefore R_f = [0, \infty[$$

x	-2	-1	0	1	2
y	1	0	1	4	9

$$R_f = [0, \infty[$$

[3] $y = \frac{2}{x+1} - 4 \Rightarrow$ الدالة كسرية [4]

$\therefore D_f = R - \left\{ \frac{2}{-4} \right\} = R - \{-1\}$

نفس : نوجد x لنعوضها في طرف

$y + 4 = \frac{2}{x+1} \therefore x+1 = \frac{2}{y+4}$

$\therefore x = \frac{2}{y+4} - 1 \rightarrow$ دالة كسرية

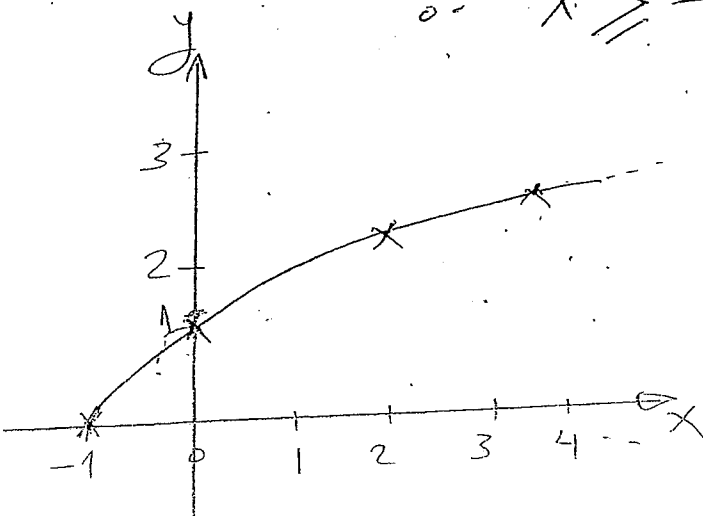
$R_f = R - \left\{ \frac{2}{-4} \right\} = R - \{-4\} \neq$

[4] $y = \sqrt{x+1} \rightarrow$ جذر

$\therefore D_f = \{x \mid x+1 \geq 0\} \therefore x+1 \geq 0$

$\therefore x \geq -1 \therefore D_f = [-1, \infty[$

نفس : نرسم الدالة :



x	-1	0	2	4	9
y	0	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	3

$\therefore R_f = [0, \infty[$

مجموعة سطر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سطر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

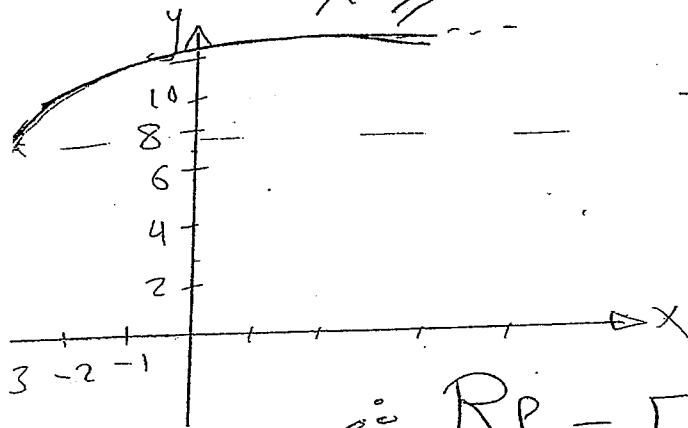
[5] $y = \sqrt{x+3} + 8$ solution

[5]

المجال $D_f = \{x \mid x+3 \geq 0\} \Rightarrow x+3 \geq 0$

$\Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow D_f = [-3, \infty[$

نقطة: نرسم الدالة



x	-3	0	2	4
y	8	$8+\sqrt{3}=9.7$	$8+\sqrt{5}=10.23$	$8+\sqrt{7}=10.64$

$\therefore R_f = [8, \infty[$

[6] $y = \sqrt{x^2-4}$ مجال

$D_f \Rightarrow x^2-4 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 4$

$\therefore x \geq 2$ أو $x \leq -2$

$\therefore D_f =]-\infty, -2] \cup [2, \infty[$

$= \mathbb{R} -]-2, 2[$

نقطة: نرسم الدالة

x	-3	-2	2	3	4
y	$\sqrt{5}$	0	0	$\sqrt{5}$	$\sqrt{12}$

$\therefore R_f = [0, \infty[$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

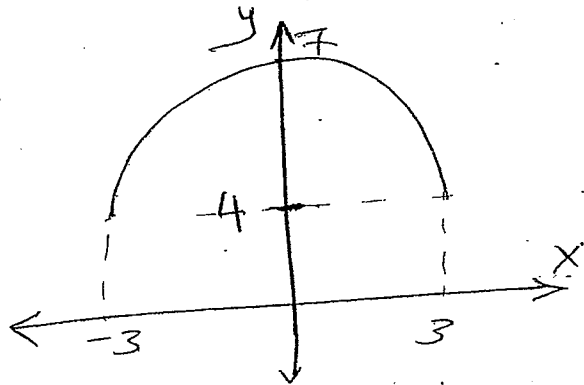
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

7. $y = \sqrt{9 - x^2} + 4 \Rightarrow$ 16

$$9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 9 \geq x^2$$

$$\therefore x \leq 3 \text{ و } x \geq -3$$

$$Df = [-3, 3]$$



x	-3	-1	0	1	3
y	4	6.5	7	6.5	4

$$Rf = [4, 7]$$

مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

8. $y = \sqrt{10 + x^2}$ منبر

$$x^2 + 10 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq -10$$

بما أن x^2 تكون أكبر من (-10)

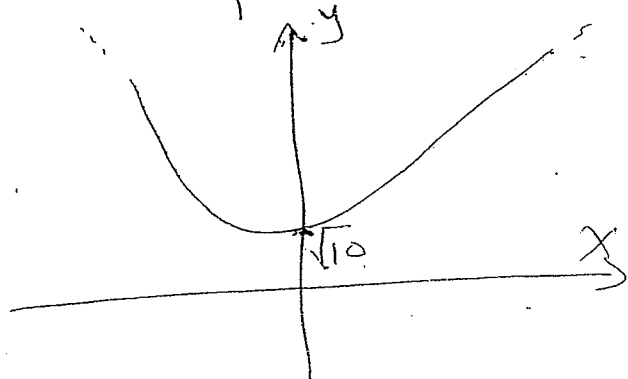
$$\therefore Df = \mathbb{R}$$

من x تأخذ أي رقم

x	0	1	-1	2	-2
y	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{14}$

$$Rf = [\sqrt{10}, \infty[$$

لحي: نرسم لالة:



مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

[9] $y = \frac{2x+1}{x-1}$ \Rightarrow $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ [7]

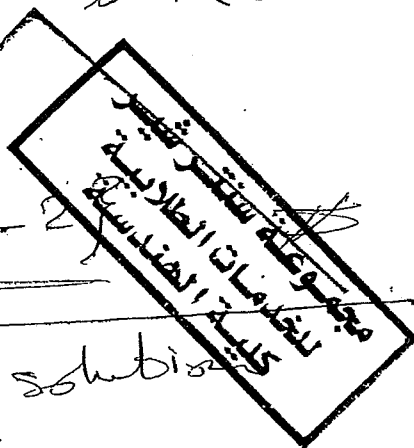
$(x-1)y = 2x+1$ \Rightarrow $xy - y = 2x+1$

$\Rightarrow xy - y = 2x+1$

$xy - 2x = y+1$

$\Rightarrow x = \frac{y+1}{y-2}$

$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-2\}$



solution

18

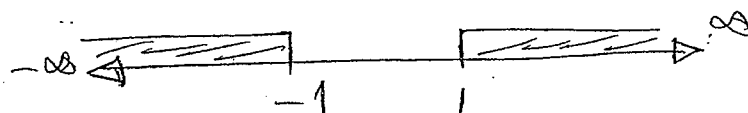
[10] $y = \sqrt{|x|-1}$

$D_f: |x|-1 \geq 0$

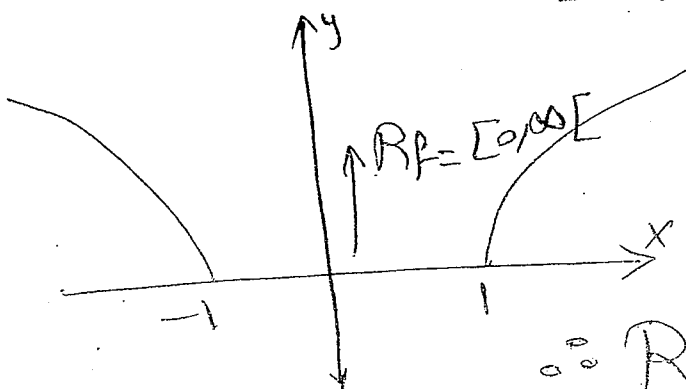
$\Rightarrow |x| \geq 1$

$x \geq 1$

$-x \geq 1$
 $\Rightarrow x \leq -1$



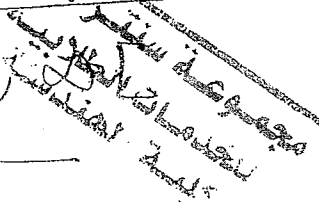
$\therefore D_f =]-\infty, -1] \cup [1, \infty[$
 $= \mathbb{R} -]-1, 1[$



لكنه في رسمها

x	-2	-1	1	2
y	1	0	0	1

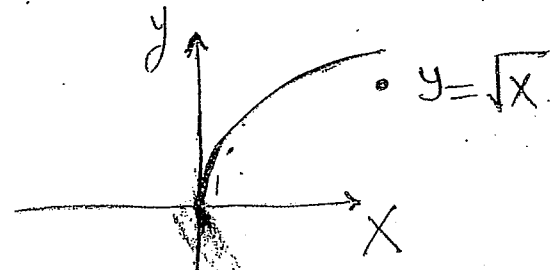
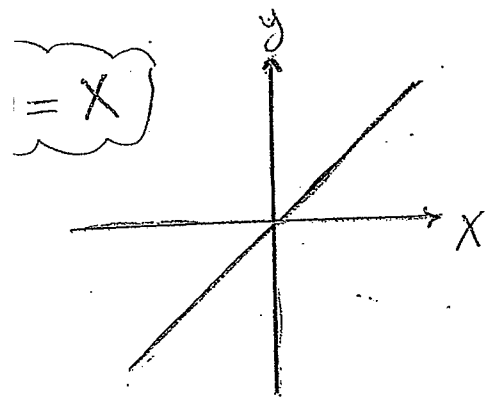
$\therefore R_f = [0, \infty[$



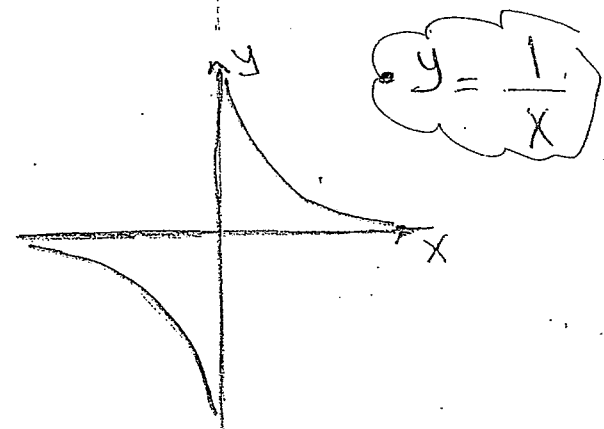
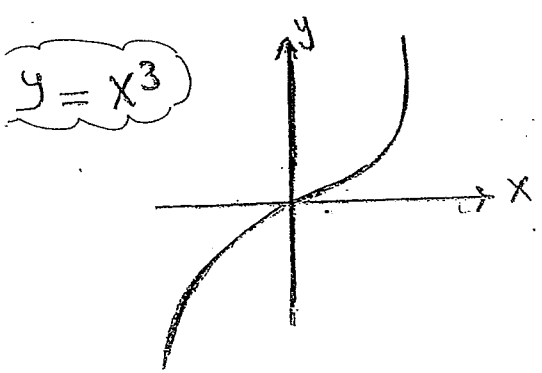
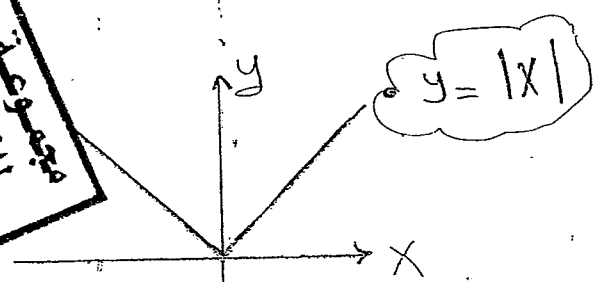
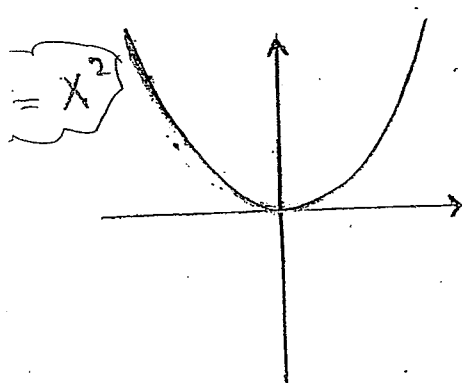
اسم الدالة

18

الدالة الآتية هي أشهر الدوال في الاستدلال ويجب
حفظها



مجموعة منتظم شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة



فأحذر
عند إضافة أي ثابت لأي من (x^1) أو (y^1)
لأنه من المعينات الباقية فيكون الزاوية للمعنى :-

مجموعة منتظم شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$y = f(x)$$

19) محاولة إيجاد الأصل

$$y^1 + b = f(x^1 + a)$$

راحة عامية لبيان
مقدار a

إشارة
لا تقل مقدار

مجموعة منتز شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$f(x) = \lfloor x \rfloor$$

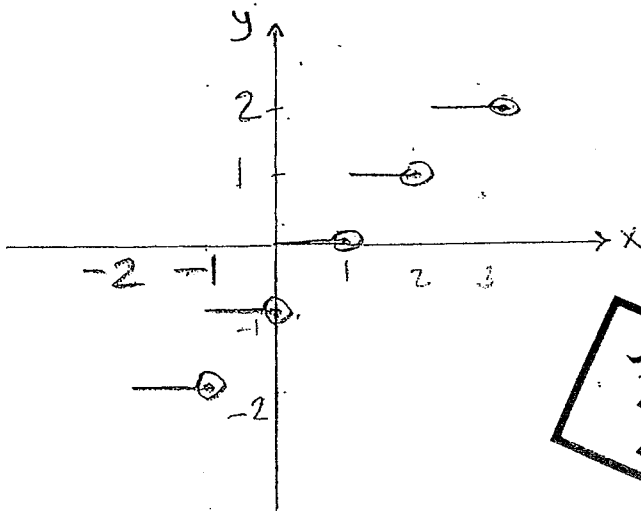
* دالة الفرض

حيث $\lfloor x \rfloor =$ أكبر عدد صحيح أصغر من أو يساوي x

$$\lfloor 1.6 \rfloor = 1$$

$$\lfloor 0.3 \rfloor = 0$$

$$\lfloor -3.6 \rfloor = -4$$



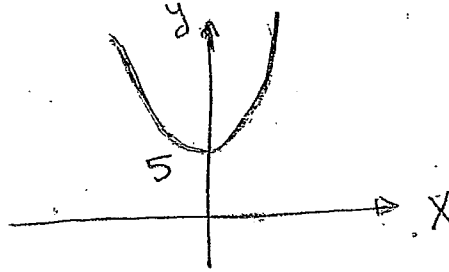
مجموعة منتز شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

كل من الدوال الآتية

$$y = x^2 + 5$$

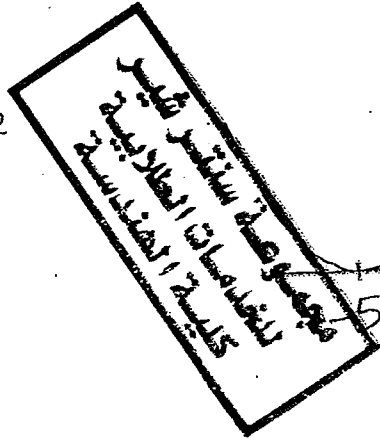
$$(y - 5) = x^2$$

تحويل إلى



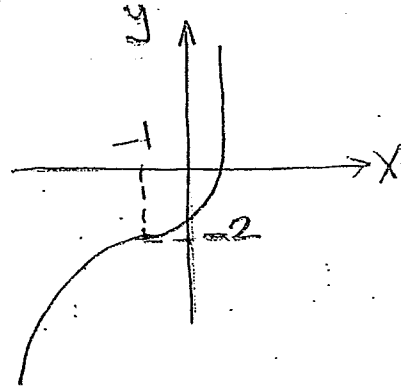
$$y = (x + 5)^2$$

تحويل إلى



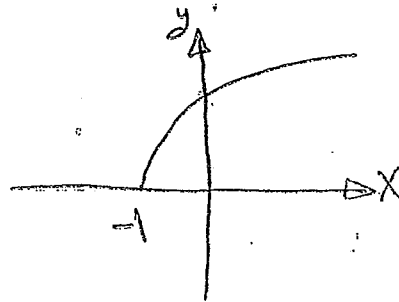
$$y = (x + 1)^3 - 2$$

$$y + 2 = (x + 1)^3$$



$$y = \sqrt{x + 1}$$

البسار



(+) → Shift ناحية اليسار

(-) → Shift ناحية اليمين

مجموعة منتقى شير
لتقديمات الطلاب
كلية الهندسة

(2)

العمليات الجبرية على الدوال

إذا كانت f, g دالتين \rightarrow فإن عليهما مقاييس :

$$D_f \cap D_g \neq \emptyset$$

$$① (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$$

$$D = D_f \cap D_g$$

$$② (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

مجموعة ستتر شيلير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$③ (f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$D = D_f \cap D_g \quad \text{مستعار من المثال 1}$$

$$f(x) = \frac{x-3}{2}, \quad g(x) = \sqrt{x}$$

مثال إذا كانت
أوجد

في أمثلة $f+g, f-g, f \cdot g, f/g$

أ.هـ

$$D_f = \mathbb{R}, \quad D_g = [0, \infty[$$

$$D_g \subset D_f \quad \text{وإذاً}$$

$$D_f \cap D_g = [0, \infty[$$

$$f+g = \frac{x-3}{2} + \sqrt{x}$$

$$f-g = \frac{x-3}{2} - \sqrt{x}$$

$$f \cdot g = \frac{x-3}{2} \sqrt{x}$$

$$f/g = \frac{x-3}{2\sqrt{x}}$$

$$D = [0, \infty[$$

$$D =]0, \infty[$$

مجموعة ستتر شيلير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

خواص وأنواع الدوال المستمرة مجموعات الطلاب كلية الهندسة

أ) دوال زوجية $y = f(x)$

زوجية Even • فردية Odd • ليست زوجية وليست فردية

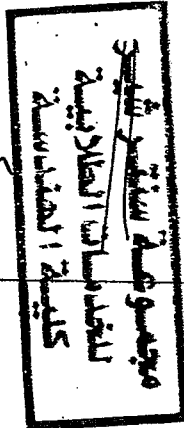
المثلث $f(-x) < f(x)$ قاربه بيه

$$f(-x) = f(x)$$

Even • زوجية
(مماثلة حول محور y)

$$f(-x) = -f(x)$$

Odd • فردية
(مماثلة حول نقطة الأصل)



ب) دوال زوجية $y = f(x)$

Injective • أحادية One-to-one

"كل عنصر في المجال يقابل عنصر واحد في المجال"

$$f(x_1) = f(x_2)$$

المثلث نفع

ويجب الاختتام

مجموعة مستمرة
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$x_1 \neq x_2$$

$$x_1 = x_2$$

أحادية • أحادية
بياناً: الخط يقع تحت الخط

أحادية • أحادية
خط أحدهم يقع تحت الخط من نقطة واحدة
أي مكان أحدهم

تسمى الدالة "فوقية" R

إذا كانت الدالة أحادية R

إذا كانت الدالة أحادية R وفوقية R فإنها تسمى "تناقصاً أحادياً" أو "تناقصاً"

مثال: حدد المجال والمرتبة للدالة $y = \sqrt{2-x^2}$

نرسم الدالة ونحدد خواصها

$2-x^2 \geq 0$
 $x^2 \leq 2$
 $x \leq \sqrt{2}$
 $x \geq -\sqrt{2}$
 المجال

$y = \sqrt{2-x^2}$

$2-x^2 \geq 0$

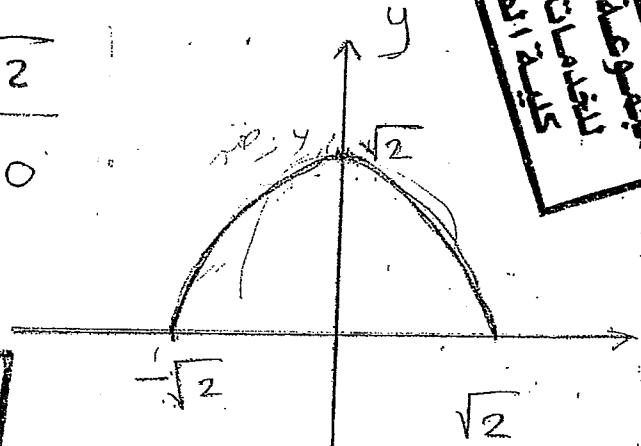
$x^2 \leq 2$

$x \leq \sqrt{2}$

$x \geq -\sqrt{2}$

مجموعة سنتر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

x	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$
y	0	1	$\sqrt{2}$	1	0



مجموعة سنتر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

من المسموع يتفق أنه - الدالة زوجية (Even)

- الدالة ليست أحادية (one-to-one) not

- الدالة محدودة من أعلى ($y = \sqrt{2}$) ومن أسفل ($y = 0$)

- الدالة تزايدية في الفترة $[-\sqrt{2}, 0]$

وتناقصية في الفترة $[0, \sqrt{2}]$

مجموعة سنتر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

الدالة العكسية $f^{-1}(x)$

أوجد الدالة العكسية $f^{-1}(x)$ للدالة الآتية $f(x)$:

الحل * نوجد x كدالة في y

* استبدل كل x بـ y وكل y بـ x

خلف * $f^{-1}(x)$ ← هي رمز الدالة العكسية

← $\frac{1}{f(x)} = (f(x))^{-1}$ ~ ~ للعكس الدالة

* مجال $f(x)$ هو مدى الدالة $f^{-1}(x)$ ولكي

Problems

مجموعة منتير شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

أوجد الدالة العكسية لكل من :-

ونظّر : تأكد أنها أحادية

$$\frac{3}{x_1+1} - 5 = \frac{3}{x_2+1} - 5$$

$$\frac{3}{x_1+1} = \frac{3}{x_2+1}$$

$$x_1 = x_2$$

فإن x دالة في y

$$f(x) = \frac{3}{x+1} - 5$$

$$y = \frac{3}{x+1} - 5$$

$$y + 5 = \frac{3}{x+1}$$

$$x+1 = \frac{3}{y+5}$$

$$x = \frac{3}{y+5} - 1$$

استبدل x بـ y و y بـ x

$$y = \frac{3}{x+5} - 1 = f^{-1}(x)$$

$$② \quad f(x) = \begin{cases} 4x+1 & x \leq 0 \\ x^2+2 & x > 0 \end{cases}$$

هل f^{-1} دالة؟

$$x \leq 0$$

$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$4x_1 + 1 = 4x_2 + 1$$

$$x_1 = x_2$$

$$y = 4x + 1$$

$$y - 1 = 4x$$

$$x = \frac{1}{4}(y - 1)$$

$$\boxed{y = \frac{1}{4}(x - 1)} = f^{-1}(x)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x - 1) \\ \sqrt{x - 2} \end{cases}$$

مجموعة سندر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سندر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Report

الفصل الثاني: خواص الدالة من الدرجة الأولى

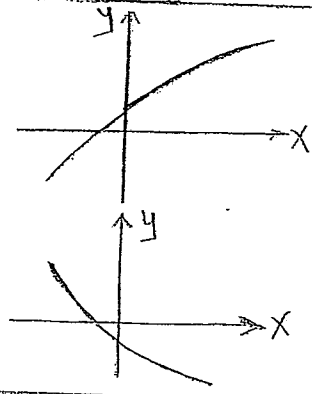
مجموعة منتير شيير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

- الفصل الثاني: خواص الدالة من الدرجة الأولى
- تماثل حول محور الصادات: $f(-x) = +f(x)$
 - نقطة الأصل: $f(-x) = -f(x)$
 - زوجية
 - فردية

نرسم خط أفقي يوازي محور x إذا قطع منحنى الدالة

- أحادية: في نقطة
- لية آحادية: في أكثر من نقطة

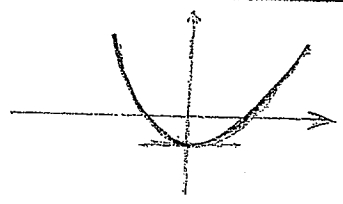
مجموعة منتير شيير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة



• تزايدية

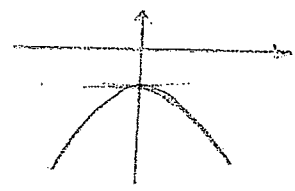
• تناقصية

$[-\infty, a]$ الذي



• محدودة من أسفل

$[b, \infty]$ الذي



• محدودة من أعلى

مجموعة منتير شيير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Problems.

* حدد ما إذا كانت الدالة الآتية زوجية أم فردية.

① $f(x) = 2x + 1$.

$$f(-x) = -2x + 1 \neq f(x)$$

$$\neq -f(x)$$

مجموعة منتير شيير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

الدالة زوجية أو فردية.

② $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3}$

مجموعة منتير شيير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 3} = -\frac{x}{x^2 - 3} = -f(x)$$

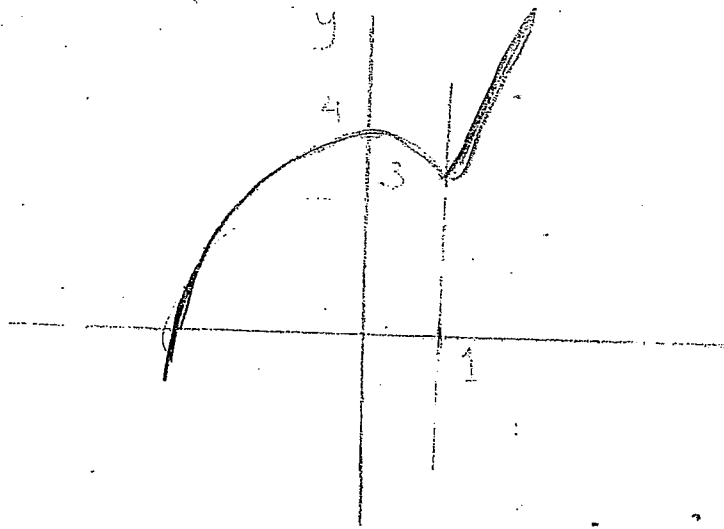
الدالة فردية.

③ $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & x \leq 1 \\ 3x & x > 1 \end{cases}$

في الحالة المعتدلة التعريف الأسهل في الحد ينقسم الحالة

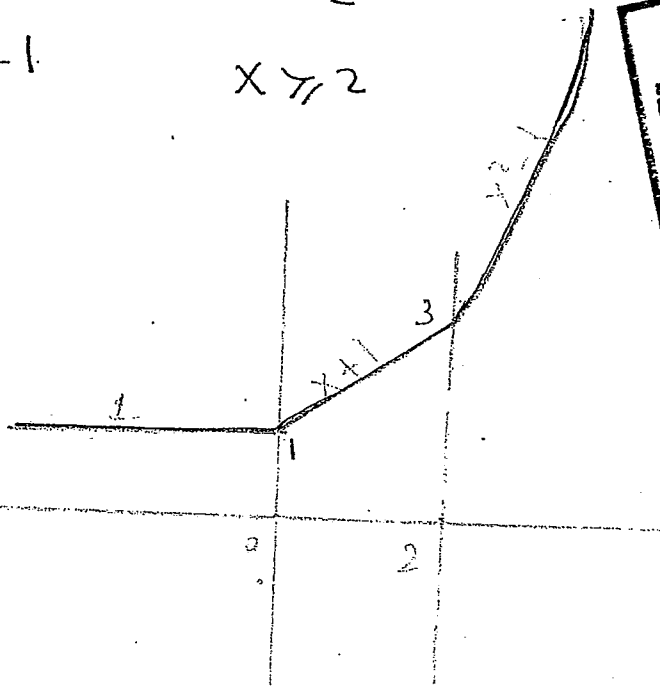
إذا كانت الحالة ← متماثلة حول محور y زوجية
← نقطة الأصل فردية

مجموعة منتير شيير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة



۰۰ لیست زوجیه او فردیه

$$① f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ x+1 & 0 < x < 2 \\ x^2-1 & x \geq 2 \end{cases}$$



مجموعه سنجش شایسته
لغات و معانی
کتابخانه

۰۰ لیست زوجیه او فردیه

مجموعه سنجش شایسته
لغات و معانی
کتابخانه

* نحدد ما إذا كانت الدالة الآتية أحادية أم لا

① $f(x) = 3x - 5$

$f(x_1) = f(x_2)$

نفرض

$3x_1 - 5 = 3x_2 - 5$

$3x_1 = 3x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

∴ أحادية

مجموعة منتزح شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

② $f(x) = x^2 + 1$

$f(x_1) = f(x_2)$

$x_1^2 + 1 = x_2^2 + 1$

$x_1^2 = x_2^2 \longrightarrow x_1 = x_2$

$x_1 = -x_2$

∴ ليست أحادية

مجموعة منتزح شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

* لعل هذه الدالة أحادية نقوم بتحديد قيمة المجال

بدلاً من \mathbb{R} فبمجال $[0, \infty[$ مثلاً

مجموعة منتزح شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

* find The Domain of

(1) $f(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt[4]{7-x}$ الحل

Put $u = \sqrt{x+3}$, $v = \sqrt[4]{7-x}$

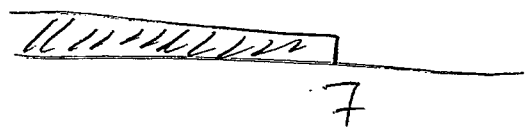
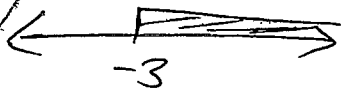
$Du: x+3 \geq 0$

$Dv: 7-x \geq 0$

$x \geq -3$

$x \leq 7$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة



$\sim Df = Du \cap Dg = [-3, 7]$

ex. $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x-5}}$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

كل بكرة جدول \leftarrow

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Solution

Df $\frac{x^2 - 1}{x - 5} \geq 0$

مجموعة سترات شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سترات شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$x \neq 5$ و $x \neq -1$
 $\frac{(x+1)(x-1)}{(x-5)} \geq 0$
 $x=1 \leftarrow$ $x=5 \rightarrow$

نستخدم طريقة الجدول في هذه الحالة
مع البيانات

	$-\infty$	$x = -1$	$x = 1$	$x = 5$	∞
$(x-1)$	-	-	+	+	
$(x+1)$	-	+	+	+	
$x-5$	-	-	-	+	
النتيجة	\ominus	\oplus	\ominus	\oplus	

$\therefore Df = [-1, 1] \cup [5, \infty)$

مجموعة سترات شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Find the Domain for
the function $\sin x$

* إيجاد مجال الدالة
 $\sin x$

كيف يمكن إيجاد معكوس
دالة $\sin x$. داوود هذا المعكوس

How you can get the inverse of this fn.
and find this inverse.

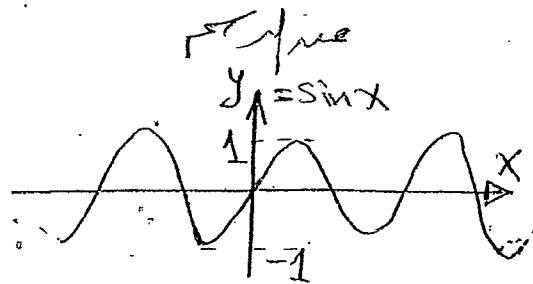
Solution :-

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$y = \sin x$$

مجال الدالة

مجموعة منتسب شخير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة



* لإيجاد معكوس دالة $\sin x$ لا بد من تحويل الدالة أحادية

وكن $y = \sin x$ ليست دالة أحادية من جميع قيم x .
← ولجعل دالة $\sin x$ أحادية نقوم بتحديد مجال

ولكن

$$D_f = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

أو أي قيمة أخرى تجعل الدالة أحادية

* لإيجاد معكوس دالة

$$y = \sin x$$

$$x = \sin^{-1} y$$

$$\hat{=} y = \sin^{-1} x$$

#

مجموعة منتسب شخير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

* Given $f(x)$ و $g(x)$

(حجج)

وذلك هذا المطلوب :-

* $(f \circ g)(x) \equiv f(g(x))$

كل x من $D_{f \circ g}$ و $f(x)$ و $g(x)$ من D_f و $f(x)$ من D_f

مجموعة منتسرين شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

* $(g \circ f)(x) \equiv g(f(x))$

كل x من $D_{g \circ f}$ و $g(x)$ و $f(x)$ من D_g و $f(x)$ من D_f

* $f(k)$

كل x من D_f و $f(x)$ من D_f و $f(x)$ من D_f

مجموعة منتسرين شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

* $f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x)$

Example :- if $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

find the Inverse function $f^{-1}(x)$

and find $(f \circ f^{-1})(x)$

Solution :-

مجموعة منتسرين شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\ln(u) = y$$

مجموعة منتيرث
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

لاحظ

تسمى اللوغاريتم الطبيعي حيث نأخذ

$$\ln(u) = \log(u) = y$$

ملاحظة: $e \rightarrow$ هو العدد (e)

ويسمى عدد أوليكر ويساوي 2.7817181...

هنا ضايف اللوغاريتمات $\therefore u = \frac{y}{e}$

$$y = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$e^y =$

$$\therefore \frac{y}{e} = \frac{x-1}{x+1} \quad \therefore e^y x + e^y = x - 1$$

$$\therefore e^y \cdot x - x = -1 - e^y$$

$$x(e^y - 1) = -(e^y + 1)$$

$$\therefore x = \frac{-(e^y + 1)}{e^y - 1}$$

$$y = f(x) = \frac{-(e^x + 1)}{e^x - 1}$$

مجموعة منتيرث
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة منتيرث
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

حسابها على كل x من
الالة $f(x)$ وضع حكاك لالة
 $(f \circ f^{-1})(x) \Rightarrow \frac{-(e^x + 1)}{e^x - 1} = f^{-1}(x)$

$$\therefore (f \circ f^{-1})(x) = \ln \left[\frac{\left[\frac{-(e^x + 1)}{e^x - 1} \right] - 1}{\left[\frac{-(e^x + 1)}{e^x - 1} \right] + 1} \right]$$

Example: if $f(x) = \frac{2x+3}{e}$

& $g(x) = \tan\left(\frac{x^2 + 4}{x - 1}\right)$

Find $(g \circ f)(x)$ solution

$(g \circ f)(x) = g$ على كل x من
وضع حكاك لالة

$$= \tan \left[\frac{\frac{2(2x+3)}{e} + 4}{\frac{2x+3}{e} - 1} \right]$$

المجال والقيمة Domain & Range

Find the domain & the Range and write down the fⁿ Properties:

- or: 1) $y = \sqrt{4-x^2}$ 2) $y = \sqrt{x^2-4}$
- 3) $y = \sqrt{|x|-3}$ 4) $y = \sqrt{2-|x|}$
- 5) $y = \sqrt{|x|+3}$ 6) $y = \sqrt{x^2+4}$
- 7) $y = \sqrt{|x-7|}$ 8) $y = \sqrt{2-\sqrt{x}}$
- 9) $y = \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{x}}}$ 10) $y = \sqrt{x^2-3x+2}$
- 11) $y = \frac{-1}{\sqrt{x^2-x-6}}$ 12) $y = \sqrt{\frac{x^2-4}{3-x}}$
- 13) $y = \frac{3x}{x^2-4}$ 14) $y = 3 \log(x)$

Solution

1) $y = \sqrt{4-x^2}$ DF $\rightarrow 4-x^2 \geq 0$

$x^2 \leq 4$

$x \leq 2$ $x \geq -2$

$\therefore DF = [-2, 2]$

-2	-1	0	1	2
0	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{3}$	0

Graph:

RF = $[0, 2]$

prop. 1) Even 2) not Injective 3) not Surjective 4) not Bijective

2) $y = \sqrt{x^2-4}$ DF $\rightarrow x^2-4 \geq 0 \therefore x^2 \geq 4$

$x \geq 2$ $x \leq -2$

$\therefore DF =]-\infty, -2] \cup [2, \infty[$

x	-4	-3	-2	2	3	4
y	$\sqrt{12}$	$\sqrt{5}$	0	0	$\sqrt{5}$	$\sqrt{12}$

Graph:

$\therefore RF = [0, \infty[$

1) Even 2) not Injective 3) not Surjective 4) not Bijective

3) $y = \sqrt{|x|-3} \Rightarrow |x|-3 \geq 0$

3) $|x| \geq 3$

$x \geq 3$ $x \leq -3$

$\therefore DF =]-\infty, -3] \cup [3, \infty[$

x	-5	-4	-3	3	4	5
y	$\sqrt{2}$	1	0	0	1	$\sqrt{2}$

Graph:

$\therefore RF = [0, \infty[$

1) Even 2) not InJ 3) not surJ 4) not BiJ

4) $y = \sqrt{2-|x|} \rightarrow 2-|x| \geq 0$

$|x| \leq 2$

$x \leq 2$ $x \geq -2$

$\therefore DF = [-2, 2]$

x	-2	-1	0	1	2
y	0	1	$\sqrt{2}$	1	0

Graph:

$\therefore RF = [0, \sqrt{2}]$

Even, not InJ, not surJ, not BiJ

5) $y = \sqrt{|x|+3}$

لا يوجد أن مائة جذر دائماً

كل قيم $|x|$ موجبة $+3$ موجبة

$\therefore DF = R$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$

Graph:

Even, not InJ, not surJ, not BiJ

6) $y = \sqrt{x^2+4}$

كل قيم x^2 موجبة $+4$ موجبة

$\therefore DF = R$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$

Graph:

$\therefore RF = [2, \infty[$

Even - not InJ - not surJ - not BiJ

7) $y = \sqrt{|x-7|}$

لا يوجد دائماً موجبة أو غير موجبة

كل قيم x

$\therefore DF = R$

x	-2	-1	0	1	2	7
y	3	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	0

Graph:

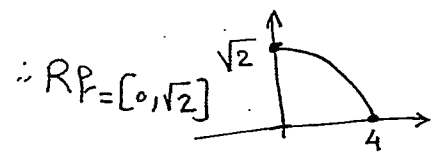
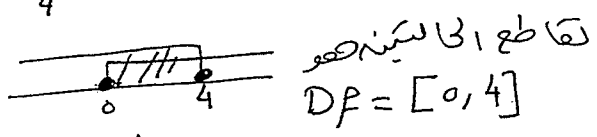
$RF = [0, \infty[$

1) neither even nor odd 2) not InJ 3) not surJ 4) not BiJ

\Rightarrow "not Even"

8) $y = \sqrt{2 - \sqrt{x}}$

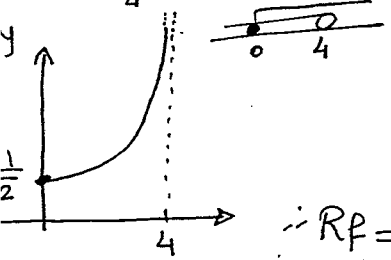
$2 - \sqrt{x} \geq 0$ $x \geq 0$
 2 $\geq \sqrt{x}$
 $4 \geq x$
 $x \leq 4$



neither even nor odd
 not surjective - not Bijective

9) $y = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{x}}}$

$2 - \sqrt{x} > 0$ $x \geq 0$
 $\sqrt{x} < 2$
 $x < 4$



ققاطع 1 بي سينه هو

x	0	1	2	3	4
y	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞

1) neither even nor odd
 2) Injective 3) not surj. 4) not BiJ.

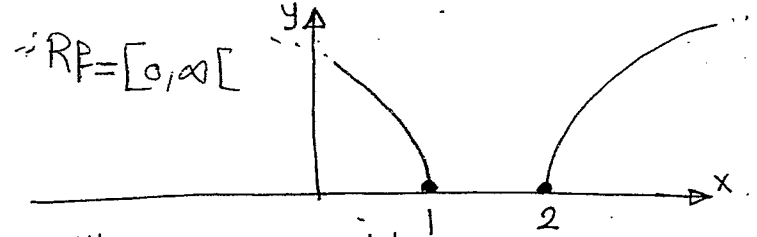
10) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \rightarrow x^2 - 3x + 2 \geq 0$

$(x-1)(x-2) \geq 0$
 $x=1$ $x=2$

	$x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$
$(x-1)$	-	+	+
$(x-2)$	-	-	+
	(+)	-	(+)

$D_f =]-\infty, 1] \cup [2, \infty[$

x	-1	0	1	2	3	4
y	$\sqrt{6}$	$\sqrt{2}$	0	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$



neither even nor odd
 not InJ - not surj. - not BiJ.

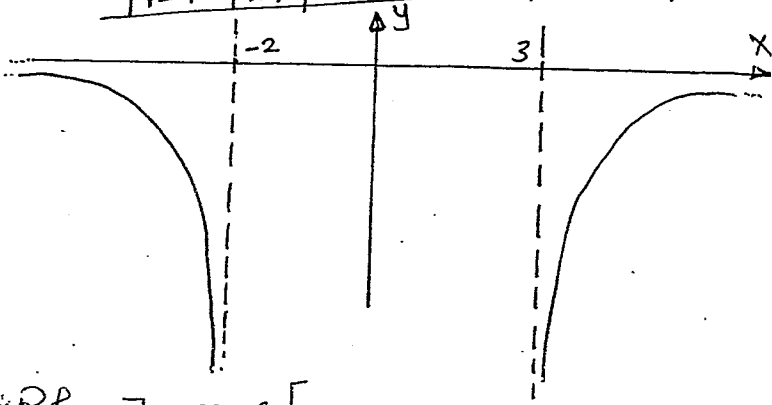
11) $y = \frac{-1}{\sqrt{x^2 - x - 6}} \rightarrow x^2 - x - 6 > 0$

$(x+2)(x-3) > 0$
 $x < -2$ $x > 3$

	$x < -2$	$-2 < x < 3$	$x > 3$
$(x+2)$	-	+	+
$(x-3)$	-	-	+
	(+)	-	(+)

$D_f =]-\infty, -2[\cup]3, \infty[$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{\sqrt{14}}$	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$	$-\infty$	$-\infty$	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{\sqrt{14}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{\sqrt{14}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{\sqrt{6}}$



$R_f =]-\infty, 0[$

- neither even nor odd
 - not InJ - not surj. - not BiJ.

12) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{3 - x}} \Rightarrow \frac{x^2 - 4}{3 - x} \geq 0$

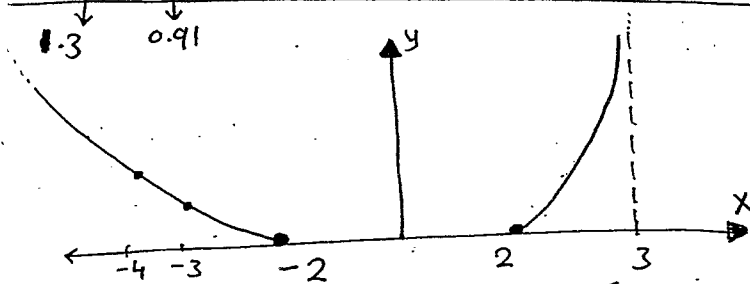
$(x-2)(x+2) \geq 0$
 $x=2$ $x=-2$
 $x \neq 3$

	$x < -2$	$-2 < x < 2$	$2 < x < 3$	$x > 3$
$(x-2)$	-	-	+	+
$(x+2)$	-	+	+	+
$(3-x)$	+	+	+	-
\oplus	-	\oplus	-	

$\therefore Df =]-\infty, -2] \cup [2, 3[$

2, -2 $\xrightarrow{\text{معاينة}} \leftarrow$ $\xrightarrow{\text{معاينة}} 3$

-4	-3	-2	2	2.5	③
$\sqrt{\frac{12}{7}}$	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	0	0	4.5	④



$Rf = [0, \infty[$

neither even nor odd
not InJ. - not surJ. - not BiJ.

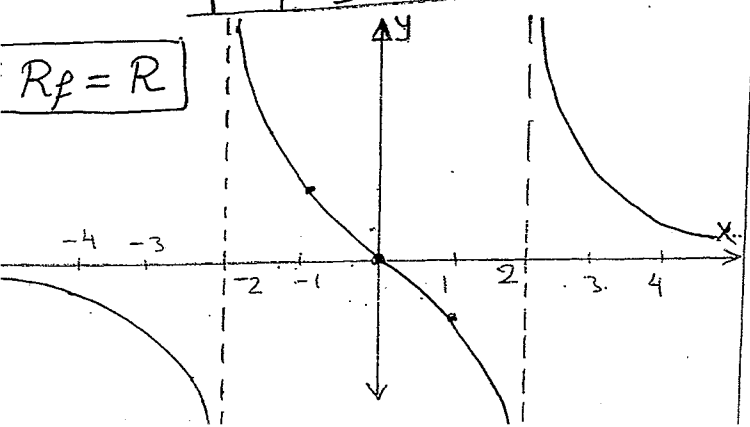
ملاحظة: لا يمكن أن يكون دالة زوجية أو فردية إذا كان لها تقاطع مع المحور y.

⑬ $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$

$Df = R - \{2, -2\}$

x	-4	-3	-2	0	1	2	3	4
y	-1	$-\frac{9}{5}$	∞	0	-1	∞	$\frac{9}{5}$	1

$Rf = R$



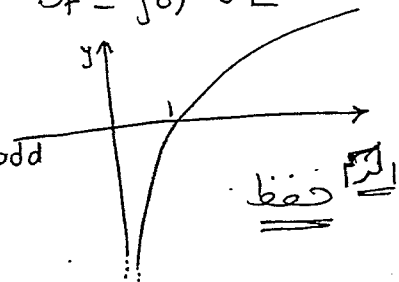
- ① odd f^n
- ② not InJective
- ③ SurJective ($Rf=R$)
- ④ not BiJ.

⑭ $y = 3 \log(x)$

$Df: x > 0$
 $Df =]0, \infty[$

$\therefore Rf = R$

- neither even nor odd
- InJective
- surJective
- BiJective



Example:

$y = \sqrt{3-x} + \sqrt[4]{x+5}$

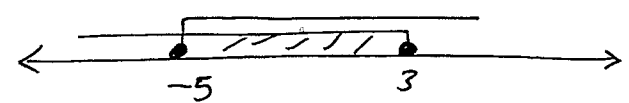
المحل: نوجد مجال كل دالة لوحدها ثم نوجد التقاطع

$3-x \geq 0$

$x+5 \geq 0$

$x \leq 3$

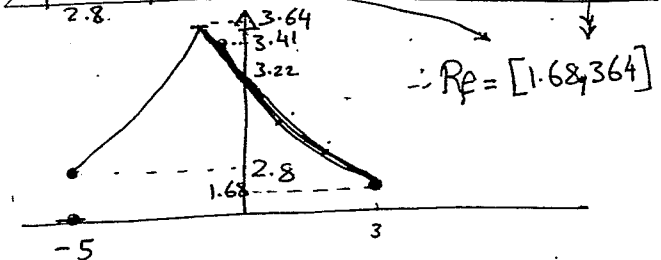
$x \geq -5$



$\therefore Df = [-5, 3]$

لـ y د x Range نرسم الدالة

x	-5	-3	-1	0	1	2	3
y	$\sqrt{8}$	3.64	3.41	3.22	2.98	2.6	1.68

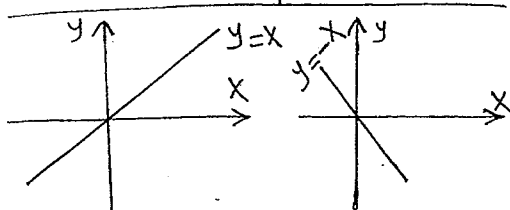


- neither even nor odd
- not InJ.
- not surJ.
- not BiJ.

رسم بعض الدوال

* دالة اللوغاريتم

* دالة الأس



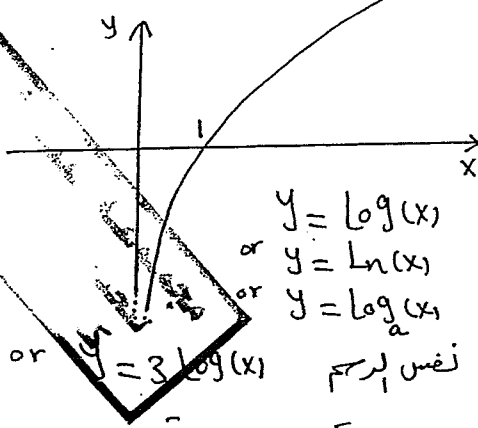
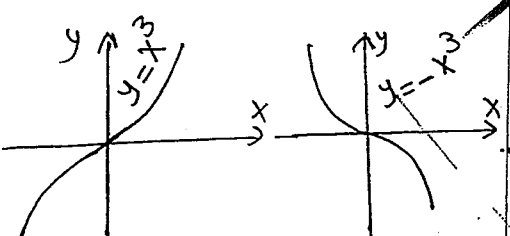
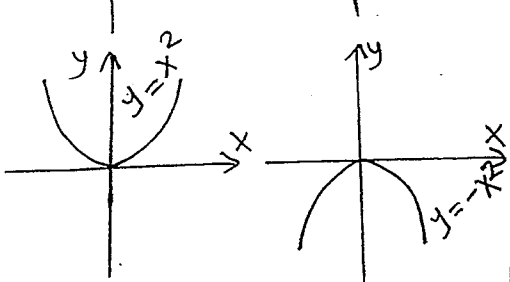
$$y = \log_a(x)$$

$$x = a^y$$

if $a=10 \Rightarrow y = \log(x)$
لا تكثر

if $a=e=2.7$ عدد أويلر

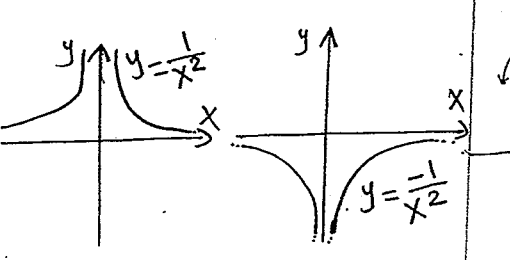
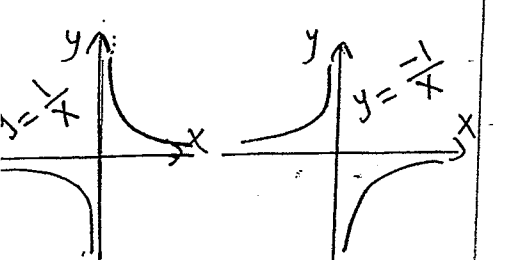
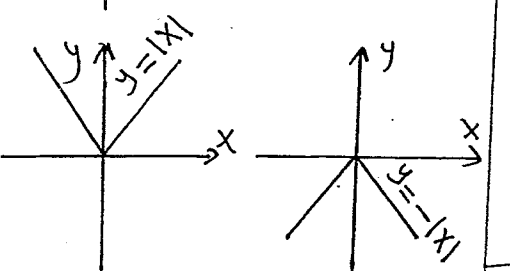
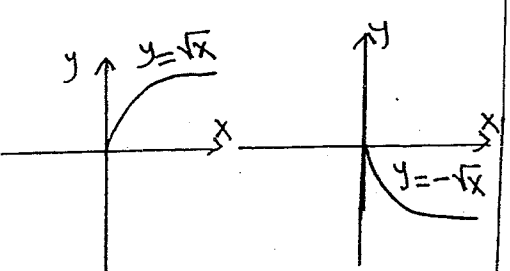
$$y = \log_e(x) = \ln(x)$$



$$Df = x \in]0, \infty[$$

$$Rf = \mathbb{R}$$

- 1- Injective
- 2- surjective
- 3- Bijective
- 4- neither even nor odd



$$\log_a a = 1$$

$$\log_e e = \ln(e) = 1$$

$$\frac{\ln(x)}{e} = x$$

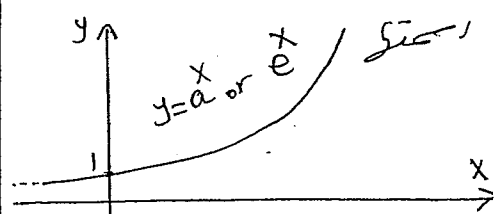
$$\ln(e^x) = x \quad \ln(e) = 1$$

$$\ln(A \cdot B) = \ln(A) + \ln(B)$$

$$\ln\left(\frac{A}{B}\right) = \ln(A) - \ln(B)$$

$$y = a^x \quad \text{ex: } y = 3^x$$

$$2^x, e^x, \dots$$

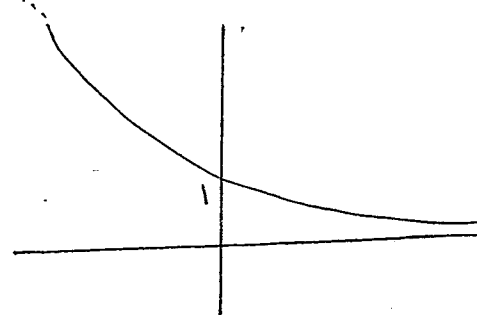


$$Df = \mathbb{R}$$

$$Rf =]0, \infty[$$

- 1- neither even nor odd
- 2- Injective
- 3- not surjective
- 4- not Bijective

$$y = e^{-x} \quad \text{or } a^{-x}$$



$$Df = \mathbb{R}$$

$$Rf =]0, \infty[$$

د نفس دكاشه $y=e^x$

