

سنتر فیوشر

Subject:..... استاتیسٹکس

Chapter:..... الماتریکس

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

## المحاور

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} \quad \text{البداية} \rightarrow \text{النهاية}$$

$$\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}$$

$a_1, a_2, a_3$  مركبات المتجه في اتجاه  $x, y, z$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad \text{مقدار المتجه}$$

متجه الوحدة

=  $\frac{\text{المتجه}}{\text{المقياس}}$

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} =$$

$$= \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k}$$

$\alpha, \beta, \gamma$  زوايا ميل المتجه عن  $x, y, z$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\lambda \vec{a} = \lambda a_1 \vec{i} + \lambda a_2 \vec{j} + \lambda a_3 \vec{k}$$

$$\vec{A} \pm \vec{B} = (a_1 \pm b_1) \vec{i} + (a_2 \pm b_2) \vec{j} + (a_3 \pm b_3) \vec{k}$$

①

① الضرب القياسي

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$= |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

الناجئ لـ  $\vec{A}$  في  $\vec{B}$

$$\vec{A} \perp \vec{B}$$

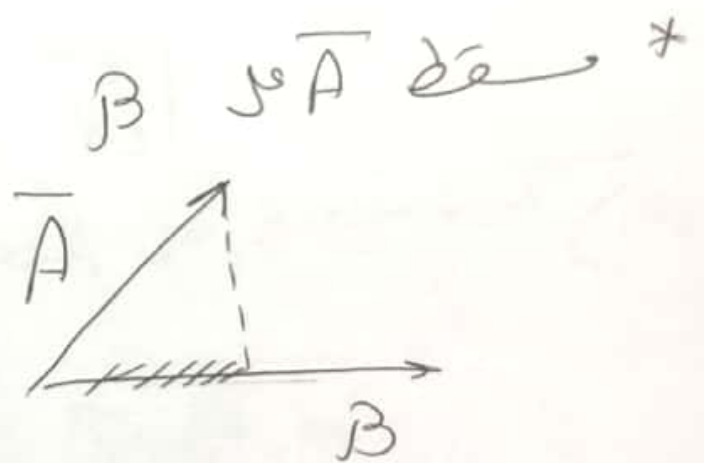
الزاوية بين المتجهين

if  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

$$= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$$

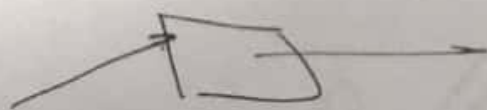
$$= \vec{A} \cdot \hat{\vec{B}}$$



\* العمل المبذول من القوة  $\vec{F}$  في حركته من  $A$  إلى  $B$

$$\vec{r} = \vec{B} - \vec{A}$$

$$\text{work} = \vec{F} \cdot \vec{r}$$



\* مركبات المتجه  $\vec{A}$  في اتجاه  $\vec{B}$  والعكس

مرتبة  $\vec{A}$  في اتجاه  $\vec{\beta}$

$$= \left( \frac{\vec{A} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{\beta}|} \right) \hat{\beta} = (\vec{A} \cdot \hat{\beta}) \hat{\beta} = \vec{C}$$

مرتبة  $\vec{A}$  العمودي على  $\vec{\beta}$

$$\vec{D} = \vec{\beta} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} - \vec{C} = \vec{D}$$

الضرب المتجهي

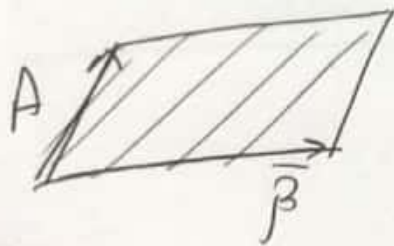
$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

الناتج كمية متجهة تمثل السطح العمودي على  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta =$$

مساحة متوازي أضلاع



$$\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|} = \hat{n}$$

متجه الوحدة العمودي

if  $\vec{A} \times \vec{B} = 0$  then  $\vec{A} \parallel \vec{B}$

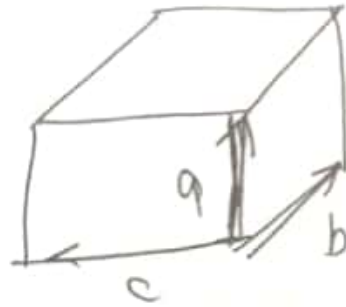
## الضرب التكراري القياسي

$$\overline{A} \cdot (\overline{B} \times \overline{C}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

النتيجة هي قياسية مثل حجم متوازي السطوح

$$\overline{a} \cdot (\overline{b} \times \overline{c}) =$$

المجموع تقع في مستوى واحد



## الضرب التكراري المتجهي

$$\overline{A} \times (\overline{B} \times \overline{C})$$

$$= (\overline{A} \cdot \overline{C}) \overline{B} - (\overline{A} \cdot \overline{B}) \overline{C}$$

اذا كان

$$\bar{A} = 2i + 3j - 5k$$

$$\bar{B} = 2i + j + 2k$$

$$\bar{C} = 6i + 3j + 2k$$

$$\bar{D} = 7i + j + 4k$$

① احس  $|A|$  ومسب الوحدته والزاوية الزائدية  
(لا تأمته)

② احس  $2A + 3\bar{B}$  احس  $\bar{A} \cdot \bar{B}$  والزاوية بينهم  
مسقط  $\bar{A}$  على  $\bar{B}$  مركبات  $\bar{A}$  في اتجاه  $\bar{B}$   
والعمودي على  $\bar{B}$

③ احس  $\bar{A} \times \bar{B}$  ومات المتل في الزاوية  $\bar{A}$  و  $\bar{B}$  ضلع  
متجاورين ومسب الوحدته العمودي على مسكول

④ احس في  $\lambda$  التي يغل  $A, d$  متعايرين

⑤ احس في  $\lambda$  التي يغل  $B, c, d$  تقع في مستوى

⑥ احس  $A \cdot (B \times C)$  وحجم متوازي السطوح

⑦ احس  $\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C})$

⑧



$$|A| = \sqrt{4 + 9 + 25} = \sqrt{38} \neq$$

$$\hat{A} = \frac{2i + 3j - 5k}{\sqrt{38}} \quad \neq$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{38}}, \quad \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{38}}$$

$$\cos \theta = \frac{-2}{\sqrt{38}}$$

$$2\vec{A} + 3\vec{B} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k} + [6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}]$$
$$= 10\vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k} \neq$$

$$\overline{A} \cdot \overline{B} = 4 + 3 - 10 = -3 \neq$$

$$\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \cos \theta = \frac{-3}{\sqrt{38} \sqrt{9}} = \frac{-1}{\sqrt{38}}$$

$$\frac{\overline{A} \cdot \overline{B}}{|B|} = \frac{-3}{-1} = 3 \quad \text{--- } \overline{A} \text{ deo}$$

$$\overline{C} = \left( \frac{A \cdot \overline{B}}{|B|} \right) \hat{B} = -1 \frac{(2i + j + 2k)}{3}$$

مرتبة  $\bar{A}$  في اتجاه  $B$

$$\bar{C} = -\frac{2}{3}i - \frac{5}{3}j - \frac{2}{3}k$$

مرتبة  $A$  (الحدود)  $\beta$

$$\bar{d} = \bar{A} - \bar{C}$$

$$= (2i + 3j - 5k) - \left(-\frac{2}{3}i - \frac{5}{3}j - \frac{2}{3}k\right)$$

$$\bar{d} = \frac{8}{3}i + \frac{10}{3}j - \frac{13}{3}k \neq$$

$$\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$



$$= 11i - 14j - 4k$$

$$|\bar{A} \times \bar{B}| = \sqrt{121 + 196 + 16} = \sqrt{343}$$



$$A = \frac{1}{2} \sqrt{343}$$

مات الشعلة



$$\hat{n} = \frac{\bar{A} \times \bar{B}}{|\bar{A} \times \bar{B}|} = \frac{11i}{\sqrt{343}} - \frac{14j}{\sqrt{343}} - \frac{4k}{\sqrt{343}}$$



$$\overline{A} \cdot \overline{d} = 0 = 2\lambda + 3 - 20 = 0$$

$$2\lambda = 17$$

$$\lambda = 8.5 \neq$$

علیٰ  $c, d, \beta$  تقع في مستوى واحد

$$\overline{B} \cdot (\overline{c} \times \overline{d}) = 0 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \\ \lambda & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$2[10] - [24 - 2\lambda] + 2[6 - 3\lambda]$$

$$-4 + 2\lambda + 12 - 6\lambda = 0$$

$$-4\lambda + 8 = 0$$

$$\lambda = 2$$

$$A \cdot (\beta \times c) = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2(-4) - 3(-8) - 5(0)$$

$$-8 + 24 = \underline{\underline{16}}$$

المتوازيات هي 16

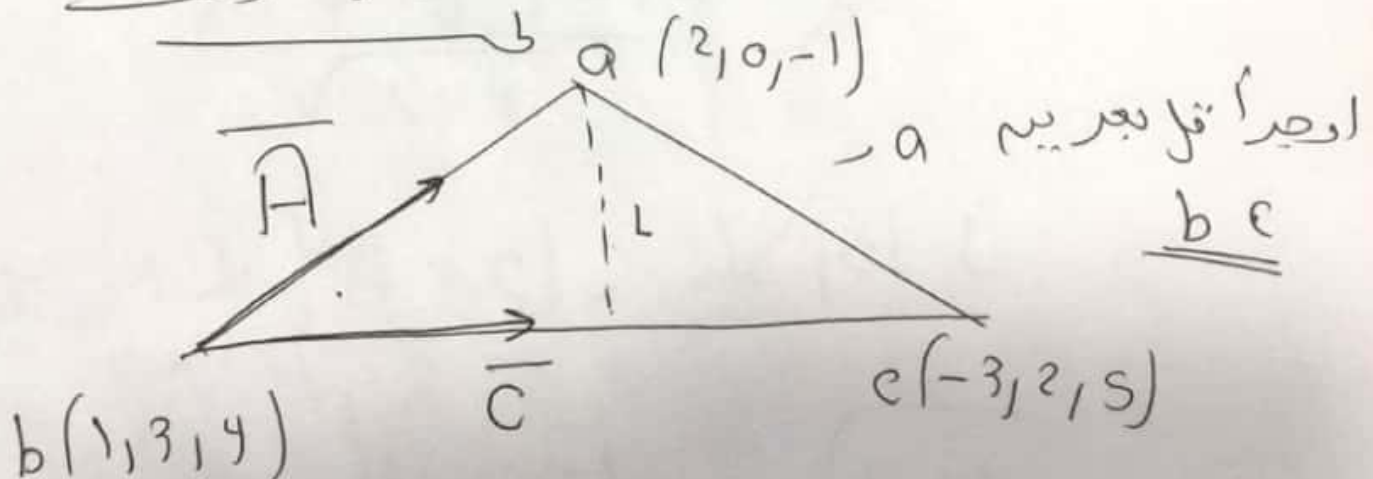
$$\begin{aligned}\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) &= (\bar{A} \cdot \bar{C}) \bar{B} - (\bar{A} \cdot \bar{B}) \bar{C} \\ &= (12 + 9 - 10) \bar{B} - (4 + 3 - 10) \bar{C} \\ &= 11 \bar{B} + 3 \bar{C}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 22i + 11j + 22k + 18i + 9j + 6k \\ &= 40i + 20j + 28k\end{aligned}$$

اذلا ت

$$B(1, 3, 4), A(2, 0, -1), C(-3, 2, 5)$$

نقالم غطه ردر مثلث امبر  
م من المثلث، منجى الوحده الموحده



$$\bar{A} = i - 3j - 5k$$

$$\bar{C} = -4i - j + k$$

9

$$\Delta = \frac{1}{2} |\overline{A} \times \overline{C}|$$

$$\overline{A} \times \overline{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -3 & -5 \\ -4 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2\hat{i} + 19\hat{j} - 13\hat{k}$$

$$\Delta = |\overline{A} \times \overline{C}| = \sqrt{4 + 381 + 169}$$

$$= \sqrt{554}$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \sqrt{554} \quad \#$$

منه الوحدة العودية <sup>سواء</sup>

$$\hat{n} = \frac{2\hat{i} + 19\hat{j} - 13\hat{k}}{\sqrt{554}} \quad \#$$

$$\Delta = \cancel{\frac{1}{2}} |\overline{A} \times \overline{C}| = \cancel{\frac{1}{2}} |\overline{C}| \cdot L$$

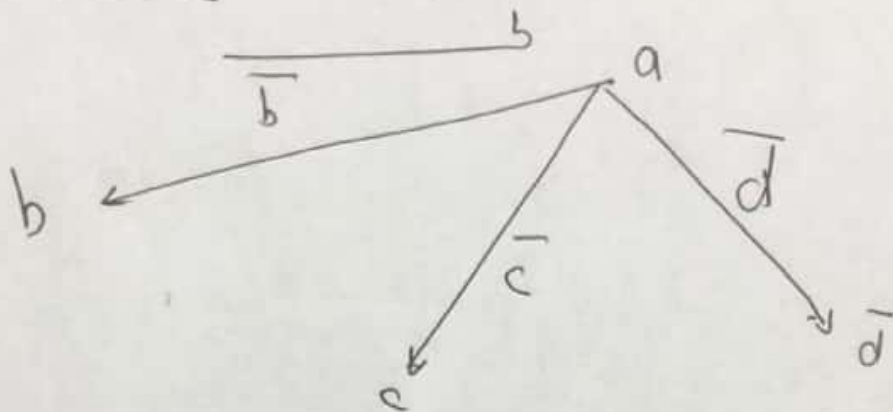
$$L = \frac{|\overline{A} \times \overline{C}|}{|\overline{C}|} = \frac{\sqrt{554}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{554}{18}} \quad (1)$$

اذا كانت  $a(1, 2, -1)$  ,  $b(0, 3, 5)$

$c(1, -2, 4)$   $d(1, 1, 1)$

لأربع نقاط هل النقاط في مستوى واحد لا

اذا كانت في مستوى واحد او غير ذلك  
اذا كانت لا ارى حجم متوازي السطوح



$$\overline{ab} = \overline{b} = -i + j + 6k$$

$$\overline{ac} = \overline{c} = 0i - 4j + 5k$$

$$\overline{ad} = \overline{d} = 0i - j + 2k$$

$$\overline{b} \cdot (\overline{c} \times \overline{d}) = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$- [-8 + 5] = 3 \neq 0$$

النقاط الأربع لا تقع في مستوى واحد

⑪ حجم متوازي السطوح هو 3