ملخص قانون جاوس

⇐ الفيض الكهربي لسطح ما : $\left(\phi_E \equiv \frac{N m^2}{C}\right)$ ← "قياسية"

هو عدد خطوط المجال الكهربي التي تمر عمودياً خلال وحدة المساحات.

$$\phi_E = \bar{E} \cdot \bar{A} = E A \cos(\theta)$$

حيث :

(E) قيمة المجال على السطح.

(A) مساحة السطح

(θ) الزاوية بين خطوط المجال والعمودي على السطح وللخارج.

حساب الفيض

(E منتظم) & (A منتظم)

$E \perp A$	$E \parallel A$
$\theta = 0, 180$	$\theta = 90$
$\cos(\theta) = \pm 1$	$\cos(\theta) = 0$
$\therefore \phi_{max} = \pm EA$	$\therefore \phi_{min} = 0$

الإخلال بأحد الشرطين

$$\phi_E = \int d\phi_E = \int E \cdot dA$$

⇐ لاحظ:

٠) الفيض الكهربي خلال سطح ← يتناسب مع عدد خطوط المجال الصافية التي تخترق السطح i.e $(N' = N_{out} - N_{in})$.

ϕ_E

موجب	صفر	سالب
$N_{in} < N_{out}$	$N_{in} = N_{out}$	$N_{in} > N_{out}$
أي كل الخطوط "N_{out}"		أي كل الخطوط "N_{in}"

قانون جاوس

* الغرض: حساب المجال للأجسام المشحونة دون تكاملات معقدة.

*) القانون: هو قانون يربط بين الفيض الكهربي "لسطح وهمي مغلق ← سطح جاوس"، وقيمة الشحنة الكلية التي يحويها السطح.

$$\Rightarrow \phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0}$$

*) لاحظ:

① الفيض الكهربي لا يعتمد على شكل السطح، ولكن يعتمد على الشحنة الموجودة داخل السطح المغلق.

② الفيض الكهربي لسطح مغلق لا يحوي شحنات بصفر

③ يُراعى أخذ الإشارات الجبرية في الاعتبار عند تجميع الشحنات بداخل السطح المغلق أي "خذ كل شحنة بإشارتها".

*) شروط اختيار سطح جاوس:

١- أن يكون سطح مغلق ويحوي الشحنة بداخله
٢- ويمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها لـ فيكون (E=Cons) وقدر أطلعه بره التكامل.

٣- أن يكون السطح عمودي على المجال أو موازي

$\Downarrow$ $\cos[0, 180] = \pm 1$ $\Downarrow$ $\cos[90] = 0$

* مساحة الكرة = $4\pi r^2$
* حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi r^3$

* المساحة الجانبية للإسطوانة = $2\pi r \cdot L$
* حجم الإسطوانة = $\pi r^2 \cdot L$

شكل سطح جاوس

كره
- شحنه نقطيه (تقع في مركز سطح جاوس).
- كره (قشره كرويه). (متحدة المركز مع سطح جاوس)

اسطوانه
- سلك طويل.
- اسطوانه.
- مستوى.

- متى تكون قيمة المجال ثابته عند أي نقطه على سطح جاوس ← وأقدر أطلعه برا التكامل.

- ملحوظه هامه جداً:

① الشحنه تستقر على سطح الجسم (موزعه بانتظام على السطح) i.e:
- لو الجسم (موصل) ← موصل مصمت ← موصل معزول.
- لو الجسم غير موصل (معزول) ومجوف (جسم مفرغ) وليس له قشره

② الشحنه تستقر على حجم الجسم (داخل الجسم) i.e أي موزعه بانتظام على الحجم
- لو الجسم غير موصل (معزول) ومصمت أو ليه قشره.

③ خطوات الحل في أي مسئله:
- اعمل تخطيط لخطوط المجال الخارجه من الشحنه.
- احسب المجال عند النقطه (P) التي تبعد مسافه (r) من مركز الجسم بحيث يرسم سطح جاوس (أياً كان شكله) بيها.
- خد عنصر مساحه اتجاهه (عمودي أو موازي) لخطوط المجال.

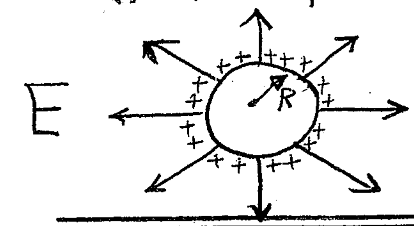
الشحنه

④ لو عندي شحنه (جسم) داخل شحنه أخرى (جسم آخر)، فلو الجسم الخارجي موصل (يتكون شحنه بالحث على ذلك السطح وخطوط مجال الشحنه الداخليه لا تخترق الموصل. (العكس لو كان السطح الخارجي غير موصل)

حساب المجال الناشئ عن

كرة موصلة

* الشحنة موجودة على سطحها الخارجي فقط.



* لها كثافة شحنة سطحية

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi R^2}$$

* حساب المجال :-

أ) داخل الكرة ← $(r<R)$

$$E = 0$$

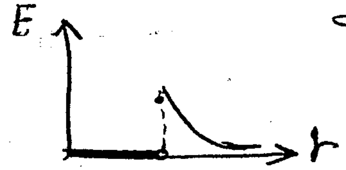
ب) سطح الكرة ← $(r=R)$

$$E = kq/R^2$$

ج) خارج الكرة ← $(r>R)$

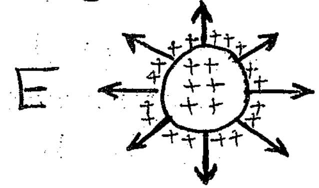
$$E = kq/r^2$$

* رسم المجال كدالة في المسافة



كرة غير موصلة (مصمتة)

* الشحنة موزعة على حجمها أي خارج وداخل الكرة.



* لها كثافة شحنة حجمية

$$\rho = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

* حساب المجال :-

أ) داخل الكرة ← $(r<R)$

$$E = kq\cancel{r}/R^3$$

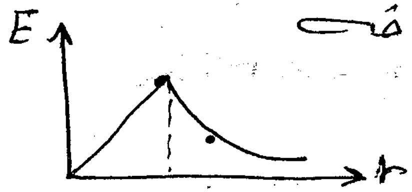
ب) سطح الكرة ← $(r=R)$

$$E = kq/R^2$$

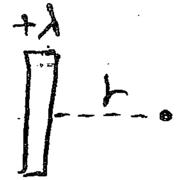
ج) خارج الكرة ← $(r>R)$

$$E = kq/r^2$$

* رسم المجال كدالة في المسافة



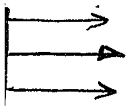
سلك لانهائي



$$E = \frac{2k\lambda}{r}$$

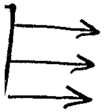
الألواح

أ) لوح غير موصل



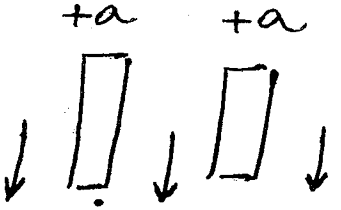
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ب) لوح موصل

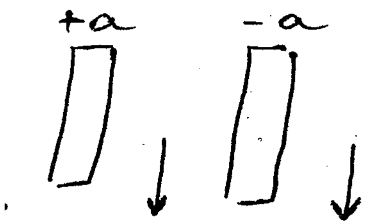


$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

ج) لوحان موصلان



$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $\quad E = 0 \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$



$0 \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad E = 0$

إثباتات قانون جاوس

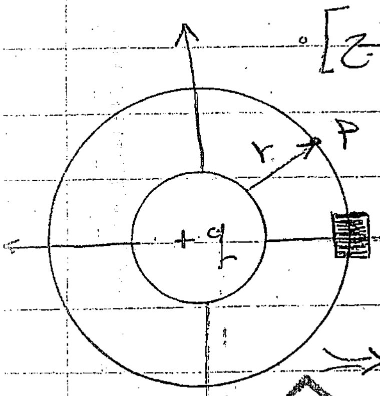
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

أمثلة :

(1) باستخدام قانون جاوس احسب المجال الكهربي الناتج من شحنة نقطية معزولة؟

<<Sol>>

∴) يمكن احسب المجال من الدرس الثاني ← $[E = kq/r^2]$ ، ولكنه اشترط استخدام قانون جاوس ← [ويجب أن يعطي نفس الناتج].



∴) let q :- (4 lines)

$dA \rightarrow E \rightarrow [\because \theta = 0 \rightsquigarrow \because \cos(0) = 1]$.

$$\Rightarrow \because \phi_E = \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in} / \varepsilon_0$$

$$\because \oint E \, dA \cos(0) = q/\varepsilon_0 \Rightarrow \because E \oint dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\because EA = q/\varepsilon_0 \longrightarrow \because E(4\pi r^2) = q/\varepsilon_0$$

$$\because E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = kq/r^2$$

∴) واتجاهه في اتجاه انصاف الاقطار للخارج

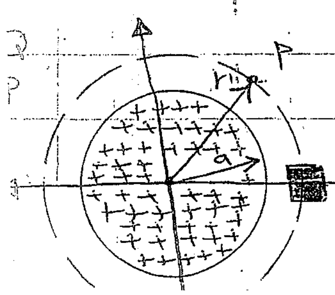
(2) كرة مصمتة وغير موصلة نصف قطرها (a) ، وكثافة الشحنة الحجمية لها (ρ) وشحنتها الكلية (Q). فاحسب قيمة المجال الكهربي عند :

(a) عند نقطة (خارج - داخل - على سطح) سطح الكرة؟

<<Sol>>

∴) ∴ الكرة مصمتة وغير موصلة ← الشحنة موزعة على حجم الكرة.

(a) حساب المجال عند نقطة (P) خارج الكرة وعلى بعد (r_1)



$$\because \phi = \oint E_1 \cdot dA_1 = \Sigma q_{in} / \varepsilon_0$$

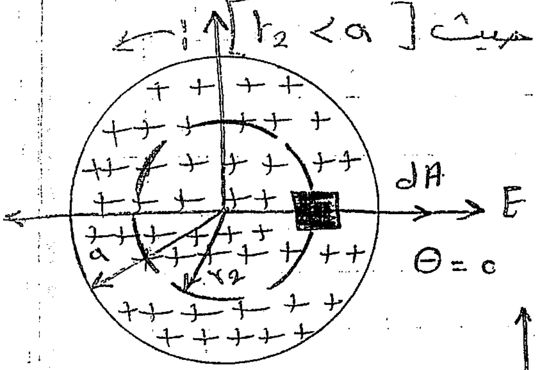
$$\because \oint E_1 \, dA_1 \cos(\theta) = Q/\varepsilon_0$$

$$\Rightarrow \therefore E_1 \oint dA_1 = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E_1 A_1 = Q/\varepsilon_0$$

$$\therefore E_1 (4\pi r_1^2) = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{KQ}{r_1^2}$$

$$\longrightarrow \therefore \boxed{E_1 \propto \frac{1}{r_1^2}}$$

ب) حساب المجال عند نقطة (P) على بعد (r_2) حيث [$r_2 < a$] :



$$\therefore \oint E_2 \cdot dA_2 = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\theta = 0 \quad \therefore \oint E_2 dA_2 \cos\theta = q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore E_2 \oint dA_2 = \frac{\rho\left[\frac{4}{3}\pi r_2^3\right]}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \rho = Q/V \;,\; V = \frac{4}{3}\pi(\text{نق})^3$$

$$\therefore E_2 (\cancel{4\pi} \cancel{r_2^2}) = \frac{\rho\left[\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi} r_2^{\cancel{3}}\right]}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore Q = \rho V$$

$$\therefore \boxed{E_2 = \frac{(\rho) r_2}{3\varepsilon_0}}$$

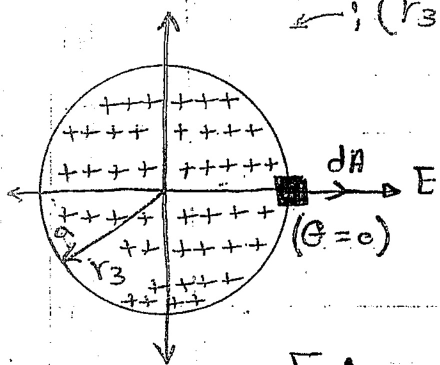
$$\therefore Q = \rho\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)$$

$$\therefore E_2 = \frac{\left(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}\right) r_2}{3\varepsilon_0} = \frac{Q r_2}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$$

$$\therefore q_{in} = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r_2^3\right)$$

$$\therefore E_2 = \frac{KQ r_2}{a^3} \longrightarrow \boxed{\therefore E_2 \propto r_2}$$

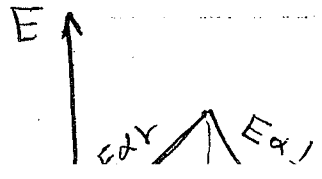
ج) حساب المجال عند نقطة (P) على بعد (r_3) حيث ($r_3 = a$) :



يوجد (٣) طرق :

١- بالتعويض في رقم (P) حيث [$r_1 = a \longrightarrow \infty$]

$$\longrightarrow \therefore E_3 = \frac{KQ}{a^2} \longrightarrow \boxed{\therefore E_3 \propto \frac{1}{a^2}}$$



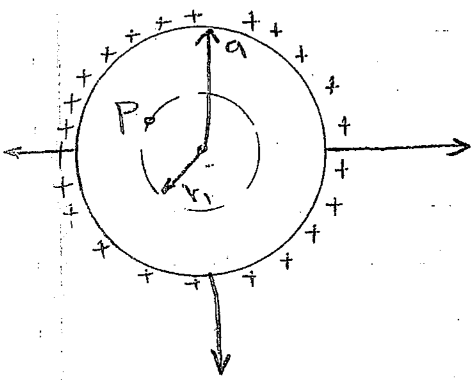
2

(١) كرة موصلة نصف قطرها (a) وشحنتها الكلية (Q)، احسب المجال عند كل الأماكن الممكنة؟

<< Sol >>

الحل :- الكرة موصلة ← ∴ الشحنة موزعة على سطح الكرة فقط.

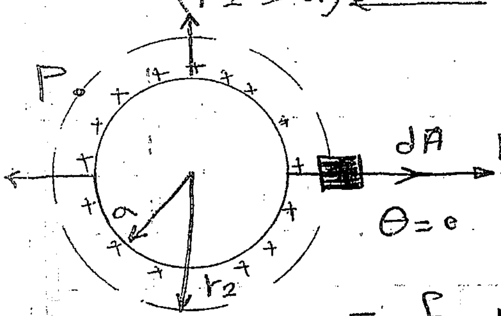
(P) حساب المجال عند نقطة (P) على بعد (r_1) حيث ($r_1 < a$)



$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\therefore E = 0$$

(ب) حساب المجال عند النقطة (P) على بعد (r_2) حيث ($r_2 > a$)



$$\therefore \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in} / \varepsilon_0$$

$$\theta = 0 \qquad \therefore \oint E \, dA \cos\theta = Q / \varepsilon_0$$

$$\therefore E \oint dA = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore EA = Q/\varepsilon_0$$

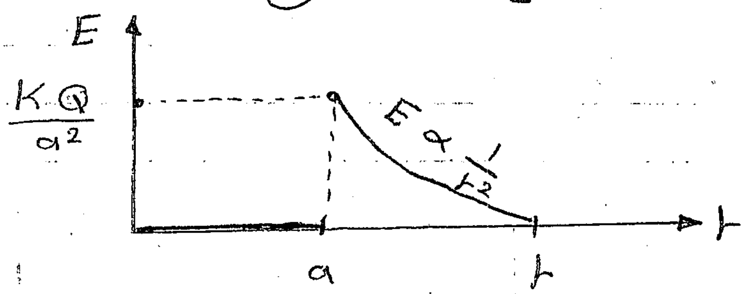
$$\therefore E(4\pi r_2^2) = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{kQ}{r_2^2}$$

$$\therefore E \propto \frac{1}{r_2^2}$$

(جـ) حساب المجال عند نقطة (P) على بعد (r_3) حيث ($r_3 = a$)

From (ب) at $[r_3 = r_2 = a] \Rightarrow \therefore E = \frac{KQ}{a^2}$

$$\therefore E \propto \frac{1}{a^2}$$



①- قشرة كروية موصلة نصف قطرها (14 cm) وشحنتها الكلية [32 μC] موزعة بانتظام على سطحها . احسب قيمة المجال عند بعد [(10 & 20) cm] من مركز القشرة الكروية !؟

<< Sol >>

$\longrightarrow [a = 14\ Cm \ ,\ Q = 32\ \mu C]$

Ⓕ $at\ (r = 10\ Cm) \longrightarrow E = 0$

Ⓞ $at\ (r = 20\ Cm) \longrightarrow \therefore E = \frac{KQ}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9)(32 \times 10^{-6})}{(20 \times 10^{-2})^2} = 7.2 \times 10^6\ \frac{N}{C}$

- واتجاه المجال يكون في اتجاه أنصاف الأقطار وللخارج .

- ملحوظة : - ٥) لو الشحنة سالبة - اللي هيختلف اتجاه المجال - سيصبح في اتجاه أنصاف الأقطار وللداخل .

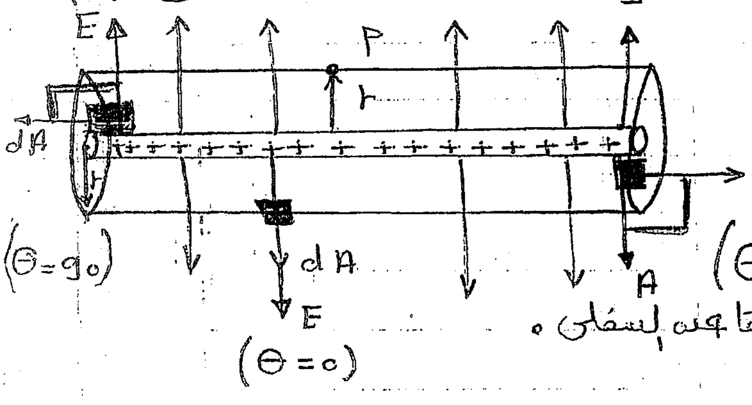
⇐ سطح جاوس اسطواني ⇒

[3]

①- سلك (قضيب) لانهائي الطول ، مشحون بشحنة كثافتها الطولية (λ) . فما قيمة المجال الكهربي عند أي نقطة تبعد مسافة (r) من القضيب !؟

<< Sol >>

٥)- نفترض أن سطح جاوس اسطوانة [طولها (L)] ونصف قطرها (r)



٥) $\longrightarrow \therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$

٥)- ونحسب التكامل : -

- يوجد لدينا (٣) أسطح : - (θ = 90)

① القاعدة العليا . ② القاعدة السفلى .

③ السطح الاسطواني الجانبي .

ولذا هنقسم التكامل لـ (٣) أجزاء ←

$$\Rightarrow \underbrace{\oint A\cdot dA}_{\text{العليا}} + \underbrace{\oint E\cdot dA}_{\text{السفلى}} + \underbrace{\oint E\cdot dA}_{\text{الجانبي}} = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

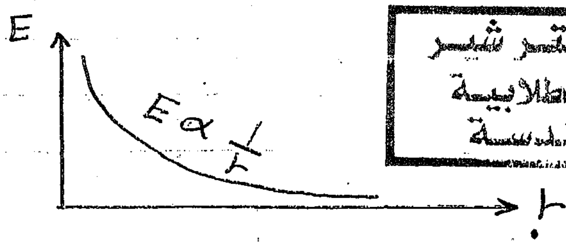
$$\oint A\,dA\cos\underbrace{\theta}_{0} + \oint E\,dA\cos\underbrace{\theta}_{0} + \oint E\,dA\cos\underbrace{\theta}_{1} = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore E\oint dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E A^{\cdot} = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

الجانبي

$$\because \lambda = \frac{q}{L} \longrightarrow \therefore q_{in} = \lambda L \rightarrow \therefore E(2\pi r \cancel{L}) = \lambda \cancel{L}/\varepsilon_0$$

$$\boxed{E \propto \frac{1}{r}} \longleftarrow \therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2k\lambda}{r}$$



إذا كانت كثافة الشحنة الطولية (λ) لخط لانهائي الطول ($-90\,\mu C/m$).
أوجد المجال الكهربي على بعد [(10 - 20 - 100) cm].
من الخط المشحون حيث هذه المسافات مقاسة عمودياً من الخط؟

<< 5.1 >>

(P) at ($r = 10$ cm)

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{2k\lambda}{r} = \frac{2(9\times10^{9})(90\times10^{-6})}{0.1} = 16.2\times10^{6}\ N/C$$

واتجاه المجال لداخل الخط.

[(b), (c)] ← "نفس الكلام"

4) أوجد المجال الكهربي لنا شيء من نوع (مستوى) لا نهائي مشحون بشحنة كثافتها السطحية (σ) ؟!

<< Sol >>

- أخدنا فيما سبق أن المجال لجسم مشحون بشحنة سطحية (قرص):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$

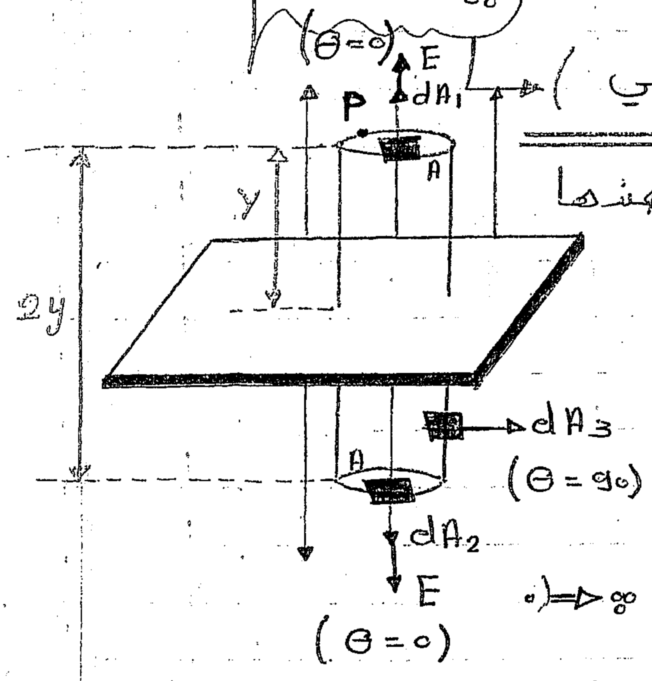
where: (x) بعد النقطة ، (R) نق للحلقة

- وقولنا لو الحلقة أصبحت مستوى (i.e $R = \infty$) ينتج المجال ده

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

(هذا المجال لا يعتمد على بعد النقطة)

(عاوزين نوصل للعلاقة دي دلوقتي)



- نفرض أن النقطة المراد حساب المجال عندها تبعد مسافة (y) فوق المستوى،

- نختار سطح جاوس في هذه الحالة عبارة عن اسطوانة مساحة مقطعها (A) وارتفاعها ($2y$)، وتمر بالنقطة (P).

$$\therefore \oint E\cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

عندي 3 سطح $\therefore$ التكامل سينقسم لثلاثة أجزاء

$$\Longrightarrow \therefore \oint_{\text{السفلي}} E\cdot dA + \oint_{\text{العليا}} E\cdot dA + \oint_{\text{الجانبي}} E\cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore \oint E\,dA\,\underbrace{\cos(0)}_{1} + \oint E\,dA\,\underbrace{\cos(0)}_{1} + \oint E\,dA\,\underbrace{\cos(90)}_{0} = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore 2E\cancel{A} = \frac{\sigma \cancel{A}}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ولكن في الداخل تكون محصلتهم : ←
"الاسم مكثف"

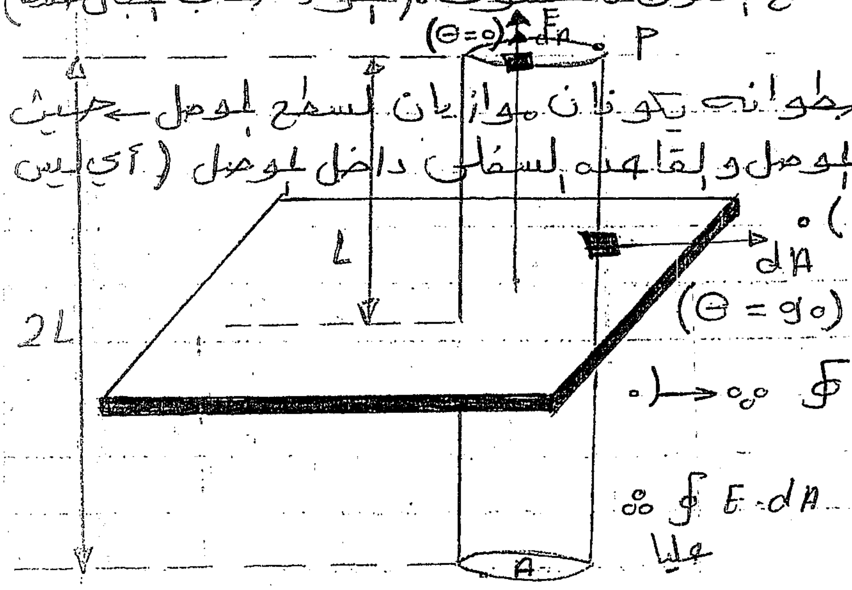
$$\therefore E_{T|_B} = E_1 + E_2$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Longrightarrow \therefore \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

لاحظ : ← قيمته أيضاً لا تعتمد على المسافة.
ولو لاحظنا أن لو كان لهما نفس نوع الشحنة فإن المجال سيلاشى في الداخل ولكنه سيتواجد على الجانبين بقيمة ← $\left[E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right]$

5

المجال داخل موصل مشحون :
لإيجاد المجال الناشئ عن مستوى لانهائي موصل ومشحون بشحنة كثافتها السطحية (σ)
<< $S \cdot \ell$ >>
شحنة الموصل تستقر على سطحه الخارجي فقط.
حساب المجال :
نختار سطح جاوس اسطواني طولها (2ℓ) بحيث تمر بالنقطة (P) على بعد (ℓ) من السطح العلوي للمستوى. (المراد حساب المجال عندها)



بحيث قاعدتي الاسطوانة يكونان موازيان لسطح الموصل حيث القاعدة العليا خارج الموصل والقاعدة السفلى داخل الموصل (أي ليس عليها شحنة أو مجال).

$$\therefore \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in} / \varepsilon_0$$

$$\therefore \underset{\text{عليا}}{\oint E \cdot dA} + \underset{\text{سفلى}}{\oint E \cdot dA} + \underset{\text{جانبي}}{\int dA \cdot E} = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \oint E\, dA \underbrace{\cos\theta}_{1} + \oint E \underbrace{dA \cos(\theta)}_{0} + \int E\, d\underbrace{A \cos(90)}_{0} = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$E A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Longrightarrow \therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

قانون جاوس

CH # 3

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

*) الفيض الكهربي: "ϕ_E"

هو عدد خطوط المجال التي تمر عمودية على السطح. (وهو كمية قياسية)

→ $\phi_E = E.A \equiv N.m^2/C$

→ General law: → "$\phi_E = EA\cos\theta$"

حيث:

① (E): قيمة المجال الكهربي.

② (A): قيمة مساحة السطح.

③ (θ): الزاوية بين خطوط المجال والعمودي على السطح الخارج.

$\oint_E$

مجال كهربي منتظم → خطوط المجال

- عمودية على السطح: $\theta = [0, 180] \rightarrow \cos(0) = (\pm 1)$ ∴ $\phi_E = EA(\pm)$ $\binom{+ve}{-ve}$
- موازية للسطح: $\theta = 90 \rightarrow \cos(90) = 0$ ∴ $\phi_E = 0$
- مائلة على السطح بزاوية (θ): ∴ $\phi_E = EA\cos(\theta)$

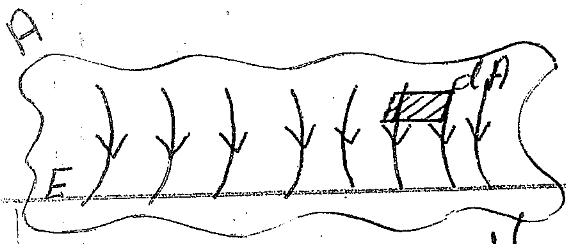
مجال كهربي غير منتظم ⇓

$\phi_E = \int E \cdot dA$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

① المجال الكهربي المنتظم: يجب أن تكون قيمة الـ (E) ثابتة عند السطح المراد حساب قيمة الفيض خلاله.

→ قيمة المجال ثابتة (لا تعتمد على المسافة) وخطوط المجال متوازية والمسافات بينها متساوية



③ المجال الكهربي الغير منتظم (سطح غير منتظم) :-

← المجال ليس ثابت القيمة عند جميع الأماكن بل يعتمد على (r) وليس له اتجاه محدد والمسافات بين خطوط المجال غير متساوية.

← في هذه الحالة ← لا يمكن استخدام القانون السابق في حساب الفيض لأن قيمة المجال ستختلف على السطح.

← ولذا نقوم بتقسيم السطح الى عناصر مربعة متناهية الصغر ومتساوية في المساحة ، حيث مساحة كلاً منها (dA) ، وبذلك أصبح السطح مستوي والمجال أصبح منتظم ⇐ أي أهملت تغير المجال بالنسبة لعنصر المساحة.

← احسب الفيض الناشئ من عنصر واحد وأكامله (تكامل سطحي) ← يعطي الفيض الناشئ من السطح كله.

$$d\Phi_E = E \cdot dA = E\,dA\cos\theta$$

$$\therefore \Phi_E = \iint E \cdot dA$$

ملحوظة :-

- الفيض يتناسب مع عدد خطوط المجال الصافية (عدد خطوط المجال الخارجة من السطح ناقص عدد خطوط المجال الداخلة).

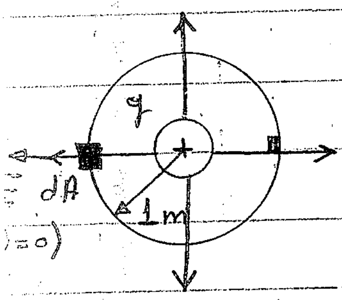
- لذلك الفيض :
  - ← (+ve) ← لو الخطوط الخارجة > الخطوط الداخلة ، لو خطوط المجال تعبر السطح من الداخل للخ
  - ← (0) ← لو عدد الخطوط التي خارجة = التي داخلة
  - ← (-ve) ← لو عدد الخطوط التي داخلة > التي خارجة

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

*) أمثلة :

① ما الفيض الكهربي خلال كرة نصف قطرها "1m" وتحمل شحنة "1 MC" في مركزها

<< Sol >>



∵ قيمة المجال على سطح الكرة ثابت ← ∴ مجال منتظم
وخطوط المجال تكون في اتجاه أنصاف الأقطار والخارج أي
تكون عمودية على مساحة السطح.

$\therefore \phi_E = E A$

$\therefore E = k \frac{q}{r^2} = \frac{(9\times10^{9})(10^{-6})}{1} = 9\times10^{3} \frac{N}{C}$

$\therefore A = 4\pi r^2 = 4\pi(1^2) = 4\pi \ m^2$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$\Rightarrow \therefore \phi_E = (9\times10^{3})(4\pi) = 1.13\times10^{5} \ N.m^2/C$

لاحظ :

الفيض الكهربي يعتمد على عدد خطوط المجال ولا يعتمد على المسافة

$\phi = E.A \rightarrow E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \left[E \propto \frac{1}{r^2}\right]$ → Cancelled

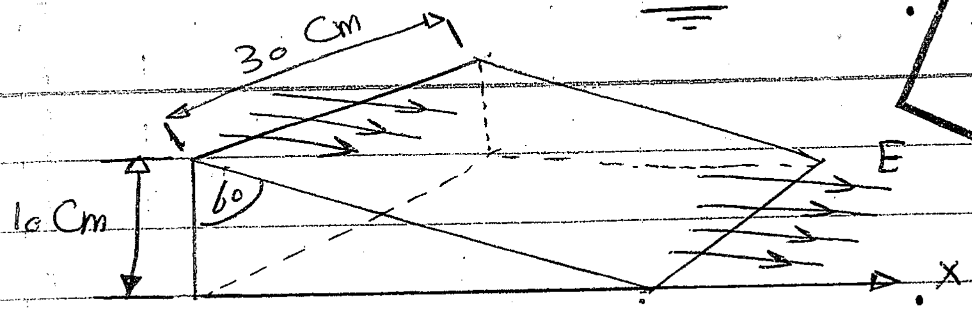
$A = 4\pi r^2 \Rightarrow \left[A \propto r^2\right]$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

② صندوق مثلث كالموضح في الشكل موجود في مجال كهربي مقداره $\left[E = 7.8\times10^{4} \frac{N}{C}\right]$
وفي الاتجاه الموجب لمحور (x).

احسب الفيض الكهربي خلال :

① سطح المستطيل الرأسي ؟! ② السطح المائل ؟! ③ خلال سطح الصندوق كله ؟!



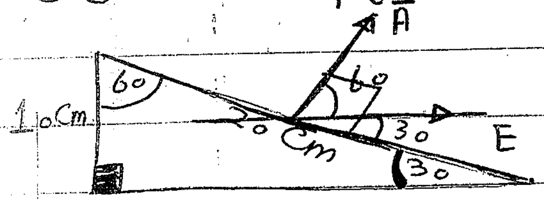
(أ) ⟵ ∵ المجال منتظم والسطح عمودي على خطوط المجال

$\rightarrow \therefore \theta = 180 \longrightarrow \therefore \cos(180) = -1$

$\rightarrow \therefore \phi_E = -EA \longrightarrow \therefore A = (0.1 * 0.3) = 0.03 \, m^2$

$\rightarrow \therefore \phi_E = -(7.8 * 10^4)(0.03) = -2.34 * 10^3 \, \frac{Nm^2}{C}$

(ب) ⟵ ∵ المجال منتظم وخطوط المجال تصنع زاوية (θ) مع العمودي للسطح والمائل



$\therefore \theta = 60 \qquad A = 0.3 * 0.2 = 0.06 \, m^2$

$\therefore \phi_E = EA\cos\theta$

$= [7.8 * 10^4 * 0.06 * \cos 60]$

$= +2.34 * 10^3 \, N.m^2/C$

(ج) ⟵ ∵ سطح الصندوق يتكون من خمسة أوجه:

[السطح الرأسي + السطح المائل + السطح السفلي + الجانب الايمن + الجانب الأيسر]

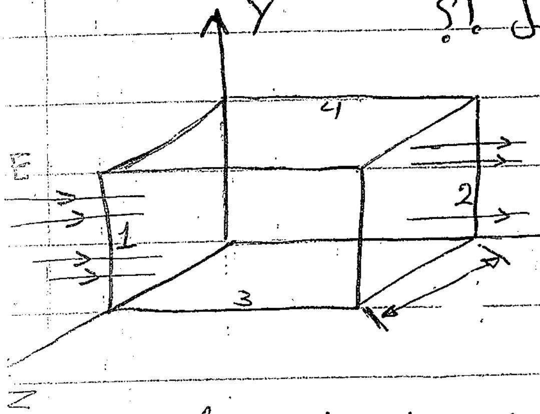
⟵ ∵ السطح السفلي والجانبان يكونوا موازيين لخطوط المجال

i.e. $\rightarrow \theta = 90 \longrightarrow \cos(90) = 0 \longrightarrow \therefore \phi_E = 0$

⟵ ولذا الفيض الكلي ناشئ عن السطحان الرأسي والمائل

$\Rightarrow \therefore \phi_E \big|_{total} = (-2.34 * 10^3) + (2.34 * 10^3) = 0$

③ مجال كهربي منتظم (E) في اتجاه محور (X). أوجد الفيض الكهربي خلال سطح مكعب طول ضلعه (ℓ) كما بالشكل؟



<< Sol >>

١) ∵ سطح المكعب يتكون من (٦) أوجه

∴ نحسب الفيض الذي يخترق كل وجه ثم نعمل جمع لهم كلهم.

٢) الفيض = صفر لجميع الأوجه ماعدا الوجهان (1، 2)

لأنهم جميعاً "موازيين" لخطوط المجال ⟵ [$\theta = 90 \rightarrow \cos(90) = \text{zero}$]

$$\Rightarrow \therefore \phi_{E}\big|_{total} = \phi_{E_1} + \phi_{E_2}$$

$$= EA\cos(180) + EA\cos(0)$$

$$= -\cancel{EA} + \cancel{EA} = 0$$

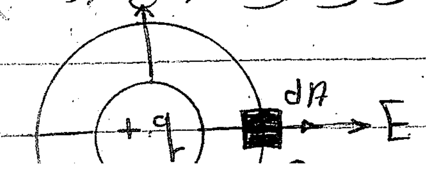
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

⟸ قانون جاوس:

- هو قانون يربط بين الفيض الكهربي [السطح افتراضي وهمي مغلق ويُسمّى بسطح جاوس] وقيمة الشحنة الكلية التي يحويها السطح.
- من التطبيقات الهامة على هذا القانون حساب المجال الكهربي الناشئ عن أجسام مشحونة بطريقة سهلة جداً (دون الدخول في تكاملات صعبة و...)

- إثبات قانون جاوس: (أي "إيجاد علاقة بين الفيض والشحنة خلال ال...

١) نفرض شحنة نقطية موجبة (q) موضوعة في مركز كرة (سطح جاوس) نصف قطرها (r).



نقسم السطح الكرة لعناصر صغيرة مساحة العنصر (dA) ← نحسب الفيض للعنصر ثم أكامل سطحي ← وأحسب الفيض الكلي.

$$\rightarrow d\phi_E = E \cdot dA$$

$$= E\, dA \cos\theta \longrightarrow E = Kq/r^2$$

$$\rightarrow [\theta = 0] \longrightarrow \therefore \cos(0) = 1$$

$$\therefore d\phi_E = E\, dA$$

$$\therefore \phi_E = \oint E\, dA = \underbrace{E}\ \underbrace{\oint} dA = E\, A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \times [4\pi r^2]$$

$$\Rightarrow \boxed{\therefore \phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

← طلعته بره التكامل لأن قيمته ثابتة على السطح.

← التكامل على سطح مغلق.

← ملحوظات هامة ←

① ← الفيض الكهربي يتناسب مع الشحنة الموجودة داخل السطح.

② ← الـ (ϕ_E) لا يعتمد على شكل السطح.

③ ← الفيض لسطح مغلق لا يحوي شحنات يساوى صفر ← [ممكن لأن السطح لا يحوي شحنات أي بسبب عدد الخطوط اللي داخله للسطح تساوي اللي خارجه]

④ ← يراعى أخذ الاشارات الجبرية في الاعتبار، فالسطح الذي يحتوى على شحنات متساوية في المقدار ومتضادة في الاشارة ← [مثل سطح يحتوى على ثنائي القطب الكهربي] ← فالفيض الكهربي خلال السطح = صفر.

← نص قانون جاوس: ←

الفيض الكلي خلال سطح مغلق يساوي الشحنات الكلية داخل السطح مقسوماً على معامل سماحية الفراغ

$$\Rightarrow \boxed{\therefore \phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}}$$

مثال (4) :

سطح جاوس كروي يحوي شحنة نقطية (q) ، صف ما يحدث للفيض الكلي في الحالات الآتية :

① تضاعفت قيمة الشحنة (q) ٣ أضعاف !؟

② تضاعف نصف قطر الكرة !؟

③ تغير السطح الكروي إلى مكعب !؟

④ تحركت الشحنة لمكان آخر داخل السطح !؟

<< الحل >>

$\Rightarrow \therefore \phi_E = \Sigma q_{in} / \varepsilon_0$

① يتضاعف الفيض لثلاث أضعاف لأنه يتناسب طردياً مع الشحنة داخل السطح

[٢ ، ٣ ، ٤] : لن تتغير قيمة الفيض لأنه لا يعتمد على شكل السطح أو وضع (مكان الشحنة داخل السطح) .

(*) تطبيقات على قانون جاوس : (حساب المجال للأجسام مشحونة بشحنات متصلة)

- من أهم التطبيقات لهذا القانون ، هو استخدامه في حساب المجال عند نقطة ولكن يشترط بعض الخطوات : (لحل حساب الـ "E")

---

① شروط اختيار سطح جاوس :

(أ) أن يكون السطح مغلق ويحوي الشحنة بداخله .

(ب) ويمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها (فيكون قيمة المجال ثابتة وأقدر أخرجه بره التكامل للآتي أحوطه في قانون جاوس) .

(جـ) وأن يكون السطح عمودي على المجال [$\therefore \theta = 0, \cos(0) = 1$] ، أو موازي للمجال [$\theta = 90, \cos(90) = 0$] $\therefore$ وذلك لحساب قيمة التكامل بسهولة

② نستخدم قانون جاوس

$$\phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

---

(٢) ← شكل سطح جاوس

كره:
- شحنه نقطيه (تقع في مركز سطح جاوس).
- كره (قشره كرويه). (متحدة المركز مع سطح جاوس).

اسطوانه:
- سلك طويل.
- اسطوانه.
- مستوى.

← متى تكون قيمة المجال ثابته عند أي نقطه على سطح جاوس ← وأقدر أطلعه بره التكامل.

← ملحوظات هامه جداً جداً:

(١) الشحنه تستقر على سطح الجسم (موزعه بانتظام على السطح) i.e:
- لو الجسم (موصل - موصل مصمت - موصل معزول).
- لو الجسم غير موصل (معزول) و مجوف (جسم مفرغ) وليس له قشره

(٢) الشحنه تستقر على حجم الجسم (داخل الجسم أي موزعه بانتظام على الحجم) i.e:
- لو الجسم غير موصل (معزول) و مصمت أو ليه قشره.

(٣) خطوات الحل في أي مسئله:
- اعمل تخطيط لخطوط المجال الخارجه من الشحنه. ($+q$ الشحنه)
- احسب المجال عند النقطه (P) التي تبعد مسافه (r) من مركز الجسم بحيث يمر سطح جاوس (أياً كان شكله) بيها.
- خد عنصر مساحه اتجاهه (عمودي أو موازي) لخطوط المجال.

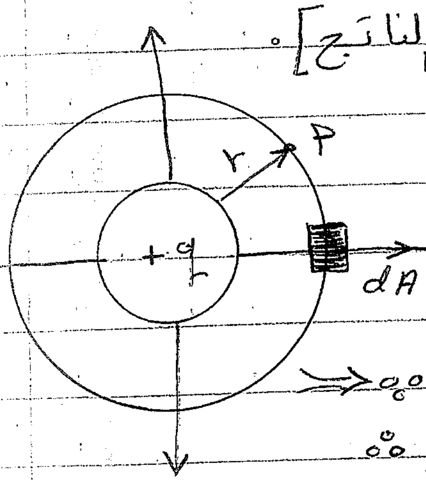
(٤) لو عندي شحنه (جسم) داخل شحنه أخرى (جسم آخر)، فلو الجسم الخارجي موصل (يتكون شحنه بالحث على ذلك السطح وخطوط مجال الشحنه الداخليه لا تخترق الموصل). (العكس لو كان السطح الخارجي غير موصل)

أمثلة :

5) باستخدام قانون جاوس احسب المجال الكهربي الناتج من شحنة نقطية معزولة

<< Sol >>

.) ممكن احسب المجال من الدرس الثاني ← $[E = kq/r^2]$، ولكنه اشترط استخدام قانون جاوس ← [ويجب أن يعطي نفس الناتج].



.) let q :- (4 lines)

$\left[\because \theta = 0 \rightarrow \therefore \cos(0) = 1\right]$.

$$\therefore \phi_E = \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore \oint E\, dA \cos(0) = q/\varepsilon_0 \Longrightarrow \therefore E \oint dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore EA = q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E(4\pi r^2) = q/\varepsilon_0$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = kq/r^2$$

.) واتجاهه في اتجاه انصاف الاقطار وللخارج

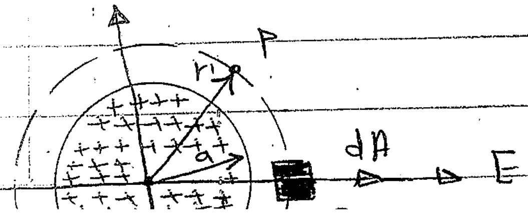
6) كرة مصمتة وغير موصلة نصف قطرها (a)، وكثافة الشحنة الحجمية لها ثابتة وشحنتها الكلية (Q). فاحسب قيمة المجال الكهربي عند :-

P) عند نقطة (خارج - داخل - على سطح) سطح الكرة؟

<< Sol >>

.) ∵ كرة مصمتة وغير موصلة ← الشحنة موزعة على حجم الكرة.

(P) حساب المجال عند نقطة (P) خارج الكرة وعلى بعد (r_1)



.) $\therefore \phi = \oint E_1 \cdot dA_1 = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$

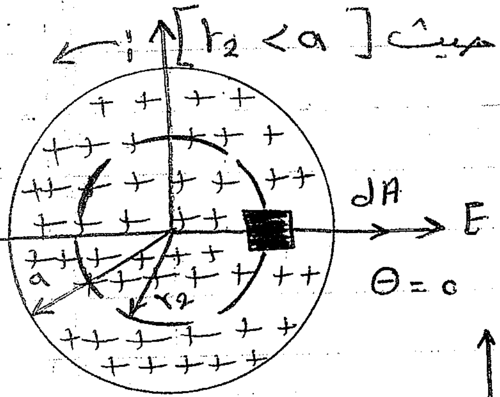
$\therefore \oint E_1\, dA_1 \cos(0) = Q/\varepsilon_0$

$\Rightarrow \therefore E_1 \oint dA_1 = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E_1 A_1 = Q/\varepsilon_0$

$\therefore E_1 (4\pi r_1^2) = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E_1 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \dfrac{kQ}{r_1^2}$

$\longrightarrow \therefore E_1 \propto \dfrac{1}{r_1^2}$

(ب) ← حساب المجال عند النقطة (P) على بعد (r_2) حيث $[r_2 < a]$:



$\therefore \oint E_2 \cdot dA_2 = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$

$\theta = 0 \quad \therefore \oint E_2 dA_2 \cos\theta = q_{in}/\varepsilon_0$

$\therefore E_2 \oint dA_2 = \dfrac{\rho\left[\frac{4}{3}\pi r_2^3\right]}{\varepsilon_0}$

$\therefore \rho = Q/V \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi (نق)^3$

$\therefore Q = \rho V$

$\therefore Q = \rho\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)$

$\therefore q_{in} = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r_2^3\right)$

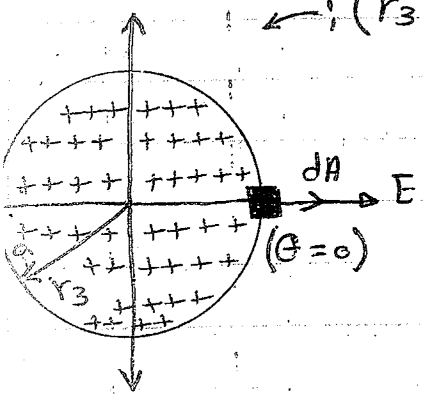
$\therefore E_2 (\cancel{4\pi}\, \cancel{r_2^2}) = \dfrac{\rho\left[\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}\, r_2^{\cancel{3}}\right]}{\varepsilon_0}$

$\therefore \boxed{E_2 = \dfrac{(\rho) r_2}{3\varepsilon_0}}$ #

$\therefore E_2 = \left(\dfrac{Q}{\cancel{\frac{4}{3}}\pi a^3}\right) \dfrac{r_2}{\cancel{3}\varepsilon_0} = \dfrac{Q r_2}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$

$\therefore E_2 = \dfrac{kQ r_2}{a^3} \longrightarrow \therefore E_2 \propto r_2$

(ج) ← حساب المجال عند نقطة (P) على بعد (r_3) حيث $(r_3 = a)$:

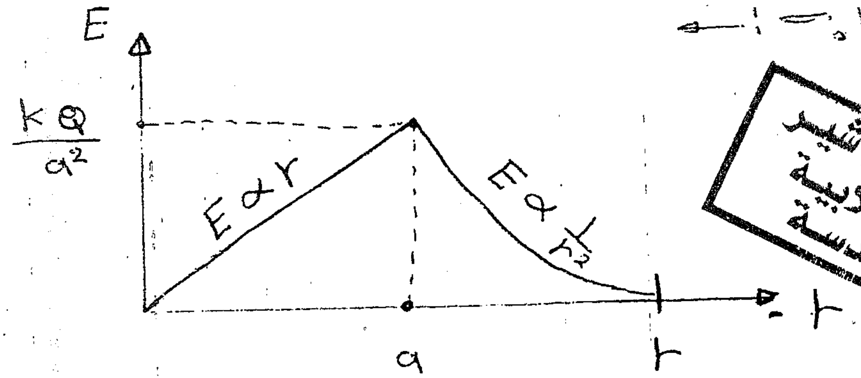


• يوجد (٣) طرق :

← بالتعويض في رقم (P) حيث $[r_1 : a \rightarrow \infty]$.

$\therefore E_3 = \dfrac{kQ}{a^2} \longrightarrow \therefore E_3 \propto \dfrac{1}{a^2}$

⇐ رسم المجال كدالة في المسافة :—



(7) ⇐ كرة مصمتة نصف قطرها $(40\,Cm)$، مشحونة بشحنة موجبة $(26\mu C)$ موزعة بانتظام على حجمها. احسب قيمة المجال الكهربي عند :—

$r : \rightarrow [0 - 10 - 40 - 60]\ cm$ (من مركز الكرة)

<< Sol >> $[a = 40\,Cm ,\ Q = 26\mu C]$

• (عاما نقوم بالاستنتاج من جديد أو من حفظ اسما :—

(أ) ⟶ at $(r = 0\ Cm)$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{kQ}{a^3} r = 0$$

(ب) ⟶ at $(r = 10\ Cm)$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{(9 * 10^9)(26 * 10^{-6})}{(40 * 10^{-2})^2} * (10 * 10^{-2}) = 365000\ N/C$$

(ج) ⟶ at $(r = 40\ Cm)$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9 * 10^9)(26 * 10^{-6})}{(40 * 10^{-2})^2} = 1.46 * 10^6\ N/C$$

(د) ⟶ at $(r = 60\ Cm)$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{(9 * 10^9)(26 * 10^{-6})}{(60 * 10^{-2})^2} = 64.9 * 10^3\ \frac{N}{C}$$

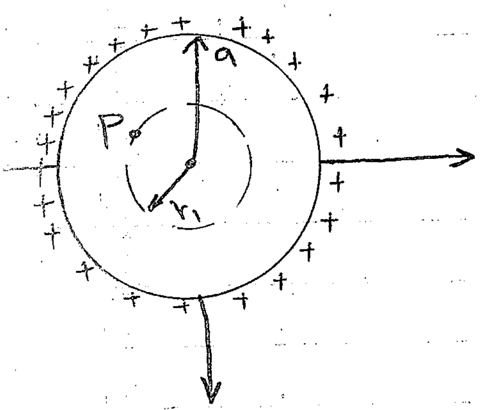
⇐ واتجاههم جميعاً "في اتجاه أنصاف الأقطار للخارج".

(8) كرة موصلة نصف قطرها (a)، وشحنتها الكلية (Q)، احسب المجال عند كل الأماكن الممكنة؟

<<Sol>>

الحل :- الكرة موصلة ← ∴ الشحنة موزعة على سطح الكرة فقط.

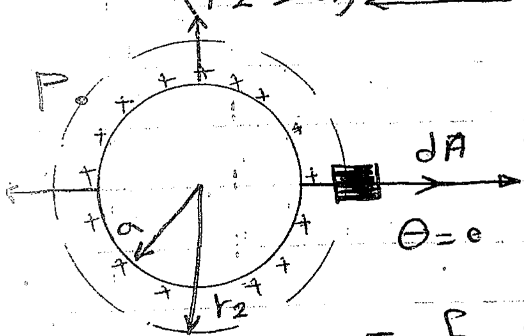
(P) حساب المجال عند نقطة (P) على بعد (r_1) حيث ($r_1 < a$)



$$\therefore \oint E\cdot dA = \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\boxed{\therefore E = 0}$$

(ب) حساب المجال عند النقطة (P) على بعد (r_2) حيث ($r_2 > a$)



$$\therefore \oint E\cdot dA = \sum q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\theta = 0 \qquad \therefore \oint E\, dA \cos\theta = Q/\varepsilon_0$$

$$\therefore E \oint dA = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E A = Q/\varepsilon_0$$

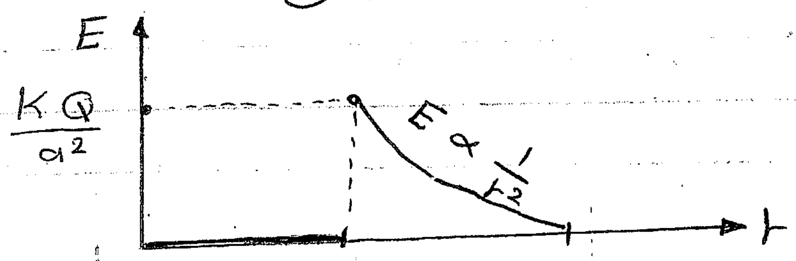
$$\therefore E(4\pi r_2^2) = Q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{KQ}{r_2^2}$$

$$\therefore \boxed{E \propto \frac{1}{r_2^2}}$$

(جـ) حساب المجال عند نقطة (P) على بعد (r_3) حيث ($r_3 = a$)

From (ب) at [$r_3 = r_2 = a$] $\Rightarrow \therefore E = \frac{KQ}{a^2}$

$$\therefore \boxed{E \propto \frac{1}{a^2}}$$



(9) ← قشر كروي موصل نصف قطرها (14 Cm) وشحنتها الكليه [32 MC] موزعه بانتظام على سطحها ا. احسب قيمة المجال عند بعد [(10 ، 20) Cm] من مركز القشره الكرويه !؟

<< Sol >>

→ [a = 14 Cm ، Q = 32 MC]

(أ) → at (r = 10 Cm) ⟶ E = 0

(ب) → at (r = 20 Cm) ⟶ $\therefore E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9\times10^{9})(32\times10^{-6})}{(20\times10^{-2})^2} = 7.2\times10^{6}\ \frac{N}{C}$

← واتجاه المجال يكون في اتجاه أنصاف الأقطار وللخارج.

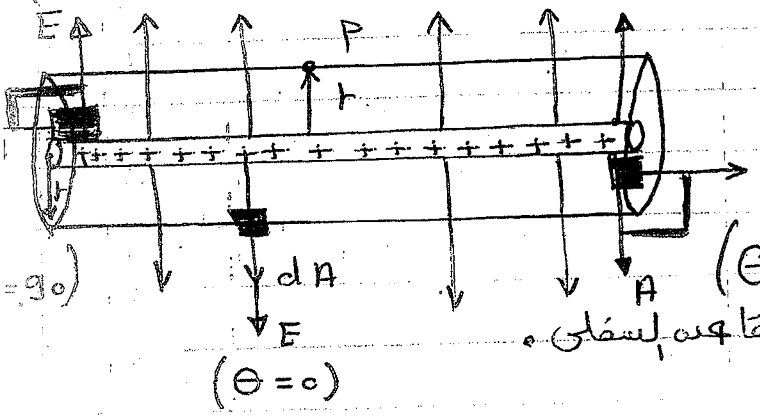
← ملحوظه :- ٥) لو الشحنه سالبه ← اللي هيختلف اتجاه المجال ← سيصبح في اتجاه أنصاف الأقطار وللداخل.

⟸ سطح جاوس اسطواني ⟹

(10) ← سلك (قضيب) لانهائي الطول ، مشحون بشحنه كثافتها الطوليه (λ). فما قيمة المجال الكهربي عند أي نقطه تبعد مسافه (r) من القضيب !؟

<< Sol >>

٥) ← نفرض أن سطح جاوس اسطوانه [طولها (L)] ونصف قطرها (r)



(θ = 0)

٥) → $\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$

٥) ← ولحساب التكامل :-

← يوجد لدينا (3) أسطح :- (θ = 90)

(1) القاعده العليا. (2) القاعده السفلى.

(3) السطح الاسطواني الجانبي.

وهولنا هنقسم التكامل لـ (٣) أجزاء :

$$\Rightarrow \oint E \cdot dA + \oint E \cdot dA + \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

العليا   السفلي   الجانبي

$$\oint E\, dA \cos\theta + \oint E\, dA \cos\theta + \oint E\, dA \cos\theta = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

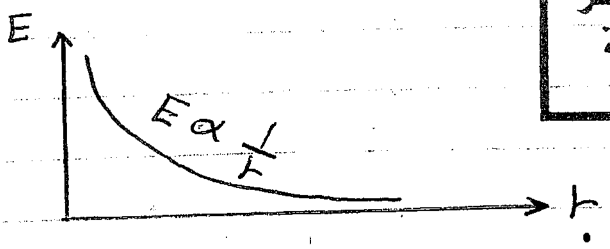
$\downarrow 0 \qquad \downarrow 0 \qquad \downarrow 1$

$$\therefore E \oint dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E A = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

الجانبي

$$\because \lambda = \frac{q}{L} \longrightarrow \therefore q_{in} = \lambda L \rightarrow \therefore E(2\pi r \cancel{L}) = \lambda \cancel{L}/\varepsilon_0$$

$$E \propto \frac{1}{r} \longleftarrow \therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2k\lambda}{r}$$



(12) إذا كانت كثافة الشحنة الطولية (λ) لخط لا نهائي الطول ($90 \frac{\mu C}{m}$-) .
أوجد المجال الكهربي على بعد : $[(10 - 20 - 100)\,cm]$.
من الخط المشحون حيث هذه المسافات مقاسة عموديا من الخط .

<< Sol >>

(P) $\rightarrow$ at $(r = 10\ cm)$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{2k\lambda}{r} = \frac{2(9 \times 10^{9})(90 \times 10^{-6})}{0.1} = 16.2 \times 10^{6}\ N/C$$

واتجاه المجال للداخل الخط .

(b) ، (c)] نفس الكلام "

13) ← أوجد المجال الكهربي لنا شئ عن لوح (مستوى) لا نهائي ← مشحون يشحنه كثافتها السطحية (σ) !؟

<< Sol >>

•) أخدنا فيما سبق أن المجال لجسم مشحون بشحنة سطحية (قرص) :

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$

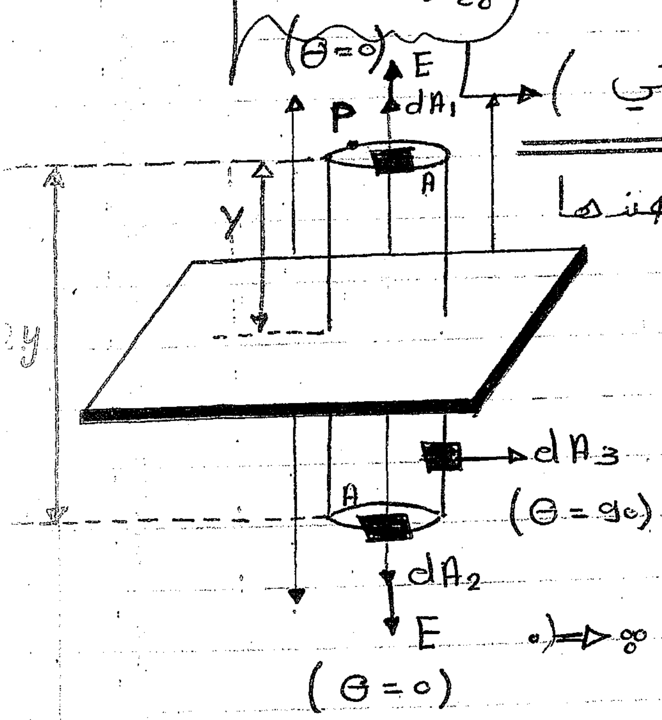
→ where: → (x) بعد النقطة
→ (R) نق للحلقة

•) وقولنا لو الحلقة أصبحت مستوى ($R=\infty$ i.e) ينتج المجال ده

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

→ (هنا المجال لا يعتمد على بعد النقطة)

•) (عاوزين نوصل للعلاقة دي دلوقتي)



•) ← نفرض أن النقطة المراد حساب المجال عندها تبعد مسافة (y) فوق المستوى ،

•) ← نختار سطح جاوس في هذه الحالة عباره عن اسطوانة مساحة مقطعها (A) وارتفاعها (2y) ، وتمر بالنقطة (P).

$$\therefore \oint E\cdot dA = \sum q_{in}/\varepsilon_0$$

∵ عندي (٣) أسطح ← ∴ التكامل سينقسم لثلاثة أجزاء

$$\Rightarrow \therefore \underbrace{\oint E\cdot dA}_{\text{السفلي}} + \underbrace{\oint E\cdot dA}_{\text{العليا}} + \underbrace{\oint E\cdot dA}_{\text{الجانبي}} = \sum q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore \oint E\,dA\,\underbrace{\cos(0)}_{1} + \oint E\cdot dA\,\underbrace{\cos(0)}_{1} + \oint E\,dA\,\underbrace{\cos(90)}_{0} = \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$\Rightarrow \therefore 2\oint E\,dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore 2E\oint dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$

$\therefore \sigma = Q/A$

$\therefore q_{in} = \sigma A$

$\therefore 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$

$\therefore \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$

٠) "زي اللي طلعنا ها قبل كده"

٠) ويلاحظ أن المجال لا يعتمد على المسافة i.e انه مجال منتظم.

---

(14) ـه اذا كانت كثافة الشحنة السطحية للوح مسطح أفقي (9 MC/m²).
أوجد :- ـه المجال الناشئ عن اللوح عند نقطة فوق منتصف اللوح !؟ ما على فرض أن أبعاد اللوح أكبر بكثير من المسافة المراد حساب المجال عندها من اللوح !؟

<< Sol >>

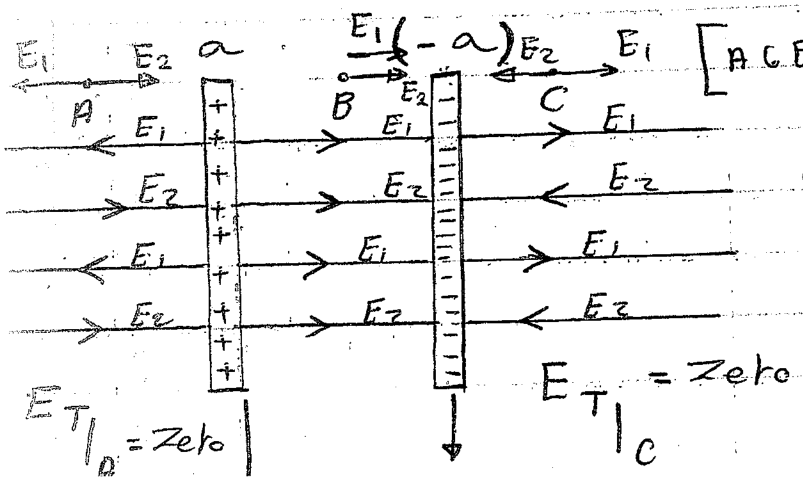
∴ اللوح يتحول لمستوى

$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{9 * 10}{2 * (8.854 * 10^{-12})} = 5.08 * 10^{3}\ N/C$

ـه ملحوظة :- (كيفية الحصول على مجال منتظم)

ـه نحضر لوحين (مستويين) متقابلين، مشحونتان بشحنتان مختلفتان وكثافة الشحنة السطحية لهما (σ)

٠) احسب المجال عند النقط [A ، B ، C]



٠) في خارج اللوحين، نجد أن

$E_{T_{A,C}} = E_1 - E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0$

٥) ولكن في الداخل تكون محصلتهم: ← "الاسم مكثف"

$$\therefore E_{T}|_{B} = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Longrightarrow \therefore \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

لاحظ: ← ٥) قيمته أيضاً لا تعتمد على المسافة.

٥) ولو اللوحان كان لهما نفس نوع الشحنة فإن المجال سيتلاشى في الداخل ولكنه سيتواجد على الجانبين بقيمة ← $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

← المجال داخل موصل مشحون:

مثال ← المجال الناشئ عن مستوى لانهائي موصل ومشحون بشحنة كثافتها السطحية (σ)

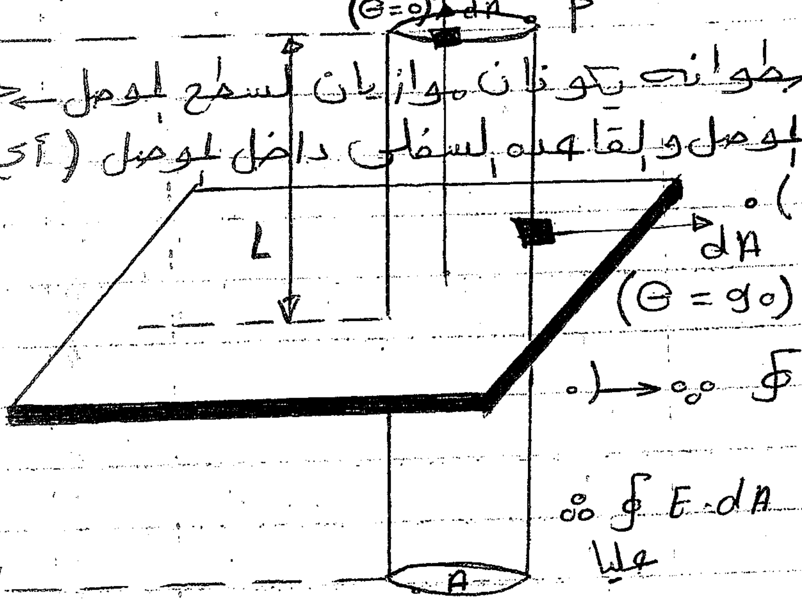
<< Sol >>

٥) شحنة الموصل تستقر على سطحه الخارجي فقط.

٥) حساب المجال:

٥) نختار سطح جاوس اسطواني، طولها ($2l$) بحيث تمر بالنقطة (P) على بعد (l) من السطح العلوي للمستوى. (المراد حساب المجال عندها)

٥) بحيث قاعدتي الاسطوانة يكونان موازيان لسطح الموصل حيث القاعدة العليا خارج الموصل والقاعدة السفلي داخل الموصل (أي لا يوجد عليها شحنة أو مجال)



$$\therefore \oint E\cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore \oint_{\text{عليا}} E\cdot dA + \oint_{\text{سفلي}} E\cdot dA + \int_{\text{جانبي}} dA\cdot E = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \oint E\,dA\,\underbrace{\cos\theta}_{1} + \oint \underbrace{E}_{0}\,dA\cos(\theta) + \int E\,dA\,\underbrace{\cos(90)}_{0} = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \therefore E \oint dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore EA = q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore \sigma = \frac{q}{A}$$

$$\therefore q_{in} = \sigma A$$

$$\therefore E \cancel{A} = \frac{\sigma \cancel{A}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

← هذا المجال الناشئ عن سطح موصل ، فهو لا يعتمد على بعد النقطة وهو ضعف المجال الناشئ عن مستوى غير موصل لا نهائي الطول

الشحنة المتصلة	قيمة المجال	المكان
① ← كرة غير موصلة	$E = kq/r^2$ $E = kqr/R^3$	$r \geq R$ خارج $r < R$ داخل
② ← كرة موصلة	$E = kQ/r^2$ $E = \text{Zero}$	$r \geq R$ $r < R$
③ ← خط لا نهائي الطول	$E = 2k\lambda/r$	خارج الخط
④ ← مستوى لا نهائي	$E = \sigma/2\varepsilon_0$	أي مكان خارج المستوى
⑤ ← مستوى لا نهائي موصل	$E = \sigma/\varepsilon_0$ $E = 0$	خارج الموصل داخل الموصل
⑥ ← اسطوانة غير موصلة	$E = 2kq/rL$ $E = 2kqr/R^2 L$	$r > R$ $r < R$

R : ← نق للكرة

r : ← بعد النقطة

Q : ← الشحنة الكلية

λ : ← كثافة الشحنة الطولية للسلك

σ : ← كثافة الشحنة السطحية

L : ← طول الاسطوانة

R : ← نق الاسطوانة

r : ← بعد النقطة

q : ← الشحنة الكلية

Sheet # 3

Sheet #3

أفكار المسائل

الأفكار	الأرقام
١- حساب الفيض الكهربي	1-2-3-5
٢- حساب مجال ناشئ عن شحنة نقطية	4
٣- حساب مجال ناشئ عن كره موصلة	10
٤- حساب مجال ناشئ عن كره معزولة مصمتة	7
٥- حساب مجال ناشئ عن عدة كور	12-15-16
٦- حساب مجال ناشئ عن سلك لانهائي	8-18
٧- حساب مجال ناشئ عن اسطوانة	6
٨- حساب مجال ناشئ عن سلك + اسطوانة	14+17
٩- حساب مجال ناشئ عن لوح مستوى	9-11
١٠- فكره سهله + حالة اتزان	13+19

① → $\bar{E} = ai + bJ \longrightarrow A$ ($\phi_E = ??$

<<Sol>>

→ at (yz) plane: →

قيمته تساوي مساحة السطح واتجاهه عمودي على السطح وللخارج

$\therefore \bar{A} = Ai$

$\therefore \phi_E = \bar{E} \cdot \bar{A} = EA \cos\theta$

$= [ai + bJ] \cdot [Ai] = aA + 0 = Aa$

→ at (xz) plane: →

$\therefore \bar{A} = AJ$

$\therefore \phi_E = [ai + bJ] \cdot [AJ] = 0 + bA = bA$

→ at (xy) plane: →

$\therefore \bar{A} = Ak$

$\therefore \phi_E = [ai + bJ] \cdot [Ak] = 0 + 0 = 0$

② → $\therefore \phi_E = \dfrac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$

③ → S_1 : → $\therefore \phi_E = \dfrac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \dfrac{-2Q + Q}{\varepsilon_0} = \dfrac{-Q}{\varepsilon_0}$

S_2 : → $\therefore \phi_E = \dfrac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \dfrac{+Q - Q}{\varepsilon_0} = \dfrac{0}{\varepsilon_0} = 0$

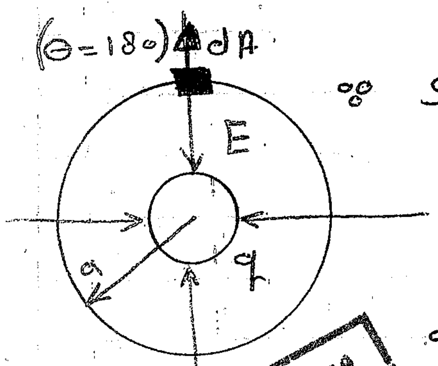
S_3 : → $\therefore \phi_E = \dfrac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \dfrac{-2Q - Q + Q}{\varepsilon_0} = \dfrac{-2Q}{\varepsilon_0}$

S_4 : → $\therefore \phi_E = \dfrac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\text{Zero}}{\varepsilon_0} = \text{Zero}$

4) → $a = 0.75\,m \longrightarrow E = 890\ N/C$ [اتجاهه للداخل] $\longrightarrow q = ?$

<< Sol >>

نفترض وجود شحنه (q) في مركز القشره ⟵ ∴ كثافة المجال ثابت على سطح القشره.



$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \oint E\, dA \underbrace{\cos(180)}_{-1} = q/\varepsilon_0$$

$$\therefore -E \oint dA = q/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore -EA = q/\varepsilon_0$$

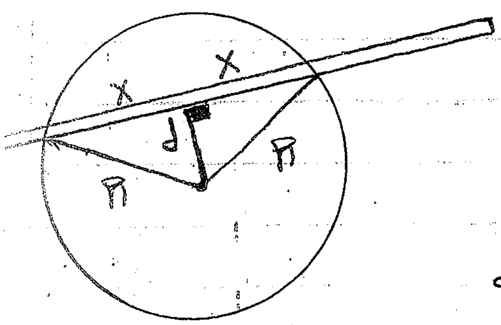
$$\therefore q = -EA\varepsilon_0 = -[890].[4\pi(0.75)^2][8.9\times10^{-12}]$$

$$\therefore q = -55.7\ nC$$

5) → $\phi_E = ?$

<< Sol >>

أ) → at $(R > d)$ i.e. << السلك يقع داخل الكره >>



$$\therefore X = \sqrt{R^2 - d^2}$$

$$\therefore \lambda = q/L$$

$$\therefore q = \lambda L$$

$$\therefore q_{in} = \lambda(2X)$$

$$\therefore \phi_E = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \phi_E = \frac{2\lambda\sqrt{R^2 - d^2}}{\varepsilon_0}$$

ب) → at $(R < d)$

i.e. << ∴ السلك يقع خارج الكره >>

$$\therefore \phi_E = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = 0$$

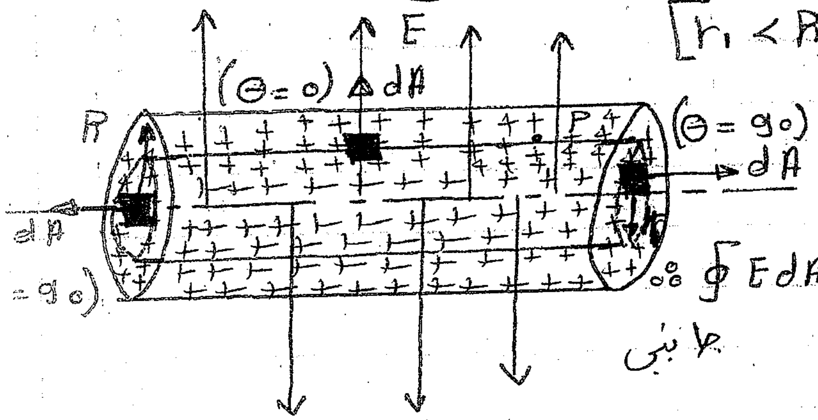
<< Sol >>

1) ← أ) نفرض أن الاسطوانة طولها (L) وشحنتها الكلية (Q):

← ∴ الشحنة موزعة بإنتظام على حجمها ∴ الشحنة داخل الاسطوانة

(P) ← حساب المجال عند النقطة (P) على بعد (r_1) من محور الاسطوانة

← ∴ نفرض سطح جاوس اسطوانة طولها (L) ونصف قطرها (r_1) ← [$r_1 < R$]



$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \oint E\, dA \cos(0) + \int E\, dA \cos(90) + \int E\, dA \cos(90) = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0}$$

جانبي ← 1، علوي ← 0، سفلي ← 0

$$\therefore E \oint dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore EA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E(2\cancel{\pi}\cancel{r_1}\cancel{L}) = \frac{\rho[\cancel{\pi}\, r_1^{\cancel{2}}\, \cancel{L}]}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{(\rho) r_1}{2\varepsilon_0} = \frac{Q\, r_1}{2\pi R^2 L \varepsilon_0} = \frac{2kQ r_1}{R^2 L}}$$

$$\therefore \rho = Q/V$$

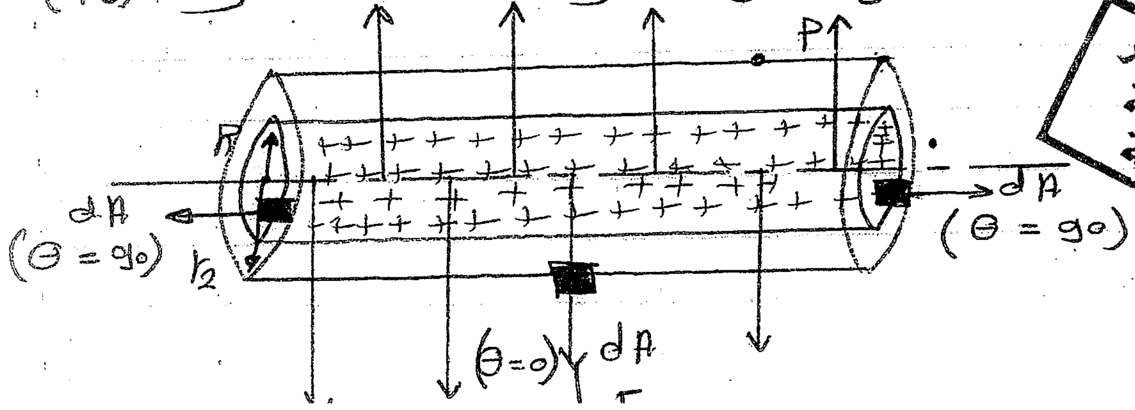
$$\therefore Q = \rho V$$

$$Q = \rho(\pi R^2 L)$$

$$\therefore q_{in} = \rho(\pi r_1^2 L)$$

ب) ← خارج الاسطوانة ← ($r_2 > R$)

← نفرض أن سطح جاوس اسطوانة نصف قطرها (r_2)



$\therefore \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in} / \varepsilon_0$

$\therefore \oint E\, dA \cos(0) + \oint E\, dA \cos(90) + \oint E\, dA \cos(90) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\therefore E A = \frac{Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E(2\pi r_2 L) = Q/\varepsilon_0$

$$\therefore E = \frac{(Q)}{2\pi \varepsilon_0 r_2 L} = \frac{2kQ}{r_2 L} = \frac{\rho(\cancel{\pi} R^2 \cancel{L})}{2\cancel{\pi}\varepsilon_0 r_2 \cancel{L}} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r_2}$$

(c) على سطح الاسطوانة : ← $(r_3 = R)$

يمكن حسابها بثلاث طرق ، إما عن طريق التعويض المباشر في أحد القانونان السابقين ← أي عن طريق جاوس .

← من قانون المجال ط.ع الاسطوانة : ← $[R < r_2 < \infty]$

at: $(r_2 = R)$; $\longrightarrow \therefore E = \boxed{\frac{2kQ}{RL}}$

$$= \frac{\rho R^{\cancel{2}}}{2\varepsilon_0 \cancel{R}} = \boxed{\rho R / 2\varepsilon_0}$$

7) → $a = 10\ cm$, $E|_{r=5cm} = 86\ kN/C$, $E|_{r=15cm} = ??$

«Sol»

ـه ∵ الكره من البلاستيك ← أي غير موصله ، ∴ مصمته ∴ شحنتها موزعه على الحجم .

٠) قانون المجال داخل الكره (غير موصله) : ←

$$\because E = \frac{kQr}{a^3} \longrightarrow \therefore Q = \frac{Ea^3}{kr} = \frac{(86000)*(0.1)^3}{(9*10^9)(0.05)}$$

$$\therefore Q = 1.91 * 10^{-7}\ C$$

ـه قانون المجال خارج الكره (غير الموصله) :

$$\therefore E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9*10^9)(1.91*10^{-7})}{(0.15)^2} = 76.4\ kN/C$$

---

8) → $E = 6000\ N/C \longrightarrow r = 2.4\ m \longrightarrow \lambda = ??$

«Sol»

ـه) قانون المجال الناشئ عن سلك : ←

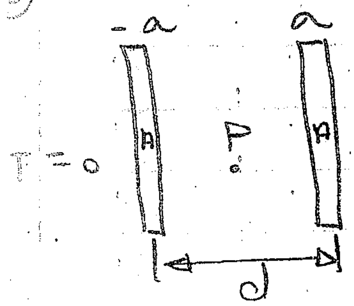
$$\therefore E = \frac{2k\lambda}{r}$$

$$\therefore \lambda = \frac{Er}{2k} = \frac{(6000)(2.4)}{2(9*10^9)} = 8.01 * 10^{-7}\ C/m$$

---

9) → $A = 1\ m^2$, $d = 5\ m$, $E_P = 80\ N/C \longrightarrow q = ??$

«Sol»



$E_T = 0$

$$\Rightarrow \therefore E_T|_P = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore \sigma = E_P\,\varepsilon_0$$

$$\therefore \sigma = 7.08 * 10^{-10}\ \frac{C}{m^2}\ \ \&\ \ \because \sigma = q/A$$

$$\Longrightarrow \therefore q = \sigma A = 7.08 * 10^{-10}\ C$$

c) $a = 0.15\,m$, $Q = 40\,nC$, $E = ??$

<< Sol >>

∴ الكره من النحاس (موصل) ← ∴ الكره موصله ← ∴ الشحنة تستقر على السطح.

(أ): → at ($r = 12\,Cm$)

→ ∵ ($r < a$) → ∴ $\boxed{E = 0}$

(ب): → at ($r = 17\,Cm$)

→ ∵ $E = \frac{kQ}{R^2} = \frac{(9 \times 10^{9})(40 \times 10^{-9})}{(0.17)^2}$

∴ $\boxed{E = 12.46 \times 10^{3}\ N/C}$

(ج): → at ($0.75\,m$)

→ ∵ $E = \frac{kQ}{R^2} = \frac{(9 \times 10^{9})(40 \times 10^{-9})}{(0.75)^2}$

∴ $\boxed{E = 640\ N/C}$

(د): → لا .... لن تتغير الإجابه لأن في الحالتين ، لا يوجد شحنات داخل الكره ← (لأن الكره موصله).

2) $L = 50\,Cm$, $E = 80\,kN/C$

<< Sol >>

← ∵ اللوح من النحاس

→ ∵ $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ → ∴ $\sigma = (E)(\varepsilon_0)$

$= [80000 \times 8.854 \times 10^{-12}]\ C/m^2$

$=$

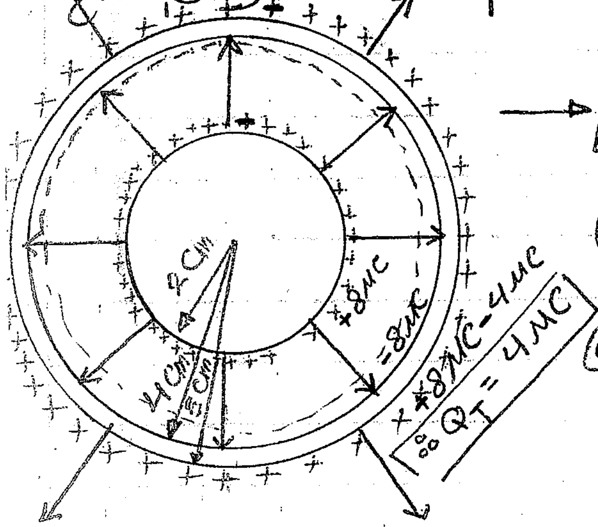
$\sigma = \frac{Q}{A}$ ∴ $Q = \sigma \times A = (\quad 0 \quad)(50 \times 10^{-2})^2 = 0$

C

2) → $a = 2\,cm \rightarrow Q = 8\,\mu C$ & $[b = 4\,cm \;,\; c = 5\,cm] \rightarrow Q = -4\,\mu C$

<<Sol>>

∵ كلاً من الكرة والقشرة ← (موصليت) ← ∴ الشحنة تستقر على السطح



→ [let (q); → one line] ←

(P) → at $(r = 1\,cm) \rightarrow \therefore E = Zero$

(2) → at $(r = 3\,cm) \rightarrow \therefore E = kq/r^2$

$$\therefore E = \frac{(9\times10^{9})(8\times10^{-6})}{(0.03)^2}$$

$$\therefore E = 80\times10^{6}\ N/C$$

(3) → at $(r = 4.5\,cm)$

→ $\therefore \oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{+8\mu C - 8\mu C}{\varepsilon_0}$

$\therefore E = Zero$

(4) → at $(r = 7\,cm)$

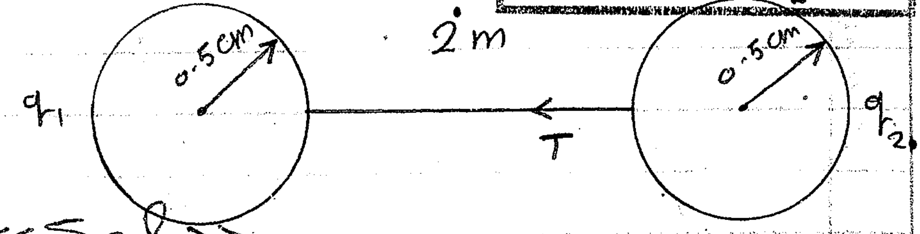
→ $\therefore E = \frac{kq}{R^2} = \frac{(9\times10^{9})(4\times10^{-6})}{(0.07)^2}$

$$\therefore E = 7.35\times10^{6}\ N/C$$

3) → $a = 0.5\,cm$

$q = 60\,\mu C$

$T = ??$



<<Sol>>

∵ الكرتان موصلتان وتم التوصيل بينهما بسلك ← فان الشحنة (q) ستتوزع عليهم بالتساوى ← ويحدث بينهم قوة تنافر ← فالسلك يشد بقوة شد (T) تساوي قوة التنافر (F) ؛ ←

→ $[q_1 = q_2 = 30\,\mu C]$

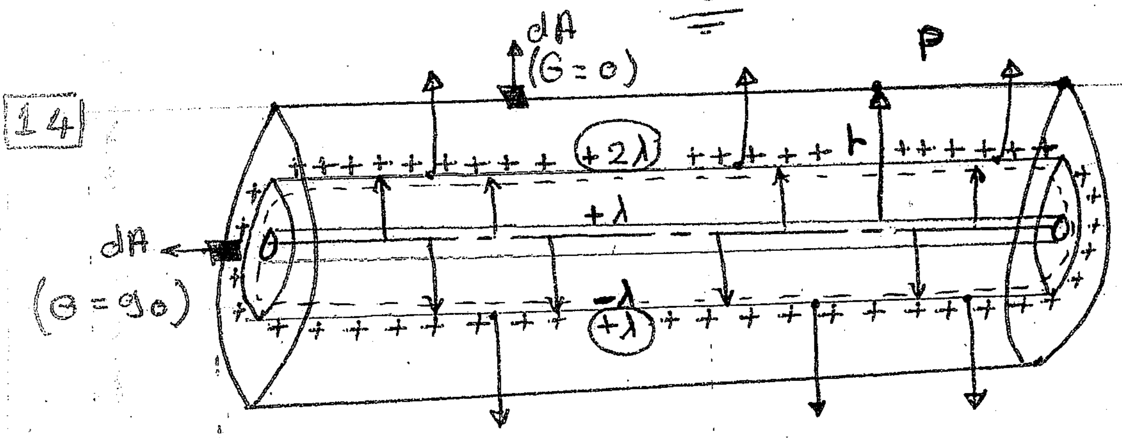
→ $\therefore F = T = \frac{k\, q_1 q_2}{r^2} = \frac{(9\times10^{9})(30\times10^{-6})^2}{[0.005 + 2 + 0.005]^2} = 2.005\ N$

المسافة من مركزي الشحنتين

لاحظ : ←

كان من الممكن اهمال (a) ← حيث $(r >> a)$

14



$\therefore Q_{tot} = 3\lambda$

$\therefore \lambda = q/L$

$\therefore q = q_{in} = \lambda L$ → 3λ

⇐ ∴ الاسطوانه معدنيه ← ∴ الشحنه موزعه على سطحها.

⇐ نفرض أن سطح جاوس اسطوانه طولها (L) ونصف قطرها (r).

⇐ نفرض أن طول كلاً من السلك والاسطوانه (L).

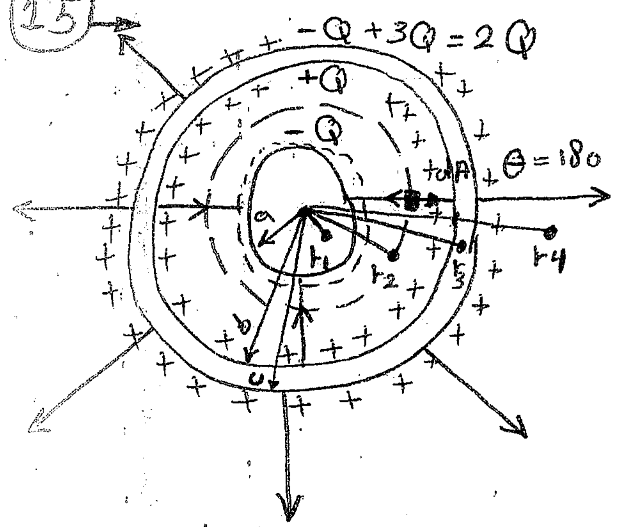
$$\therefore \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore \oint_{\text{سفلي}} E \cdot dA + \oint_{\text{علوي}} E \cdot dA + \oint_{\text{جانبي}} E \cdot dA = \frac{3\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E A_{\text{جانبي}} = \frac{3\lambda L}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E(2\pi r \cancel{L}) = 3\lambda \cancel{L}/\varepsilon_0$$

$$\therefore E = \frac{3\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{6k\lambda}{r}$$

15

let :- [Q → 3 lines]



⇐ ∴ الكره والقشره الكرويه موصلتان
∴ الشحنه تستقر على سطحها.

⇐ لكى نرسم المجال ← لابد من معرفة المجال
عند جميع المواضع الممكنة :-

① داخل الكره : ← $0 < r_1 < a$

② بين الكره والقشره : ← $a < r_2 < b$

③ داخل القشره : ← $b < r_3 < c$

④ خارج القشره : ← $c < r_4 < \infty$

في كل حاله نفرض سطح جاوس كره نصف قطرها (r_1, r_2, r_3, r_4) بالترتيب

→ at $[0 < r_1 < a]$

$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{0}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\therefore E = 0$$

→ at $[a < r_2 < b]$

$$\therefore \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore \oint E\, dA \cos\underbrace{\theta}_{1} = \cancel{-}Q/\varepsilon_0$$

$$\therefore EA = \frac{Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E[4\pi r_2^2] = \frac{Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$$

$$\therefore E = \frac{KQ}{r_2^2} \longrightarrow \therefore E \propto \frac{1}{r_2^2}$$

→ at $[b < r_3 < c]$

(بالحث)

$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{-Q + Q}{\varepsilon_0} = \frac{0}{\varepsilon_0} = 0$$

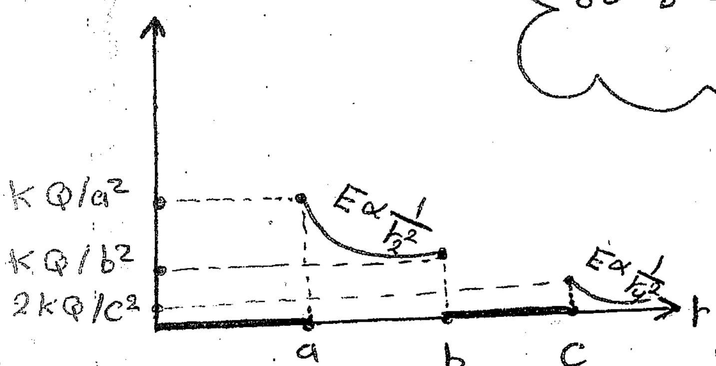
$$\therefore E = 0$$

→ at $[c < r_4 < \infty]$

$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore \oint E\, dA \cos\underbrace{\theta}_{1} = 2Q/\varepsilon_0$$

$$\therefore EA = \frac{2Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E(4\pi r_4^2) = \frac{2Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2}$$

$$\therefore E = \frac{2KQ}{r_4^2} \longrightarrow E \propto \frac{1}{r_4^2}$$



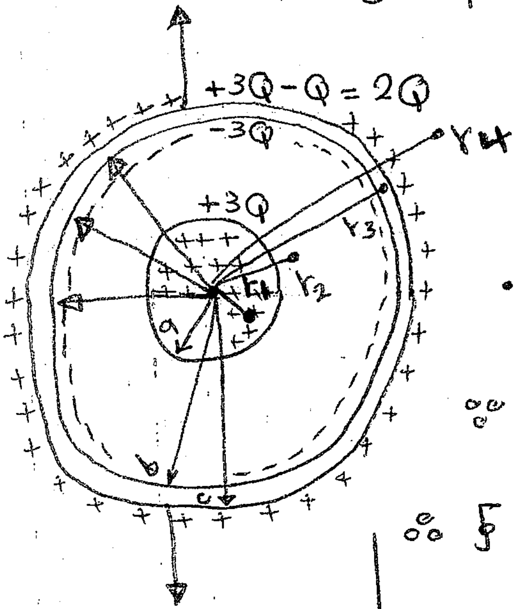
$\therefore a < b < c$

$\therefore E_a > E_b > E_c$

(16) →

⇐ كرة غير موصلة ومصمتة ← الشحنة موزعة على الحجم.

⇐ قشرة كروية موصلة ← الشحنة على السطح.



.) → let [Q → 1 line]

⇐ كما فعلنا في المسألة السابقة :-

.) at $[0 < r_1 < a]$

$$\therefore \oint E \cdot dA = \Sigma q_{in} / \varepsilon$$

$$\therefore \oint E\, dA \cos\theta = q_{in}/\varepsilon_0$$

$$\therefore EA = \frac{\rho [\frac{4}{3}\pi r_1^3]}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E[4\pi r_1^2] = \rho[\tfrac{4}{3}\pi r_1^3]/\varepsilon_0$$

$$\therefore E = \frac{(\rho) r_1}{3\varepsilon_0} = \frac{3Q r_1}{3\varepsilon_0[\frac{4}{3}\pi a^3]} = \frac{3Q r_1}{4\pi\varepsilon_0 a^3} \rightarrow \therefore E = \frac{3KQ r_1}{a^3}$$

$\rightarrow E \propto r_1$

$\therefore \rho = Q/V$

$\therefore Q = \rho V$

$\therefore Q = \rho[\frac{4}{3}\pi a^3]$

لـ 3Q

$\therefore q_{in} = \rho[\frac{4}{3}\pi r_1^3]$

مجموعة سنتر شير للخدمات الطلابية كلية الهندسة

.) at $[a < r_2 < b]$

$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} \rightarrow \therefore \oint E\, dA \cos\theta = 3Q/\varepsilon_0$$

$$\therefore EA = \frac{3Q}{\varepsilon_0} \rightarrow \therefore E(4\pi r_2^2) = \frac{3Q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} \rightarrow \therefore E = \frac{3KQ}{r_2^2} \rightarrow \therefore E \propto \frac{1}{r_2^2}$$

) at $[b < r_3 < c]$

بالحث

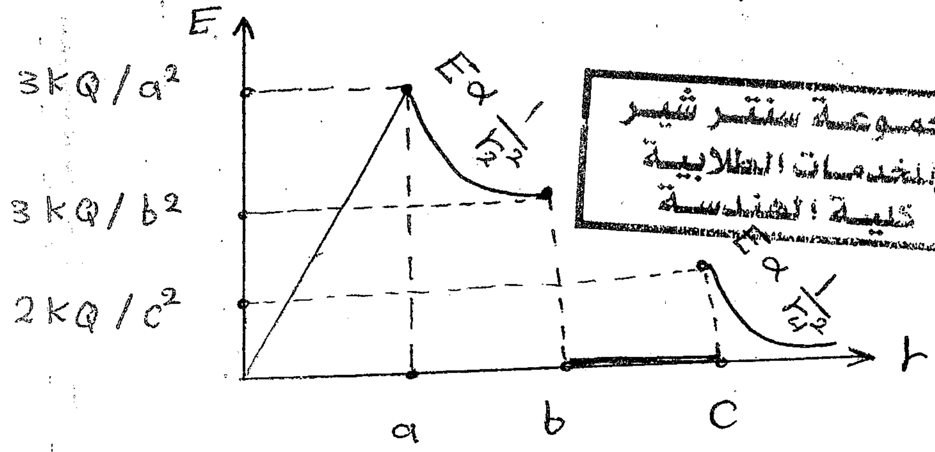
$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{+3Q - 3Q}{\varepsilon_0} = \frac{0}{\varepsilon_0} = 0 \Longrightarrow \boxed{\therefore E = 0}$$

) at $[c < r_4 < \infty]$

$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore \oint E\, dA \cos\theta = \frac{2Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E A = \frac{2Q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E(4\pi r_4^2) = \frac{2Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2} = \frac{2kQ}{r_4^2} \Longrightarrow \boxed{\therefore E = \frac{2kQ}{r_4^2}}$$

$\hookrightarrow E \propto \frac{1}{r_4^2}$



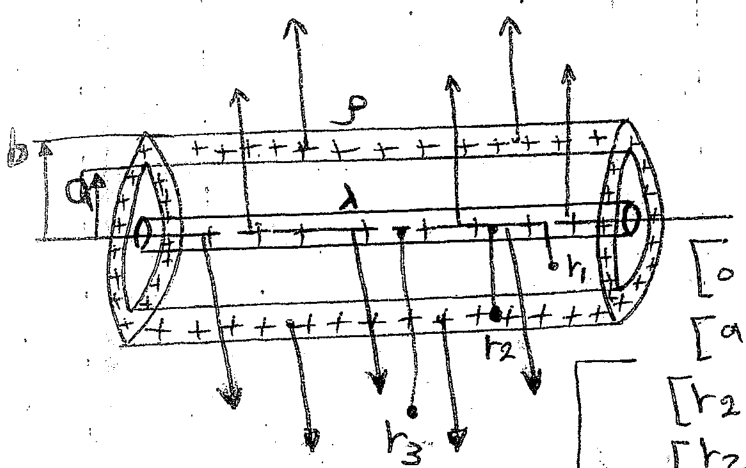
$a < b < c$

$E_a > E_b > E_c$

---

(17) ⟸ ∴ القشرة الاسطوانية غير موصلة ← ∴ الشحنة موزعة على الحجم (لـ القشرة).

⟸ نفرض أن طول كلاً من القشرة الاسطوانية و السلك ← (L).



⟸ سوف نقوم لحساب المجال في المواضع الآتية:

① بين السلك و القشرة $[0 < r_1 < a]$

② داخل القشرة $[a < r_2 < b]$

③ على السطح الداخلي للقشرة $[r_2 = a]$

④ 〃 〃 الخارجي $[r_2 = b]$

⑤ خارج القشرة $[b < r_3 < \infty]$

في كل مره [هنا (٤،٣)] نفرض سطح جاوس اسطوانه نصف قطرها r

$\Rightarrow$ at $[0 < r_1 < a]$

$\therefore \lambda = q/L$

$\therefore q = q_{in} = \lambda L$

$\therefore \oint E\cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$

$$\therefore \underbrace{\oint E\,dA\cos\theta}_{\text{سفلي}\;0} + \underbrace{\oint E\,dA\cos\theta}_{\text{علوي}\;0} + \underbrace{\oint E\,dA\cos\theta}_{\text{جانبي}\;1} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E\,A = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E[2\pi r_1 \cancel{L}] = \frac{\lambda \cancel{L}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{2k\lambda}{r_1}$$

$\Rightarrow$ at $[a < r_2 < b]$

$$\therefore \oint E\cdot dA = \Sigma q_{in}/\varepsilon_0$$

$\therefore \rho = Q/V$

$\therefore Q = \rho V$

$= \rho[\pi(b^2 - a^2)L]$

$\therefore q_{in} = \rho[\pi(r_2^2 - a^2)L]$

$$\therefore \underset{\text{جانبي}}{E\,A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \left[\begin{array}{r}\text{شحنة السلك + جزء من} \\ \text{شحنة الاسطوانة}\end{array}\right]$$

$$\Rightarrow \therefore E(2\pi r_2 \cancel{L}) = \frac{\lambda \cancel{L} + \rho[\pi(r_2^2 - a^2)\cancel{L}]}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\lambda + \rho[\pi(r_2^2 - a^2)]}{2\pi\varepsilon_0 r_2}$$

$$\therefore E = \frac{2k[\lambda + \rho[\pi(r_2^2 - a^2)]]}{r_2}$$

$\Rightarrow$ at $(r_2 = a)$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{2k\lambda}{a}$$

$\Rightarrow$ at $(r_2 = b)$

$$\Rightarrow \therefore E = \frac{2k[\lambda + \rho[\pi(b^2 - a^2)]]}{b}$$

$\Rightarrow$ at $[b < r_3 < \infty]$

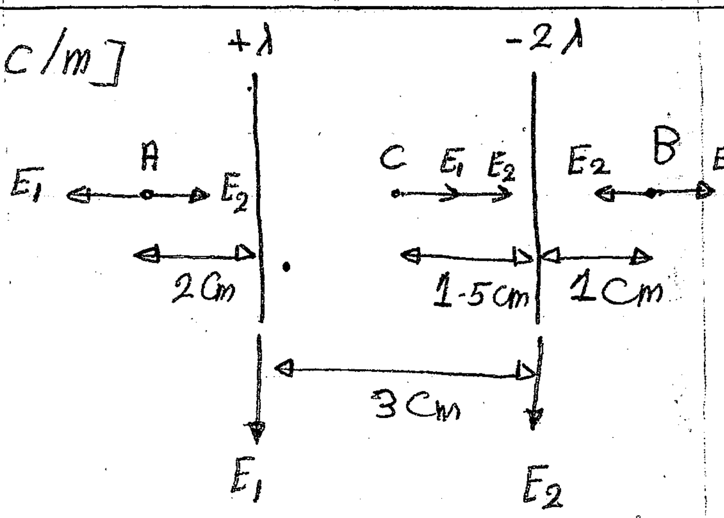
$\therefore \oint E_3 \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \therefore E_3 \underset{\text{جانبي}}{A} = q_{in}/\varepsilon_0 \longrightarrow \therefore E_3[2\pi r_3 l] = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$

$\therefore E_3[2\pi r_3 \cancel{l}] = \frac{\lambda \cancel{l} + \rho\pi(b^2 - a^2)\cancel{l}}{\varepsilon_0}$

$$\therefore E_3 = \frac{2k[\lambda + \rho\pi(b^2 - a^2)]}{r_3}$$

---

(18) $\rightarrow$ $[\lambda = 6\mu C/m]$



$\Rightarrow$ at Point (A)

$\therefore E_T = E_2 - E_1$

$= \frac{2k(2\lambda)}{r_2} - \frac{2k(\lambda)}{r_1}$

$= \left[\frac{2*9*10^9*2*6*10^{-6}}{0.05}\right]$

$- \left[\frac{2*9*10^9*6*10^{-6}}{0.02}\right] = -1.08*10^6 \hat{i}$ N/C

$\Rightarrow$ at Point (B)

$\therefore E_T = \frac{2k\lambda}{r_1} + \frac{-2k(2\lambda)}{r_2} = 2k\lambda\left[\frac{1}{r_1} - \frac{2}{r_2}\right]$

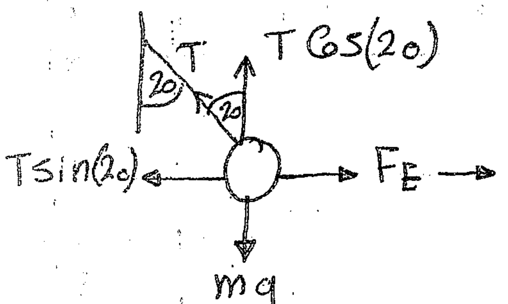
$= [2*9*10^9*6*10^{-6}]*\left[\frac{1}{0.04} - \frac{2}{0.01}\right] = -18.9*10^6 \hat{i}$ N/C

$\Rightarrow$ at Point (C); $\longrightarrow E_T = E_1 + E_2 = \frac{2k\lambda}{r} + \frac{2k(2\lambda)}{r} = \frac{2k\lambda}{r} + \frac{4k\lambda}{r}$

$= \frac{6k\lambda}{r} = \frac{6*9*10^9*6*10^{-6}}{0.015} = 21.6*10^6 \hat{i}$ N/C

(19) → $m = 20 \times 10^{-3}$ kg , $\sigma = 2 \times 10^{5}\ C/m^2$, $\theta = 20 \rightarrow q = ?$

<<Sol>>



منوضع شحنة في مجال ناشئ من لوح ← $\left[E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right]$

⇐ لازم الشحنة تطلع موجبة ، علشان يحصل اتزان i.e ← $[\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0]$

$\rightarrow \therefore \Sigma F_x = 0 \rightarrow \therefore F_E = T\sin(20) \rightarrow (1)$

$\therefore \Sigma F_y = 0 \rightarrow \therefore mg = T\cos(20) \rightarrow (2)$

⇐ بقسمة ② على ① ؛ ← للتخلص من قوة الشد (مجهوله)

$$\therefore \frac{F_E}{mg} = \tan(20) \rightarrow \therefore \frac{qE}{mg} = \tan(20)$$

$$\therefore q = \frac{mg\tan(20)}{E} = \frac{(20 \times 10^{-3})(9.81)(\tan 20)}{\left[\frac{2 \times 10^{5}}{2 \times 8.854 \times 10^{-12}}\right]}$$

$E \leftarrow \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$\therefore q = 6.316 \times 10^{-18}\ C$$