

سنتر فيوتشر

Subject:..... اعدادى استاتيك

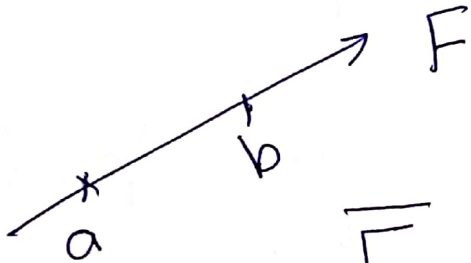
Chapter:..... استاتيك الجبر

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

استاتيكا الجيب

عناءات القوة في شكل متجه

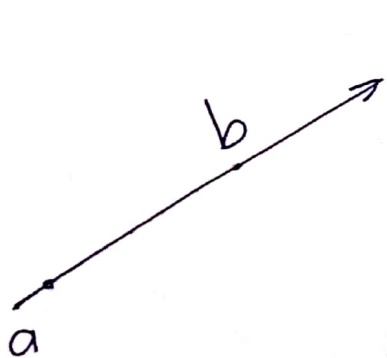


$$\vec{F} = |F| \cdot \hat{a}b$$

$|F|$ مقدار القوة

$\hat{a}b$ متجه الوحدة

$$\hat{a}b = \frac{\vec{ab}}{|\vec{ab}|} = \cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k}$$



$$F = 50 \text{ N}$$

تؤثر القوة 50 N في الجسم ab

$$a(1, 2, -1)$$

$$b(4, -1, 1)$$

مركبات القوة

F ونوايلها على المحاور

$$\vec{ab} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{F} = 50 \frac{[3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}]}{\sqrt{19}} = \frac{150\hat{i} - 150\hat{j} + 50\hat{k}}{\sqrt{19}}$$

①

مركب القوة في اتجاه x

$$F_x = \frac{150}{\sqrt{19}}$$

$$F_y = \frac{-150}{\sqrt{19}}$$

$$F_z = \frac{50}{\sqrt{19}}$$

مركب القوة

$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{19}}$$

$$\cos \beta = \frac{-3}{\sqrt{19}}$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

تؤثر القوة 30 N في مركز x بزاوية 60° مع محور y بزاوية 45° مع مركبات القوة

$$F = 30$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos^2 \gamma = \frac{1}{4}$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{2}$$

$$\vec{F} = 30 \left[\cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k} \right]$$

$$30 \left[\frac{1}{2} \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} + \frac{1}{2} \hat{k} \right]$$

$$F_x = 15$$

$$F_y = \frac{30}{\sqrt{2}}$$

$$F_z = 15$$

إذا كانت مركبة القوة في اتجاه y نفس $100N$
 ركضه زاويا $\alpha = 60^\circ$ ، $\beta = 45^\circ$ ، $\gamma = 45^\circ$ مع بقية القوة
 مركبات القوة

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{4} \quad \cos \beta = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= F [\cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k}] \\ &= \underline{\underline{F \cos \alpha \hat{i}}} + \underline{\underline{F \cos \beta \hat{j}}} + \underline{\underline{F \cos \gamma \hat{k}}} \end{aligned}$$

$$F_x = |F| \cos \alpha \text{ ①}$$

$$F_y = |F| \cos \beta$$

$$F_z = |F| \cos \gamma \text{ ②}$$

$$\therefore F_y = 100 = |F| \cdot \frac{1}{2}$$

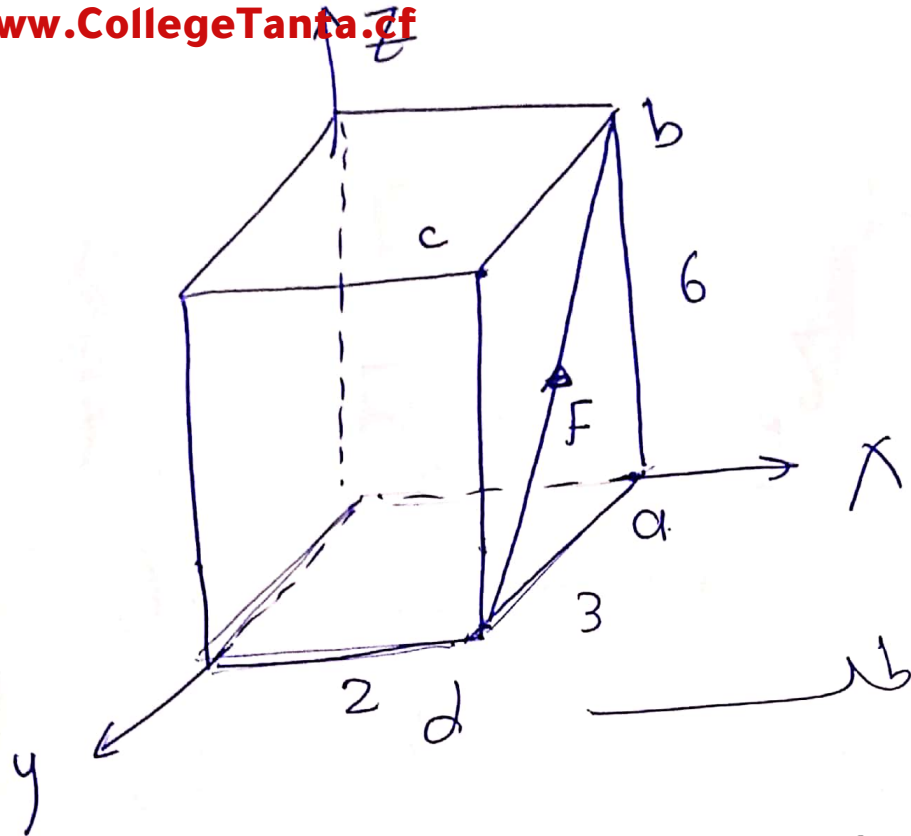
العويد ② ①

$$\therefore |F| = 200$$

$$F_x = 200 \cos \alpha$$

$$F_z = 200 \cos \gamma$$

②



$$F = 21\sqrt{5}$$

مقدار القوة

$$d(2, 3, 0)$$

$$b(2, 0, 6)$$

$$\vec{F} = 21\sqrt{5} \left[0\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 6\mathbf{k} \right]$$

$$\sqrt{9+36}$$

$$\frac{21\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} (-3\mathbf{j} + 6\mathbf{k})$$

$$= -21\mathbf{j} + 42\mathbf{k}$$

$$F_x = 0$$

$$F_y = -21$$

$$F_z = 42$$

٤

مجموع القوى

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

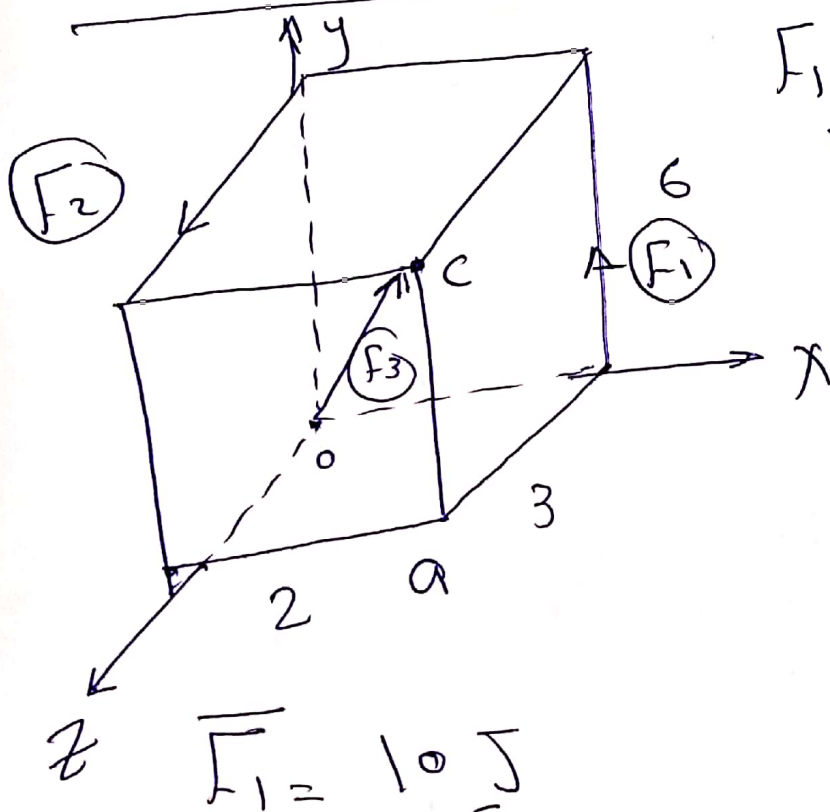
$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad \text{متجه المثلث}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{|\vec{R}|}$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{R_z}{R}$$



$$F_1 = 10 \text{ N} \quad \text{تقوى القوة}$$

$$F_2 = 12 \text{ N}$$

$$F_3 = 21 \text{ N}$$

اصططت القوى

$$o(0,0,0), \vec{c}(2,6,3)$$

$$\vec{F}_2 = 12 \hat{k}$$

$$\vec{F}_1 = 10 \hat{j}$$

$$\vec{F}_3 = 21 \left[\frac{2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}}{7} \right] = 6\hat{i} + 18\hat{j} + 9\hat{k}$$

$$\vec{F}_1 = 6\mathbf{i} + 18\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$$

$$\vec{F}_2 = 12\mathbf{k}$$

$$\vec{F}_3 = 10\mathbf{j}$$

$$\vec{R} = 6\mathbf{i} + 28\mathbf{j} + 21\mathbf{k}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{6^2 + 28^2 + 21^2} = 35.51$$

المركبة

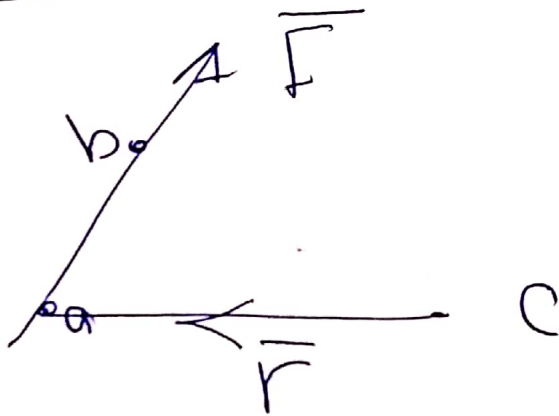
الاتجاه المركبة

$$\cos \alpha = \frac{6}{35.5}$$

$$\cos \beta = \frac{28}{35.5}$$

$$\cos \gamma = \frac{21}{35.5}$$

عزم قوة حول نقطة



$$\vec{M}_C = \vec{r} \times \vec{F}$$

الناتج المتجهي العزم عموماً

ناتج القوة عموماً

2

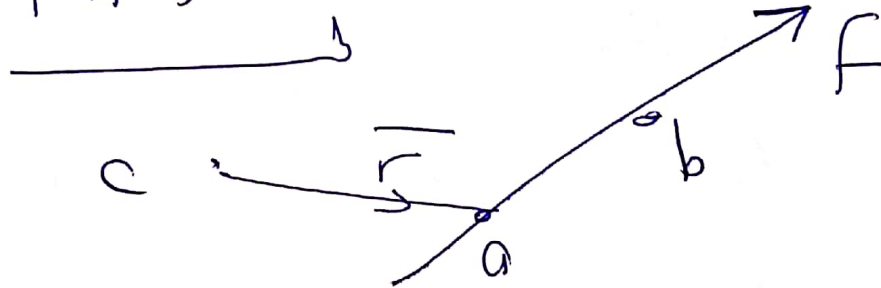
نقطة القوة N $z' = 5$ a, b c

$$a(1, -1, 3)$$

$$b(0, 4, -2)$$

$$c(3, 4, 1)$$

المركز القوة \vec{F}



$$\vec{F} = 5 \frac{[-i - 5j - 5k]}{\sqrt{1 + 25 + 25}}$$

$$= \sqrt{51} [-i - 5j - 5k] \neq$$

$$\vec{r} = a - c$$

$$= -2i - 5j + 2k$$

$$M_c = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & -5 & 2 \\ -1 & -5 & -5 \end{vmatrix}$$

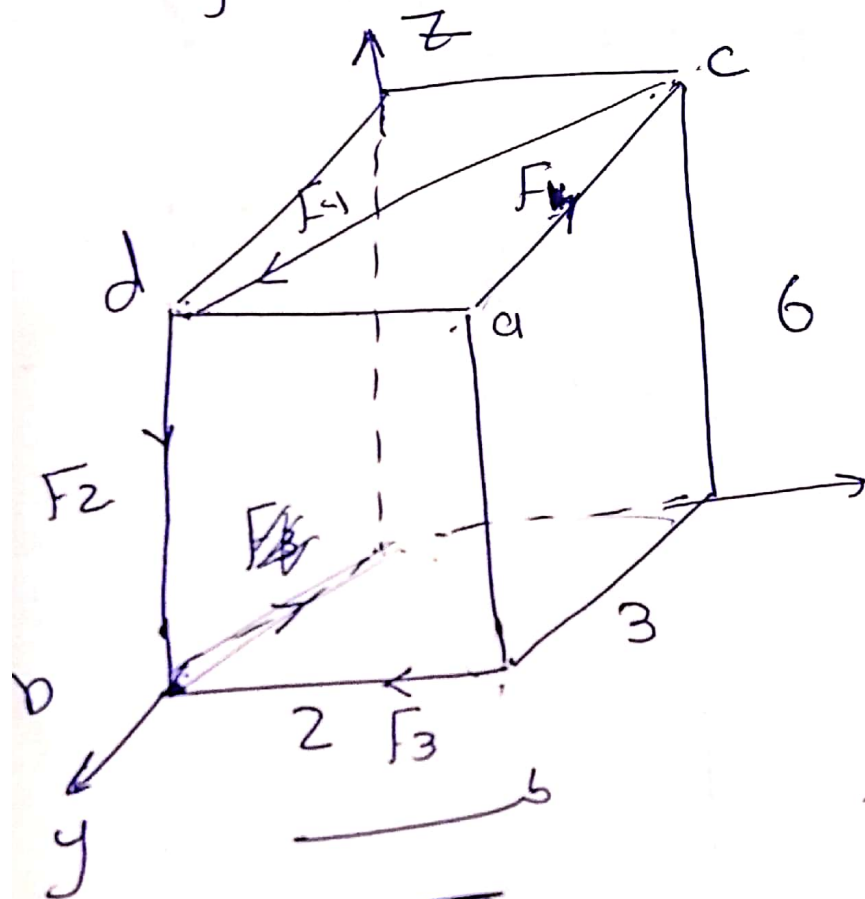
$$= \sqrt{51} \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & -5 & 2 \\ -1 & -5 & -5 \end{vmatrix}$$



$$M_c = [35i - 12j + 5k] \sqrt{51}$$

$$M_c = 35\sqrt{51} i - 12\sqrt{51} j + 5\sqrt{51} k$$

أدت القوة الموصلة بالمثل
أصغر من القوى ———— ولكن العزم
هو نقطة محورية



$$F_1 = 5 \text{ N}$$

$$F_2 = 8 \text{ N}$$

$$F_3 = 4 \text{ N}$$

$$F_4 = 3\sqrt{13} \text{ N}$$

$$c(2, 0, 6)$$

$$d(0, 3, 6)$$

$$\vec{F}_2 = -8k$$

$$F_4 = 3\sqrt{13} \left[\frac{\vec{cd}}{|\vec{cd}|} \right]$$

(17)

$$\vec{r}_4 = 3\sqrt{13} \left(\frac{-2\hat{i} + 3\hat{j}}{\sqrt{4+9}} \right) = -6\hat{i} + 9\hat{j}$$

$$\vec{R} = -5\hat{j} - 8\hat{k} - 4\hat{i} - 6\hat{i} + 9\hat{j}$$

$$= -10\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{100 + 16 + 64} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{-10}{6\sqrt{5}}$$

$$\cos \beta = \frac{4}{6\sqrt{5}}$$

$$\cos \gamma = \frac{-8}{6\sqrt{5}}$$

عزف القدر صلا نقضه

$$M_0 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 0 & 6 \\ 0 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & -8 \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 3 & 6 \\ -6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

(a)

$$= 30i - 10j - 24i + 12k - 54i - 36j + 18k$$

$$M_o = -48i - 36j + 20k \quad \#$$

$$M_o =$$

الفتل القوي

① صات المصاة ② صات العزوم

علت المجموعت = برعت اركعت لوليت

①

$$\vec{R} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \dots$$

$$R_x i + R_y j + R_z k$$

② العزوم

$$M_o = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \dots$$

③ لا زديع

$$= \frac{M_o \cdot \vec{R}}{|\vec{R}|}$$

= 0
≠ 0

إذا كان الناتج $M_o \cdot \vec{R} = 0$ المجموعت كليات قوة رهيقة

إذا كان $\bar{M}_0 \cdot \bar{R} \neq 0$ فإن الموتر \bar{R} ليس
 وحدة البرمجة (المطلوب)
 الكسوة

$$P = \frac{\bar{M}_0 \cdot \bar{R}}{|\bar{R}|^2}$$

معادلات المحاور المركزية [خط الموتر]

$$\bar{M}_0 - P \bar{R} = \bar{r} \times \bar{R}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & j & k \\ x & y & z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}$$

نقل الحدود إلى معادلات i, j, k
 من المعادلات السابقة

$$\bar{R} = -10i + 4j = 8k$$

$$\bar{M}_0 = -48i - 36j + 20k$$

$$\bar{M}_0 \cdot \bar{R} = 480 = 4(36) - 160 = 176 \neq 0$$

$$\frac{\bar{M}_0 \cdot \bar{R}}{|\bar{R}|} = \frac{176}{6\sqrt{5}} = \text{الزاوية}$$

$$P = \frac{\overline{M_0} \cdot \overline{R}}{|\overline{R}|^2} = \frac{176}{180} = 0.977$$

القيمة

$$\overline{M_0} - P \overline{R} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix}$$

معدلات المعاملات

$$-48i - 36j + 20k = 0.977 [-10i + 4j - 8k]$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ -10 & 4 & -8 \end{vmatrix}$$

$$-38.23i - 39.91j + 27.82k$$

$$(-8y - 4z)i - (8x + 10z)j + (4x + 10y)k$$

معدلات المعاملات

$$-8y - 4z = -38.23$$

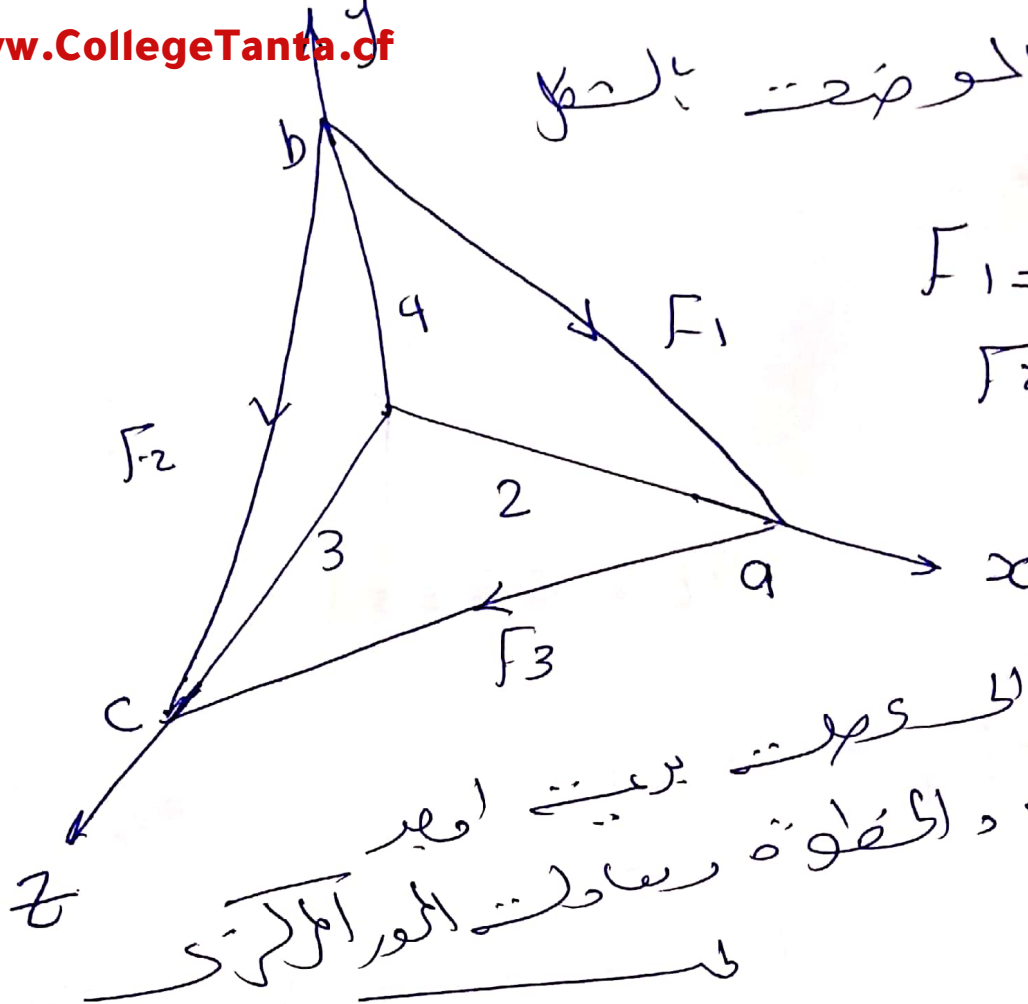
$$8x - 10z = -39.91$$

$$4x + 10y = 27.82$$

معدلات المعاملات

٢

تؤثر القوى الموضوعة بالخط



$$F_1 = 6\sqrt{5}$$

$$F_2 = 20$$

$$F_3 = \sqrt{13}$$

أقل الميوعة لمعدلات برمتي أكبر
سرة البريت، الخطوة وساعات المورال كرتي

$$b(0, 4, 0)$$

$$a(2, 0, 0)$$

$$c(0, 0, 3)$$

$$\vec{F}_1 = 6\sqrt{5} \frac{(2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 0\mathbf{k})}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{6\sqrt{5} (2\mathbf{i} - 4\mathbf{j})}{2\sqrt{5}}$$

$$\vec{F}_1 = 6\mathbf{i} - 12\mathbf{j}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{4}{20} \frac{(-4\mathbf{j} + 3\mathbf{k})}{\sqrt{25}} = -16\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$$

(١٤)

$$\vec{F}_3 = \sqrt{13} \left[\frac{-2i + 3k}{\sqrt{13}} \right] = -2i + 3k$$

$$\vec{F}_1 = 6i - 12j$$

$$\vec{F}_2 = -16j + 12k$$

$$\vec{F}_3 = -2i + 3k$$

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = 4i - 28j + 15k$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{16 + 28^2 + 15^2} = 5\sqrt{41}$$

المزاد في الجواب

$$M_{O_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & 0 \\ 6 & -12 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & -16 & 12 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= -24k + 48i - 6j$$

$$M_O = 48i - 6j - 24k$$

$$M_O \cdot \vec{R} = (48i - 28j + 15k) \cdot (48i - 6j - 24k)$$

(٤)

$$\overline{M}_0 \cdot \overline{R} = 0$$

∴ الموجهة = قوة شدية

$$P = 0 \quad \text{الشدوة}$$

معادلات المحاور الثلاثة

$$\overline{M}_0 - \cancel{P R} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ 4 & -28 & 15 \end{vmatrix}$$

$$\cancel{\overline{M}_0} = (15y + 28z)i - (15x - 4z)k + (-28x - 4y)k$$

$$48i - 6j - 24k$$

ماتر معادلات i, j, k

$$\left. \begin{aligned} 15y + 28z &= 48 \\ -15x + 4z &= -6 \\ -28x - 4y &= -24 \end{aligned} \right\} \text{معادلات المحاور الثلاثة}$$

لوحادز نقط تقاطع

المحاور الثلاثة

نقطة التقاطع

نقطة التقاطع
(x, y, z)

$$15y = 48 \quad \text{و} \quad -15x = -6$$

10