

نظرية ذات الحدين

Binomial Theorem

Center Share

Center Share

مجموعه عمل سطر شير
للخدمات الطلابية
عنية القنصلية

القانون:-

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2$$

$$+ \frac{(n)(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \dots$$

Center Share

مجموعه عمل سطر شير
للخدمات الطلابية
عنية القنصلية

و لكن حاول انقدر ايسر ان استخدم الصيغة الاخرى للقانون وهو :-

$$(1+Z)^n = 1 + nZ + \frac{(n)(n-1)}{2!}Z^2$$

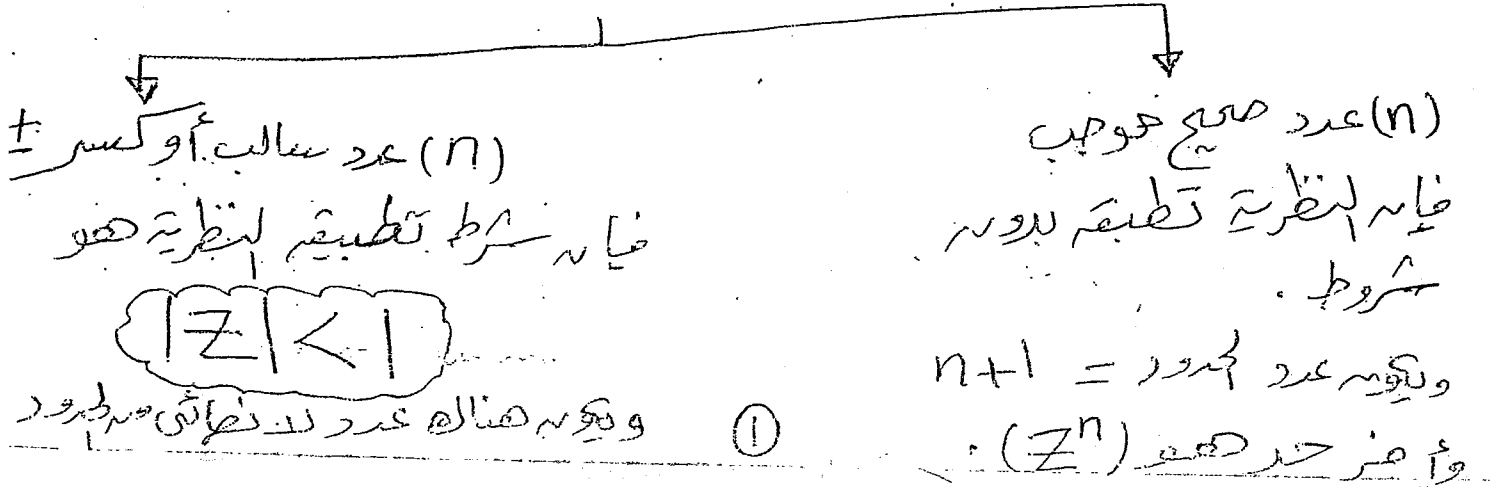
Center Share

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}Z^3 + \dots$$

Center Share

مجموعه عمل سطر شير
للخدمات الطلابية
عنية القنصلية

هذا القانون لطبقه على حسب قوة n



$|Z| < 1$

Examples: Find the Expansion (مفعول) of the following:-

$$(1) \quad (1 + \underbrace{3X}_Z)^3 = 1 + \frac{3}{1!}(3X) + \frac{(3)(2)}{2!}(3X)^2 + \frac{3(2)(1)}{3!}(3X)^3$$

Center Share

$$= 1 + 9X + 27X^2 + 27X^3$$

في n $3 = n$ من صيغة مفعول فطبقنا النظرية صياغة
 ما في n $(3X)^3 = Z^n$

مجموعة المنتشر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

$$(2) \quad (2 - 3X)^3$$

نحول $(1 + Z)^n$ إلى $(2 - 3X)^3$ عامل مشترك

$$= \left[2 \left(1 + \underbrace{\frac{-3X}{2}}_Z \right) \right]^3 = 2^3 \left(1 + \left(\frac{-3X}{2} \right) \right)^3$$

$$= 2^3 \left[1 + 3 \left(\frac{-3X}{2} \right) + \frac{3 \times 2}{2!} \left(\frac{-3X}{2} \right)^2 + \frac{3 \times 2 \times 1}{3!} \left(\frac{-3X}{2} \right)^3 \right]$$

$$= 8 \left[1 - \frac{9}{2}x + \frac{27}{4}x^2 - \frac{27}{8}x^3 \right]$$

$$= 8 - 36x + 54x^2 - 27x^3$$

مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$(3) (2+4x)^{-4}$$

$$= (2)^{-4} (1+2x)^{-4}$$

نقل بعض عادي

$$= \frac{1}{2^4} \left[1 + \frac{(-4)}{1!} (2x) + \frac{(-4)(-5)}{2!} (2x)^2 + \dots \right]$$

$$= \frac{1}{16} [1 - 8x + 40x^2 - \dots]$$

مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$n = -4$ عدد سالب

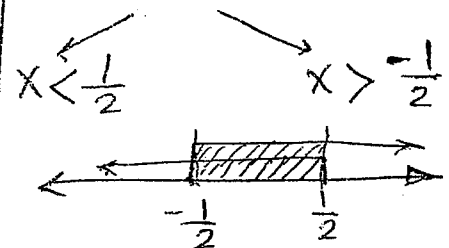
$$Z = 2x$$

يبقى للز شرط

$$|Z| < 1 \text{ صحيحة}$$

$$|2x| < 1$$

$$|x| < \frac{1}{2}$$



الفترة التي يكون فيها
مفكوك صحيح هي

$$\left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$$

* Find The Expansion of $(1+x)^{-1}$ and from it Deduce

The Expansion of $(1-x)^{-1}$ ← $(1+x)^{-1}$ هو مفكوك
ومفكوك مستع مفكوك
③

Solution:

$$(1+x)^{-1} = \frac{1}{(1+x)}$$

$$1 + \frac{-1}{1!}x + \frac{(-1)(-2)}{2!}x^2$$

$$+ \frac{(-1)(-2)(-3)}{3!}x^3 + \dots$$

$$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

نريد

$$(1-x)^{-1} = 1 - (-x) + (-x)^2 - (-x)^3 + \dots$$

$$\frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

* Expand $(1+x)^{-2}$ and from it

Deduce The Expansion of $(1-x)^{-2}$

Solution:- $n = -2$

$$(1+x)^{-2} = 1 + \frac{(-2)}{1!}x + \frac{(-2)(-3)}{2!}x^2$$

$$+ \frac{(-2)(-3)(-4)}{3!}x^3 + \dots$$

(4)

$n = -1$
 شرط التقارب
 $|x| < 1$
 $x < 1$ $x > -1$
 $-1 < x < 1$

$$\therefore (1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \dots \quad \underline{\underline{\text{حفظ}}}$$

الحل
 $x \rightarrow (-x)$

$$\therefore (1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \quad \underline{\underline{\text{حفظ}}}$$

* Find The EXpansion of \sqrt{x}

if $|x-1| < 1$ Solution

مجموعة سنتر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

Solution $(x-1)$ هو z في $|z| < 1$

$$\therefore \sqrt{x} = (x)^{1/2} = (1 + (x-1))^{1/2}$$

أخيراً ① و طريقة

$\therefore n = 1/2$ حل عادي

$$(1 + (x-1))^{1/2} = 1 + \frac{1/2}{1!} (x-1)$$

وهو قال ~
 $|x-1| < 1$
 لأن شرط كدة محقق

$$+ \frac{(1/2)(-1/2)}{2!} (x-1)^2 + \frac{(1/2)(-1/2)(-3/2)}{3!} (x-1)^3 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2} (x-1) - \frac{1}{8} (x-1)^2 + \dots$$

* find The Expansion of

$$\frac{1}{(1+x)^2}$$

if ① $|x| > 1$

② $|x| < 1$

مجموعة منتير شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

Solution :: $\frac{1}{(1+x)^2} = (1+x)^{-2}$

① $|x| > 1$ لاحظ

$n = -2$
لا بد من كفة
الشرط
 $|z| < 1$

لا يعبر الفعل الشرط غير حقيقة

حيث فعل بآية : الحل أكبر x عند

عامل مشترك وطول مرة لفرق

"فأشأه من x' موجودة فقط" تطلع بأشأه

$$\therefore (1+x)^{-2} = (x)^{-2} \left(\frac{1}{x} + 1 \right)^{-2}$$

$$= \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{-2} \Rightarrow$$

$$= \frac{1}{x^2} \left[1 + \frac{(-2)}{1!} \frac{1}{x} + \frac{(-2)(-3)}{2!} \left(\frac{1}{x} \right)^2 + \frac{(-2)(-3)(-4)}{3!} \left(\frac{1}{x} \right)^3 + \dots \right]$$

$\therefore |x| > 1$
 $\therefore \left| \frac{1}{x} \right| < 1$
الشرط حقيقة
فلن عادى
 $z = \frac{1}{x}$

② $|x| < 1$ بشرط تحقق

$$(1+x)^{-2} = 1 + \frac{(-2)}{1!}x + \frac{(-2)(-3)}{2!}x^2 + \dots$$

$$= 1 - 2x + 3x^2 - \dots$$

Center Share

∴ قاعدة عامة لتقنية شرط الفعل

"الكبير دائماً" أخذت عامل مشترك

كـ فـلو $x \gg \gg$ "x كبير جداً" : أخذت أكبر

Center Share

كـ ولو $x \ll \ll$ "x صغيرة جداً" ∴ أخذت أصغر

أخذت عامل مشترك وجلبت

بشرط اللازم للفعل

مجموعة منتزعة شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Ex: Expand $\sqrt[3]{2x+7}$ if

(1) $x \ll \ll$ صغيرة جداً

(2) $x \gg \gg$ كبيرة جداً

Solution: $\sqrt[3]{2x+7} = (2x+7)^{1/3}$

Center Share

① $x \ll 1$ صغيرة جداً

∴ نأخذ الحد الأول (الحد الرئيسي) عامل مشترك

$$= (7)^{1/3} \left(1 + \left(\frac{2x}{7} \right)^{1/3} \right)^{1/3} \quad \begin{matrix} \text{L} \rightarrow n \\ \text{L} \rightarrow z \end{matrix}$$

$$\left\{ \left| \frac{2x}{7} \right| < 1 \right. \\ \left. \text{لأن } x \text{ صغيرة} \right.$$

$$= \sqrt[3]{7} \left[1 + \frac{(1/3)}{1!} \left(\frac{2x}{7} \right) \right.$$

$$+ \frac{(1/3)(-2/3)}{2!} \left(\frac{2x}{7} \right)^2 + \frac{(1/3)(-2/3)(-5/3)}{3!} \left(\frac{2x}{7} \right)^3 + \dots \left. \right]$$

Center Share

مجموعة منتظم شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

② $x \gg 1$ كبيرة جداً

∴ نأخذ أكبر x عامل مشترك (في $2x$ و 7)

نأخذها بعامل مع بعض عامل مشترك

$$\therefore \sqrt[3]{2x+7} = (2x)^{1/3} \left(1 + \frac{7}{2x} \right)^{1/3}$$

$$= \sqrt[3]{2x} \left[1 + \frac{(1/3)}{1!} \left(\frac{7}{2x} \right) \right. \\ \left. + \frac{(1/3)(-2/3)}{2!} \left(\frac{7}{2x} \right)^2 + \dots \right]$$

$$\left\{ \left| \frac{7}{2x} \right| < 1 \right. \\ \left. \text{لأن } x \text{ كبيرة} \right. \\ \left. \text{هذا "وجوده في المقام"} \right.$$

⑧

* التَّيْبُ الثَّلَاثَةُ حُرُوفِ الْوَحْدَةِ مَقْلُوبٌ

$$\frac{3X-1}{(2X-1)^3}$$

وَرَجَدَ الْفَتْرَةُ الَّتِي يَلِيهِ
فِرْعَ الْمَقْلُوبِ مَقْلُوبًا .

الْوَحْدَةُ

Center Share

$$\frac{3X-1}{(2X-1)^3} = (3X-1)(2X-1)^{-3}$$

$$= (3X-1)(-1)^{-3}(1+(-2X))^{-3}$$

Center Share

$$(3X-1) \left[1 + \frac{-3}{1!} (2X) + \frac{-3(-4)}{2!} (-2X)^2 + \dots \right]$$

$$= -(3X-1) [1 + 6X + 24X^2 + \dots]$$

الْفَتْرَةُ الَّتِي يَلِيهِ فِرْعَ الْمَقْلُوبِ مَقْلُوبًا

$$|2X| < 1$$

$$2X < 1$$

$$2X > -1$$

$$\therefore X < \frac{1}{2}$$

Center Share

$$|-2X| < 1$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

$$\textcircled{1} \frac{1}{\sqrt{9+X^2}}$$

* أَدْرِخْ مَقْلُوبٌ

REPORT

$$\textcircled{2} \frac{X}{(X-2)^2}$$

⑨

مجموعة منتسب شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة منتسب شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Expand: $\sqrt[3]{x^3+6} - \sqrt[3]{x^3+3}$

كسره كبيره و $x \gg \gg$
 نأخذ أكبر x عامل مشترك

مجموعة منتظر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

Solution:

Center Share

$$\sqrt[3]{x^3+6} - \sqrt[3]{x^3+3}$$

$$= (x^3+6)^{1/3} - (x^3+3)^{1/3}$$

$$= (x^3)^{1/3} \left(1 + \frac{6}{x^3}\right)^{1/3} - (x^3)^{1/3} \left(1 + \frac{3}{x^3}\right)^{1/3}$$

$$= x \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{6}{x^3}\right) + \frac{(1/3)(-2/3)}{2!} \left(\frac{6}{x^3}\right)^2 + \dots \right]$$

$$x \left[1 + \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{3}{x^3}\right) + \frac{(1/3)(-2/3)}{2!} \left(\frac{3}{x^3}\right)^2 + \dots \right]$$

Center Share

لا حظ بشرط صفة في نفس الشكل ويكون حيث x كبير
 وموجود في رقم (10)

* Ex: Expand (توسع) $(1+x^2)^{-1/2}$ according to the Increasing Power of x (يعني عايز أس x تزيد في القوة), then Prove that

$$\sqrt{3} = 2 - \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{8}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots$$

هذا هو

$$(1+x^2)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2} x^2 + \frac{(-1/2)(-3/2)}{2!} (x^2)^2 + \frac{(-1/2)(-3/2)(-5/2)}{3!} (x^2)^3 + \dots$$

أس x تزيد زي ما هو عايز

$$\therefore (1+x^2)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2} (x^2) + \frac{3}{8} (x^2)^2 - \frac{15}{48} (x^2)^3 + \dots$$

لحساب الأول

لا بد من المطلوب لأن نلاحظ أنه وضع $x^2 = \frac{1}{3}$

نضع $\frac{1}{3} = x^2$ في المعادلة

$$\therefore \left(1 + \frac{1}{3}\right)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{8} \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{15}{48} \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots$$

$$\therefore \left(\frac{4}{3}\right)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{8} \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{15}{48} \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots$$

$$\downarrow$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{8} \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{15}{48} \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots$$

$$\therefore \sqrt{3} = 2 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{8}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots$$

#

مجموعة منتظم شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

مجموعة منتظم شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

تطبيقات نظرية ذات الحدين

مجموعه منتديات
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

① داي دفيق تقریسیه لقرار صینه :-

$$(1 + \text{Ⓜ})^n$$

لعل الى

Center Share

تفع حساب بدونه آلة حاسبة و دقة شرط

Ex.: Find an approximat Value (قيمة تقریسیه)

For The Following and Calculate

The max. Value For the error أكبر قيمة للخطأ

(1) $\sqrt{50}$

Solution:

Center Share

$$= (50)^{1/2} = (1 + 49)^{1/2}$$

$|49| > 1$
لا دقة شرط

$$= (49)^{1/2} \left(\frac{1}{49} + 1 \right)^{1/2}$$

$$= 7 \left(1 + \frac{1}{49} \right)^{1/2}$$

دقة شرط

$$\left| \frac{1}{49} \right| < 1$$

$$= 7 \left(1 + \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{49} \right) + \frac{\left(\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{1}{2} \right)}{2!} \left(\frac{1}{49} \right)^2 + \dots \right)$$

$$\approx 7.071$$

أكبر قيمة للخطأ هو أول حد أهملناه :

$$\max \text{ error} = \left| 7 \left[\frac{(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{3!} \left(\frac{1}{49}\right)^3 \right] \right|$$

مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

$$\textcircled{2} \sqrt{60} = (60)^{1/2} = (64 - 4)^{1/2}$$

عدد زس طبع ايام اربعة
السريع دور في آلة
حاسبة

$$= (64)^{1/2}$$

$$\left(1 + \frac{-4}{64}\right)^{1/2}$$

$$\frac{14}{64} < 1 \quad \text{تحقق الشرط}$$

$$= 8 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{-4}{64}\right) + \frac{(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})}{2!} \left(\frac{-4}{64}\right)^2 + \dots \right]$$

$$\approx 7.746$$

$$\max \text{ error} = \left| 8 \left[\frac{(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{3!} \left(\frac{-4}{64}\right)^3 \right] \right|$$

$$\approx 1.5 \times 10^{-5}$$

مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$= \left[1 + \frac{-23}{27} \right]^{1/6}, \quad \left| \frac{-23}{27} \right| < 1$$

$$= 1 + \frac{1}{6} \left(\frac{-23}{27} \right) + \frac{(1/6)(-5/6)}{2!} \left(\frac{-23}{27} \right)^2$$

$$\approx 0.808$$

Center Share

مجموعة منتظر شير
لخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\textcircled{5} (340)^{1/3} = (343 - 3)^{1/3}$$

$$= (343)^{1/3} \left(1 + \frac{-3}{343} \right)^{1/3}$$

$$= \left(1 + \frac{1/3}{\left(\frac{-3}{343} \right)} + \frac{(1/3)(-2/3)}{2!} \left(\frac{-3}{343} \right)^2 \right)$$

Center Share

✓

نلاحظ : إذا طلب حساب قيمة "مُعرباً" لنتائج لتلاوة أرقام عشرية نكتب أول ثلاثة حدود فقط في سلسلة ونحن نكتب الرقم على ثلاثة نكتب أول ثلاثة أرقام بعد العلامة

ولو طلب أربع أرقام عشرية نكتب أربع حدود فقط في السلسلة وهكذا

Center Share

$$\textcircled{3} \quad \sqrt[3]{\frac{41}{25}} = \left(\frac{41}{25}\right)^{1/3} = \left(\frac{25+16}{25}\right)^{1/3}$$

$$= \left(1 + \frac{16}{25}\right)^{1/3} \quad \left|\frac{16}{25}\right| < 1$$

$$= 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{16}{25}\right) + \frac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{16}{25}\right)^2}{2!} \approx 1.168$$

Center Share

مجموعة منتثر شير
لخدمات الطلابية
الحيوية الهندسة

$$\textcircled{4} \quad \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}} = \frac{(2)^{1/3}}{(3)^{1/2}} = \left(\left(\frac{(2)^{1/3}}{(3)^{1/2}}\right)^6\right)^{1/6}$$

$$= \left(\frac{(2)^2}{(3)^3}\right)^{1/6} = \left(\frac{4}{27}\right)^{1/6}$$

Very Important

② ايجاد مفكول قوسية أكثر من حدين :-

Center Share

Example:- Expand:

$$\frac{1}{x^2 + 3x + 3}$$

at

① $x \ll$ صغيرة

② $x \gg$ كبيرة

Solution: $\frac{1}{x^2 + 3x + 3} = (x^2 + 3x + 3)^{-1}$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

① $x \ll$ صغيرة

أخذ الحد الأول عامل مشترك لأننا نريد أن يكون

$$= (3)^{-1} \left(1 + \left(\frac{x^2 + 3x}{3} \right) \right)^{-1}$$

$$\left| \frac{x^2 + 3x}{3} \right| < 1$$

لأن x صغيرة جداً

$$= \frac{1}{3} \left[1 + \frac{(-1)}{1!} \left(\frac{x^2 + 3x}{3} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{(-1)(-2)}{2!} \left(\frac{x^2 + 3x}{3} \right)^2 + \dots \right]$$

Center Share

② $x \gg$ كبيرة

أخذ الحد الأكبر x عامل مشترك

$$(x^2)$$

$$\therefore (x^2 + 3x + 3)^{-1} = (x^2)^{-1} \left(1 + \frac{3x+3}{x^2} \right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{x^2} \left[1 + \frac{(-1)}{1!} \left(\frac{3x+3}{x^2} \right) + \frac{(-1)(-2)}{2!} \left(\frac{3x+3}{x^2} \right)^2 + \dots \right]$$

$$+ \frac{(-1)(-2)}{2!} \left(\frac{3x+3}{x^2} \right)^2 + \dots$$

Center Share

مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\left| \frac{3x+3}{x^2} \right| < 1$$

لأنه x كبير
وأكبر واحد
موجودة في مقام

② $(x^2 + 6x + 2)^4$

كبير $x \gg$ at ①
صغيرة $x \ll$ ②

Solution: $\frac{1}{(x^2 + 6x + 2)^4} = (x^2 + 6x + 2)^{-4}$

① at $x \gg$ كبير
 x^2 عامل مشترك

$$= (x^2)^{-4} \left(1 + \frac{6x+2}{x^2} \right)^{-4}$$

Center Share

$$\left| \frac{6x+2}{x^2} \right| < 1$$

$$= \frac{1}{(x)^8} \left(1 + \frac{(-4)}{1!} \left(\frac{6x+2}{x^2} \right) + \frac{(-4)(-5)}{2!} \left(\frac{6x+2}{x^2} \right)^2 + \dots \right)$$

② at $x \ll$ صغيرة

لأنه x ليس له (2) عامل مشترك (17)

$$\Rightarrow (x^2 + 6x + 2)^{-4} = (2)^{-4} \left(1 + \frac{x^2 + 6x}{2}\right)^{-4}$$

Center Share

$$, \left| \frac{x^2 + 6x}{2} \right| < 1$$

$$= \frac{1}{16} \left[1 + \frac{(-4)}{1!} \left(\frac{x^2 + 6x}{2} \right) + \frac{(-4)(-5)}{2!} \left(\frac{x^2 + 6x}{2} \right)^2 + \dots \right]$$

مجموعة منتشر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Expand

$$(x^3 + 3x^2 + x + 1)^{-2}$$

Center Share

at $x \gg$

Center Share

\ll

grip

Very Very... Important:
 (3) دایاد معاملات قوی X مختلف

* Calculation of Coefficient of Center Share

or In general X :

مجموعه ستم شمر
 معاملات الطلائية
 کلیه - لعمدسة

کذا ① ۱/۱ هو رقم المضروب في ۱ - X الکل

$$(1+Z)^n = 1 + C_1^n Z + C_2^n Z^2 + \dots + C_r^n Z^r$$

$$C_r^n = Z^r \leftarrow \text{coefficient}$$

Center Share

$$C_r^n = \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

$$(1+Z)^{-n} = 1 - C_1^n Z + \dots + (-1)^r C_r^{n+r-1} Z^r$$

Center Share

$$\therefore \text{coeff. } Z^r = (-1)^r C_r^{n+r-1}$$

خلاصة

Center Share

إذا طلب معامل x^n في كل حد

لحفظه وحسب

- 1) $(1+z)^{-1} = 1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^r z^r$ (حفظ)
- 2) $(1-z)^{-1} = 1 + z + z^2 + z^3 + \dots + 1 \cdot z^r$
- 3) $(1+z)^{-2} = 1 - 2z + 3z^2 - 4z^3 + 5z^4 - \dots + (-1)^r (r+1) z^r$
- 4) $(1-z)^{-2} = 1 + 2z + 3z^2 + 4z^3 + \dots + (r+1) z^r$

إذا كان القوس ليس مع كل الحدود السابقة
نقدم القواعد

$$(1+z)^n = \dots + \binom{n}{r} z^r$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$(1+z)^{-n} = \dots + (-1)^r \frac{n+r-1}{r} z^r$$

Center Share

يمكن أن تكون دالة الشارح أقواس سابقة، وسنفس النتائج.

ملاحظة هامة: إذا طلب معامل x^n لعدد كبير نوجد

الحد الجزئية لعدد الأول ثم نوجد معامل x^n لكل كسر صغير ثم نجمع النتائج كلها. (توجد على ما في المراجعة)

Examples:

① Find coefficient of X^{16} in the Expansion of $(1+X)^n$

Center Share

Solution:

~~على شكل لقوس~~ $(1+X)^n = 1 + C_1^n X + \dots + C_r^n X^r$

$\therefore \text{coeff } X^r = C_r^n$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$\therefore r = 16$ X^{16} مطلوب معامل

$n = 20$ لقوس

$\therefore \text{Coeff } X^{16} = \frac{C_{16}^{20}}{16! (4)!} = 4845$

Center Share

② Coeff. of X^8 from:-

Center Share

$(3 - 5X^2)^{10}$

Solution

$(3)^{10} \left(1 + \frac{-5}{3} X^2\right)^{10} = 3^{10} \left[\dots + C_r^{10} \left(\frac{-5}{3} X^2\right)^r + \dots \right]$

$= \dots + (3^{10}) C_r^{10} \left(\frac{-5}{3}\right)^r X^{2r} + \dots$

$\therefore 8 = 2r \quad (r=4) \quad X^8$ مطلوب جعل (21)

$$\therefore \text{coeff } x^8 = 3^{10} \cdot {}^4 C_4 \left(\frac{-5}{3}\right)^4 = \checkmark \checkmark$$

مجموعة منتشر شير
لخدمات الطلابية
كلية الهندسة

③ Find Coeff of x^4 in the Expansion
 $(1-2x)^{-\frac{1}{2}}$ Solution

Center Share

$$\therefore (1+z)^{-n} = \dots + (-1)^r {}^n C_r z^r$$

$$(1-2x)^{-1/2} \Rightarrow n = 1/2$$

$$= \dots + (-1)^r {}^{1/2} C_r (-2x)^r$$

\downarrow
 z

$$= (-1)^r {}^{r-1/2} C_r (-2)^r (x^r) + \dots$$

x^4 مطلوب جعل

$$\therefore r = 4$$

$$\therefore \text{coeff } x^4 = (-1)^4 {}^{4-1/2} C_4 (-2)^4$$

\downarrow
 $+1$

$$= 16 \cdot {}^{3.5} C_4 = 16 \frac{(3.5)!}{4! (3.5-4)!}$$

$$= 16 \frac{(3.5)(2.5)(1.5)(1/2)}{4!} = 16 \frac{1}{2} = 8$$

\downarrow
 $4! = 24$

* Find The Expansion of $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2$ Then find coeff. of x^r

Solution: $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = (1+x)^2 (1-x)^{-2}$

$$= (1+2x+x^2) \left[1+2x+3x^2+\dots+(r+1)x^r \right]$$

Center Share

Center Share

$$= 1+2x+3x^2+\dots+(r+1)x^r$$

$$+ 2x+4x^2+6x^3+\dots+2rx^r+2(r+1)x^{r+1}$$

$$+ x^2+2x^3+\dots+(r-1)x^r + rx^{r+1}+(r+1)x^{r+2}$$

∴ Coeff $x^r = (r+1)+(r-1)+2r$

$$= 4r$$

مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Put $r=8 \leftarrow x^8$ لو طلب معامل

$$= 4 \times 8 = 32$$

Find coefficient of x^n in the Expansion of.

(29)

$$\frac{(1+2x)^5}{(1-x)^2}$$

Solution

Center Share

$$= \frac{(1+2x)^5}{(1-x)^2}$$

$$= \left[1 + 5(2x) + \frac{5 \times 4}{2!} (2x)^2 + \frac{5 \times 4 \times 3}{3!} (2x)^3 + \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4!} (2x)^4 + (2x)^5 \right] \cdot \left[\dots + (1+r)x^r + \dots \right]$$

$$= [1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5]$$

$$\cdot [\dots + (1+r)x^r + \dots]$$

Center Share

1. x^r term (rth term)

$$(1) (1+r) + 10(r) + 40(r-1) + 80(r-2) + 80(r-3) + 32(r-4)$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$r \rightarrow n$ حاصل $(r \text{ صلا}) x^n$ سويل

$$= 1 + n + 10n + 40(n-1) + 80(n-2) + 80(n-3) + 32(n-4)$$

Center Share

report find coeff. of x^n for:

المجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$x^3 - x^2 - x + 1$$

Ex: find coefficient of x^n for:-

(17)

$$\frac{(1+x)}{(1+x+x^2)^2}$$

Solution

→ ٨/٣ الكسر غير اختص
تكون هدين واثنين فقط.

لا حظ: $1-x^3 = (1-x)(1+x+x^2)$

$$\hookrightarrow = \frac{(1+x)(1-x)^2}{[(1-x)(1+x+x^2)]^2} = \frac{(1+x)(1-2x+x^2)}{(1-x^3)^2}$$

$$= [1-2x+x^2+x-2x^2+x^3] (1-x^3)^{-2}$$

فكرة: $(1-z)^{-2}$
حفظ

$$= [1-x^3+x^3] [1+2x^3+3x^6+4x^9+\dots+(r+1)x^{3r}+\dots]$$

لديهم x^r ، لكن لهم x^{3r}

نوم:

نوم: Coefficient $x^{3r} = (r+1) + (r)$

مجال $x^{3r} \times x^0$ ثابت
مجال $x^{3r} \times x^3$

$$// \quad x^{3r+1} = (-1)(r+1)$$

مجال $x^{3r+1} \times x^0$

$$// \quad x^{3r+2} = (-1)(r+1)$$

مجال $x^{3r+2} \times x^0$

ونكون معامل x^n محلي بالشروط معامل x بفرع:

5 Solve the following Inequalities.

البرزخ المحلول
Sheet # 1

(1) $\frac{3x-4}{2} > 5x-7$

Solution

Center Share

$3x-4 > 10x-14$

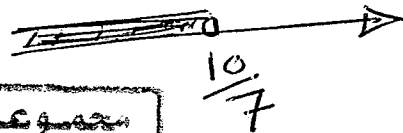
$7x-10 < 0$

$7x < 10$

$x < \frac{10}{7}$

Center Share

مجموعة منتظم شير
لخدمات الطلاب
كلية الهندسة



(2) $\frac{1}{|x-1|} > 1$

Solution

يقبّل الطرفين وتغيّر " > " إلى " < "

$|x-1| < 1$

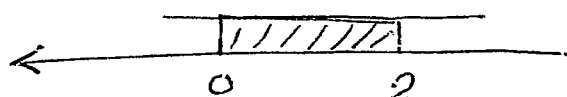
$x-1 < 1$

$\therefore x < 2$

$x-1 > -1$

$\therefore x > 0$

Center Share



$x \in]0, 2[$

#

(3)

$$|x| - 3 > 1$$

Center Share

$$|x| - 3 > 1$$

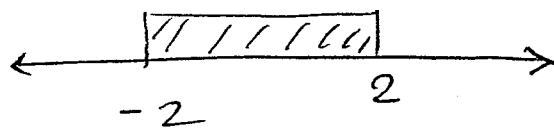
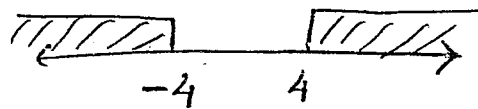
$$|x| - 3 < -1$$

$$|x| > 4$$

$$|x| < 2$$

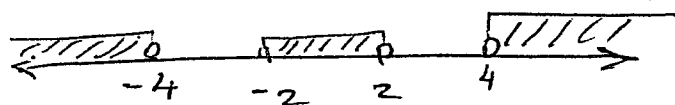
$$x > 4 \quad x < -4$$

$$x < 2 \quad x > -2$$



مجموعة منتظم شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$D = D_1 \cup D_2$$



Center Share

6 Find coeff. of x^n in the expansion of:

$$(i) \sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$$

Solution

بالجواب * مراجعة

$$\therefore \sqrt{\frac{(1+2x)(1+2x)}{(1-2x)(1+2x)}} = \frac{\sqrt{(1+2x)^2}}{\sqrt{1-4x^2}} = \frac{1+2x}{(1-4x^2)^{1/2}}$$

(27)

$$= (1+2x)(1-4x^2)^{-1/2} \Rightarrow n = +1/2, Z = -4x^2$$

نفس القانون لحساب
لدرجة حش في كل المربع أحوال محفوظة

$$= (1+2x) \left[\text{Center Share} + (-1)^r C_r^{n+r-1} Z^r \right]$$

$$= (1+2x) \left[\dots + (-1)^r C_r^{r-1/2} (-4)^r x^{2r} \right]$$

∴ Coeff. $x^{2r} = (1) (-1)^r C_r^{r-1/2} (-4)^r$
 معامل x^{2r} في القوس الثاني الحد المطبق في القوس الأول

, Coeff. $x^{2r+1} = (2) (-1)^r C_r^{r-1/2} (-4)^r$
 معامل x^{2r+1} معامل x^{2r}

Center Share

مجموعة منتثر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$(ii) \frac{(1+2x)^5}{(1-x)^2} = (1+2x)^5 (1-x)^{-2}$$

$$= \left[1 + 5(2x) + \frac{5(4)}{2!} (2x)^2 + \frac{(5)(4) \cdot 3}{3!} (2x)^3 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4!} (2x)^4 + (2x)^5 \right] \left[\dots + (r+1)x^r \right]$$

محفوظ (28)

$$= [1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5] [--- + (r+1)x^r]$$

$$\therefore \text{coeff } x^r = [r+1] + [10r] + [40(r-1)] + [80(r-2)] + [80(r-3)] + [32(r-4)]$$

$$\therefore \text{coeff } x^n \rightarrow \text{ضع } n=r$$

Center Share

مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$(ii) \frac{1}{\sqrt{1-x}} = (1-x)^{-1/2} \quad n = 1/2, z = -x$$

$$= \dots + (-1)^r \frac{n+r-1}{c_r} z^r$$

Center Share

$$+ (-1)^r \frac{r-1/2}{c_r} (-x)^r$$

$$\therefore \text{coeff } x^r = (-1)^r$$

Center Share

$$= \frac{r-1/2}{c_r}$$

* Find Coefficient of x^n for $(x^2+x^3+x^4+x^5)^5$, find Coefficient of x^{20} . Solution

$\therefore (x^2+x^3+x^4+x^5)^5 = (x^2)^5 [1+x+x^2+x^3]^5$ أضربنا x^2 كامل متركب
طلع من القوس باس 5

$= x^{10} \left[\frac{(1+x+x^2+x^3)(1-x)}{(1-x)} \right]^5 \rightarrow$

ضربنا x^2 * $1-x$
وقسمنا على $1-x$ على ان
لدينا $(1+x+x^2)$ كما سبق

$= x^{10} \left[\frac{(1+x+x^2)(1-x) + x^3(1-x)}{(1-x)} \right]^5$

$= x^{10} \left[\frac{1-x^3+x^3-x^4}{1-x} \right]^5$

$\left[\frac{1-x^4}{1-x} \right]^5 = x^{10} \cdot [1-x]^4 \cdot [1-x]^{-5}$
غير متصا / حتمه نفقه كله
نطبق عليه
قانون $(1+z)^n$
 \downarrow
 $n=5$
 $z=-x$

Center Share

$= x^{10} \left[1 - 5x^4 + \frac{5(4)}{2!}x^8 - \frac{5(4)(3)}{3!}x^{12} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4!}x^{16} - x^{20} \right] \cdot \left[\dots + (-1)^r C_r^{n+r-1} z^r \right]$

$= x^{10} \left[1 - 5x^4 + 10x^8 - 10x^{12} + 5x^{16} - x^{20} \right] \left[\dots + (-1)^r C_r^{5+r-1} (-x)^r \right]$

$= \left[x^{10} - 5x^{14} + 10x^{18} - 10x^{22} + 5x^{26} - x^{30} \right] \cdot \left[\dots C_r^{r+4} \cdot x^r \right]$

\therefore Coeff. of $x^r =$ $\boxed{C_{r-10}^{r+4-10}} \cdot \boxed{(1)} \cdot x^{r-10} + \boxed{C_{r-14}^{r+4-14}} \cdot \boxed{(-5)} \cdot x^{r-14}$
 $+ \boxed{C_{r-18}^{r+4-18}} \cdot \boxed{(10)} \cdot x^{r-18} + \boxed{C_{r-22}^{r+4-22}} \cdot \boxed{(-10)} \cdot x^{r-22} + \boxed{C_{r-26}^{r+4-26}} \cdot \boxed{(5)} \cdot x^{r-26} + \boxed{C_{r-30}^{r+4-30}} \cdot \boxed{(-1)} \cdot x^{r-30}$

Center Share

Put $r=20$

$\Leftarrow x^{20}$ ليه د حاصل

~~[Interval of Convergence]~~

~~$x \in \mathbb{R} = [-1, 1]$~~

Center Share

9 Evaluate coeff. x^{30} & x^{29} from "1" 100%

$f(x) = (x^2 + x^4 + \dots + x^{12})^7$

Solution

نفسه

Center Share

$1 - x^6$
 $= (1 - x^2)(1 + x^2 + x^4)$

$(1 - x^2)^7$

$f(x) = \frac{(x^2)^7 [1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10}]^7 (1 - x^2)^7}{(1 - x^2)^7}$

مجموعة سنتر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

$= x^{14} \left[(1 + x^2 + x^4)(1 - x^2) + x^6(1 + x^2 + x^4)(1 - x^2) \right]^7$

Center Share

$= \frac{x^{14} [1 - x^6 + x^6(1 - x^6)]^7}{(1 - x^2)^7}$

$$= \frac{X^{14} [1 - X + X^6 - X^{12}]^7}{(1 - X^2)^7} = X^{14} \cdot [1 - X^{12}]^7 \cdot [1 - X^2]^{-7}$$

نقطة عادي قانون عام

$$= X^{14} [1 - 7X^{12} + 35X^{24} - 35X^{36} + 21X^{48} - 7X^{60} + X^{72} - X^{84}]^*$$

$$\left[\dots + (-1)^r \binom{n+r-1}{r} Z^r \right]$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

في $n=7$
 $Z = -X^2$

$$= [X^{14} - 7X^{26} + 21X^{38} - 35X^{50} + 35X^{62} - 21X^{74} + X^{86} - X^{98}] \left[\dots + (-1)^r \binom{r+6}{r} (-1)^r X^{2r} \right]$$

∴ Coeff $X^{2r} = (1) \binom{r-8\frac{1}{2}}{r-14} + (-7) \binom{r-20\frac{1}{2}}{r-26} + (21) \binom{r-32\frac{1}{2}}{r-38}$

هذا ... X^{14} X^{26} X^{38} X^{50} X^{62} X^{74} X^{86} X^{98}

$$+ (-35) \binom{r-44\frac{1}{2}}{r-50} + (35) \binom{r-56\frac{1}{2}}{r-62} - 21 \binom{r-68\frac{1}{2}}{r-74} - \binom{r-92}{r-98}$$

Center Share

نقع

$$2r = 30$$

$$\therefore r = 15$$

بالنسبة لعدد حاصل X^{2r+1} ← لا يوجد لأنه كل حدود زوجية # في التوسيع

(32) وحدة : عدد حرد