سنتر فيوتشر

Subject:............................استاتيكا...............

Chapter:............................المتجهات...............

الـجـبـر

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} \quad \longleftarrow \quad \text{البلاث}$$

$$\overline{a} = a_1 i + a_2 J + a_3 k$$

a_1, a_2, a_3 مركبات المتجه في اتجاه x, y, z

$$|\overline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad \longleftarrow \quad \text{مقدار المتجه}$$

$$\hat{a} = \frac{\overrightarrow{a}}{|a|} = \frac{\text{المتجه}}{\text{الطول}} \quad \longleftarrow \quad \text{متجه الوحدة}$$

$$= \cos\alpha\, i + \cos\beta\, J + \cos\gamma\, k$$

α, β, γ زوايا ميل المتجه في كل من x, y, z

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\lambda\, \overrightarrow{a} = \lambda\, a_1 i + \lambda\, a_2 J + \lambda\, a_3 k$$

$$\overline{A} \pm \overline{B} = (a_1 \pm b_1) i + (a_2 \pm b_2) J + (a_3 \pm b_3) k$$

①

① الضرب القياسي

$$\overline{A} \cdot \overline{B} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$= |A| |B| \cos \theta$$

الناتج كمية قياسية

$$A \perp B$$

if $\quad \overline{A} \cdot \overline{B} = 0$

$$\cos \theta = \frac{\overline{A} \cdot \overline{B}}{|A||B|}$$

الزاوية بين المتجهين

$$= \frac{\overline{A} \cdot \overline{B}}{|B|}$$

* مسقط $\overline{A}$ على $\overline{B}$

$$= \overline{A} \cdot \hat{B}$$

$\overline{A}$, $\overline{B}$
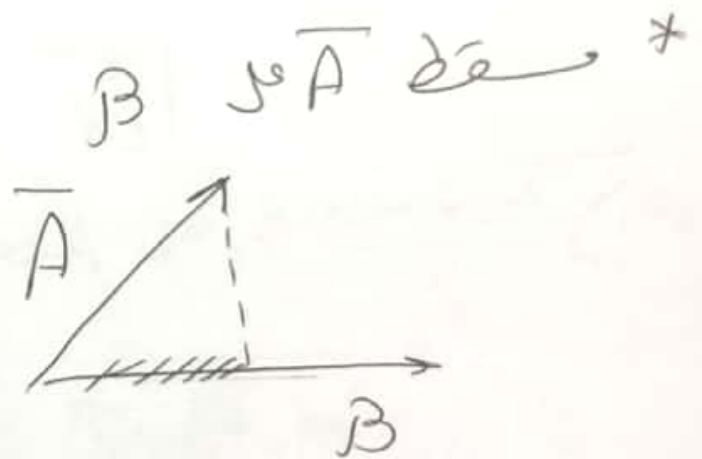
* الشغل المبذول من القوة $\overline{F}$ في تحريك جسم A إلى B

$$\overline{r} = B - A$$

$$work = \overline{F} \cdot \overline{r}$$
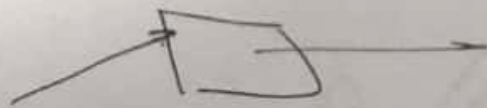
* مركبات المتجه $\overline{A}$ في اتجاه $\overline{B}$ والعمودي على

©

مرتبة $\overline{A}$ في اتجاه $\overline{B}$

$= \left(\dfrac{\overline{A} \cdot \overline{B}}{|B|} \right) \hat{B} = \left(\overline{A} \cdot \hat{B} \right) \hat{B} = \overline{C}$

مرتبة $\overline{A}$ العمودي على $\overline{C} = \overline{B}$

$\overline{A} - \overline{C} = \overline{D}$

الضرب الاتجاهي

$\overline{A} \times \overline{B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

الناتج كمية متجهة تمثل المتجه العمودي على كل من A, B

$$|\overline{A} \times \overline{B}| = |A||B| \sin \alpha = $$ مساحة متوازي أضلاع

A $\overline{B}$

$$\dfrac{\overline{A} \times \overline{B}}{|A \times B|} = \hat{n}$$ متجه الوحدة العمودي

if $\overline{A} \times \overline{B} = 0$ $\overline{A} /\!/ \overline{B}$
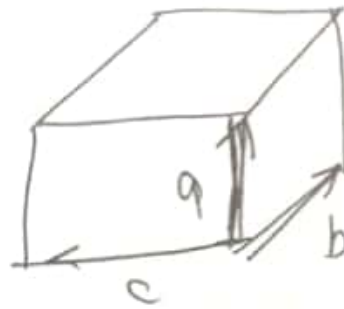
④
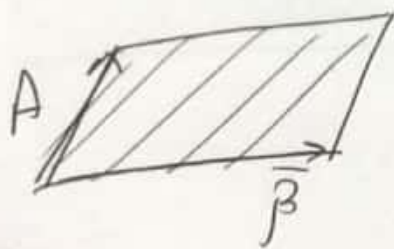
الضرب الثلاثي القياسي

$$\overline{A} \cdot (\overline{B} \times \overline{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

النائج كمية قياسية تمثل حجم متوازي السطوح

$$\overline{a} \cdot (\overline{b} \times \overline{c}) =$$

المتجهات تقع في مستوى واحد

الضرب الثلاثي المتجهي

$$\overline{A} \times (\overline{B} \times \overline{c})$$

$$= (\overline{A} \cdot \overline{c}) \overline{B} - (\overline{A} \cdot \overline{B}) \overline{c}$$

اذا كان

$$\overline{A} = 2i + 3J - 5k$$

$$\overline{B} = 2i + J + 2k$$

$$\overline{c} = 6i + 3J + 2k$$

$$\overline{d} = 7i + J + 4k$$

١) اوجد $|A|$ ومتجه الوحدة له والزوايا الفراغية لـ (؟) فراغية له

٢) اوجد $2\overline{A} + 3\overline{B}$ واوجد $\overline{A} \cdot \overline{B}$ والزاوية بين $\overline{A} و \overline{B}$ ومسقط $\overline{A}$ على $\overline{B}$ ومركبتي $\overline{A}$ في اتجاه $\overline{B}$ والعمودي على $\overline{B}$

٣) اوجد $\overline{A} \times \overline{B}$ ومساحة المثلث الذي فيه متجهاتهم ومتجه الوحدة العمودي عليهم

٤) اوجد قيمة λ التي تجعل $\overline{A}, \overline{d}$ متعامدين

٥) اوجد قيمة λ التي تجعل $\overline{B}, \overline{c}, \overline{d}$ تقع في مستوى واحد

٦) اوجد $\overline{A} \cdot (\overline{B} \times \overline{c})$ وحجم متوازي السطوح

٧) اوجد $\overline{A} \times (\overline{B} \times \overline{c})$

٨)

$$|A| = \sqrt{4 + 9 + 25} = \sqrt{38} \quad \#$$

$$\hat{A} = \frac{2i + 3J - 5k}{\sqrt{38}} \quad \#$$

$$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{38}} \; , \quad \cos\beta = \frac{3}{\sqrt{38}}$$

$$\cos\delta = \frac{-5}{\sqrt{38}}$$

$$2\bar{A} + 3\bar{B} = 4i + 6J - 10k + [6i + 3J + 6k)$$
$$= 10i + 9J - 4k \quad \#$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = 4 + 3 - 10 = -3 \quad \#$$

$$\frac{\bar{A} \cdot \bar{B}}{|A||B|} = \cos\vartheta = \frac{-3}{\sqrt{38}\sqrt{9}} = \frac{-1}{\sqrt{38}}$$

$$\frac{\bar{A} \cdot \bar{B}}{|B|} = \frac{-3}{\sqrt{3}} = \boxed{-1} \qquad = \bar{B} \text{ على } \bar{A} \text{ مركبة}$$ ⓐ

$$\bar{C} = \left(\frac{\bar{A} \cdot \bar{B}}{|B|}\right)\hat{B} \qquad \begin{array}{c} B \text{ اتجاه في } A \text{ مركبة } * \\ = -1\frac{[2i + J + 2k)}{3} \end{array}$$

$$\overline{C} = \frac{-2}{3}i - \frac{1}{3}j - \frac{2}{3}k$$

مرتب $\overline{A}$ وَ$\overline{B}$ اذا کان $\overline{B}\ \overline{B}$

مرتب $\overline{A}$ القوی علی $\overline{B}$

$$\overline{d} = \overline{A} - \overline{C}$$

$$= (2i + 3j - 5k) - \left(\frac{-2}{3}i - \frac{1}{3}j - \frac{2}{3}k\right)$$

$$\overline{d} = \frac{8}{3}i + \frac{10}{3}j - \frac{13}{3}k \neq$$

$$\overline{A} \times \overline{B} = \begin{vmatrix} \overset{+}{i} & \overset{-}{j} & \overset{+}{k} \\ 2 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 11\, i - 14\, j - 4\, k$$

$$\left|\overline{A} \times \overline{B}\right| = \sqrt{121 + 196 + 16} = \sqrt{343}$$

$$\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{343}$$

مساحة المثلث

$$\hat{n} = \frac{\overline{A} \times \overline{B}}{|A \times B|} = \frac{11\, i}{\sqrt{343}} - \frac{14\, j}{\sqrt{343}} - \frac{4\, k}{\sqrt{343}}$$

$$A \cdot d = 0 = 2\lambda + 3 - 20 = 0$$

$$2\lambda = 17 \qquad \lambda = 8 \cdot 5 \quad \#$$

علي حسب تقع في نفس المستوي c, d, β

$$\bar{B} \cdot (\bar{c} \times \bar{d}) = 0 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \\ \lambda & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$2[10] - [24 - 2\lambda] + 2(6 - 3\lambda)$$

$$-4 + 2\lambda + 12 - 6\lambda = 0$$

$$-4\lambda + 8 = 0 \qquad \boxed{\lambda = 2}$$

$$A \cdot (\beta \times C) = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2(-4) - 3(-8) - 5(0)$$

$$-8 + 24 = \underline{16}$$

$$\underline{16}$$ هو حجم متوازي المستطيلات

$$\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) = (\bar{A} \cdot \bar{C})\bar{B} - (\bar{A} \cdot \bar{B})\bar{C}$$

$$= (12 + 9 - 10)\bar{B} - (4 + 3 - 10)\bar{C}$$

$$11\bar{B} + 3\bar{C}$$

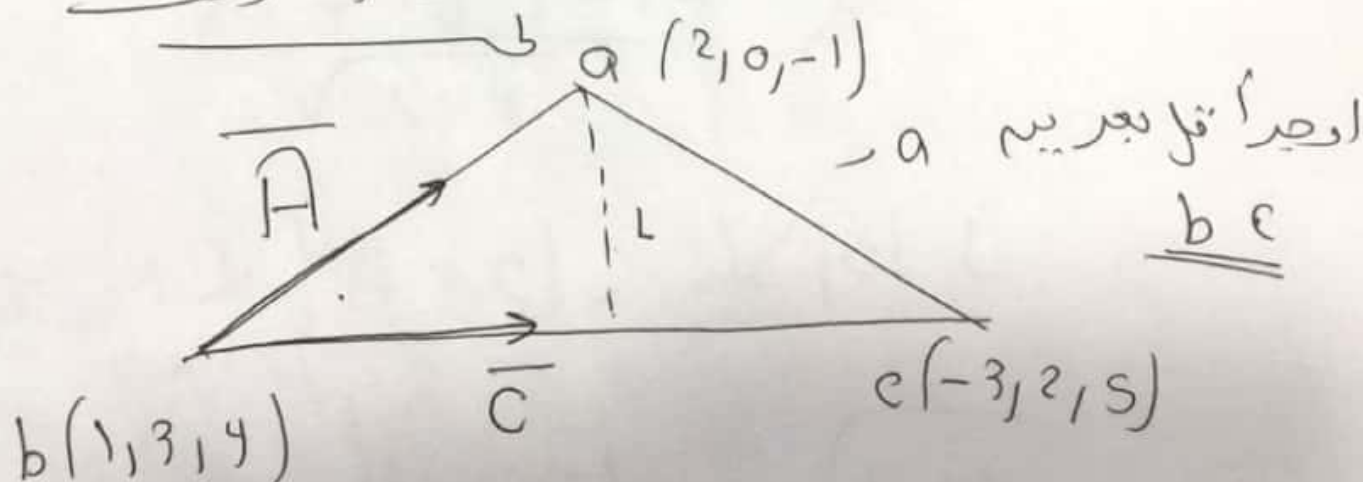$$= 22i + 11J + 22k + 18i + 9J + 6k$$

$$= 40i + 20J + 28k$$

$B(1, 3, 4)$ ، $A(2, 0, -1)$ ← اذا كانت

$C(-3, 2, 5)$

$a(2, 0, -1)$

أوجد تبرهن محيط المثلث ، ونقطة تقع عند رؤس مثلث اوجد
مساحة الوحدة العمودي ومركزه

$\bar{A}$

L

$\bar{C}$

أخيراً تبرهن

b e

$b(1, 3, 4)$

$c(-3, 2, 5)$

(9)

$$\bar{A} = i - 3J - 5k$$

$$\bar{C} = -4i - J + k$$

$$\triangle = \frac{1}{2} \left| \overline{A} \times \overline{C} \right|$$

$$\overline{A} \times \overline{C} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & -5 \\ -4 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2i + 19j - 13k$$

$$\cancel{B} = |A \times C| = \sqrt{4 + 381 + 169}$$

$$= \sqrt{554}$$

$$\triangle = \frac{1}{2} \sqrt{554} \quad \#$$

متجه الوحدة العمودى يؤشر على

$$\hat{n} = \frac{2i + 19j - 13k}{\sqrt{554}} \quad \#$$

$$\triangle = \frac{1}{2} |A \times C| = \frac{1}{2} |C| \cdot L$$

$$L = \frac{|A \times C|}{|C|} = \frac{\sqrt{554}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{554}{18}}$$

(10)

اذا كانت $a(1, 2, -1)$, $b(0, 3, 5)$

$d(1, 1, 1)$, $c(1, -2, 4)$

هل النقاط في مستوى واحد أم لا ؟ أربع نقاط

اذا كانت في مستوى اوجد مساحة الشكل الرباعي

واذا كانت لا ارجد حجم متوازي السطوح
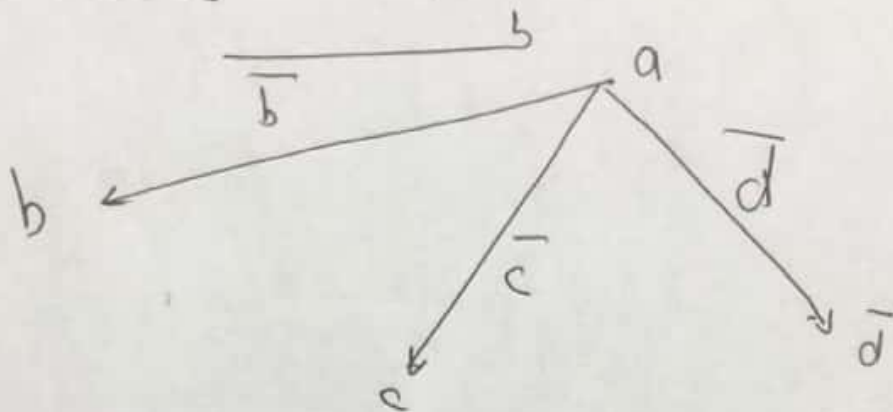
$$\overline{ab} = \overline{b} = -i + j + 6k$$

$$\overline{ac} = \overline{c} = 0i - 4j + 5k$$

$$\overline{ad} = \overline{d} = 0i - j + 2k$$

$$\overline{b} \cdot (\overline{c} \times \overline{d}) = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$- [-8 + 5] = 3 \neq 0$$

النقاط ليست في مستوى واحد

حجم متوازي السطوح هو $\underline{3}$

(11)