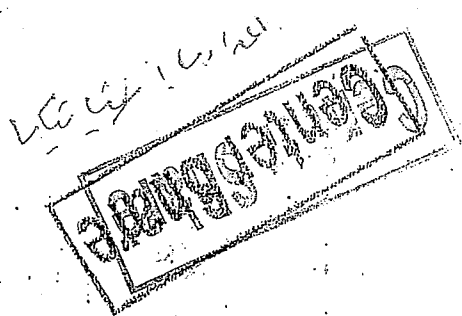


« الباب الاول »

المتجهات

المتجهات

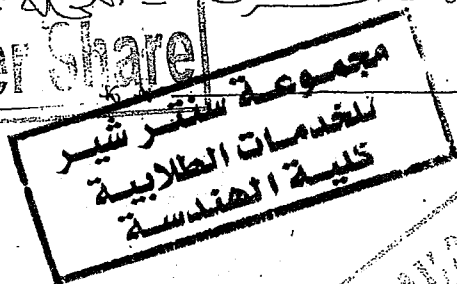
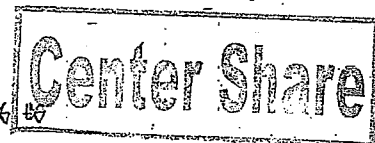


تقسم المتجهات الفيزيائية إلى:

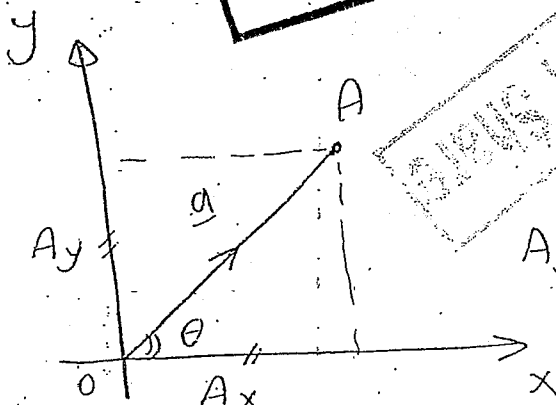
1- المتجهات القياسية : والتي يمكن تحديدها بعدة طرق المقدار

مثل « الكتلة - الطول - ... »

2- المتجهات متجهة : والتي يمكن تحديدها بعدة طرق المقدار والاتجاه



← المتجهات في المستوي



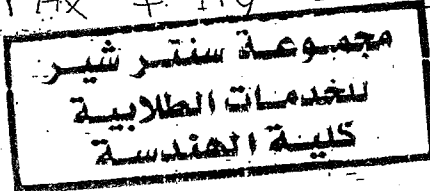
$$A_x = A \cos \theta$$

- مركبة المتجه a في اتجاه محور y هي A_y

$$A_y = A \sin \theta$$

$$\vec{OA} = \vec{a} = A \cos \theta \vec{i} + A \sin \theta \vec{j}$$

$$A = \sqrt{A^2 \cos^2 \theta + A^2 \sin^2 \theta} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \|\vec{a}\|$$



$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

ي: متجه وحدة \vec{i} في اتجاه محور x

\vec{j} : متجه وحدة \vec{j} في اتجاه محور y

ملامحة:

$$\vec{a} = \frac{A_x}{A} \vec{i} + \frac{A_y}{A} \vec{j}$$

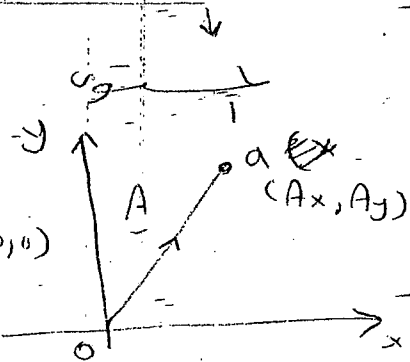
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

لغات الأول

لترصاح

Center Share

$$\begin{aligned} &= a - 0 \\ &= (A_x, A_y) - (0, 0) \\ &= A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \end{aligned}$$



$$\underline{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$A = \|\underline{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x}$$

$$\hat{A} = \frac{\underline{A}}{A} = \frac{A_x \hat{i} + A_y \hat{j}}{A}$$

$$\hat{A} = \frac{A_x}{A} \hat{i} + \frac{A_y}{A} \hat{j}$$

ملاحظة: معيار وحدة لواء
نور

Center Share

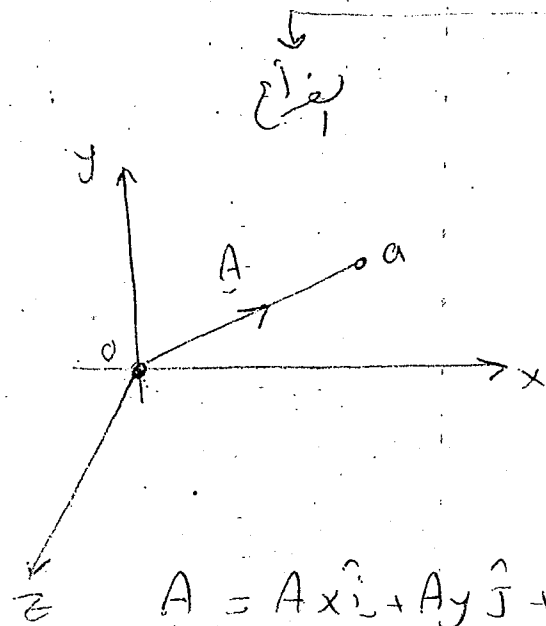
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A} \rightarrow \alpha = \cos^{-1} \frac{A_x}{A}$$

$$\cos \beta = \frac{A_y}{A} \rightarrow \beta = \cos^{-1} \frac{A_y}{A}$$

$$\cos \gamma = \frac{A_z}{A} \rightarrow \gamma = \cos^{-1} \frac{A_z}{A}$$

$\alpha, \beta, \gamma \rightarrow$ الزوايا الاتجاهية لواء



$$\underline{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

ملاحظة: الزوايا الاتجاهية لواء
ملاحظة: الوحدة

$$\hat{A} = \frac{\underline{A}}{A} = \left(\frac{A_x}{A} \right) \hat{i} + \left(\frac{A_y}{A} \right) \hat{j} + \left(\frac{A_z}{A} \right) \hat{k}$$

$\cos \alpha \quad \cos \beta \quad \cos \gamma$

نقطة A

$$\underline{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

$$\underline{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

$$\underline{A} \times \underline{B} = \|\underline{A}\| \|\underline{B}\| \sin \theta \hat{n}$$

 $\hat{n} \rightarrow$ متجه الوحدة

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\hat{n} = \frac{\underline{A} \times \underline{B}}{\|\underline{A} \times \underline{B}\|}$$

مجموعة منتير شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

نقطة B

$$\underline{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

$$\underline{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$= \|\underline{A}\| \|\underline{B}\| \cos \theta$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{\|\underline{A}\| \|\underline{B}\|}$$

مجموعة منتير شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

المسألة 20

1- مساحة مثلث \underline{A} و \underline{B} متجهان

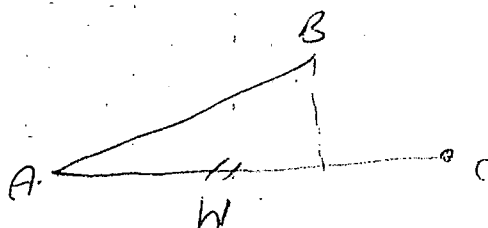
$$\frac{1}{2} \|\underline{A} \times \underline{B}\| =$$

مساحة المثلث

$$\|\underline{A} \times \underline{B}\|$$

Center Share

2- مساحة \underline{A} و \underline{B} متجهان

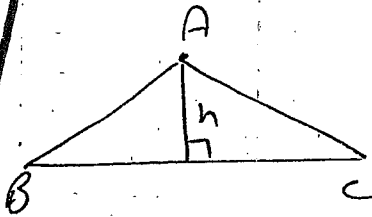


$$h = \underline{AB} \cdot \hat{AC}$$

$$\rightarrow h = \|\underline{A}\| \sin \theta$$

(20)

١- اقصر من بين نقطتين ومثل مستقيم



اقصره $h \rightarrow$

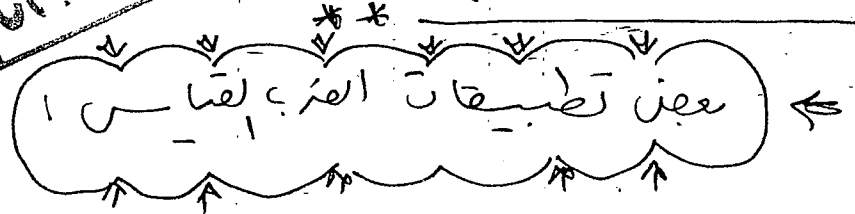
$$\frac{1}{2} \|BC\| * h = \frac{1}{2} \|BA \times BC\|$$

Center Share

$$A \times B = 0 \rightarrow A \parallel B$$

(مقدار طول)

٥- توازي متجهين



$$A = (a_x, a_y, a_z)$$

$$B = (b_x, b_y, b_z)$$

اجبار الزاوية بين متجهين

$$\cos \theta = \frac{A \cdot B}{\|A\| \|B\|}$$

$$\frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\|A\| \|B\|}$$

Center Share

اثبات تمام متجهين

$$A \cdot B = 0 \rightarrow A \perp B \quad (\theta = 90)$$

مسقط متجه على متجه

$$B \text{ على } A \text{ مسقط} = \frac{A \cdot B}{\|A\|}$$

$$\text{طرية الانجاسية } (A \cdot B) = \dots$$

Center Share

الشغل المبذول

$$W = F \cdot d \rightarrow \text{لوكانه الاثرية فذ مسطح}$$

$$W = \int F \cdot dr \rightarrow \text{لوكانه الاثرية منحني}$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$A \cdot (B \times C) = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix}$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

صم صواب الخ

معناها ان الثلاث متساوية
لغوا في سونو

أضياء منهم تطبيق الجزء الثلاث

لزم قوة حول

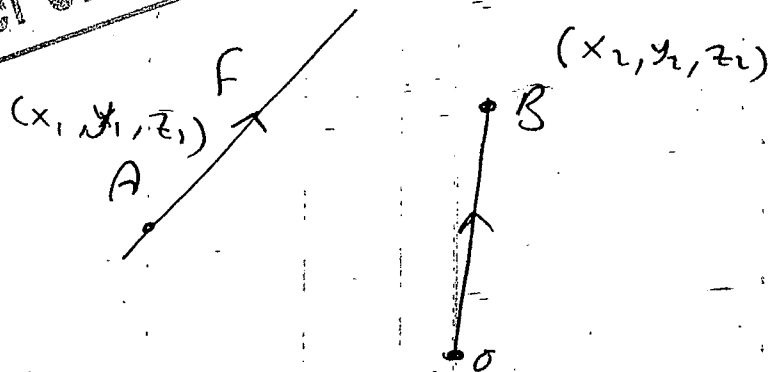
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

$$M_B = r \times F$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

جربناح لبراع
وهو 3A



$$BA = A - B = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

Center Share

عزم F حول المحور B

$$= M_B \cdot \hat{OB} = \text{رقم}$$

$$= (r \times F) \cdot \hat{OB}$$

$$= \hat{OB} \cdot (r \times F) = \begin{vmatrix} \hat{OB}_1 & \hat{OB}_2 & \hat{OB}_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{vmatrix} = \text{رقم}$$

$$\underline{A} \times (\underline{B} \times \underline{C}) = [\underline{A} \cdot \underline{C}] \underline{B} - [\underline{A} \cdot \underline{B}] \underline{C}$$

= متجه

مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Mid term 2016

Center Share

احول متجه الوحد الى مستوى
حيث يكون له اشكال عام

$$\underline{A} (1, 0, 1)$$

$$\underline{B} (0, 1, 1)$$

$$\underline{C} (-1, 1, 0)$$

$$\hat{n} = \frac{\underline{AB} \times \underline{AC}}{\|\underline{AB} \times \underline{AC}\|} = \frac{(-1, -1, -1)}{\sqrt{3}}$$

$$\underline{AB} = \underline{B} - \underline{A} = (-1, 1, 0)$$

$$\underline{AC} = \underline{C} - \underline{A} = (0, 1, -1)$$

مجموعة منتظر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

$$\underline{AB} \times \underline{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = +\hat{i}[-1] - \hat{j}[-1] + \hat{k}[-1]$$

$$= -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} = (-1, -1, -1)$$

$$\|\underline{AB} \times \underline{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

Center Share

$$\hat{n} = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

#

إذا كان

$$A = (0, 4, 3)$$

$$B = (2, 3, 6)$$

$$C = (-2, 0, 2)$$

$$D = (1, 1, 1)$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

مطلوب

(٩) اوجد متجه AB و DA (١٠) اوجد مساحة المثلث ABC ثم اوجد اقلر عمودي من نقطة C والمستقيم AB (١١) حدد معادلات المستقيم AB و CD في فضاء ثلاثي(١٢) اوجد اقلر عمودي من نقطة D على المستقيم AB و CD (٩) اوجد متجه AB و DA

$$\underline{AB} = B - A = (2, 3, 6) - (0, 4, 3) = (2, -1, 3)$$

$$\underline{DA} = A - D = (0, 4, 3) - (1, 1, 1) = (-1, 3, 2)$$

$$\underline{AB} \cdot \underline{DA} = (-1, 3, 2) \cdot (2, -1, 3) = \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\hat{AB} = \frac{\underline{AB}}{\|\underline{AB}\|} = \frac{(2, -1, 3)}{\sqrt{14}} = \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\underline{AB} \cdot \underline{DA} = \frac{-2}{\sqrt{14}} - \frac{3}{\sqrt{14}} + \frac{6}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$$

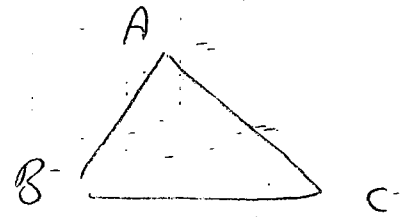
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

(24)

ABC مثلث (25)

$$\underline{AB} = (2, -1, 3)$$

$$\underline{AC} = \underline{C} - \underline{A} = (-2, 0, 2) - (0, 4, 3) \\ = (-2, -4, -1)$$



Center Share

$$\underline{AB} \times \underline{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 3 \\ -2 & -4 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-1+12) - \hat{j}(-2+6) \\ + \hat{k}(-8-2)$$

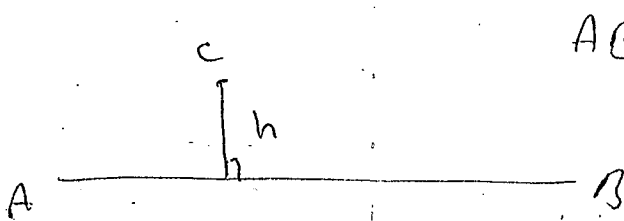
$$= 11\hat{i} - 4\hat{j} - 10\hat{k}$$

Center Share

مجموعة منتير شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\frac{1}{2} \|\underline{AB} \times \underline{AC}\| = \text{Area of } \triangle ABC$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{(11)^2 + (-4)^2 + (-10)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{285} \quad \text{وهذه هي المساحة}$$



AB خط C من أعلى h

Center Share

$$\frac{1}{2} \times \|\underline{AB}\| \times h = \frac{1}{2} \|\underline{AB} \times \underline{AC}\|$$

$$\sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + 3^2} \times h = \sqrt{285}$$

$$h = \frac{\sqrt{285}}{\sqrt{14}} = \boxed{4.51} \quad \text{وهذه طول}$$

مجموعة منتير شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

A, B, C, D

(د) حدد اتجاه السطح في صورة

$$\underline{AB} = (2, -1, 3)$$

$$\underline{AC} = (-2, -4, -1)$$

$$\underline{AD} = \underline{D} - \underline{A} = (1, -3, -2)$$

$$\underline{AB} \cdot (\underline{AC} \times \underline{AD}) =$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & -4 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$$

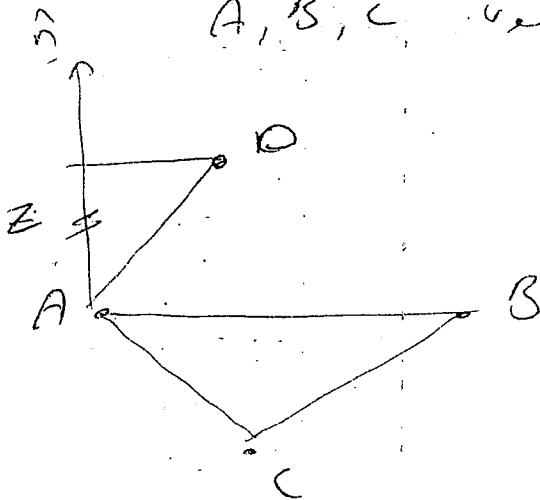
مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$= 2(8 - 3) + 1(4 + 1) + 3(6 + 4) = 10 + 5 + 15 = 30 \neq 0$$

السطح في صورة

(د) احسب المساحة D و A, B, C



$$\hat{n} = \frac{\underline{AB} \times \underline{AC}}{\|\underline{AB} \times \underline{AC}\|}$$

$$= \frac{(13, -4, -10)}{\sqrt{285}}$$

$$= \left(\frac{13}{\sqrt{285}}, \frac{-4}{\sqrt{285}}, \frac{-10}{\sqrt{285}} \right)$$

$$\underline{Z} = \underline{AD} \cdot \hat{n} = (1, -3, -2) \cdot \left(\frac{13}{\sqrt{285}}, \frac{-4}{\sqrt{285}}, \frac{-10}{\sqrt{285}} \right)$$

$$= \frac{13}{\sqrt{285}} + \frac{12}{\sqrt{285}} + \frac{20}{\sqrt{285}}$$

$$= \frac{45}{\sqrt{285}}$$

السطح في صورة

①

Midterm (2015)

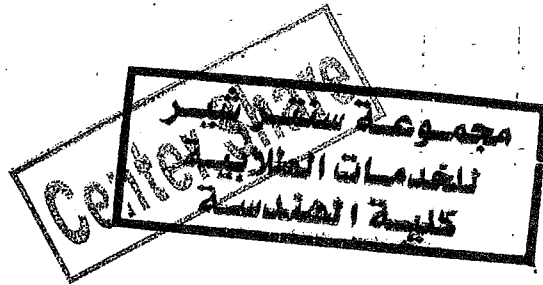
السؤال الأول :

$$A(0, 4, 3)$$

$$B(2, 3, 6)$$

$$C(-2, 0, 2)$$

$$D(1, 1, 1)$$



Ⓟ خط \underline{AB} و \underline{DA}

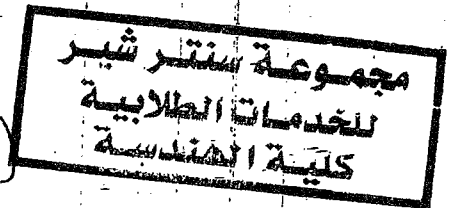
$$\underline{\hat{e}}_1 = \underline{DA} - \underline{\hat{AB}} = (-1, 3, 2) - \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right) = \left(\frac{1}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\underline{DA} = A - D = (-1, 3, 2)$$

$$\underline{AB} = B - A = (2, -1, 3)$$

$$\underline{AC} = C - A = (-2, -4, -1)$$

$$\underline{\hat{AB}} = \frac{\underline{AB}}{\|\underline{AB}\|} = \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

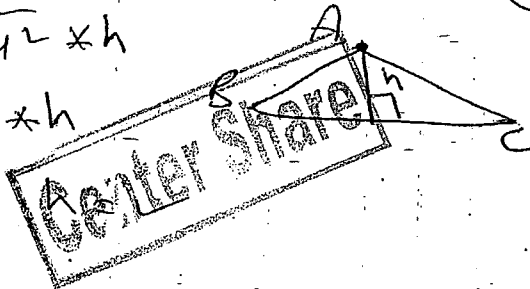


Ⓣ مساحة $\triangle ABC$ و A خارج BC

$$\frac{1}{2} \sqrt{(13)^2 + (4)^2 + (-10)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 3^2 + 4^2} \times h$$

$$\frac{1}{2} \|\underline{AB} \times \underline{AC}\| = \frac{1}{2} \|\underline{BC}\| \times h$$

$$\underline{AB} \times \underline{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 3 \\ -2 & -4 & -1 \end{vmatrix} = +\hat{i}[1+12] - \hat{j}[-2+6] + \hat{k}[-8-2] = (13, -4, -10)$$



R, C, D, C, #1, n, 11

Mid 2015

(المسألة «ع»)

(27)

(1) النقاط: $A(1, 1, 0)$, $B(3, -1, 1)$, $C(-1, 0, 2)$, $D(0, 4, -1)$ (2) المسألة: ABC و D هي الوحدة الحرة

$$\underline{AB} = B - A = (3, -1, 1) - (1, 1, 0) = (2, -2, 1)$$

$$\underline{AC} = C - A = (-1, 0, 2) - (1, 1, 0) = (-2, -1, 2)$$

$$\underline{AB} \times \underline{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = i(-4+1) - j(4+2) + k(-2-4) = -3i - 6j - 6k$$

$$\|\underline{AB} \times \underline{AC}\| = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2 + (-6)^2} = 9$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$ABC \text{ مساحة} = \frac{1}{2} \|\underline{AB} \times \underline{AC}\| = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5$$

$$\underline{AD} = D - A = (0, 4, -1) - (1, 1, 0) = (-1, 3, -1)$$

$$\hat{n} = \frac{\underline{AB} \times \underline{AC}}{\|\underline{AB} \times \underline{AC}\|} = \frac{(-3, -6, -6)}{9} = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$\underline{AB} \cdot (\underline{AC} \times \underline{AD}) = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2(1-6) + 2(2+2) + 1(-6-1) = -9 \neq 0$$

النقاط لا تقع في مستوى واحد

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Sheet ①

(28)

(٤) إذا كانت متجهات موضع نقطة A, B, C بالنسبة لـ O

$$\underline{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \quad , \quad \underline{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} \quad : \text{حيث}$$

$$\underline{c} = -\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

أوجد متجه الوحدة العمودي على مستوي ABC

Center Share

$$\hat{n} = \frac{\underline{a} \times \underline{b}}{\|\underline{a} \times \underline{b}\|}$$

قانون متجه الوحدة العمودي

مجموعة سنتر شير
لخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة سنتر شير
لخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\underline{A} = (2, -1, 3) = A - O = (2, -1, 3)$$

$$\therefore A(2, -1, 3) \quad B(3, 2, -4) \quad C(-1, 3, -2)$$

Center Share

$$\therefore \hat{n} = \frac{\underline{AB} \times \underline{AC}}{\|\underline{AB} \times \underline{AC}\|} = \frac{(13, 26, 13)}{13\sqrt{6}}$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \quad \#$$

$$\underline{AB} = B - A$$

$$= (1, 3, -7)$$

$$\underline{AB} \times \underline{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 3 & -7 \\ -3 & 4 & -5 \end{vmatrix}$$

Center Share

$$\underline{AC} = C - A$$

$$= (-3, 4, -5)$$

$$= +\hat{i}[-15 + 28] - \hat{j}[-5 - 21] + \hat{k}[4 + 9]$$

$$= 13\hat{i} + 26\hat{j} + 13\hat{k} = (13, 26, 13)$$

$$\|\underline{AB} \times \underline{AC}\| = \sqrt{(13)^2 + (26)^2 + (13)^2} = 13\sqrt{6}$$

(29)
(5) لمية فتح a, b, c بة جهر لجرها 2

$$a\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + b\mathbf{k}$$

$$c\mathbf{i} - \mathbf{j}$$

$$2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

Center Share
(الكل)

متعادلة

لجرها جهر لجرها

$$(1) \rightarrow (a, 2, b)$$

$$(2) \rightarrow (c, -1, 0)$$

$$(3) \rightarrow (2, 1, 1)$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

$$\Rightarrow (2) \cdot (3) = (c, -1, 0) \cdot (2, 1, 1) = 0$$

$$= 2c - 1 = 0$$

$$\boxed{c = \frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow (1) \cdot (2) = (a, 2, b) \cdot \left(\frac{1}{2}, -1, 0\right) = 0$$

$$= \frac{1}{2}a - 2 = 0$$

$$a = 4$$

مجموعة سنتر شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

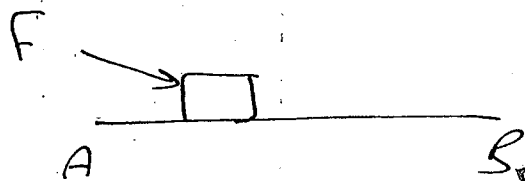
Center Share

$$\Rightarrow (1) \cdot (3) = (4, 2, b) \cdot (2, 1, 1) = 0$$

$$= 8 + 2 + b = 0$$

$$\boxed{b = -10}$$

(٨) اكتب التجهيز والاسم من القوة
 حركة جسيم في $A(2, -1, 8)$ من نقطة
 إلى النقطة $B(13, -6, 3)$



Center Share

$$\underline{AB} = \underline{B} - \underline{A} = (11, -5, -5)$$

$$W = \underline{F} \cdot \underline{AB}$$

$$= (4, 5, -7) \cdot (11, -5, -5)$$

$$= 44 - 25 + 35$$

$$= 54$$

Center Share

مجموعة منتظر شير
 لخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

(٩) أثبت أن التجهيزات تكون متعامد قائم

$$\underline{A} = (3, -4, -4) \quad \underline{B} = (1, -3, -5) \quad \underline{C} = (2, -1, 1)$$

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = (3, -4, -4) \cdot (1, -3, -5) = 3 + 12 + 20 = 35 \neq 0$$

$$\underline{A} \cdot \underline{C} = (3, -4, -4) \cdot (2, -1, 1) = 6 + 4 - 4 = 6 \neq 0$$

$$\underline{B} \cdot \underline{C} = (1, -3, -5) \cdot (2, -1, 1) = 2 + 3 - 5 = 0 \quad \therefore \underline{B} \perp \underline{C}$$

بالتالي قائم الزاوية

$$\underline{r} \cdot \underline{r} - 8\underline{k} \cdot \underline{r} + 7 = 0 \quad (1) \text{ حالة صفرية عادية :}$$

حيث \underline{k} متجه الوحدة واتجاه مركز Z وأصله نقطة المركز، والفضاء
لنقطة \underline{r}

(الحل)

$$\underline{r} \cdot \underline{r} - 8\underline{k} \cdot \underline{r} + 7 = 0$$

Center Share

$$\underline{r} \cdot \underline{r} - 8\underline{k} \cdot \underline{r} + 16 + 7 = 16$$

$$(\underline{r} - 4\underline{k}) \cdot (\underline{r} - 4\underline{k}) + 7 = 16$$

$$\|(\underline{r} - 4\underline{k})\|^2 =$$

$$16$$

Center Share

$$\|\underline{r} - 4\underline{k}\| = 3$$

نقطة هذه النقطة
أصله

مجموعة منتشرة
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

مجموعة منتشرة
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\underline{r} - 4\underline{k} = 3\underline{e} \rightarrow \#$$

Center Share

$$\underline{r} = 4\underline{k} + 3\underline{e} = 7\underline{k}$$

$$\underline{r} = 7$$

حالة نقطية

$$-\underline{k} = \underline{e} \quad * \text{ حالة ما لا يوجد}$$

$$\underline{r} = 4\underline{k} - 3\underline{k} = \underline{k}$$

$$\underline{r} = 1$$

حالة صفرية

(10) إذا تحرك جسم من نقطة $P_1(1, -2, 1)$ إلى $P_2(9, -6, 27)$ في مسار C حيث $t \leq 1$

$$x = t^2$$

$$y = -2t$$

$$z = t^3$$

حقل تأثير قوة $F = (x, xy, -xy^2z)$

احسب مقدار الشغل المبذول ؟

$$r = (x, y, z)$$

$$W = \int_C F \cdot dr$$

$$F = (t^2, -2t^3, -4t^7)$$

$$r = (t^2, -2t, t^3)$$

$$dr = (2t, -2, 3t^2) dt$$

$$\therefore W = \int_1^3 (t^2, -2t^3, -4t^7) \cdot (2t, -2, 3t^2) dt$$

$$= \int_1^3 (2t^3 + 4t^3 - 12t^9) dt$$

$$= \int_1^3 [6t^3 - 12t^9] dt$$

$$= \left[\frac{6t^4}{4} - \frac{12t^{10}}{10} \right]_1^3$$

$$= \left[\frac{3(3)^4}{2} - \frac{6(3)^{10}}{5} \right] - \left[\frac{3(1)^4}{2} - \frac{6(1)^{10}}{5} \right]$$

$$= \checkmark \text{ وهو منقول}$$

(١٤) إذا كانت متجه القوة $\vec{F} = (3, 2, -4)$ ووضعت عليها غير بالنقطة $A(1, -1, 2)$ اوجد متجه العزم لهذه القوة حول النقطة $B(2, -1, 3)$ ثم عرّف عزم \vec{F} حول المحط المتطابق مع متجه الموضع للنقطة B .

$$\vec{M}_B = \vec{r}_{BA} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -4 \end{vmatrix} = \hat{i}[-4-3] - \hat{j}[4+3] + \hat{k}[-2] = \boxed{(2, -7, -2)} \quad \#$$

$$\vec{r}_{BF} \text{ حول المحور } \vec{OB} = \vec{M}_B - \vec{OB}$$

$$= (2, -7, -2) - \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

$$= \frac{4}{\sqrt{14}} + \frac{7}{\sqrt{14}} + \frac{6}{\sqrt{14}}$$

$$= \boxed{\frac{5}{\sqrt{14}}} \quad \#$$

$$\vec{OB} = \frac{\vec{B}-\vec{O}}{\|\vec{B}\|} = \frac{(2, -1, 3)}{\sqrt{14}}$$

مجموعة منتير شير
للخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\Rightarrow \int_C \underline{F} \times d\underline{r} = \int (t^2, -2t^3, -4t^7) \times (2t, -2, 3t^2) dt$$

$$\begin{vmatrix} \overset{+}{i} & \overset{-}{j} & \overset{+}{k} \\ t^2 & -2t^3 & -4t^7 \\ 2t & -2 & 3t^2 \end{vmatrix} = +i[-6t^5 - 8t^7] - j[3t^4 + 8t^8] + k[-2t^4 + 4t^4]$$

$$\int_C \underline{F} \times d\underline{r} = \int_1^3 (-6t^5 - 8t^7) i - j(3t^4 + 8t^8) + k(-2t^4 + 4t^4) dt$$

نتيجة

مجموعة سنتر شير
لخدمات الطلابية
كلية الهندسة

$$\int_C \frac{dF}{dt} \times d\underline{r}$$

$$\int_C \frac{dF}{dt} \times d\underline{r}$$

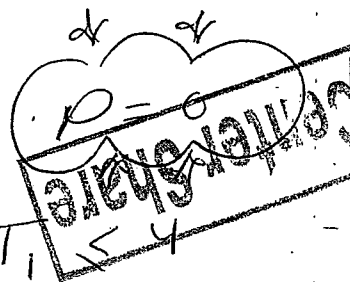
$$\frac{dF}{dt} = (2t, -6t^2, -28t^6)$$

مجموعة سنتر شير
لخدمات الطلابية
كلية الهندسة

Center Share

##

٩- خذ بالاعتبار بنية (١) إذا كان كل من التماسين يحمل
 شحنا لا يتجاوز 4 kN بالاعمال وزنه للوح غير مهم
 - اقم للوزن Q الى حفظ التوازن عند التماسين
 حيث $P=1 \text{ kN}$ و $P=0$



مجموعة منتظر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

at $0 \leq T_1 \leq 4$

$$M_B = 0 \rightarrow 3 \times 0.5 + T_1 \times 2.25 - Q \times 3 = 0$$

$$\text{at } T_1 = 0 \rightarrow Q = 0.5 \text{ kN}$$

$$\text{at } T_1 = 4 \rightarrow Q = 3.5 \text{ kN}$$

$$\therefore 0.5 \leq Q \leq 3.5$$

١- Range Q الى كافي $0 \leq T_1 \leq 4$

at $0 \leq T_2 \leq 4$

مجموعة منتظر شير
 للخدمات الطلابية
 كلية الهندسة

$$M_B = 0 \rightarrow -Q \times 0.75 - T_2 \times 2.25 + 3 \times 2 = 0$$

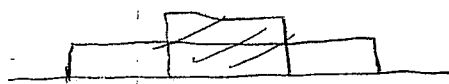
$$\text{at } T_2 = 0 \rightarrow Q = 11 \text{ kN}$$

$$\text{at } T_2 = 4 \rightarrow Q = -1 \text{ kN}$$

$$-1 \leq Q \leq 11$$

$$0 \leq T_2 \leq 4$$

١- Range Q الى كافي



$$0.5 \leq Q \leq 3.5$$

١- Range Q الى كافي