Exercices de Recherche Opérationnelle

Amadou Korka DIALLO

Table des matières

1 Exercice 4

1.1 Formulation d'un programme linéaire

Objectif :

Minimiser le coût total.

Variables :

$$X : \text{nombre d'offres A achetées,}$$
$$Y : \text{nombre d'offres B achetées.}$$

Fonction objectif :

$$\text{Min } Z = 5X + 4,5Y$$

Contraintes :

- **Besoins en pains :** Les besoins quotidiens en pains sont estimés à au moins 36 pains.

$$4X + 3Y \geq 36$$

- **Besoins en croissants :** Les besoins quotidiens en croissants sont estimés à au moins 24 croissants.

$$2X + 3Y \geq 24$$

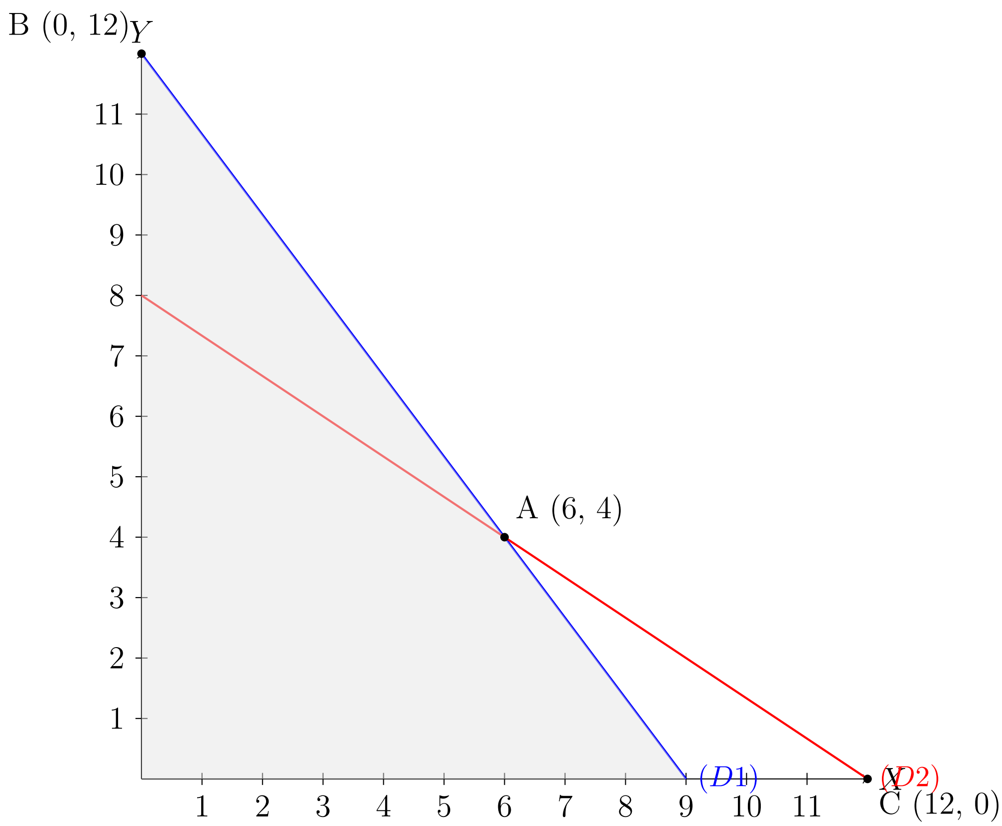
- **Non-négativité :** Les variables doivent être positives.

$$X \geq 0, \quad Y \geq 0$$

Le programme linéaire est donné par :

$$\text{Min } Z = 5X + 4,5Y$$

$$\begin{cases} 4X + 3Y \geq 36 \\ 2X + 3Y \geq 24 \\ X, Y \geq 0 \end{cases}$$



* Le point B est l'intersection entre la droite $(D1)$ et $(Y'0Y)$ donc $B(0, 12)$

* Le point C est l'intersection entre la droite $(D1)$ et $(X'0X)$ donc $B(12, 0)$

*Le point A est l'intersection des deux droites $(D1)$ et $(D2)$. Nous allons résoudre ce système pour déterminer les points d'intersection.

$$(D1) : 4X + 3Y = 36$$
$$(D2) : 2X + 3Y = 24$$

Nous résolvons le système en utilisant la méthode de substitution ou d'élimination.

1. **Soustraction des deux équations** :

$$(4X + 3Y) - (2X + 3Y) = 36 - 24$$

$$2X = 12 \quad \Rightarrow \quad X = 6$$

2. **Substitution de $X = 6$ dans $D2$:**

$$2(6) + 3Y = 24 \quad \Rightarrow \quad 12 + 3Y = 24 \quad \Rightarrow \quad 3Y = 12 \quad \Rightarrow \quad Y = 4$$

Le point d'intersection est donc $A(6, 4)$.

$$\begin{aligned} \text{Pour } B, &\quad 5(0) + 4,5(12) = 54 \\ \text{Pour } C, &\quad 5(12) + 4,5(0) = 60 \\ \text{Pour } A, &\quad 5(6) + 4,5(4) = 48 \end{aligned}$$

Donc le minimum est $Z = 48$ pour $X = 6$ et $Y = 4$

1.2 Résolution avec la methode simplexe

Première base réalisable: u_1, u_2

Table 1: Tableau 1

Base	x_1	x_2	u_1	u_2	Solution
Z	-5	-4,5	0	0	0
u_1	4	3	1	0	36
u_2	2	3	0	1	24

Calcul : X entre dans la base et u1 en sort.

Table 2: T1 vers T2

Base	x_1	x_2	u_1	u_2	Solution
Z	0	-0,75	$\frac{-5}{4}$	0	45
X	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{-1}{4}$	0	9
u_2	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	6

Calcul : Y entre dans la base et u2 en sort.

Table 3: T2 vers T3

Base	x_1	x_2	u_1	u_2	Solution
Z	0	0	-1	$\frac{-3}{4}$	48
X	1	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	6
Y	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{-2}{3}$	4

2 Exercice 5

2.1 Formulation d'un programme linéaire

Objectif : Maximiser la somme des revenus générés par la vente des vaches et des dindes.

Variables :

$V1$: nombre de vaches par an nourries au mil,
$V2$: nombre de vaches par an nourries pour arachide,
$D1$: nombre de panel par an nourries au mil,
$D2$: nombre de panel par an nourries à l'arachide,
X : surface en ha pour le mil,
Y : surface en ha pour arachide,

Fonction objectif :

$$\text{Max}Z = 7000(V1 + V2) + 800(D1 + D2) - 400X - 500Y$$

Contraintes :

- **La surface totale est de 80ha :**

$$X + Y \leq 84$$

- **La consommation en mil ne dépasse pas la production:**

$$7V1 + 4D1 \leq 30 * X$$

- **La consommation en arachide ne dépasse pas la production :**

$$5V2 + 7D2 \leq 50 * Y$$

- **Le nombre d'heures de travail ne dépasse pas** 28200**h l'année:**

$$30(V1 + V2) + 60(D1 + D2) + 50(X + Y) \leq 28200$$

- **Les tabulations disponibles**

$$24(V1 + V2) + 16(D1 + D2) \leq 11904$$

- **Non-négativité :**

V1, V2, D1, D2, X, Y des entiers

Le programme linéaire est donné par :

$$\text{Max} Z = 7000(V1 + V2) + 800(D1 + D2) - 400X - 500Y$$

$$\begin{cases} X + Y \leq 84 \\ 7V1 + 4D1 \leq 30 * X \\ 5V2 + 7D2 \leq 50 * Y \\ 30(V1 + V2) + 60(D1 + D2) + 50(X + Y) \leq 28200 \\ 24(V1 + V2) + 16(D1 + D2) \leq 11904 \\ V1, V2, D1, D2, X, Y \geq 0 \end{cases}$$