

Travail Dirigé 1 de Recherche Opérationnelle

Licences Info et SRT

exercice 1 L'entreprise CASATIR fabrique des bidons de conservation d'huile de palme à l'aide de deux machines A et B. La machine A est spécialisée à la fabrication des bidons de 8 litres et la machine B est dédiée aux bidons de 16 litres. Le tableau suivant donne les cadences de production des bidons selon le type de machine.

Machines	bouteilles de 8l	bouteilles de 16l
A	100/minute	
B		75/minute

Les machines travaillent 8 heures par jour et 5 jours par semaine. Le profit est de 15 \$ par bouteille de 8 litres et 25 \$ par bouteille de 16 litres. La production hebdomadaire d'huile de palme ne dépasse pas 300.000 litres. Par ailleurs, une enquête a montré que le marché n'absorbe pas plus de 25.000 bouteilles de 8 litres et 7.000 bouteilles de 16 litres.

1. Définir CLAIREMENT les variables que CASATIR peut utiliser afin de maximiser son profit hebdomadaire obtenu de la vente des bouteilles de chaque type.
2. Ecrire le programme linéaire permettant de maximiser ce profit. On prendra le soin d'explicitier CLAIREMENT chaque contrainte du programme.

exercice 2 Les inondations issues des fortes pluies abattues sur Dakar ont fait que beaucoup de populations doivent être déplacées de leurs quartiers au site de logement situé à Diakhay3. Pour ce faire, l'ONG *An-naçr* a mis à la disposition de ces populations quatre types de véhicules A, B, C et D pour le transport des personnes âgées, des infirmes, des femmes enceintes et des enfants. Le nombre de personnes de chaque catégorie que peuvent transporter les différents véhicules sont détaillés dans le tableau suivant :

	Per. âgées	infirmes	femmes...	enfants
A	3	2	1	4
B	1	1	2	3
C	2	1	2	1
D	3	2	3	1

Les quantités de personnes à déplacer sont :

Personnes âgées : 50, infirmes : 36, femmes enceintes : 32 et enfants : 120. Le carburant nécessaire pour chaque type de véhicule jusqu'à Diakhay3 est respectivement 10, 8, 7 et 9 litres. L'objectif de l'ONG étant de minimiser la consommation totale en carburant, formuler (sans le résoudre) un programme linéaire permettant de trouver le nombre de véhicules de chaque type pour cette mission.

exercice 3 La société de transport urbain Assafar veut ouvrir 6 dépôts pour ses minibus. Pour ce faire, 14 sites sont détectés. Une estimation des distances à vide (parcourues d'un dépôt à un terminus ou bien d'un terminus au dépôt) pour l'ensemble des minibus est présentée dans le tableau suivant

	Banlieue						Ville							
site	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Distance en km	103	128	103	123	83	129	75	102	59	141	128	99	144	100

1. Ecrire un modèle permettant de localiser les meilleurs sites pour cette entreprise
2. Résoudre le problème par le solveur Excel

- sachant que la société compte ouvrir au moins 4 dépôts en banlieue, réécrire le modèle précédent puis le résoudre.

exercice 4

Un goorgorlou se voit proposé par les deux pâtisseries du coin deux offres en croissants et petits pains. Le premier pâtissier lui propose l'offre A contenant 4 pains et 2 croissants au prix de 5 UM, le second lui présente l'offre B comprenant 3 pains et 3 croissants au prix de 4,5 UM. Les besoins quotidiens de la famille de gorgorlou (en tenant compte des invités pour la rupture) sont estimés à au moins 36 pains et 24 croissants. Bien évidemment Gorgorlou cherche à minimiser la somme à dépenser.

- Formuler un programme linéaire permettant de résoudre le problème de ce père de famille.
- Résoudre le problème ainsi posé.

exercice 5 Un agriculteur souhaite moderniser la gestion de son élevage. Il élève deux types de bêtes : des vaches et des dindes. Une vache d'un an se vend à 7000 F. Le panel de 20 dindes se vend à 800 F. On nourrit les bêtes avec du mil et de l'arachide. Il faut 7q du mil ou 5q d'arachide par an pour une vache contre 4q du mil ou 7q d'arachide par an pour les dindes. Sur les 84 ha de la ferme, les rendements annuels par ha sont : 30q pour le mil et 50q pour l'arachide. Le coût de revient en engrais est de 400 F/ha pour le mil, contre 500 F/ha pour l'arachide. Il faut 50h de travail annuel par ha pour chaque culture. Il faut 30h de travail annuel pour les vaches contre 60h pour les dindes. On dispose de 28 200h de travail. Enfin, dans les étables, il y a 11 904m de tabulation possible. Chaque vache en occupe 24 m contre 16 m pour les dindes.

QUESTIONS :

- Proposez un programme linéaire permettant de maximiser le revenu de l'agriculteur ;
- Résoudre par le solveur d'Excel.
- Faire une analyse du rapport du solveur

exercice 6 Un investisseur a 50 000 \$ à investir sur une période d'un an dans les quatre domaines suivants :

Place boursière X; Place boursière Y; Achat d'actions A et Achat d'actions B

Les achats individuels d'actions sont limités à 10 500 \$ pour A et 10 000 \$ pour B. Les investissements dans la place X présentent des risques considérables à tel point que le montant alloué à cet investissement ne doit pas dépasser le quart de la somme totale à investir. Le montant alloué à la place Y doit au moins être le triple de celui de la place X. Par ailleurs, l'investisseur veut que les achats d'action égalent au moins la moitié de l'investissement total. Les estimations des taux d'intérêt de l'année à venir sont contenues dans le tableau suivant :

Place boursière X	Place boursière Y	Actions A	Actions B
20%	10%	9%	11%

Question : Formuler un programme linéaire permettant à cet investisseur de tirer le maximum de profit. (Il n'est pas demandé de résoudre le programme)

exercice 7 Dans un cabinet d'expert-comptable sont traités trois types de dossiers, T_1 pour les artisans, T_2 pour les petites et moyennes entreprises, et T_3 pour les grandes entreprises. Ce cabinet compte 3 employés E_1 , E_2 , E_3 , titulaires respectivement d'un BTS comptabilité, d'un DUT et d'un DST. Chaque étude de dossier nécessite la réalisation de 20, 40 et 80 photocopies pour un dossier de type T_1 , T_2 , et T_3 . Le coût de chaque photocopie est de 0,05 €, mais le budget prévisionnel en photocopies a été fixé à 250 € par an. L'année compte 240 jours ouvrables. Chaque dossier doit passer obligatoirement par les 3

employés qui n'effectuent pas les mêmes tâches. E_1 passe respectivement 3, 2, 1 jours pour préparer les dossiers de type T_1 , T_2 , T_3 . E_2 passe respectivement 2, 2, 1 jours pour préparer les dossiers de type T_1 , T_2 , T_3 . E_3 passe respectivement 1, 2, 3 jours pour préparer les dossiers de type T_1 , T_2 , T_3 . L'employée E_3 , mère de famille travaille à temps partiel pour une quotité de 80%. Depuis l'instauration du salaire au mérite par le gouvernement, l'expert comptable, propriétaire du cabinet rémunère ses employés au nombre de dossiers traités. L'employé E_1 est rémunéré 40, 30, 20 € par dossier traité de type T_1 , T_2 , T_3 . L'employé E_2 est rémunéré 40, 40, 25 € par dossier traité de type T_1 , T_2 , T_3 . L'employé E_3 est rémunéré 30, 50, 60 € par dossier traité de type T_1 , T_2 , T_3 . Chaque dossier traité de type T_1 , T_2 , T_3 rapporte au cabinet respectivement 400, 600, 1000 €. Afin de diversifier sa clientèle, le cabinet ne désire pas qu'il y ait moins de 50% de dossiers de type T_1 . Ecrire et résoudre le programme linéaire qui permettra de maximiser le bénéfice du cabinet.

exercice 8 Résoudre graphiquement et par l'algorithme du simplexe les programmes linéaires de l'exercice 1 à l'exercice 6.

$$1. \text{ Min } z = -x_1 + x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 2x_1 & - & x_2 \geq -2 \\ x_1 & - & x_2 \leq 2 \\ x_1 & + & x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0; & x_2 \geq 0 & \end{array} \right.$$

$$2. \text{ Max } z = 2x_1 + 4x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x_1 & + & 2x_2 \leq 5 \\ x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0; & x_2 \geq 0 & \end{array} \right.$$

$$3. \text{ Max } z = 3x_1 + 9x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x_1 & + & 4x_2 \leq 8 \\ x_1 & + & 2x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0; & x_2 \geq 0 & \end{array} \right.$$

$$4. \text{ Min } z = 3x_1 + x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 7x_1 & - & 3x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0; & x_2 \geq 1 & \end{array} \right.$$

$$5. \text{ Max } z = 4x_1 + 2x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -x_1 & + & 2x_2 \leq 6 \\ -x_1 & + & x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0; & x_2 \geq 0 & \end{array} \right.$$

$$6. \text{ Min } z = x_1 + 2x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x_1 & + & x_2 \leq 3 \\ -x_1 & + & 3x_2 \leq -4 \\ x_1 \geq 0; & x_2 \geq 0 & \end{array} \right.$$

exercice 9 Résoudre à l'aide du Solveur d'Excel le programme suivant

$$\text{Max } z = 4x_1 + 2x_2 + 5y_1$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -x_1 & + & 2x_2 + 3y_1 + y_1 \leq 6 \\ -x_1 & + & x_2 + y_1 + 2y_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0; & x_2 \geq 0 & \\ y_1, y_2 \in \{0, 1\} & & \end{array} \right.$$