به نام خدا

برنامه سازی کامپیوتر - تکلیف شماره پنج

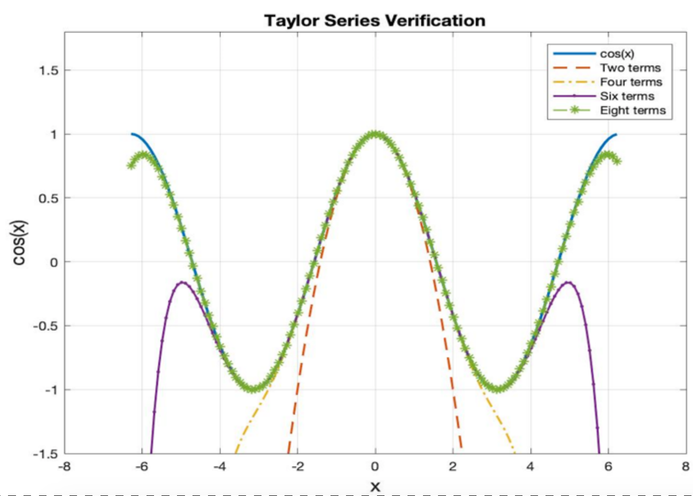
برای هر پرسش فقط یک MFile می‌بایست تحویل بدهید.

نحوه‌ی نامگذاری فایل ها: StudentName_HW5_Question#

برای مثال فایلی که در مورد پرسش سوم باشد به این نحو نامگذاری می‌شود: Naserifar_HW5_3

۱- در ریاضیات، بسط تیلور نمایش یک تابع به صورت مجموع بی‌نهایت جمله است. شکل زیر را که نشان دهنده تابع کسینوس و توسعه بسط تیلور آن (به ترتیب برای دو، چهار، شش و هشت جمله) در بازه $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ است، رسم کنید.

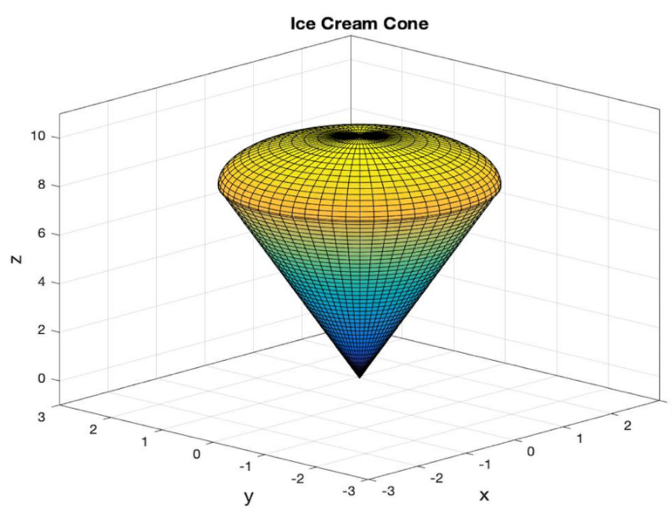
$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \cdots$$



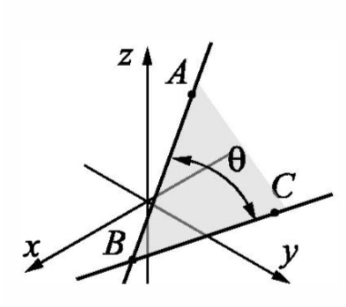
۲- می‌خواهیم شکلی از یک بستنی قیفی ☺ را به ترتیبی که در زیر نشان داده شده رسم کنیم. ارتفاع مخروط قیف بستنی $8\ in.$ و قطر بزرگترین سطح مقطع آن (پایه مخروط) $4\ in.$ می‌باشد. نیم‌کره‌ای به قطر $4\ in.$ نیز به عنوان بستنی بر روی آن قرار دارد. معادلات پارامتری این مخروط و نیم‌کره به ترتیب زیر است:

$$for\ the\ cone:\ x = r\cos(\theta),\quad y = r\sin(\theta),\quad z = 4r \quad ;\quad 0 \leq \theta \leq 2\pi\ ,\ 0 \leq r \leq 2$$

$$for\ the\ sphere:\ x = r\cos(\theta)\sin(\phi)\ ,\quad y = r\sin(\theta)\sin(\phi)\ ,\quad z = r\cos(\phi) \quad ;\quad 0 \leq \theta \leq 2\pi\ ,\ 0 \leq \phi \leq \pi$$



۳- از توابع برای نظم بخشیدن به ساختار برنامه و جلوگیری از تکرار استفاده می‌شود. برنامه‌ای بنویسید که با استفاده از دو تابع زیر و توابع مثلثاتی زاویهٔ بین دو بردار را در فضای سه بعدی محاسبه نموده و بر حسب درجه نشان دهد.



الف: تابعی بنویسید که مؤلفه‌های یک بردار سه بعدی در دستگاه مختصات کارتزین را دریافت کرده و پس از محاسبه طول بردار، آن را به عنوان مقدار بازگشتی خود برگرداند.

ب: تابعی بنویسید که مؤلفه‌های دو بردار سه بعدی در دستگاه مختصات کارتزین را دریافت کرده و پس از محاسبه‌ی ضرب داخلی آن دو بردار، مقدار به دست آمده را به عنوان مقدار بازگشتی با خود برگرداند. (برای ضرب داخلی دو بردار از Dot product استفاده نکنید.)

۴- با استفاده از مفهوم تابع، برنامه‌ای بنویسید که یک ماتریس مربعی را از کاربر دریافت کرده و معکوس آن را نمایش دهد. در برنامه خود از توابع پیش فرض det()، inv()، adjoint() و ... استفاده نکنید.

سوال امتیازی: پدیده‌ی آشوب (Chaos Phenomenon) ویژگی است که تنها در سیستم‌های غیر خطی اتفاق می‌افتد. در سیستم‌های غیر خطی که آشوبناک هستند، رفتار سیستم شدیدا به موقعیت شرایط اولیه حساس است. این پدیده نخستین بار در مدل سیستم‌های هواشناسی مشاهده شده است.

دستگاه معادلات دیفرانسیل رسته اول مقابل را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = rx_1 - x_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - bx_3 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} \sigma, r, b > 0 \\ \mathrm{r} = 28,\ \ \mathrm{b} = 8/3,\ \ \sigma = 10 \end{array}$$

هر یک از این معادلات را با استفاده از تعریف مشتق می‌توان بصورت زیر تبدیل کرد:

$$\begin{cases} \dfrac{x_1(i) - x_1(i-1)}{dt} = \sigma(x_2 - x_1) \qquad \rightarrow \qquad x_1(i) = x_1(i-1) + dt * \ \sigma(x_2(i-1) - x_1(i-1)) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \cdots \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \cdots \end{cases}$$

حال با استفاده از حلقه تکرار مناسب (مراجعه به پیوست) و با توجه به دو دسته مقادیر اولیه داده شده، دستگاه معادلات را بصورت عددی حل و نمودار سه بعدی پارامترهای x1 و x2 و x3 را نسبت به یکدیگر رسم کنید. هر دو نمودار را با هم و به نحوی رسم کنید که مفهوم آشوب را برساند. نمودار را با تمام جزئیات (title و ...) رسم کنید.

شرایط اولیه ۱: $\begin{cases} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = 1 \\ x_3(0) = 1 \end{cases}$ شرایط اولیه ۲: $\begin{cases} x_1(0) = 1.1 \\ x_2(0) = 1.1 \\ x_3(0) = 1.1 \end{cases}$

❋پیوست: نمونه‌ای از حل دستگاه معادلات دیفرانسیل به روش عددی.

```
clc
clear

ts=0;
tf=20;
dt=0.01;
t=ts:dt:tf;

X1(1)=a;
X2(1)=b;

for i=2:length(t)

X1(i)=X1(i-1)+dt*(f(x));
X2(i)=X2(i-1)+dt*(q(x));

end

%%%%%Plots
grid on
hold on
plot(t,X1,'b--');
plot(t,X2,'r-.');

legend('');
title('');
xlabel('');
ylabel('');

.
.
.
```