

## 实验 A1 基本物理量测量及不确定度分析

### [实验前思考题]

1. 列举测量的几种类型?
2. 误差的分类方法有几种?
3. 简述直接测量量和间接测量量的平均值及其实验标准差的计算方法, 以本实验金属杯密度的测量为例加以说明。
4. 测量仪器导致的不确定度如何确定? 在假设自由度为无穷大的情况下, 直接测量量的扩展不确定度如何计算? 请写出计算步骤。

1. 单次测量和多次测量, 直接测量和间接测量.

2. 绝对误差与相对误差, 系统误差, 随机误差.

3. 直接测量  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ , 实验标准差  $S = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$   
间接测量:  $u = f(\bar{x}, \bar{y})$ , 实验标准差  $S_u = \sqrt{(\frac{\partial u}{\partial x} S_{\bar{x}})^2 + (\frac{\partial u}{\partial y} S_{\bar{y}})^2}$

eg. 金属杯外径  $D$ , 内径  $d$ , 高度  $H$ , 厚度  $h$ , 以  $D$  为例. 均值  $\bar{D} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 D_i$   
 $S_D = \sqrt{\frac{1}{5 \times 4} \sum_{i=1}^5 (D_i - \bar{D})^2}$ , 同理可得  $\bar{d}$ ,  $\bar{H}$ ,  $\bar{h}$ ,  $S_d$ ,  $S_H$ ,  $S_h$

由计算体积的公式  $V = \frac{\pi D^2 h}{4} - \frac{\pi d^2 h}{4}$  可得 (请自行加页)

中山大学物理学院物理实验教学中心编制, 仅用于教学. 未经允许, 请不要擅自上传网络上传播。

实验标准差  $S = \sqrt{(\frac{\partial V}{\partial D})^2 S_D^2 + (\frac{\partial V}{\partial d})^2 S_d^2 + (\frac{\partial V}{\partial H})^2 S_H^2 + (\frac{\partial V}{\partial h})^2 S_h^2}$



4/1) 测量仪器不确定度可以由B类不确定度确定。

12) 在假设自由度无穷大时, 直接测量的不确定度计算。

① 求平均值  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

② 求A类不确定度。

① 实验次数  $n=1$  时  $S_A = 0$

②  $n \geq 2$  时  $S_A = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

③ 求B类不确定度

$S_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$ , 其中  $\Delta$  为仪器最小分度。

④ 求合成不确定度

$$S = \sqrt{S_A^2 + S_B^2}$$

⑤ 求扩展不确定度

$\Delta N = t_p S$ .  $t_p$  为某置信区间内, 自由度取无穷大时t值



## | 实验目的 |

1. 学习游标卡尺、螺旋测微计、读数显微镜、电子天平的使用方法。
2. 学习长度、重量、密度等基本物理量的测量方法。
3. 学习测量误差和不确定度的概念和计算方法。

## | 仪器用具 |

编号	仪器名称	数量	主要参数(型号, 测量范围, 测量精度)
1	游标卡尺	1	1509001 (0-150)mm 0.02mm
2	螺旋测微计	1	2509001 (0-25)mm 0.01mm
3	读数显微镜	1	JXD-Bb
4	钢尺	1	(0~15.0)cm 0.1cm
5	电子密度天平	1	MP5002J
6	量杯	1	
7	待测薄板	1	
8	待测金属丝	1	
9	待测金属杯	1	

## | 原理概述 |

## 1. 机械式游标卡尺

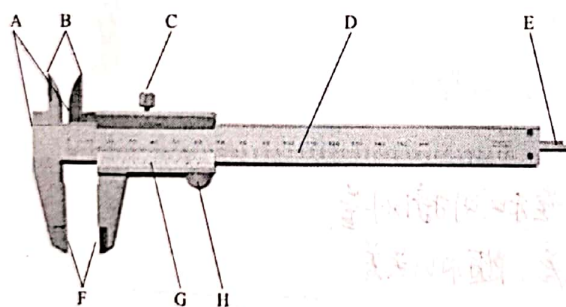


图 1 游标卡尺结构

查阅教材和说明书, 写出游标卡尺

各部分的名称:

A. 台阶测量面 B. 内测量面

C. 游标紧固螺丝 D. 主尺

E. 测深尺 F. 游标滑动键

G. 游标 H. 外测量面



图 2 游标卡尺读数

假设游标卡尺的单位为 cm, 箭头所指的刻线对齐, 则读数为:

5.064 cm.

## 2. 机械式螺旋测微计

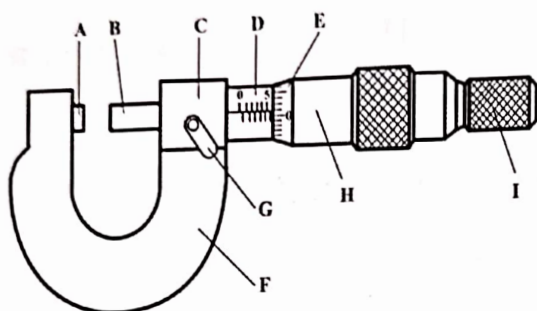


图 3 螺旋测微计结构

查阅教材和说明书, 写出螺旋测微计各部分的名称:

- A. 测砧 (对杆) B. 测杆 (测杆)  
C. 螺母套 D. 标尺套筒  
E. 刻度盘 F. 尺架  
G. 锁把 H. 螺旋柄 (微分筒)  
I. 棘轮

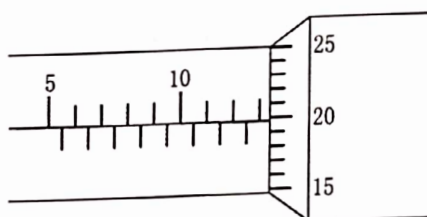


图 4 螺旋测微计读数

假设螺旋测微计的单位

为 mm, 按左图, 读数为:

13.197 mm.

**注意:** (1) 转动微分筒之前需逆时针扳动锁把, 使微分筒可自由转动。(2) 为保证测量时测杆与被测物表面的接触力恒定, 测杆上安装有棘轮装置, 使用时应通过旋转棘轮使测杆与工件接触, 直至棘轮发出“咔咔”的声音。这点对测量橡胶等较软的物体特别重要, 同时还可起到保护螺纹的作用。(3) 使用螺旋测微计之前需校准零刻度。(4) 使用完毕, 需使对杆和测杆离开一段距离, 避免存放过程中因热胀冷缩损坏螺纹。

## 3. 读数显微镜测量原理

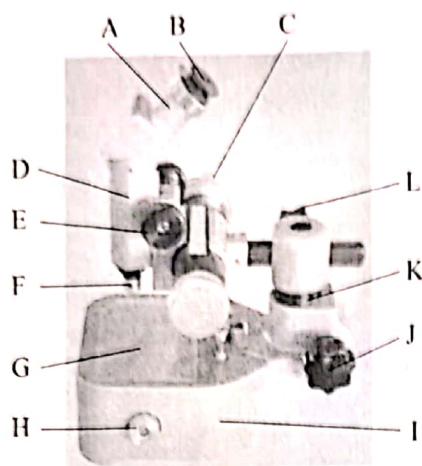


图 5 读数显微镜结构

查阅教材和说明书，写出读数显微镜各部分的名称：

- |            |             |
|------------|-------------|
| A. 目镜筒     | B. 目镜       |
| C. 测微鼓轮    | D. 物镜筒      |
| E. 显微镜调焦旋钮 | F. 物镜       |
| G. 载物台     | H. 反射镜调节旋钮  |
| I. 底座      | J. 底座锁紧螺钉   |
| K. 立柱      | L. 显微镜架锁紧螺钉 |

注意：为了消除螺纹间隙引起的测量误差（俗称空转），测量时要使螺杆始终沿同一方向转动。

#### 4. 密度天平安装方法

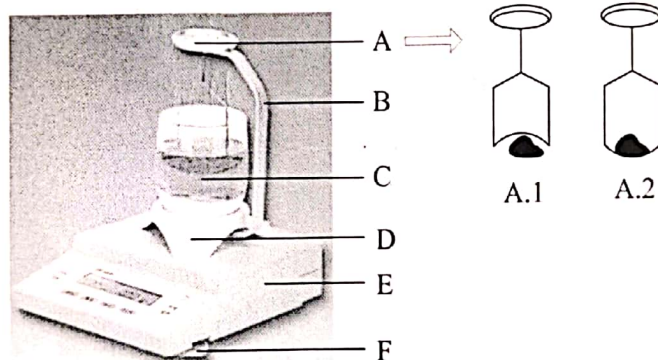


图 6 电子天平

- A. 测试架(A1 用于密度小于水的物体, A2 用于密度大于水的物体) B. C 型支架  
C. 量杯 D. 搁台 E. 电子天平主体 F. 水平调节螺钉

- (1) 调节天平的两只水平调节螺钉，将水平尺的气泡调节至中央。
- (2) 将 C 型支架装在天平的秤盘芯上，用手轻轻旋转能灵活转动。
- (3) 将搁台放在工作面板上，搁台的限位柱卡在固定圈边上，水平转动使搁台不碰到 C 型支架。
- (4) 将量杯放在搁台上， 根据需要选择 A1 或 A2 测试架并安装在 C 型支架上，特别注意测试架的限位柱需完全放置在 C 型支架顶部的圆孔中。
- (5) 天平开机后需先进行“校准”、“清零”，然后再进行测量。





### | 实验内容及步骤 |

1. 选择合适的量具, 测量金属或有机玻璃薄板的厚度。要求测量误差小于 0.5%。
2. 选择合适的量具, 测量金属丝的直径。要求测量误差小于 0.5%。
3. 选择合适的量具, 测量钢制毫米刻线尺的不均匀度。要求测量至少 10 个刻度。
4. 测量金属杯的密度并评估其不确定度。
  - 1) 方法一。用游标卡尺和天平直接测量铜杯的体积和质量, 计算密度及不确定度。
  - 2) 方法二—排水法。根据阿基米德原理用排水法测金属杯的密度。
  - 3) 方法三—直读法。用密度天平直接测量金属杯的密度。
  - 4) 比较三种方法的测量结果。

问题: 请写出实验内容 4 的实验步骤:

方法一: ① 用游标卡尺测量铜杯的外径  $D$ 、内径  $d$ 、高度  $H$ 、深度  $h$  各 5 次, 通过  $V = \frac{\pi D^2 H}{4} - \frac{\pi d^2 h}{4}$  计算得  $V$ 。

② 用天平测得质量  $m$ 。

③ 计算  $\rho = \frac{m}{V}$ 。

方法二: ① 用天平测得杯子质量  $m$ 。

② 将杯子完全浸没在水中, 不与器壁触碰, 测得质量  $m'$ 。

③ 计算密度  $\rho = \frac{m}{m - m'}$ ,  $\rho_{\text{水}}$ 。

方法三: ① 将天平调至密度模式。

② 先将金属杯放在空气中测得读数 1。

③ 将金属杯浸入水中测得读数 2。

④ ~~测得~~ 读数即为金属杯密度。  
最终



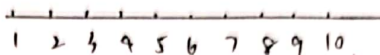
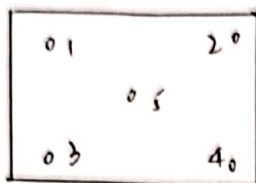
## | 数据记录及处理 |

## 1. 选择合适量具, 测量薄板的厚度

(1) 问题: 测量薄板的厚度和金属丝的直径时如何选取测量点, 画图说明。

薄板: 五点取值.

金属丝: 等间距取值.



## (2) 实验数据

使用仪器: 螺旋测微器.

次数 $i$	1	2	3	4	5	平均值 $\bar{d}/\text{mm}$	实验标准差 $S_{\bar{d}}/\text{mm}$
厚度 $d/\text{mm}$	3.639	3.638	3.641	3.641	3.637	3.6392	0.0003577709

(3) 计算薄板厚度的平均值及其实验标准差:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = 3.6392 \text{ mm}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} = 0.0008 \text{ mm}$$

$$\text{故薄板的厚度为: } d = \bar{d} \pm S_{\bar{d}} = (3.6392 \pm 0.0008) \text{ mm}$$

$$\text{相对实验标准差为: } \eta = S_{\bar{d}}/\bar{d} = 9.8310 \times 10^{-5} = 2.1983 \times 10^{-4}$$

## 2. 选择合适量具, 测量金属丝的直径

(1) 问题: 请按照测量误差要求推算出所需仪器精度。

误差应小于 0.5%.

估计金属丝直径约为 1 mm.

$$1 \text{ mm} \times 0.5\% = 0.005 \text{ mm}.$$

 $\therefore$  精度应小于 0.005 mm.



## (2) 实验数据

使用仪器: 螺旋测微器

次数 $i$	1	2	3	4	5	平均值 $\bar{D}/\text{mm}$	实验标准差 $S_D/\text{mm}$
直径 $D/\text{mm}$	1.458	1.452	1.461	1.472	1.492	1.4677	0.002006129 0.006343938
次数 $i$	6	7	8	9	10		
直径 $D/\text{mm}$	1.459	1.442	1.466	1.511	1.464		

(3) 计算金属丝直径的平均值及其实验标准差:

$$\bar{D} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} D_i = 1.4677 \text{ mm}$$

$$S_D = \sqrt{\frac{1}{10 \times 9} \sum_{i=1}^{10} (D_i - \bar{D})^2} = 0.006343938$$

0.0063

## 3. 测量钢尺的不均匀度

使用仪器: 读数显微镜

刻线序号 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
刻线位置 $a_i/\text{mm}$	10.362	11.360	12.367	13.361	14.359	15.371	16.366	17.373	18.370	19.375	20.374
刻线间距 $l_i/\text{mm}$		0.998	1.007	0.994	0.998	1.012	0.995	1.007	0.997	1.005	0.999

\*数字式读数显微镜可清零, 故可直接测出两刻度线之间的距离  $l_i$ ; 如果采用机械式读数显微镜, 则需测出连续 11 个刻度线的位置  $a_i$ , 再计算出  $l_i$ .

计算不均匀度:

$$\frac{l_{\max} - l_{\min}}{l_{sd}} = \frac{1.012 - 0.994}{1} = 0.018$$





## 4. 测量金属杯的密度和不确定度 (设自由度为无穷大)

## (1) 方法一

铜杯质量  $m = 53.46\text{g}$ 

次数 $i$	1	2	3	4	5	平均值	实验标准差
外径 $D/\text{cm}$	3.300	3.290	3.286	3.290	3.294	3.292	0.001058301
内径 $d/\text{cm}$	2.376	2.380	2.386	2.384	2.388	2.3828	0.0009633276
高度 $H/\text{cm}$	4.372	4.368	4.370	4.368	4.374	4.3704	0.0005215362
深度 $h/\text{cm}$	3.952	3.942	3.982	3.952	3.972	3.9600	0.002286335

计算金属杯的密度及其不确定度:

见 5.20

$$\rho = \frac{m}{\frac{\pi}{4}(D^2H - d^2h)} = 2.737\text{g/cm}^3$$

$$S_A = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial D} S_D\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial d} S_d\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial H} S_H\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h} S_h\right)^2} = 0.00101$$

$$S_{B_D} = S_{B_d} = S_{B_H} = S_{B_h} = \frac{0.002}{\sqrt{3}}$$

$$S_B = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial D} S_{B_D}\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial d} S_{B_d}\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial H} S_{B_H}\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h} S_{B_h}\right)^2}$$

$$= 0.000470586$$

$$\text{合成不确定度 } S = \sqrt{S_A^2 + S_B^2} = 0.00114113$$

$$\text{当 } p=0.95, \nu=\infty \text{ 时 } t_p=1.96$$

$$\text{扩展不确定度 } \Delta N = t_p \cdot S = 0.002183661$$

$$\therefore \rho = (2.737 \pm 0.002) \text{g/cm}^3$$



## (2) 实验数据

使用仪器: 螺旋测微器

次数 $i$	1	2	3	4	5	平均值 $\bar{D}/\text{mm}$	实验标准差 $S_{\bar{D}}/\text{mm}$
直径 $D/\text{mm}$	1.458	1.452	1.461	1.472	1.492	1.4677	<del>0.002006129</del> 0.006343938
次数 $i$	6	7	8	9	10		
直径 $D/\text{mm}$	1.459	1.442	1.466	1.511	1.464		

(3) 计算金属丝直径的平均值及其实验标准差:

$$\bar{D} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} D_i = 1.4677 \text{ mm}$$

$$S_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{1}{10 \times 9} \sum_{i=1}^{10} (D_i - \bar{D})^2} = \sqrt{\frac{1}{90} \sum_{i=1}^{10} (D_i - \bar{D})^2} = \sqrt{0.006343938} = 0.0063$$

## 3. 测量钢尺的不均匀度

使用仪器: 读数显微镜

刻线序号 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
刻线位置 $a_i/\text{mm}$	10.362	11.369	12.367	13.361	14.359	15.371	16.366	17.373	18.370	19.375	20.374
刻线间距 $l_i/\text{mm}$		0.998	1.007	0.994	0.998	1.012	0.995	1.007	0.997	1.005	0.999

\*数字式读数显微镜可清零, 故可直接测出两刻度线之间的距离  $l_i$ ; 如果采用机械式读数显微镜, 则需测出连续 11 个刻度线的位置  $a_i$ , 再计算出  $l_i$ 。

计算不均匀度:

$$\frac{l_{\max} - l_{\min}}{l_{sd}} = \frac{1.012 - 0.994}{1} = 0.018$$



$$T = 27.7^{\circ}\text{C}$$

(2) 方法二 (排水法)

$$\rho_{\text{水}} = 0.99623 \text{ g/cm}^3$$

在空气中测得金属杯的质量:  $m_1 = 53.46 \text{ g}$

在水中测得金属杯的质量:  $m_2 = 34.27 \text{ g}$

计算金属杯的密度和不确定度:

$$\rho = \frac{m_1}{m_1 - m_2} \rho_{\text{水}} = 2.7753 \text{ g/cm}^3$$

A类不确定度为0.

$$B\text{类不确定度 } \mu_B = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 5.77 \times 10^{-3} \text{ g}$$

$$S_B = \rho \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m_1} \mu_B\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m_2} \mu_B\right)^2} = 8.02 \times 10^{-4}$$

$$S = S_B = 8.02 \times 10^{-4}$$

$$P = 0.95 \text{ 时 } t_p = 1.96$$

$$\Delta N = t_p \cdot S = 0.001572$$

$$\rho = (2.775 \pm 0.002) \text{ g/cm}^3$$

(3) 方法三

被测金属杯的密度为:  $2.56 \text{ g/cm}^3$

被测金属杯的不确定度为:  $S = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.005774$   $\Delta N = t_p S = 0.0113 \text{ g/cm}^3$

(4) 比较三种密度测量方法

操作上: 法一最复杂, 法三最方便.

误差上: 法一略大, 由于其间测量了4个物理量.

法二误差由仪器产生, 可多次测量降低误差.

法三误差大, 由仪器产生.

## | 实验后思考题 |

1. 若机械式游标卡尺的测量精度为  $0.01\text{mm}$ ，请问游标的刻度如何划分？
2. 如何测量石蜡块的密度？石蜡块的形状不规则，且密度小于水的密度。

1. 游标 100 个分度与主尺上 99 个分度长度相等即可。
2. 将介质换成酒精，由于石蜡密度大于酒精，故可以  
将石蜡全部浸入酒精中测出。