

实验 A2 用力敏传感器测量液体表面张力系数

[实验前思考题]

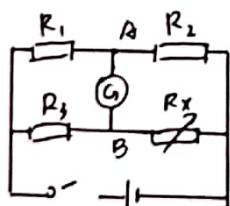
1. 测量仪器标定（或称为校准）的方式有哪几种？如何操作？
2. 液体表面张力系数与什么因素有关？
3. 简述直流单臂电桥的工作原理（包括平衡电桥和非平衡电桥）。

① 标准样品法：采用一种方法或仪器对标准样品测量，若测量值与提供的标准值相等，则方法正确或仪器合格。

② 标准仪器法：用标准仪器和测量仪器测量同一量值，看是否相等。

2. 影响因素：液体种类、纯度、浓度、温度、相邻物质的化学性质。

3.



平衡电桥： $U_{AB} = 0$ ，即 \odot 示数为零。

$$\text{此时有 } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$$

$$\text{调节 } R_x = \frac{R_2 R_1}{R_3} \text{ 即为平衡电桥。}$$

非平衡电桥： $U_{AB} \neq 0$ 。

$$\text{可测 } U_{AB} = \frac{E(R_1 R_x - R_2 R_3)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_x)}$$

其中 E 为电源电动势。

(请自行加页)



[实验目的]

1. 学习拉力传感器的校准方法。
2. 学习用拉脱法测液体表面张力系数的方法。
3. 测量水的表面张力系数。
4. 研究乙醇溶液的浓度与表面张力系数之间的变化关系。

[仪器用具]

编号	仪器名称	数量	主要参数(型号, 测量范围, 测量精度等)
1	硅压阻力敏传感器	1	JH-2(10g).
2	液体表面张力系数测定仪	1	FD-NST-1
3	砝码	7	
4	镊子	1	
5	表面皿	2	

[原理概述]

1. 液体表面张力

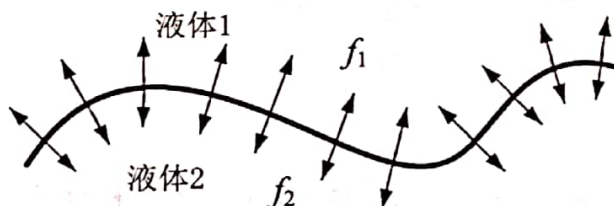


图 1 液体表面张力

液体的表面, 由于表层内分子力的作用, 存在着一定张力, 称为表面张力。表面张力的存在使液体的表面犹如一张紧绷的弹性膜, 有收缩的趋势。如肥皂泡会保持球形、油滴在水的表面会向四周扩散等, 就是表面张力作用的结果。设想在液面上有一条曲线, 如图 1 所示, 表面张力就表现为曲线两旁的液面以一定的拉力 f_1 和 f_2 相互作用, 它们的方向恒与曲线垂直, 大小与液体的种类、浓度、温度等因素有关。对同一种液体, 有 $f_1 = f_2$; 若液体 1 与液体 2 不同, 则 $f_1 \neq f_2$ 。油滴在水面上扩散成油膜属于第二种情况。表面张力的大小与曲线的长度 L 成正比, 可表示为:

$$f = \alpha L \quad (1)$$

比例系数 α 称为液体的表面张力系数, 单位为 N/m(牛每米)。对同一种样品, 由于 $f_1 = f_2$,



使得液体表面上的曲线所受合力为零，难以测量，需采用一些特殊的方法，如本实验中采用的拉脱法等。

2. 拉脱法测量液体表面张力系数

拉脱法利用一个已知长度的规则物体与液面相互作用，以液面破裂瞬间，规则物体从待测液体表面脱离时需要的力作为液体的表面张力。因此该力除了上述的几种因素外，还与规则物体的形状和材质有关。常采用金属材料，如不锈钢、铝等，形状为直线或圆环。如图 2 (a 和 b) 所示，若采用一根长度为 L 的金属丝，液膜拉破瞬间金属丝所受的拉力 F 为

$$F = mg + f = mg + 2\alpha L \quad (2)$$

若采用一个外直径为 D_1 、内直径为 D_2 的圆环，如图 2 (c) 所示，在考虑一级近似的前提下，液膜拉破瞬间金属环所受的拉力 F 为

$$F = mg + f_1 + f_2 = mg + \alpha\pi D_1 + \alpha\pi D_2 \quad (3)$$

其中 πD_1 和 πD_2 分别为外环和内环的周长， $(f_1 + f_2)$ 即为液体的表面张力。拉力 F 通常在 0.098N (10 克力) 以下，需要用到较灵敏的拉力测量仪器才能测出。如基于灵敏弹簧的焦利氏称，基于半导体力敏传感器的数字式拉力计等。本实验将采用力敏传感器来研究液体表面张力的大小。根据式 (3) 可得液体的表面张力系数为

$$\alpha = (F - mg) / [\pi(D_1 + D_2)] \quad (4)$$

若圆环的质量远小于液体的表面张力，则式 (4) 可简化为

$$\alpha = F / [\pi(D_1 + D_2)] \quad (5)$$

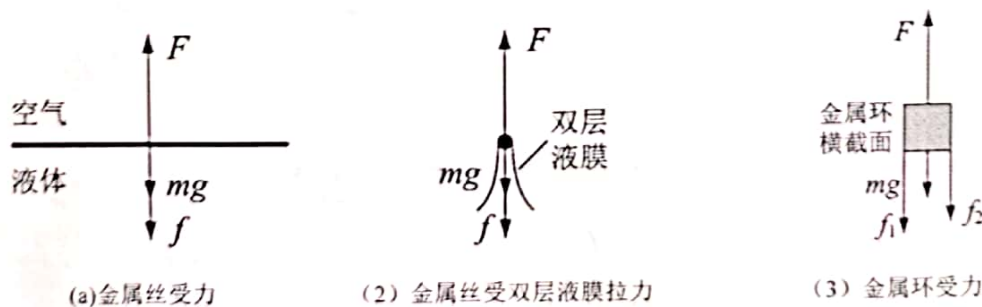


图 2 液体表面张力的测量

3. 硅压阻力敏传感器

硅压阻力敏传感器由金属弹性梁和贴在梁上的传感器芯片组成，其中芯片由四个硅



电阻构成一个单臂电桥，可调零使电桥平衡。当弹性梁受力时，硅电阻的阻值发生变化，使电桥失去平衡，非平衡电压 U 与所受的拉力成正比，即

$$U = KF \quad (6)$$

其中 K 为硅压阻力敏传感器的灵敏度，单位为 V/N （伏每牛）。

（以下请根据图 2，推导采用金属环完成拉脱法实验时液体表面张力系数的计算公式）

$$F_{\text{表面张力}} = f_1 + f_2 = \alpha \pi D_1 + \alpha \pi D_2$$

$$\text{液膜受力前: } F_1 = mg + f_1 + f_2 = mg + \alpha \pi D_1 + \alpha \pi D_2 = \frac{U_1}{K}$$

（其中 D_1, D_2 为圆环内外直径， U 为传感器输出电压）

$$\text{液膜拉断后: } F_2 = mg = \frac{U_2}{K}$$

$$F_{\text{表面张力}} = F_1 - F_2 = \alpha \pi (D_1 + D_2) = \frac{U_1 - U_2}{K}$$

$$\text{即 表面张力系数 } \alpha = \frac{U_1 - U_2}{K \pi (D_1 + D_2)}$$

[实验装置]

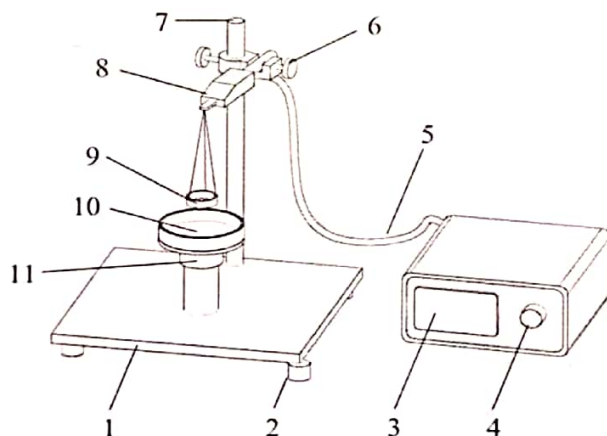


图 1 液体表面张力测量装置

1. 底座	2. 水平调节螺钉	3. 数字电压表	4. 调零旋钮
5. 屏蔽蔽电缆	6. 传感器夹头锁紧螺钉	7. 立柱	8. 力敏传感器
9. 吊环	10. 透明表面皿	11. 升降调节螺母	

注意：（1）硅压阻力敏传感器的最大拉力不超过 $0.098N$ （即 10 克力），故在悬挂吊环、增减砝码的时候必须小心轻放，严禁大力拉拽和超重，否则极易损坏传感器。

（2）力敏传感器对拉力非常敏感，悬挂物体晃动时会使电压读数不断变化，需等物体静止后再读数。



I 实验内容及步骤

1. 对硅压阻力敏传感器进行校准

- (1) 开机预热 15 分钟以上。
- (2) 将砝码盘挂在力敏传感器的挂钩上，在加砝码前先对仪器读数调零。
- (3) 分别在砝码盘中放置校准砝码，注意操作时应尽量轻拿轻放。每个砝码重量为 0.5g，校准时采用 (0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5)g，记录每个重量对应的数字电压表读数。重量增加和重量减小两个方向都需测量。
- (4) 作出校准曲线，并用最小二乘法拟合出校准公式，计算力敏传感器的灵敏度 K 。

2. 测量水的表面张力系数

- (1) 测出吊环的内外直径，清洗表面皿和吊环。
- (2) 将表面皿安放在升降台上，必要时可使用双面胶与升降台面贴紧，调节底座水平。
- (3) 用洗瓶在表面皿中注入待测的水，并将吊环挂在力敏传感器的挂钩上。
- (4) 从上向下看，顺时针转动升降台的升降螺母使液面上升，当吊环下沿均浸入液体后，改为逆时针转动该螺母，使液面下降（相当于吊环上提），观察吊环浸入液体及从液体中拉起的过程中数字电压表读数的变化情况。
- (5) 让液面继续下降，记录吊环拉破液面前一瞬间数字电压表的读数 U_1 ，及拉破液面后数字电压表的稳定读数 U_2 。
- (6) 计算水的表面张力系数并作不确定度分析。

3. 测量不同浓度乙醇溶液的表面张力系数

实验操作方法与内容 2 相同，但不同浓度的乙醇溶液需要实验者在实验前配好并放在洗瓶中备用。要求作出表面张力系数随浓度的变化曲线。

注意：乙醇为易燃液体，实验过程中严禁明火。测量后的液体需回收，由实验室统一处理。



| 数据记录及处理 |

1. 对硅压阻力敏传感器进行标定

(1) 实验数据

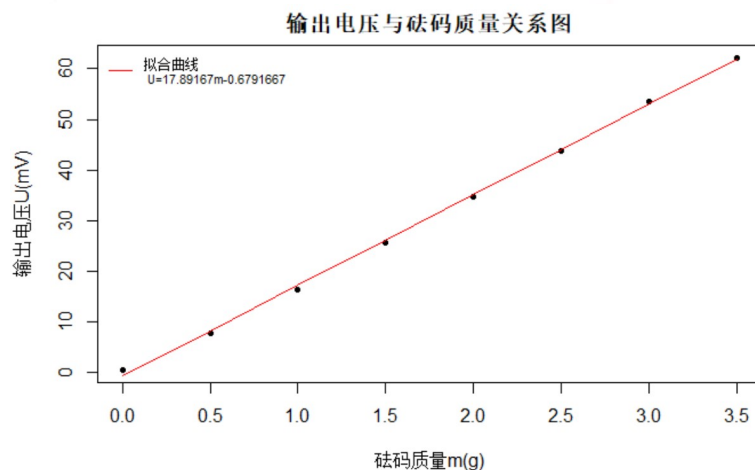
表 1 力敏传感器的标定

砝码质量/g	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
质量增大时 输出电压/mV	0.0	9.0	17.9	27.3	36.5	45.7	54.6	62.2
质量减小时 输出电压/mV	1.2	6.6	15.0	24.2	33.1	42.0	52.6	62.2
输出电压 平均值 U /mV	0.6	7.8	16.45	25.75	34.8	43.85	53.6	62.2

*广州重力加速度 $g=9.7883\text{m/s}^2$

(2) 数据处理与结果表达

①以砝码质量为横坐标, 数字电压表读数为纵坐标, 画力敏传感器的标定曲线:



②用最小二乘法求标定曲线的拟合公式、相关系数, 并求力敏传感器的灵敏度。

设拟合曲线为 $U = a + bm$.故拟合公式为 $U(\text{mV}) = -0.6791667 + 17.89167 \times m$

$$\bar{m} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 m_i = 1.75\text{g}$$

$$\bar{U} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_i = 30.63125\text{mV}$$

$$\text{相关系数 } r = \frac{\bar{m}\bar{U} - \bar{m}\bar{U}}{\sqrt{(\bar{m}^2 - \bar{m}^2)(\bar{U}^2 - \bar{U}^2)}} = 0.9995293$$

$$\begin{cases} b = \frac{\bar{m}\bar{U} - \bar{m}\bar{U}}{\bar{m}^2 - \bar{m}^2} \\ a = \bar{U} - b\bar{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 17.89167 \\ a = -0.6791667 \end{cases}$$

$$\text{灵敏度 } K = \frac{b}{g} = 1.827863 \text{ V/N}$$



2. 测量水的表面张力系数

(1) 实验数据

表 2 金属环的外径 D_1 和内径 D_2

次数	1	2	3	4	5	平均值 /mm	实验标准差 /mm
D_1/mm	32.04	32.04	32.04	32.04	32.02	32.036	0.00179
D_2/mm	30.96	30.92	30.98	30.92	30.96	30.948	0.00537

表 3 自来水的表面张力系数测量

水的温度: 25 °C

测量次数	1	2	3	4	5	平均值 $\overline{\Delta U}$ / mV
U_1/mV	34.5	36.1	35.5	35.6	36.2	27.8
U_2/mV	7.9	7.8	7.8	7.7	7.7	实验标准差 $\sigma_{\Delta U}/\text{mV}$
$\Delta U/\text{mV}$	26.6	28.3	27.7	27.9	28.5	0.14832

(2) 数据处理与结果表达

① 计算水的表面张力系数:

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{\Delta U}}{K \cdot \pi (D_1 + D_2)} = 0.07686368$$

② 计算 α 的不确定度

$$\alpha = \frac{\Delta U}{K\pi(D_1 + D_2)}$$

A类不确定度: $S_{\Delta U} = \sqrt{\frac{1}{5 \times 4} (\Delta U_i - \Delta U)^2} = 0.3316625 \text{ mV}$ $V_{\Delta U} = 4$

$$S_{\bar{D}_1} = \sqrt{\frac{1}{5 \times 4} (D_{1i} - \bar{D}_1)^2} = 0.004 \text{ mm}$$
 $V_{\bar{D}_1} = 4$

$$S_{\bar{D}_2} = \sqrt{\frac{1}{5 \times 4} (D_{2i} - \bar{D}_2)^2} = 0.012 \text{ mm}$$
 $V_{\bar{D}_2} = 4$

$$S_\alpha = \sqrt{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta U} S_{\Delta U}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \bar{D}_1} S_{\bar{D}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \bar{D}_2} S_{\bar{D}_2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{K\pi(D_1 + D_2)} S_{\Delta U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{K\pi(D_1 + D_2)^2} S_{\bar{D}_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{K\pi(D_1 + D_2)^2} S_{\bar{D}_2}\right)^2}$$

$$= 0.000917137$$

$$V_A = \frac{S_\alpha^4}{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta U} S_{\Delta U}\right)^4 / V_{\Delta U} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \bar{D}_1} S_{\bar{D}_1}\right)^4 / V_{\bar{D}_1} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \bar{D}_2} S_{\bar{D}_2}\right)^4 / V_{\bar{D}_2}} = 4.002267$$

B类不确定度

$$U_{\Delta U} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} = 0.05774 \text{ mV}$$
 $U_{D_1} = U_{D_2} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.01155 \text{ mm}$

$$V_{\Delta U} = V_{D_1} = V_{D_2} = 1$$

$$S_B = \sqrt{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta U} U_{\Delta U}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial D_1} U_{D_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial D_2} U_{D_2}\right)^2} = 0.0001608696 \text{ N/m}$$

$$V_B = \frac{S_B^4}{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta U} U_{\Delta U}\right)^4 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial D_1} U_{D_1}\right)^4 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial D_2} U_{D_2}\right)^4} = 1.031289$$

合成不确定度 $S = \sqrt{S_A^2 + S_B^2} = 0.0009311387$

有效自由度 $V = \frac{S^4}{S_A^4/V_A + S_B^4/V_B} = 4.236764$

取 $P=0.95$, $V=4.236764 \Rightarrow t_p = 2.098073$

$$\Delta U = t_p \cdot S = 0.001953597 \text{ N/m}$$

故 $\alpha = \bar{\alpha} \pm \Delta U = 0.0769 \pm 0.002 \text{ N/m}$



3. 测量不同浓度乙醇水溶液的表面张力系数

(1) 实验数据

表 4 不同浓度乙醇水溶液的表面张力系数测量

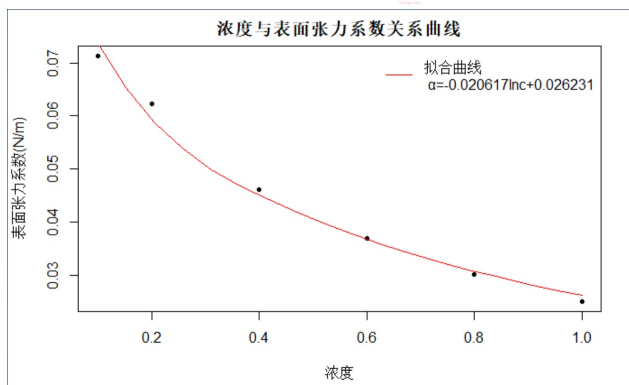
溶液的温度: 24 °C

浓度	U_1/mV	U_2/mV	$\Delta U/mV$	f/N	$\alpha/N/m$
100%	14.3	5.2	9.1	0.00050	0.02516041
80%	16.7	5.8	10.9	0.00060	0.03013720
60%	18.8	5.4	13.4	0.00733	0.03704940
40%	22.7	6.0	16.7	0.00914	0.04617350
20%	28.1	5.6	22.5	0.01230	0.06220981
10%	31.6	5.8	25.8	0.01411	0.0713392

注: 各物理量的单位请实验者确定。

(2) 数据处理与结果表达

①画出浓度与表面张力系数关系曲线, 分析变化规律。(作图时可用内容 2 所得纯水的结果作为浓度 0%的数据) 表面张力系数随浓度呈负对数函数



对数拟合:

```
Call:
lm(formula = a2 ~ A)

Residuals:
    1     2     3     4     5     6 
-0.0010707 -0.0006945  0.0002866  0.0010512  0.0027969 -0.0023696 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.026231    0.001255   20.90 3.10e-05 ***
A            -0.020617    0.001023  -20.16 3.57e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.002016 on 4 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9903,    Adjusted R-squared:  0.9878 
F-statistic: 406.5 on 1 and 4 DF, p-value: 3.572e-05
```

倒数拟合:

```
Call:
lm(formula = a2 ~ B)

Residuals:
    1     2     3     4     5     6 
-0.0076542 -0.0038965  0.0009839  0.0060444  0.0098899 -0.0053676 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.0279383    0.0047446   5.888 0.00416 **
B            0.0048763    0.0009944   4.904 0.00082 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.007712 on 4 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8574,    Adjusted R-squared:  0.8217 
F-statistic: 24.05 on 1 and 4 DF, p-value: 0.000822
```

②用最小二乘法拟合数据, 尝试找出合适的拟合函数。

对浓度分别取对数和倒数进行拟合, 相关系数分别为 0.9903, 0.8574, 可知对数拟合相关系数更接近于 1, 拟合效果更好。

令 $x_i = \ln(C)$, 拟合方程为 $y = a + bx$.

$$\begin{cases} b = \frac{\bar{x} \cdot \bar{y} - \bar{x} \bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \\ a = \bar{y} - b\bar{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -0.020617 \\ a = 0.026231 \end{cases}$$

相关系数 $r = \frac{\bar{x} \bar{y} - \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)(\bar{y}^2 - \bar{y}^2)}} = 0.9903$

故 $\alpha = -0.020617 \ln C + 0.026231$



【实验后思考题】

1. 若金属圆环底部不严格与液面平行，对测量结果有什么影响？
2. 检索资料，列举若干种液体表面张力系数的测量方法。

1. 此时环的受力不再垂直向下，导致受力减小，测量误差大。
2. U型试管法、悬滴法、旋转滴法、最大气泡法、滴体积法、毛细管上升法