

实验 B5 RLC 串联电路的交流稳态和谐振特性

[实验前思考题]

1. 实验过程中信号发生器输出端电压幅度为什么要保持不变? 若实验结束后才发现总电压发生了变化, 在不重做实验的情况下应如何处理?

1(1). 当电路达到稳态时, 在 RC 串联电路中 $U_R = \frac{U \omega R C}{\sqrt{1 + (\omega R C)^2}}$, $U_C = \frac{U}{\sqrt{1 + (\omega R C)^2}}$
在 RL 串联电路中 $U_R = \frac{U R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$, $U_L = \frac{U \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$. 在 R, C, L 不变的情况下, 由 $\omega = 2\pi f$ 可知, 仅有 U 保持不变的情况下, U_R, U_C, U_L 才为频率 f 的单一函数。

1(2). 由上式可知 ω 一定时, U_R, U_C, U_L 与总电压成比例。在记录后总电压 U' 后, 调整各电压值为 $U_R \cdot \frac{U'}{U}$, $U_C \cdot \frac{U'}{U}$, $U_L \cdot \frac{U'}{U}$ 。

2. 如何判断 RLC 电路处于谐振状态。

当电压与电流相位差 $\Delta\varphi = 0$ 时, RLC 电路处于谐振状态。可用示波器进行测量, 调节示波器进入 X-Y 2F 模式, X 轴导入电阻两端电压, Y 轴导入总电压信号。调整输入信号频率, 使李萨如图形为一条直线, 此时相位差为 0, 电路谐振。

【实验目的】

1. 学习数字示波器的使用方法；
2. 观测 RC、RL、RLC 串联电路的幅频特性和相频特性；
3. 学习用双踪示波器测量相位差。

【仪器用具】

编号	仪器用具名称	数量	主要参数(型号, 测量范围, 测量精度等)
1	数字存储示波器		DS 1152 D-EDU
2	函数信号发生器		DG 1022
3	双通道交流毫伏表		TH 1912A
4	电阻箱		F 162 X 21
5	测试板 (接线板)		
6	电子元器件		

【实验原理】

在 RC、RL 和 RLC 串联电路中, 若加在电路两端的正弦交流信号的幅度保持不变, 则当电路中的电流和电压的变化达到稳定状态时, 电流 (或某元件两端的电压) 与频率之间的关系称为幅频特性; 电压、电流之间的位相差与频率之间的关系称为相频特性。下面分三种串联电路加以分析。

1. RC 串联电路

RC 串联电路如图 B5. 1 (a) 所示, 由于电容 C 的容抗为 $Z_C = 1/j\omega C$, 其中 C 为电容容量, 有

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C = i(R + 1/j\omega C) \quad (\text{B5. 1})$$

其中 \dot{U} 为信号源输出的总电压, \dot{U}_R 为电阻两端的电压, \dot{U}_C 为电容两端的电压, ω 为角频率。

由式 (B5. 1) 可得电路总阻抗的模 $|Z|$ 、电流有效值 I 、电阻两端电压的有效值 U_R 、电容两端电压的有效值 U_C 及电路电流与总电压之间的相位差 $\Delta\varphi$ 分别为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2} \quad (\text{B5. 2})$$

$$I = U\omega C / \sqrt{1 + (R\omega C)^2} \quad (\text{B5. 3})$$

$$U_R = IR = U\omega RC / \sqrt{1 + (R\omega C)^2} \quad (\text{B5. 4})$$

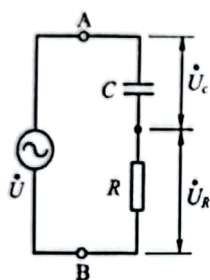
$$U_C = I/(\omega C) = U / \sqrt{1 + (R\omega C)^2} \quad (\text{B5. 5})$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{U_R} - \varphi_U = \tan^{-1}(1/R\omega C) \quad (\text{B5.6})$$

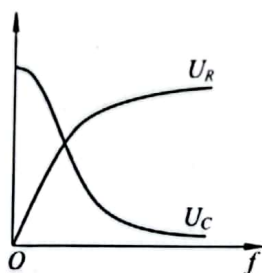
若总电压有效值 U 保持不变, 根据式 (B5.4) 和式 (B5.5) 可画出 $U_R \sim f$ 和 $U_C \sim f$ 幅频特性曲线, 如图 B5.1(b) 所示。 U_R 和 U_C 都是频率 f (或角频率 ω) 的函数, 都随 f 单调变化。当频率很低时, $1/\omega C \gg R$, 总电压主要落在电容上; 当频率很高时, $1/\omega C \ll R$, 总电压主要落在电阻上。可以利用 RC 串联电路的这种特性设计各种滤波电路。

根据式 (B5.6) 可画出 RC 串联电路的 $\Delta\varphi \sim f$ 相频特性曲线, 如图 B5.1(c) 所示。当 f 很低时, $\Delta\varphi$ 趋于 $\pi/2$; 当 f 很高时, $\Delta\varphi$ 趋于 0。可利用 RC 电路的这种特性, 设计各种移相电路。

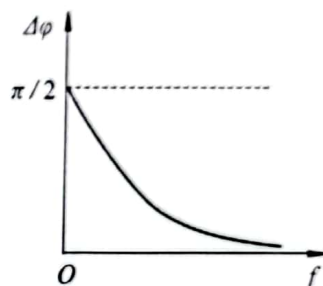
注意: 相位差指的是两个电压相位的差值, 故计算相位差时需确定一个基准相位。在图 B5.1(a) 的电路中, 由于 \dot{U} 是信号发生器输出的信号, 其相位 φ_U 不随外电路参数的变化而变化, 故可作为相位的基准。而电阻 R 为线性元件, 不会导致相位的变化, 其两端电压的相位 φ_{U_R} 与流过 RC 串联电路的电流 I 的相位相同。故 RC 电路导致的相移 $\Delta\varphi$ 按式 (B5.6) 来定义。 $\Delta\varphi$ 为正表示流过 RC 串联电路的电流的相位超前于总电压的相位。



(a) 测量电路



(b) 幅频特性



(c) 相频特性

图 B5.1 RC 串联电路的稳态特性

2. RL 串联电路

RL 串联电路如图 B5.2(a) 所示, 电感 L 的感抗为 $Z_L = j\omega L$, 有

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L = \dot{I}(R + j\omega L) \quad (\text{B5.7})$$

其中 \dot{U}_L 为电感两端的电压。由式 (B5.7) 可得总阻抗的模 $|Z|$ 、电流有效值 I 、电阻两端电压的有效值 U_R 、电感两端电压的有效值 U_L 及电路电流与总电压之间的相位差 $\Delta\varphi$ 分别为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (\text{B5.8})$$

$$I = U / \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (\text{B5.9})$$

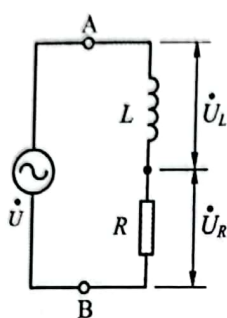
$$U_R = IR = UR / \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (\text{B5.10})$$

$$U_L = I\omega L = U\omega L / \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (\text{B5.11})$$

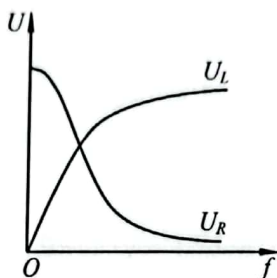
$$\Delta\varphi = \varphi_{U_R} - \varphi_U = -\tan^{-1}(\omega L/R) \quad (\text{B5.12})$$

若总电压有效值 U 保持不变, 根据式 (B5.10) 和式 (B5.11) 可画出 $U_R \sim f$ 和 $U_L \sim f$ 幅频特性曲线, 如图 B5.2(b) 所示。 U_R 和 U_L 都是频率 f (或角频率 ω) 的函数, 都随 f 单调变化。当 f 很低时, $R \gg \omega L$, 总电压主要落在电阻上; 当 f 很高时, $R \ll \omega L$, 总电压主要落在电感上。可以利用 RL 串联电路的这种特性设计各种滤波电路。

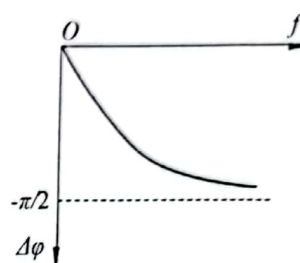
根据式 (B5.12) 可画出 RL 串联电路的 $\Delta\varphi \sim f$ 相频特性曲线, 如图 B5.2(c) 所示。当 f 很低时, $\Delta\varphi$ 趋于 0; 当 f 很高时, $\Delta\varphi$ 趋于 $(-\pi/2)$ 。可利用 RL 电路的这种特性, 设计各种移相电路。



(a) 测量电路



(b) 幅频特性



(c) 相频特性

图 B5.2 RL 串联电路的稳态特性

3. RLC 串联电路

RLC 串联电路如图 B5.3(a) 所示, 有

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = I[R + j\omega L + (1/j\omega C)] \quad (\text{B5.13})$$

可得总阻抗的模 $|Z|$ 、电流有效值 I 、电路电流与总电压之间的相位差 $\Delta\varphi$ 分别为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (\text{B5.14})$$

$$I = U / \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (\text{B5.15})$$

$$U_R = IR = UR / \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (\text{B5.16})$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{U_R} - \varphi_U = -\tan^{-1}[(\omega L - 1/\omega C)/R] \quad (\text{B5.17})$$

若总电压有效值 U 保持不变, 根据式 (B5.15) 可画出 $I \sim f$ 幅频特性曲线和 $\Delta\varphi \sim f$ 相频特性曲线, 分别如图 B5.3(b) 和 (c) 所示。

(1) 谐振: 当 $(\omega L - 1/\omega C) = 0$ 时, 由式 (B5.17) 可知, 此时 $\Delta\varphi = 0$, 电流与总电压同相, 整个串联电路呈电阻性, 这种特殊的状态称为 RLC 串联电路的谐振, 对应的频率称

为谐振圆频率, 记为 ω_0 , 或称为谐振频率 f_0 , 则

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad \text{或} \quad f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) \quad (\text{B5.18})$$

(2) 电容性: 当 $\omega L < (1/\omega C)$, 即 $f < f_0$ 时, $\Delta\varphi > 0$, 电流相位超前于总电压, 电路呈电容性, $\Delta\varphi$ 随 f 的减小而增大。当 $f \rightarrow 0$ 时, $\Delta\varphi \rightarrow \pi/2$ 。

(3) 电感性: 当 $\omega L > (1/\omega C)$, 即 $f > f_0$ 时, $\Delta\varphi < 0$, 电流相位落后于总电压, 电路呈电感性, $\Delta\varphi$ 随 f 的增大而减小。当 $f \rightarrow \infty$ 时, $\Delta\varphi \rightarrow (-\pi/2)$ 。

(4) 幅频特性: 根据式(B5.15)可知, 谐振时电流有效值 I 达到最大值 $I_M = U/R$, f 大于或小于谐振频率 f_0 时, I 均小于 I_M 。当 R 很小时, I_M 可以很大, 幅频特性曲线比较尖锐。为了描述 $I \sim f$ 曲线的尖锐程度, 通常把 I 由 I_M 下降到 $I_M/\sqrt{2}$ (即 $0.707I_M$)时的频带宽度 $\Delta f = f_2 - f_1$ 称为通频带宽度。 Δf 越小, 曲线越尖锐, 电路对频率的选择性能越好。

如图 B5.3 (a), 电路谐振时, 电容和电感两端的电压分别为

$$\begin{cases} U_C = I_M |Z_C| = U/(R\omega_0 C) \\ U_L = I_M |Z_L| = \omega_0 L U/R \end{cases} \quad (\text{B5.19})$$

将式(B5.18)代入式(B5.19), 有

$$\begin{cases} U_C/U = 1/(R\omega_0 C) = \sqrt{LC}/RC \\ U_L/U = \omega_0 L/R = \sqrt{LC}/RC \end{cases} \quad (\text{B5.20})$$

定义参数

$$Q = U_C/U = U_L/U = 1/(R\omega_0 C) = \omega_0 L/R = \sqrt{LC}/RC \quad (\text{B5.21})$$

该参数称为谐振电路的品质因数, 简称 Q 值, 是表征谐振电路性能优劣的重要物理量之一。谐振时, $U_C = U_L = QU$, 所以 Q 值越大, 电感、电容上的电压与总电压的比值也越大, 电路储能效率越高。在某些传感器(如收音机接收天线)中, 利用这种特性可显著提高仪器的灵敏度或效率。可证明, $\Delta f = f_0/Q$, 即 $Q = f_0/\Delta f$, 故 Q 值越大, 带宽 Δf 越窄, 幅频特性曲线的谐振峰越尖锐, 电路对频率的选择性越强。

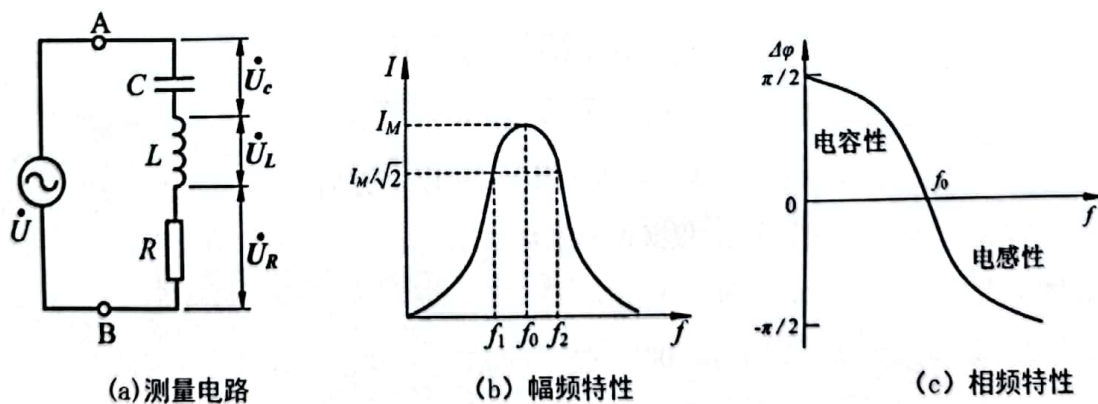


图 B5.3 RLC 串联电路的稳态特性

[实验内容及步骤]

1. RC 串联电路稳态特性

(1) 观测 RC 串联电路的幅频特性

按图 B5.4 连线, 由函数信号发生器产生正弦信号, 取 $R = 500\Omega$, $C = 0.47\mu\text{F}$ 。测量过程中需经常调节信号源幅度, 使总电压有效值 $U = 2.0\text{V}$ 并保持不变。频率 f 取 (100、300、600、1k、3k、6k、10k、30k、60k、100k、300k、600k、1M、3M、6M、10M) Hz, 用图 B5.4 (a) 测 U_R , 用图 B5.4 (b) 测量 U_C , 作 $(U_R, U_C) \sim f$ 幅频特性曲线, 并分析实验结果。上述取点方式使实验点在对数坐标系中几乎均匀分布。测量电压时可采用示波器, 也可采用双通道交流毫伏表。

注意: 图 B5.4 (a) 和 (b) 所示的电路是不同的, 测量 U_R 或 U_C 时需重新接线。不能采用图 (a) 测量 U_C , 这样会因为 CH1 点接地导致 RC 短路, 或因为 CH2 点接地导致 R 短路。

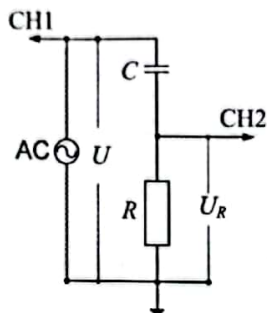
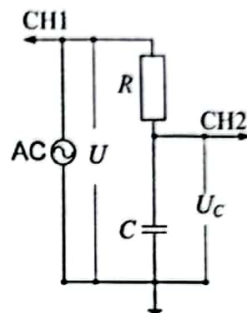
(a) 测量 U_R 电路(b) 测量 U_C 或 U_L 电路

图 B5.4 RC 和 RL 串联电路稳态特性分析接线图

(2) 观测 RC 串联电路的相频特性

按图 B5.4 (a) 连线, 总电压接示波器 CH1 通道, 电阻两端电压接 CH2 通道, 频率 f 取值与幅频特性实验相同。对应每个频率, 用双踪示波器 (或相位差计), 测出流过电路的电流与总电压之间的相位差

$$\Delta\varphi = \varphi_{U_R} - \varphi_U = \varphi_2 - \varphi_1 = (\Delta L/L) \times 360^\circ \quad (\text{B5.22})$$

作 $\Delta\varphi \sim f$ 相频特性曲线。计算时要注意 $\Delta\varphi$ 的正负。

注: 波峰位置较平滑, 误差较大, 用波形与接地扫描线的交点来测量更为准确。

2. 观测 RL 串联电路的幅频特性和相频特性

(1) 测量方法和频率取值与 RC 串联电路相同, 参照图 B5.4 接线, 但将其中的电容

改为 $L = 20\text{mH}$ 的电感。测出各频率下的 U_R 和 U_L 值, 以及 U_R 和 U 之间的相位差 $\Delta\varphi$, 作 $(U_R, U_L) \sim f$ 幅频特性曲线和 $\Delta\varphi \sim f$ 相频特性曲线。

(2) 取 $f = 300\text{Hz}$ 时的 U_R 和 U_L 值, 计算电压 $(U_R + U_L)$ 的值, 验算 $(U_R + U_L)$ 是否等于总电压 $U = 2.0\text{V}$ 。若不相等, 试解释原因。

3. 观测 RLC 串联电路的幅频、相频、谐振特性

(1) 测量 RLC 串联电路的幅频特性

按图 B5.5 连线, $C = 0.47\mu\text{F}$, $L = 20\text{mH}$, $R = 10\Omega$, 总电压有效值 $U = 2.0\text{V}$ 保持不变。频率取值与实验内容 1 和 2 相同, 测量电阻 R 两端的电压 U_R , 并计算流过电路的电流的有效值 $I = U_R/R$ 。作 $I \sim f$ 幅频特性曲线, 曲线峰值对应的频率即电路的谐振频率, 记为 f_{01} 。由 $I \sim f$ 曲线求出通频带宽度 Δf , 并计算电路的品质因素, 记为 $Q_1 = f_{01}/\Delta f$ 。

(2) 测量 RLC 串联电路的相频特性

电路和元件参数不变, 用双踪示波器测量总电压和电阻两端电压的相位差 $\Delta\varphi = \varphi_{U_R} - \varphi_U$, 测量时需注意 $\Delta\varphi$ 的正负。作 $\Delta\varphi \sim f$ 相频特性曲线, 由曲线与 f 轴 (即 $\Delta\varphi = 0$ 的直线) 的交点得到电路的谐振频率, 记为 f_{02} 。根据式 (B5.21) 计算电路品质因素, 记为 $Q_2 = 1/(2\pi f_0 RC)$ 。

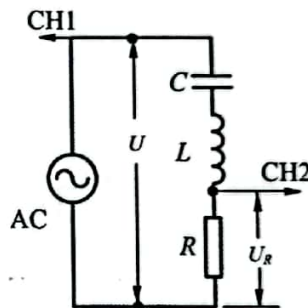


图 B5.5 RLC 串联稳态

(3) 谐振点性质的精确测量

用双踪示波器观察波形, 调节信号发生器输出信号的频率, 直至总电压和电阻两端电压完全重合, 相位差 $\Delta\varphi$ 为零, 此时信号的频率即为电路的谐振频率, 记为 f_{03} 。在谐振点下用交流毫伏表 (地线是虚地) 测量总电压 U 、电容两端电压 U_C 、电感两端电压 U_L 以及电阻两端电压 U_R 的有效值。并将这些参数代入式 (B5.21) 计算电路的品质因素, 记为 $Q_3 = U_C/U$ 和 $Q_4 = U_L/U$ 。

根据选定元件的参数, 由式 (B5.18) 计算电路谐振频率的理论值, 记为 f_0 。根据式 (B5.21) 计算电路品质因素的理论值, 记为 Q 。对比谐振频率 (f_{01} , f_{02} , f_{03} , f_0) 的异同并说明原因, 对比品质因素 (Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 , Q) 的异同并说明原因。

提示: 讨论分析时需考虑电感线圈直流电阻 R_L 的影响。

[数据记录]

1. RC 串联电路的幅频特性和相频特性

$R = 510\Omega$

$C = 0.47\mu F$

$U = 2.0V$

f/Hz	100	300	600	1k	3k	6k	10k	30k	60k	100k
U_C/V	1.972	1.850	1.463	1.098	0.456	0.238	0.146	4.88 $\times 10^{-4}$	2.19 $\times 10^{-4}$	1.09 $\times 10^{-4}$
U_R/V	0.310 0.8710	0.836	1.340	1.635	1.931	1.984	2.010	2.001	2.007	2.019
L/div	5	6.6	8.3	5 5	3.4	3.4	5	6.7	4.2	4
$\Delta L/\text{div}$	1.2	1.1 2	1	0.4	0.2	0.1	0	0	0	0
T/s										
$\Delta T/s$										
$\Delta\phi/^\circ$	86.4	60.0	43.4	28.8	21.1	10.6	0	0	0	0

2.035 206

2. RL 串联电路的幅频特性和相频特性

$R = 510\Omega$

$L = 20\text{mH}$
~~0.47 μF~~

$U = 2.0V$

f/Hz	100	300	600	1k	3k	6k	10k	30k	60k	100k
U_L/V	0.412	0.432	0.478	0.567	1.091	1.589	1.808	2.021	2.032	2.012
U_R/V	1.600	1.585	1.578	1.560	1.362	1.015	0.656	0.241	0.139	0.072
L/div	10	6.7	3.3	5	6.8	8.3	5	6.7	3.4	5
$\Delta L/\text{div}$	0	0.1	0.1	0.2	0.6	1.2	0.9	1.6	0.9	1
T/s										
$\Delta T/s$										
$\Delta\phi/^\circ$	0	-5.4	-11.0	-14.4	-31.8	-52.0	-64.8	-86.0	-95.3	-72

3. RLC 串联电路的相频特性

$R = 510 \Omega$

$L = 20 \text{ mH}$

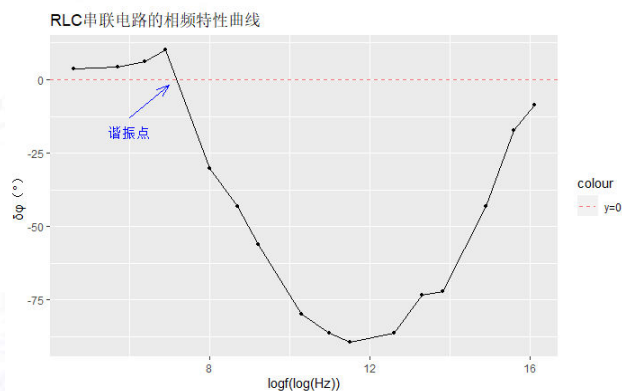
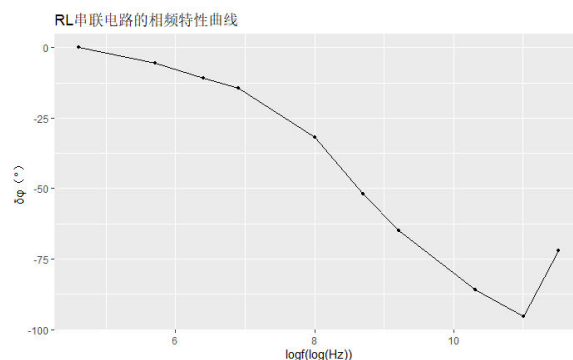
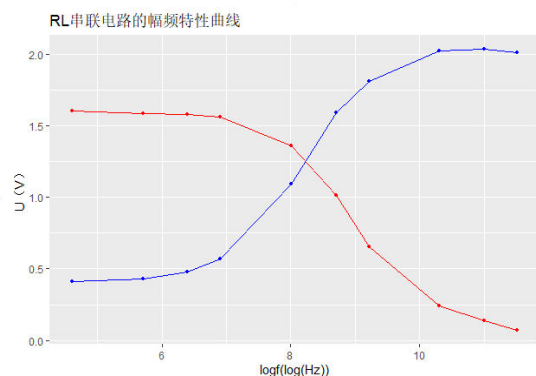
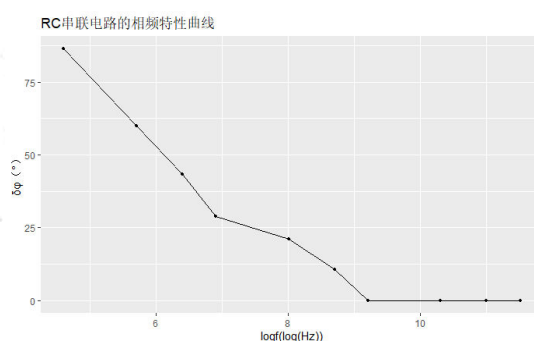
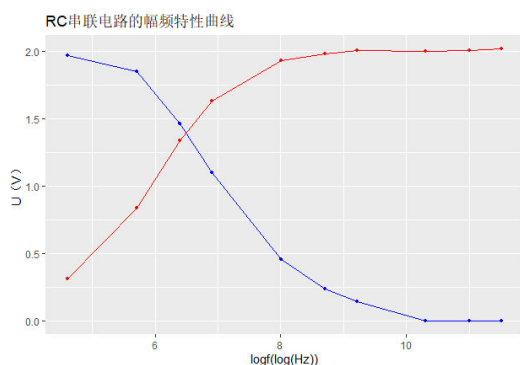
$C = 0.47 \mu\text{F}$

谐振频率: $f_0 = 1.64 \text{ kHz}$

f/Hz	100	300	600	1k	3k	6k	10k	30k	60k	100k
T/ms	10.08 0.08	3.36	1.72	1.02	0.332	0.168	0.100	3.4×10^{-3}	1.72×10^{-2}	10^{-2}
$\Delta T/\text{ms}$	2.48	0.68	0.3	0.152	-0.052	-0.019	-0.006	-0.001	-4×10^{-5}	-4×10^{-5}
$\Delta \phi/^\circ$	3.6	4.4	6.03	10.08	-30.2	-43.1	-56.16	-79.7	-86.2	-89.3
f/Hz	300k	600k	1M	3M	6M	10M				
T/ms	3.36×10^{-3}	1.68×10^{-3}	1.52×10^{-3}	3.34×10^{-4}	1.66×10^{-4}	1.02×10^{-4}				
$\Delta T/\text{ms}$	4×10^{-6}	6.8×10^{-7}	3.4×10^{-7}	3.6×10^{-7}	2.8×10^{-7}	2.2×10^{-7}				
$\Delta \phi/^\circ$	-86.2	-73.3	-72	-43.2	-17.2	-8.6				
f/Hz										
T/s										
$\Delta T/\text{s}$										
$\Delta \phi/^\circ$										
f/Hz										
T/s										
$\Delta T/\text{s}$										
$\Delta \phi/^\circ$										

| 数据处理与分析 |

1. 画出 RC 串联电路的幅频特性曲线和相频特性曲线。
2. 画出 RL 串联电路的幅频特性曲线和相频特性曲线。
3. 取 $f = 200\text{Hz}$ 时数据，验算电压 ($U' = U_R + U_L$) 是否等于总电压 $U = 5.0\text{V}$ 。若不相等，请解释原因。 **不相等，电阻、电感的电压有方向，总电压应为矢量加而不是代数和。**
4. 画出 RLC 串联电路的相频特性曲线，并从图中找出谐振点。由于频率跨度大，要求采用单对数坐标系画图，横坐标为以 10 为底的对数，纵坐标为线性坐标。



[实验后思考题]

1. 怎样测量两个同频率正弦信号的位相差? 包括数值和符号。
 2. 测量电路的幅频特性时, 能否采用三角波或方波? 为什么?
1. 可以用双踪示波器测量相位差
 - ① 将待测信号接入 CH1, CH2 通道.
 - ② 操作光标, 使两个波形一个周期内最靠近的波峰与光标相交.
 - ③ 两光标差值 Δx 为 ΔT , 再读出一个周期的 x , 即为 T .
 - ④ 相位差 $\Delta\varphi = \frac{\Delta T}{T} \cdot 2\pi$
2. 不能. 三角波和方波不是单频信号, 电路中电压达不到稳定状态, 得不到幅频特性曲线.