



باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

۲۵۷۴۲ - سیگنال‌ها و سیستم‌ها - ترم بهار

۱۴۰۰-۲

تمرین سری اول

موعد تحویل: مطابق cw

پرسش: در صورت داشتن هر گونه ابهام با آیدی تلگرام @arminpanjehpour یا @ali_arasteh ارتباط برقرار کنید.

نحوه تحویل: کدها و فایل گزارش خود را در CW آپلود کنید. گزارش و نتایج تنها در صورتی معتبر هستند که اجرای کدها با خطا همراه نباشد. زبان برنامه‌نویسی برای انجام تکلیف Matlab است.

توجه: تلاش‌های شما و دریافت مفهوم تمرین در نمره دهی مهم‌تر از خروجی معتبر هستند. با این اوصاف، مشاهده تقلب در تمرین باعث از دست دادن کل یا بخشی از نمره تمرین هر دو طرف می‌شود.

نکته: در صورت وجود هر گونه ابهام در نحوه استفاده کردن از هر یک از تابع‌های متلب، می‌توانید از documentation متلب استفاده کنید. به عنوان مثال برای دیدن documentation مربوط به تابع plot می‌توانید از یکی از دو روش زیر استفاده کنید: (۱) در command window، عبارت help plot را وارد کنید. (۲) در نوار جستجوی موجود در گوشه بالا راست، عبارت plot را بنویسید.

۱ تولید و نمایش سیگنال

۱.۱ ابتدا سیگنال‌های زیر را تولید کنید و سپس هر یک را با استفاده از دستور stem را در یک figure رسم کنید. (برای این کار باید از subplot استفاده کنید)

- a) $s_1[n] = (0.98)^n \sin(0.2\pi n + 0.05\pi)$ $n = -100, \dots, 100$
- b) $s_2[n] = \begin{cases} [\sin(0.1n) * e^{0.02n}], & n = 2k \\ [\cos(0.1n) * e^{-0.02n}], & n = 2k + 1 \end{cases}$ $n = -100, \dots, 100$
- c) $s_3[n] = \log_{10} \sqrt{n}$ $n = 1, \dots, 100$
- d) $s_4[n] = \sum_{i=-100}^n s_1[i]s_2[-i]$ $n = -100, \dots, 100$

۱.۲ در متلب به علت محدودیت‌های دنیای دیجیتال، امکان رسم سیگنال‌های پیوسته وجود ندارد. در نتیجه برای رسم این سیگنال‌ها از نمونه‌برداری با نرخ بالا استفاده می‌شود. حال سیگنال‌های S_1 و S_3 را به صورت پیوسته در نظر بگیرید و با استفاده از دستور plot و نرخ نمونه‌برداری $f_s = 1 \text{ kHz}$ ، در یک figure رسم کنید. (برای تعریف متغیر نمونه‌برداری، می‌توانید از دستور linspace یا : استفاده کنید)

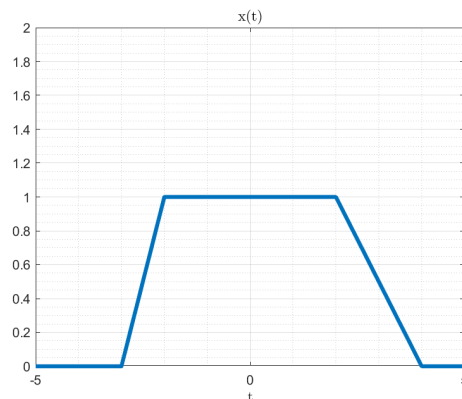
۱.۳ حال سیگنال‌های مختلط زیر را در نظر بگیرید و برای هر یک قسمت حقیقی، قسمت موهومی، اندازه، فاز را در یک figure رسم کنید.

- a) $e^{j0.5\pi t}$ $t = [-10, 10], \quad f_s = 1 \text{ kHz}$
- b) $\tanh(j\pi t)$ $t = \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right), \quad f_s = 1 \text{ kHz}$

نرخ نمونه برداری را مطابق قسمت قبل در نظر بگیرید. (از دستوره‌های real, imag, abs و angle استفاده کنید)

۲ خواص سیگنال‌ها

۲.۱ با توجه به شکل داده شده، سیگنال‌های زیر را در بازه‌ای که مقدار سیگنال در آن مشخص است، رسم کنید.



a) $x(t)$

b) $x\left(t - \frac{5}{2}\right)$

c) $x(2t)$

d) $x\left(\frac{1}{2}t + 3\right)$

e) $x(-(t - 2))$

۲.۲ قسمت‌های زوج و فرد این سیگنال را بکشید.

۳ کانولوشن

۳.۱ تابعی پیاده‌سازی کنید که در ورودی دو سیگنال و بازه تعریف هر یک را دریافت کند و کانولوشن این دو سیگنال را در بازه مناسب رسم کند. (برای محاسبه کانولوشن مجاز به استفاده از دستورهای آماده Matlab نیستید)

۳.۲ با استفاده از تابع قسمت قبل، سیگنال‌های زیر را بکشید و سپس نتیجه را با خروجی تابع آماده Matlab مقایسه کنید. (بازه تعریف سیگنال‌های ورودی را بر حسب سیگنال مورد نظر به طور مناسب تعیین کنید)

$$x_1(t) = u(t + 2)u(-t + 4)$$

$$x_2(t) = \begin{cases} e^{-0.5(t-2)}u(t + 2), & -10 \leq t \leq 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

a) $y_1(t) = x_1(t) * x_1(-t)$

b) $y_2(t) = y_1(t) * x_2(t)$

c) $y_3(t) = \left(y_1(t) * (\delta(t - 5) + \delta(t + 5))\right) * y_2(t)$

۳.۳ با استفاده از سیگنال‌های دلخواه درستی روابط زیر را نشان دهید.

a) $x_1(t) * x_2(t) = x_2(t) * x_1(t)$

b) $x_1(t) * (x_2(t) + x_3(t)) = x_1(t) * x_2(t) + x_1(t) * x_3(t)$

c) $x_1(t) * (x_2(t) * x_3(t)) = (x_1(t) * x_2(t)) * x_3(t)$

۴ سری فوریه سیگنال‌های متناوب

سیگنال‌های متناوب $x_1(t)$ و $x_2(t)$ با دوره تناوب $T = 2$ در یک دوره تناوب به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$x_1(t) = \Lambda\left(\frac{t}{2}\right), \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$x_2(t) = \begin{cases} -1, & -1 \leq t \leq 0 \\ 1, & 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

۴.۱ صد ضریب اول سری فوریه سیگنال $x_1(t)$ را به ازای دوره تناوب $T = 2$ بدست آورید.

۴.۲ حال با استفاده از ضرایب بدست آمده، تقریبی از $x_1(t)$ را بدست آورید. سپس سیگنال‌های اصلی و تقریبی را در یک figure رسم کنید.

۴.۳ موارد دو قسمت قبل را برای $x_2(t)$ تکرار کنید. آیا کیفیت بازسازی مانند کیفیت بازسازی سیگنال $x_1(t)$ است؟ علت را توضیح دهید.

۴.۴ بازسازی $x_2(t)$ را با استفاده از دو، پنج، ده، بیست، پنجاه و صد ضریب اول سری فوریه تکرار کنید و نتایج را در یک figure رسم کنید.

۴.۵ با تکرار قسمت قبل برای هر دو سیگنال و با تعداد ضرایب متغیر، نمودار خطای بازسازی بر حسب تعداد ضرایب را رسم کنید. خطا را بر اساس معیار MSE بدست آورید. خطای MSE برای نمونه‌های سیگنالی مانند $x(t)$ و تقریب آن، یعنی $\hat{x}(t)$ ، برابر است با:

$$MSE = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(nT_s) - \hat{x}(nT_s)|^2$$