



باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

سیگنال‌ها و سیستم‌ها - ترم بهار

۱۴۰۰-۲

تمرین سری دوم

موعد تحویل: مطابق CW

پرسش: در صورت داشتن هر گونه ابهام با آیدی تلگرام @ali_arasteh ارتباط برقرار کنید.

نحوه تحویل: کدها و فایل گزارش خود را در CW آپلود کنید. گزارش و نتایج تنها در صورتی معتبر هستند که اجرای کدها با خطا همراه نباشد. زبان برنامه‌نویسی برای انجام تکلیف Matlab است.

توجه: تلاش‌های شما و دریافت مفهوم تمرین در نمره دهی مهم‌تر از خروجی معتبر هستند. با این اوصاف، مشاهده تقلب در تمرین باعث از دست دادن کل یا بخشی از نمره تمرین هر دو طرف می‌شود.

۱ آشنایی با متغیرها و توابع سمبولیک

در این سوال هدف آشنایی با متغیرها و توابع سمبولیک در متلب است و در نتیجه تمامی بخش‌های سوال باید با استفاده از این موارد انجام شوند. استفاده از روش‌های دیگر نمره‌ای نخواهد داشت.

دستورهای مفید برای این سوال عبارت اند از: diff, fplot, fplot3, solve, sym, syms

۱.۱ در دبیرستان با مسئله حرکت پرتابه آشنا شده‌اید. به جهت یادآوری، اگر جسمی از مکان اولیه (x_0, y_0) ، با سرعت اولیه v_0 و زاویه اولیه θ_0 با جهت مثبت محور X رها شود، معادله حرکت آن در زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$x(t) = v_0 \cos(\theta_0) t + x_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\theta_0) t + y_0$$

ابتدا با استفاده از دستور مناسب، متغیرهای ورودی (ارتفاع اولیه، سرعت اولیه و زاویه اولیه) را به صورت سمبولیک تعریف کنید و سپس تابعی سمبولیک برای محاسبه مکان پرتابه بر حسب زمان بنویسید.

$$[x(t), y(t)] = \text{projectile}([x_0, y_0], v_0, \theta_0, t)$$

۱.۲ به ازای دو زاویه دلخواه (یکی بزرگ‌تر از صفر و دیگری کوچک‌تر از صفر)، با استفاده از دستور مناسب نمودار حرکت جسم را رسم کنید. سپس با استفاده از دستور مناسب، زمان‌های عبور جسم از ارتفاع اولیه و همچنین ارتفاع صفر را در صورت وجود برای هر یک از دو حالت بدست آورید.

۱.۳ با استفاده از دستور مناسب، تابعی سمبولیک برای محاسبه سرعت جسم بر حسب زمان بدست آورید و نمودار آن را نمایش دهید.

۲ محاسبه تبدیل فوریه پیوسته

تمامی بخش‌های این سوال باید با استفاده از متغیرها و توابع سمبولیک انجام شود. استفاده از روش‌های دیگر نمره‌ای نخواهد داشت.

دستورهای مفید برای این سوال عبارت اند از: abs, angle, fourier, ifourier, fplot3, sym, syms

۲.۱ ابتدا سیگنال‌های زیر را با استفاده از متغیرها و توابع سمبولیک تعریف کنید و سپس نمودار هر یک را رسم نمایید.

$$f(x) = \frac{1}{1-x^3}$$

$$g(x) = x^2 e^{-x} u(x)$$

۲.۲ با استفاده از دستور مناسب، تبدیل فوریه سمبولیک این سیگنال‌ها را بدست آورید و سپس اندازه و فاز هر یک را رسم کنید.

۳ بررسی خواص تبدیل فوریه پیوسته

تمامی بخش‌های این سوال باید با استفاده از متغیرها و توابع سمبولیک انجام شود. استفاده از روش‌های دیگر نمره‌ای نخواهد داشت.

دستورهای مفید برای این سوال عبارت اند از: abs, angle, fourier, ifourier, fplot3, sym, syms

۳.۱ ابتدا سیگنال زیر را با استفاده از متغیرها و توابع سمبولیک تعریف کنید.

$$f(x) = \text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{\pi x}$$

سپس با استفاده از آن، سیگنال‌های زیر را بسازید.

$$g_1(x) = f(x - 2)$$

$$g_2(x) = e^{\frac{jx}{2}} f(x)$$

$$g_3(x) = f(2x)$$

$$g_4(x) = \cos(2x) f(x)$$

۳.۲ اندازه و فاز تبدیل فوریه هر یک از سیگنال‌های $g_1(x)$ تا $g_4(x)$ را در کنار اندازه و فاز تبدیل فوریه سیگنال $f(x)$ رسم کنید و با استفاده از دانسته‌های خود در مورد خواص تبدیل فوریه، نتایج حاصل را توجیه نمایید.

۴ محاسبه تبدیل فوریه گسسته زمان

تمامی بخش‌های این سوال باید با استفاده از متغیرها و توابع سمبولیک انجام شود. استفاده از روش‌های دیگر نمره‌ای نخواهد داشت.

دستورهای مفید برای این سوال عبارت اند از: abs, angle, fft, fftshift, ifft

در ابتدا توضیح نکته‌ای ضروری است: از آن جایی که در دنیای دیجیتال امکان تعریف سیگنالی از $-\infty$ تا ∞ وجود ندارد، برای محاسبه تبدیل فوریه گسسته زمان از تقریب استفاده می‌شود. در واقع بجای تبدیل فوریه گسسته زمان، DFT محاسبه می‌شود. به طور مختصر DFT سیگنالی به طول n ، سیگنالی به طول n شامل ضرایب سری فوریه سیگنالی متناوب با دوره تناوب n است که مقادیر آن از 0 تا $n-1$ برابر با سیگنال اصلی است.

اگر طول سیگنال به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود (تقریباً ۵ تا ۱۰ برابر بازه تعریف سیگنال)، DFT سیگنال تقریب خوبی از تبدیل فوریه گسسته زمان سیگنال خواهد بود. معروف‌ترین الگوریتم محاسبه DFT، با نام FFT شناخته می‌شود که از طریق دستور fft در متلب در دسترس است. خروجی این تابع تقریبی از تبدیل فوریه گسسته زمان در بازه $[0, 2\pi]$ است؛ لذا برای بدست آوردن تبدیل فوریه گسسته زمان در بازه $[-\pi, \pi]$ ، باید روی خروجی تابع به مقدار مناسب شیفت دوری اعمال شود. برای این کار معمولاً از دستور fftshift استفاده می‌شود.

۴.۱ سیگنال‌های زیر را در بازه مناسب تعریف کنید.

$$f[n] = u[n + 10] - u[n - 10]$$

$$g[n] = 2^{|n|}$$

۴.۲ با استفاده از دستور مناسب، تبدیل فوریه سمبولیک این توابع را بدست آورید و سپس اندازه و فاز هر یک را رسم کنید.

۴.۳ سیگنال $h[n]$ را به صورت زیر تعریف کنید:

$$h[n] = f[n + 20] + g[n - 20]$$

قسمت‌های زوج و فرد $h[n]$ را بدست آورید و با استفاده از آن‌ها درستی روابط زیر را بررسی کنید.

$$\mathcal{F}\{h_e[n]\} = \mathcal{Re}\{H(e^{j\omega})\}$$

$$\mathcal{F}\{h_o[n]\} = j\mathcal{Im}\{H(e^{j\omega})\}$$