

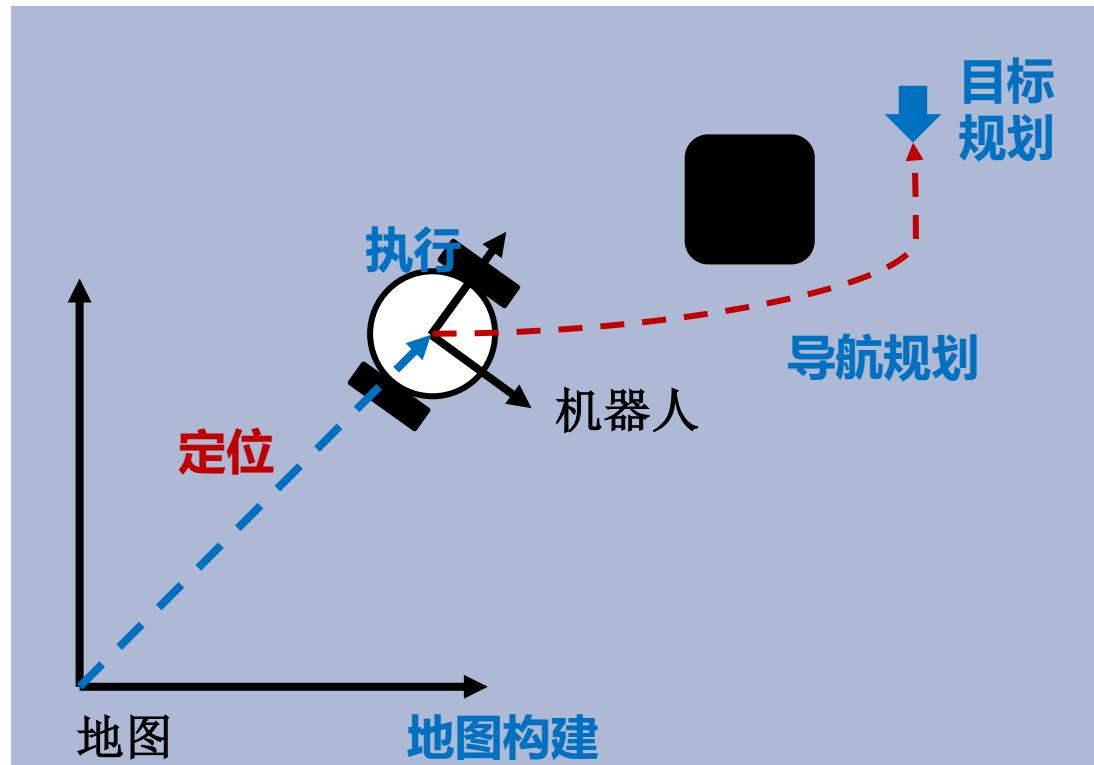
第八讲 定位

李亮

浙江大学控制科学与工程学院

定位问题

- 确定机器人在世界
(全局) 坐标系中的
位置/位姿



定位问题

- 确定机器人在世界（全局）坐标系中的位置/位姿



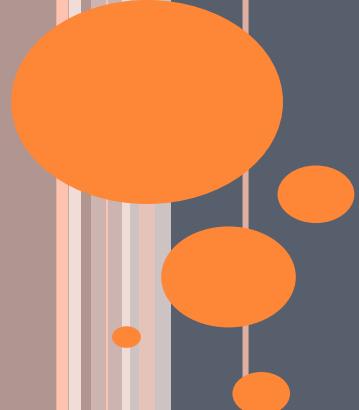
基于外部设备感知的定位

基于里程估计的航位推算

基于本体设备感知的定位



运动与感知融合的自定位



8.1 基于外部设备感知的定位

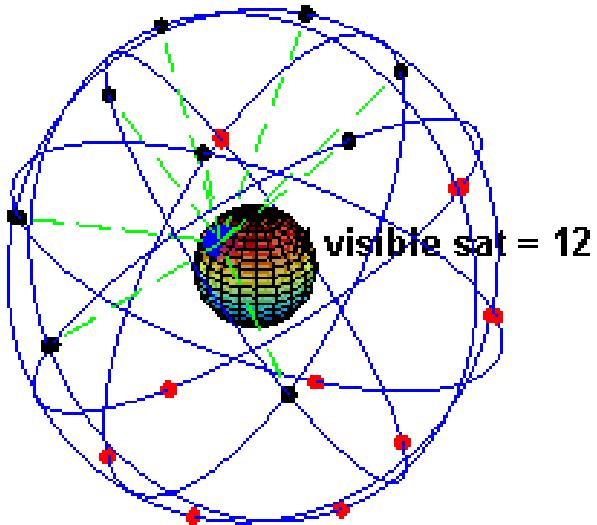
基于外部设备感知的定位

- 全球定位系统GPS
- 全局视觉观测定位



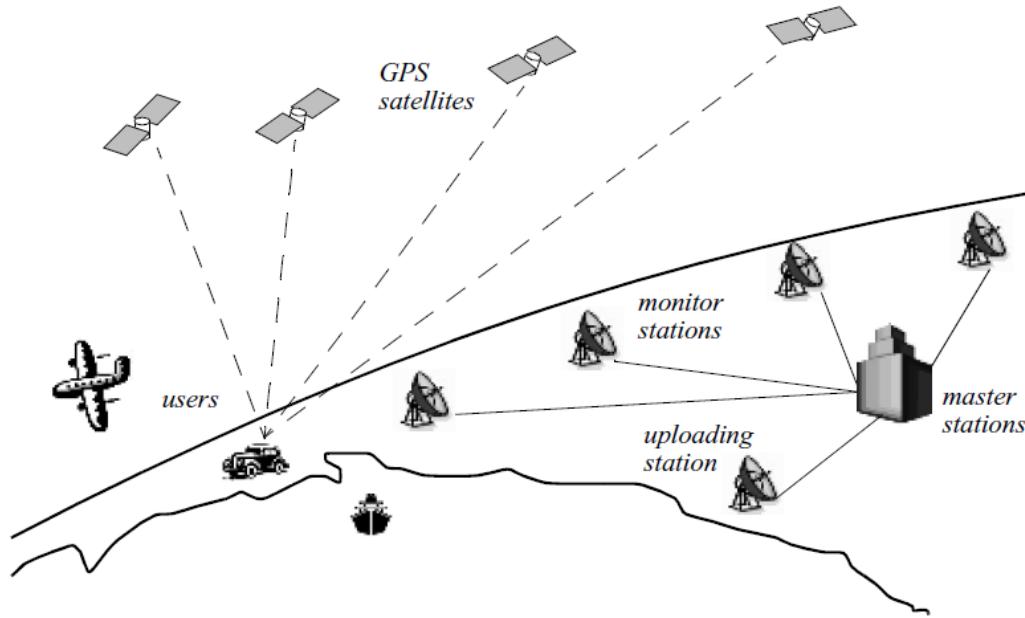
全球定位系统

- GPS (Global Positioning System) : 由**空间端、控制端和用户端**三部分组成，也称为GNSS (Global Navigation Satellite System)



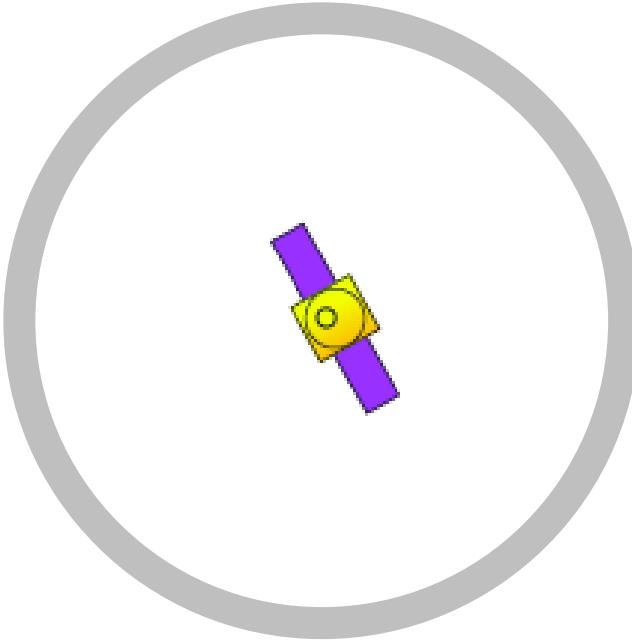
空间端：24颗卫星位于6个倾角为55度的轨道平面内，每个轨道平面内4颗卫星，高度20182千米，周期12小时

全球定位系统



控制端：包括1个主控站、1个备用主控站、4个地面天线站和6个监测站，
主要作用监测控制卫星的运行，并对卫星进行时间同步

全球定位系统

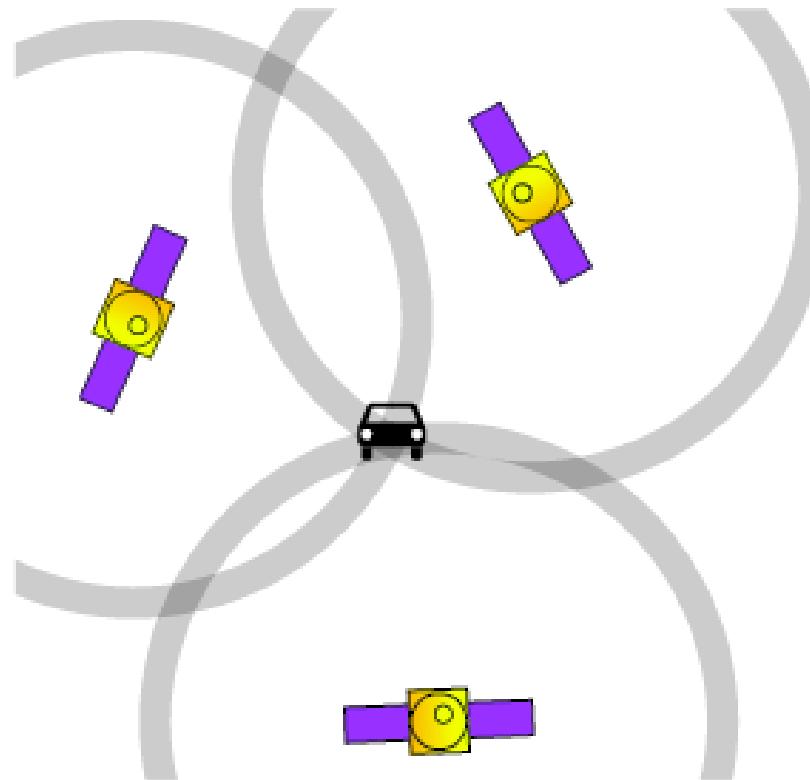


用户端：从卫星接收到信号，根据信号发射时间和接收时间差计算接收器和卫星之间的距离

$$d = c \cdot (t_{receive} - t_{transmit})$$

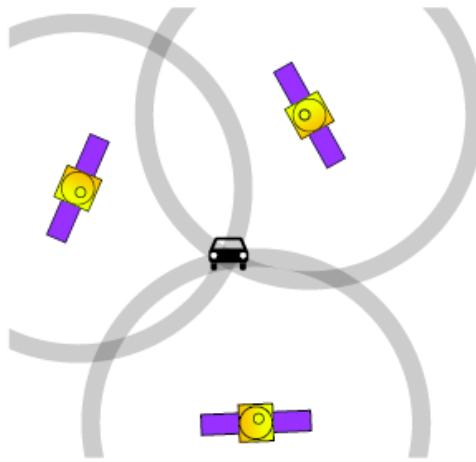


全球定位系统



用户端：采用三点法进行定位，并更新接收器时间

全球定位系统



$$d = c \cdot (t_{receive} - t_{transmit})$$

电磁波传播速度等同于光束，因此，
时钟精度会极大地影响定位精度

卫星时钟采用原子钟，精度高
接收器时钟采用石英钟，通常不够精确

在估计用户端位置时，有必要同时估计接收器时钟误差，即估计状态为

$$\mathbf{x} = (x, y, z, \delta_{clock})^T$$

因此，至少需要四个卫星的信号实现最优估计

全球定位系统

用户端和卫星之间的距离模型

$$d_{tj} = \left\| \mathbf{x}_t^{x,y,z} - \mathbf{x}_{tj}^{SAT} \right\| + c \square \mathbf{x}_t^{\delta_{clock}} + \delta^{EarthRotation} + \delta^{Atmosphere}$$

d_{tj} t时刻第j个卫星与用户端之间的距离

\mathbf{x}_{tj}^{SAT} 卫星位置，由地面监测站与卫星之间通讯确定

$$\delta^{EarthRotation} = \omega^{Earth} \frac{x_{tj}^{SAT} \square y_t - y_{tj}^{SAT} \square x_t}{c}$$

$\delta^{Atmosphere}$ 由大气层传输导致的系统误差，如电离层传播误差、对流层传播误差等

全球定位系统

$$\tilde{d}_{tj} = d_{tj} + \varepsilon_{tj} \quad \varepsilon_{tj} \sim N(0, \Sigma_{tj})$$

$$\tilde{d}_{tj} = c \lceil (t_{receive} - t_{j(transmit)}) \rceil$$

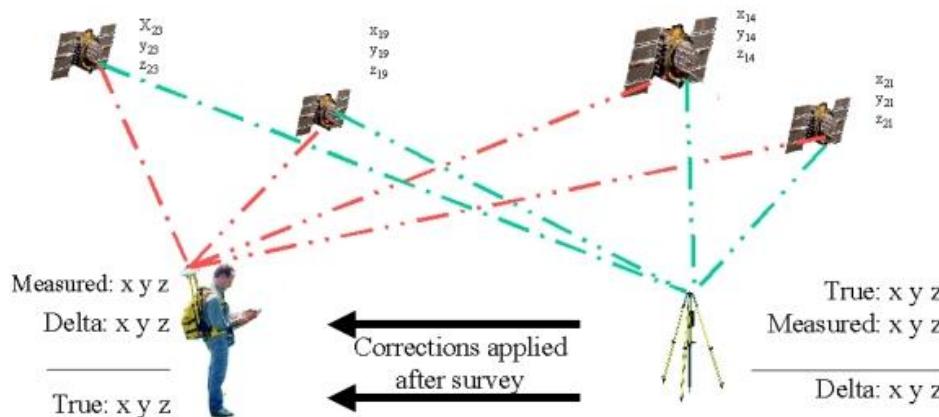
最小化

$$\sum_{j=1}^N \left\| \tilde{d}_{tj} - d_{tj} \right\|^2$$



差分全球定位系统 DGPS (DIFFERENTIAL GPS)

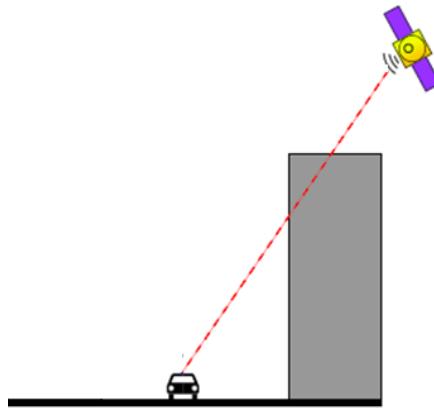
- 消除GPS系统中出于利益考虑被人为引入的误差
- 基本原理
 - 在位置精确测定的已知点上配备一台GPS 接收机作为基准站
 - 基准站将GPS观测结果与基准站坐标比较，求解出实时差分修正值，广播给附近用户



实时单点定位精度可提高到米级

全球定位系统存在问题

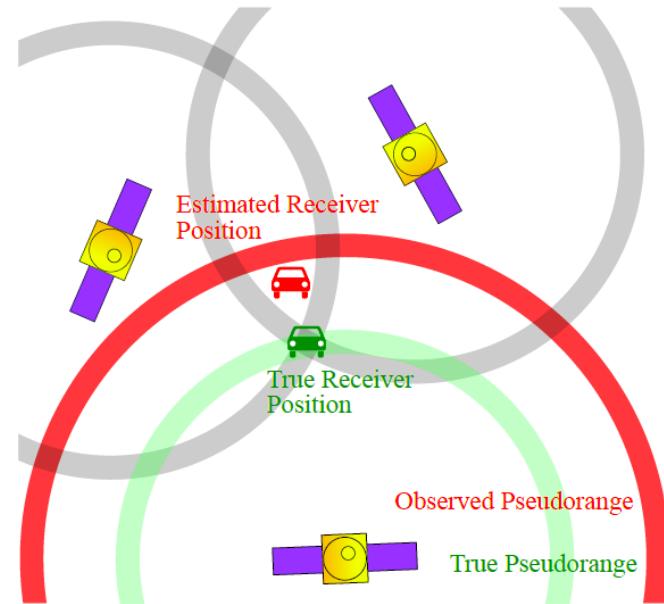
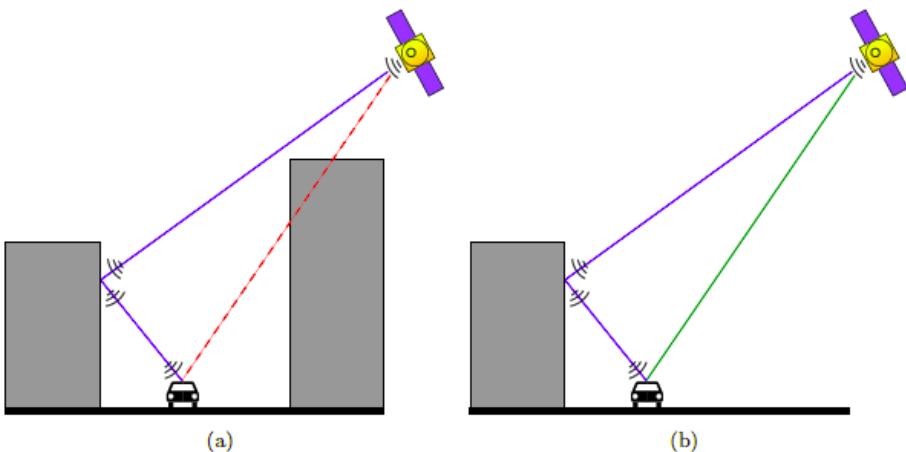
遮挡问题



室内难以使用

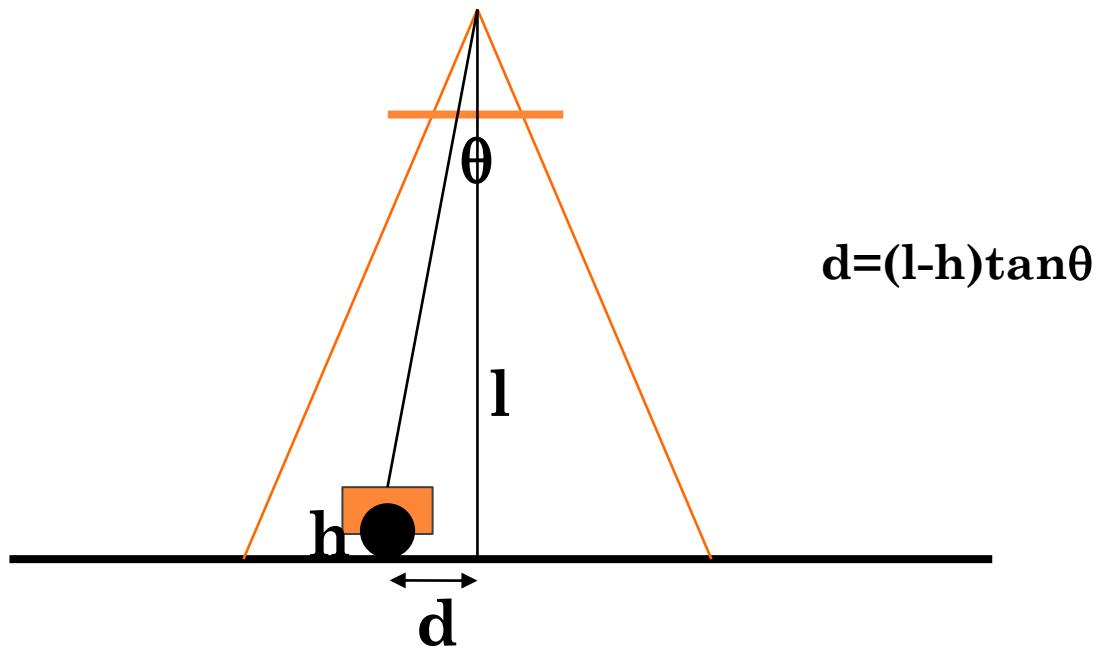
全球定位系统存在问题

多路径问题



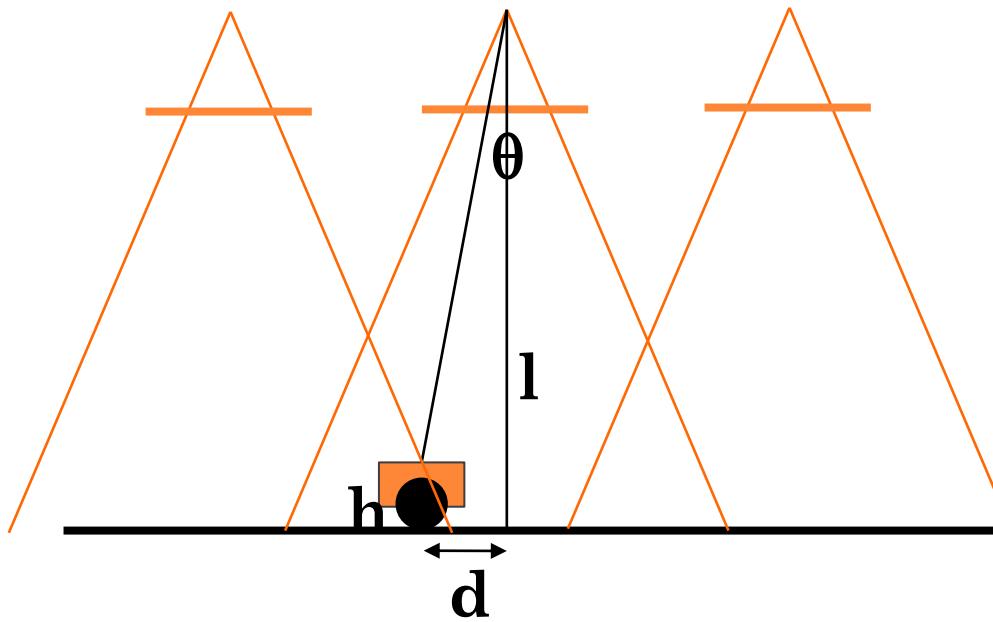
全局视觉观测定位

- 搭建一套外部视觉系统，识别机器人，确定其位置



全局视觉观测定位

- 如果需要更大的视野，则架设多个相机



全局视觉观测定位



全局视觉观测定位

应用约束：

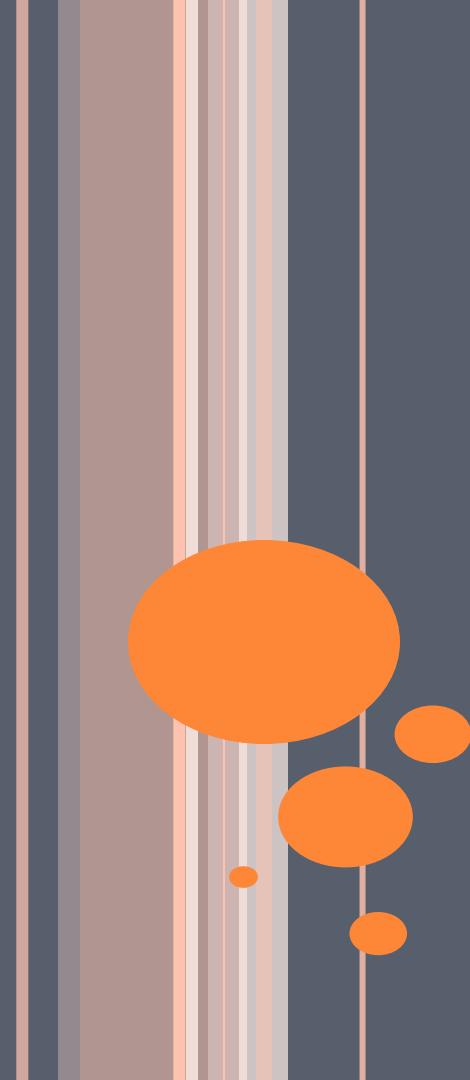
- (1) 摄像头有视野范围约束，当环境较大时需要多个摄像头
- (2) 机器人上需要有一定的标识方便图像识别定位



基于外部感知设备的绝对定位

- 在构建外部感知系统时，确立地图坐标系
 - GPS， 经纬度
 - 外部视觉系统， 某个坐标系原点
- 机器人本体实现简单， 直接接受定位结果， 可降低成本
- 外部感知系统成本较高， 且感知范围越大， 成本越高
- 问题：如果外部感知设备因为某种原因无法感知机器人， 或者机器人无法接收到外部设备信号， 机器人如何运动？





8.2 基于本体感知的定位

基于环境**人工**标识的定位

- 在环境中部署特殊标签，降低成本，确保可靠性

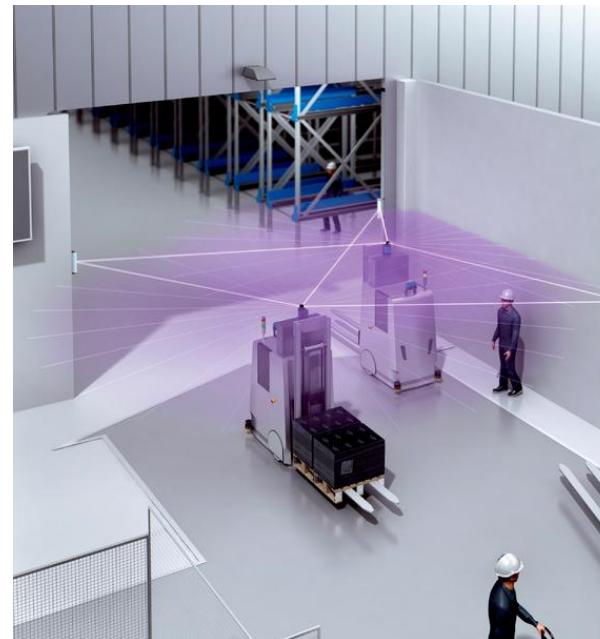
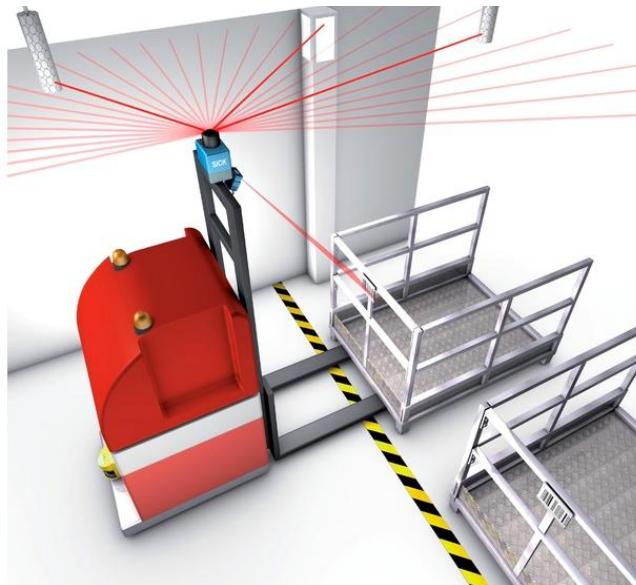


地面二维码

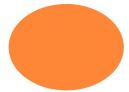
基于环境**人工**标识的定位

- 在环境中部署特殊标签，降低成本，确保可靠性

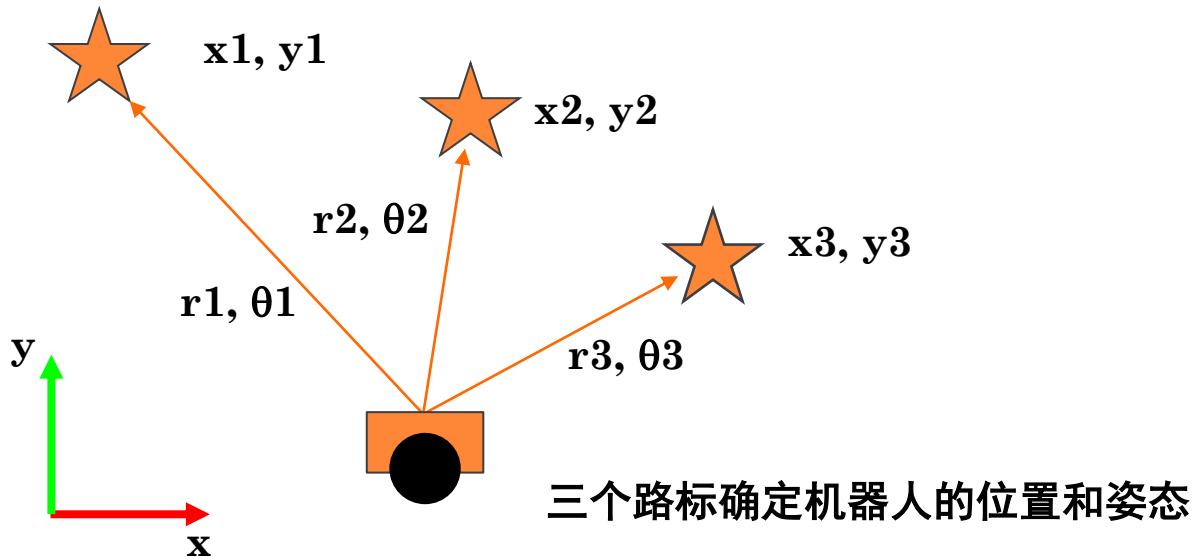
安装在某一高度的激光反射板



基于环境**自然**标识的定位

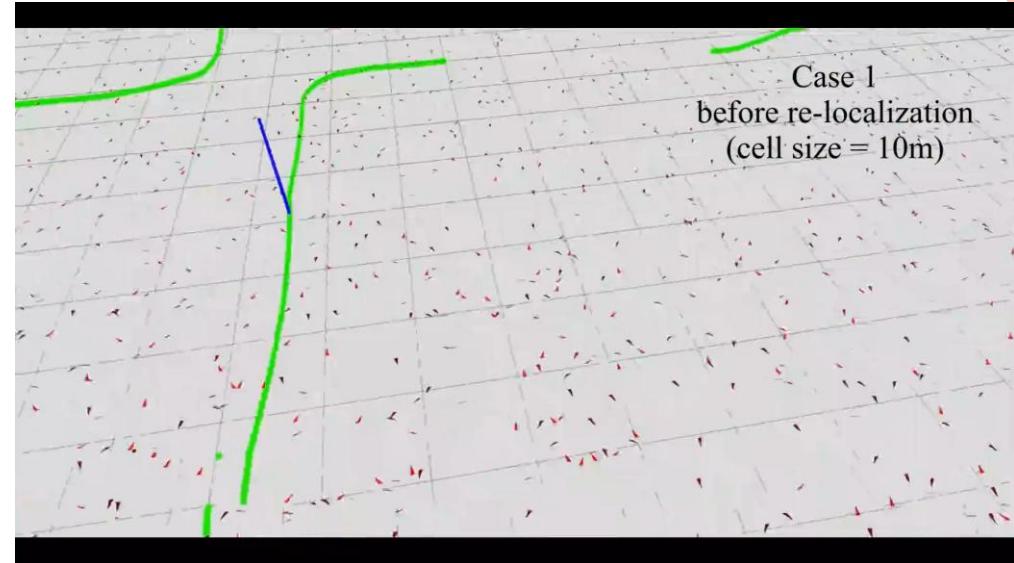
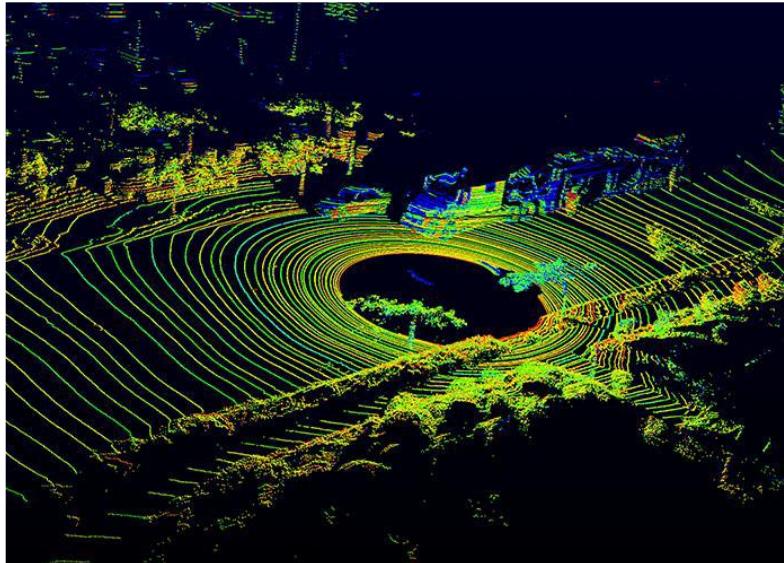


基于空间标识的定位原理



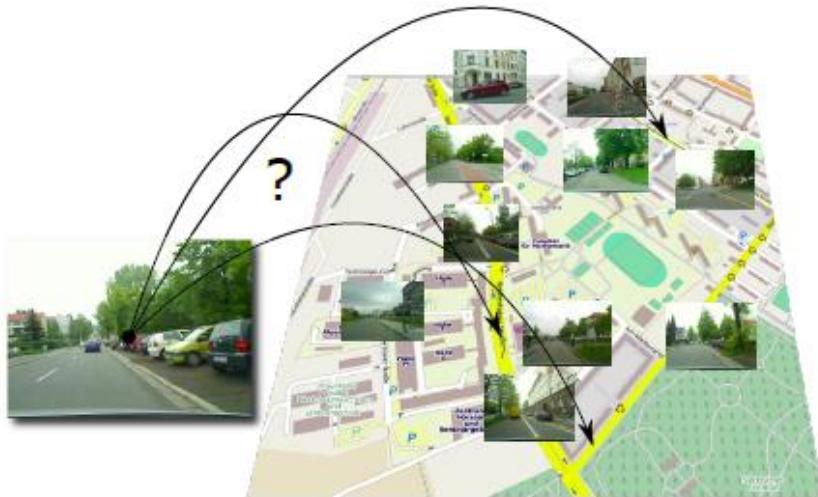
基于位置识别的定位

- 基本思想：利用本体传感器获得的信息与地图中存储的各个位置上的信息进行匹配，实现位置识别



基于位置识别的定位

- 基本思想：利用本体传感器获得的信息与地图中存储的各个位置上的信息进行匹配，实现位置识别

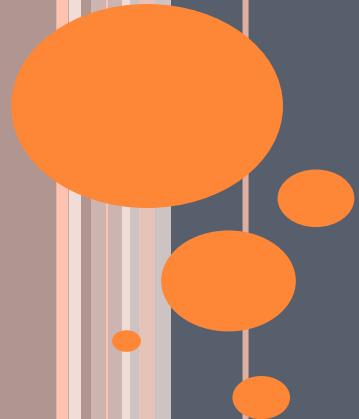


应用约束：

- (1) 环境的动态变化和不同位置的相似性，对位置辨别带来挑战
- (2) 为适应环境的动态变化，可以考虑对每个位置存储多张图片，但增加存储空间需求
- (3) 图像匹配是一个耗时的工作

基于本体感知的定位

- 需要预先构建地图，地图坐标系在构建地图时确定
- 对于大规模环境，路标需具备可鉴别性，否则需要正确的数据关联
- 存储大规模环境的图片需要较大的存储空间
- 对于实际环境中存在路标被破坏/污染、更换、稀疏等风险



8.3 控制感知信息融合的自定位

控制感知信息融合的自定位

- 定义：在给定环境**地图**(对环境的已有知识)的条件下，根据机器人的运动控制/里程估计信息和**传感器感知数据**(当前认知)估计机器人相对于环境地图的坐标



自定位问题分类

- 按初始和运行时的可用信息
 - 位置跟踪 (position tracking)：
 - 机器人初始位置已知，需要解决对里程计累积误差的补偿
 - 全局定位 (global localization)：
 - 机器人初始位置未知
 - 绑架问题 (kidnapped robot problem)：
 - 机器人在定位良好的条件下突然被移到另一个未被告知的地方
 - 与全局定位问题的差异在于，当机器人被绑架时，机器人可能已经对自己所在的位置非常确信了
 - 用于检测定位算法发现错误并从错误中恢复的能力

控制感知信息融合的自定位



用二维码观测作为感知数据
有观测时利用二维码修正定位
没有观测时利用里程估计

控制感知信息融合的自定位



用交通标志观测作为感知数据
有观测时利用标志位置修正定位
没有观测时利用里程估计

控制感知信息融合的自定位

- 简单方法：根据观测进行定位，没有观测根据里程估计进行航位推算
- 存在问题：
 - 观测存在不确定性，里程估计也存在不确定性，如何融合
 - 观测到多个特征（例如多个交通标志）时，如何融合多个观测进行估计
- 解决方案：
 - 对不确定性进行描述（称为置信度），在概率架构下进行融合
 - 用方差表示置信度，方差小表示置信度高
 - 控制感知信息融合的自定位就是利用里程估计和观测信息估计方差最小下的机器人位姿

自定位问题概率描述

- 定位问题可以定义为最优估计问题
- 最优估计的一个体现是估计的方差很小
- 贝叶斯估计器是一种最小方差估计器
- 问题的概率描述：

记地图为 m ,

t 时刻机器人位姿为 $\mathbf{x}_t = (x_t, y_t, \theta_t)^T$, 观测信息为 \mathbf{z}_t , 控制信息为 \mathbf{u}_t

$$\mathbf{X}^t = \{\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t\} \quad \mathbf{Z}^t = \{\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_t\} \quad \mathbf{U}^{t-1} = \{\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{t-1}\}$$

求 $\hat{\mathbf{X}}^t \triangleq E[\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, m]$

是否可以构建递归算式?

递推形式推导

$$p(\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) = p(\mathbf{X}^{t-1}, \mathbf{x}_t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m})$$



根据乘法规则 $p(X, Y) = p(Y | X)p(X)$

$$p(\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{X}^{t-1}, \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{X}^{t-1} | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m})$$



t-1时刻的路径与之后的观测和控制无关

$$p(\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{X}^{t-1}, \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{X}^{t-1} | \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m})$$



根据贝叶斯公式 $p(Y | X) = \eta p(X | Y)p(Y)$

$$p(\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m})$$

$$= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{X}^t, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{X}^{t-1}, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{X}^{t-1} | \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m})$$



$$\begin{aligned} & p(\mathbf{X}^t \mid \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) \\ &= \eta p(\mathbf{z}_t \mid \mathbf{X}^t, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{X}^{t-1}, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{X}^{t-1} \mid \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m}) \end{aligned}$$

当前的状态可由上一时刻状态和控制量完全确定，即在
 $\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}$ 已知情况下， \mathbf{x}_t 和其他变量独立

$$p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{X}^{t-1}, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) = p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}, \mathbf{m})$$

当前的观测可由当前状态完全确定，即在 \mathbf{x}_t 已知情况下，
 \mathbf{z}_t 和其他变量独立

$$p(\mathbf{z}_t \mid \mathbf{X}^t, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) = p(\mathbf{z}_t \mid \mathbf{x}_t, \mathbf{m})$$

$$p(\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m})$$

$$= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{X}^t, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{X}^{t-1}, \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{X}^{t-1} | \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m})$$



$$p(\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) = \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{X}^{t-1} | \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m})$$



t时刻后验



观测模型



运动模型



t-1时刻后验



在实际应用中，自定位问题 $\hat{\mathbf{X}}^t \triangleq E[\mathbf{X}^t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}]$

通常简化为 $\mathbf{x}_t = E[\mathbf{x}_t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}]$

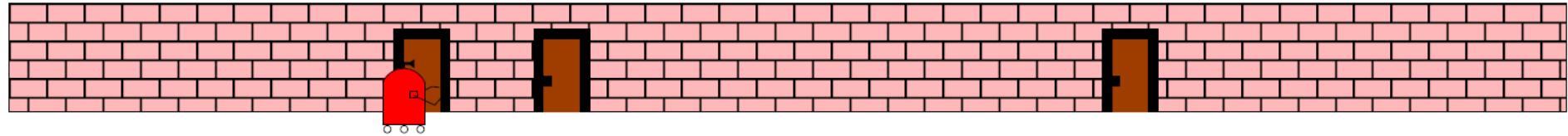
$$\begin{aligned} & p(\mathbf{x}_t | \mathbf{Z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) \\ &= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{m}) \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{Z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m}) d\mathbf{x}_{t-1} \end{aligned}$$

实时自定位贝叶斯递推公式

Markov Localization 马尔可夫定位



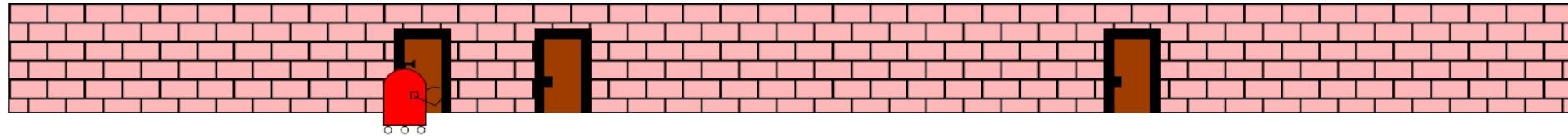
MARKOV LOCALIZATION



$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_0 \mid \mathbf{Z}^0, \mathbf{m}) \\ = p(\mathbf{x}_0 \mid \mathbf{z}_0, \mathbf{m}) \\ = \eta p(\mathbf{z}_0 \mid \mathbf{x}_0, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_0) \end{aligned}$$



MARKOV LOCALIZATION



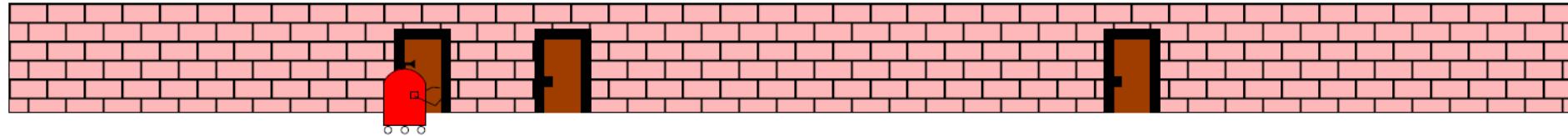
$$p(\mathbf{x}_0) = ?$$

- 如果初始位姿已知 \rightarrow 位置跟踪问题

$$p(\mathbf{x}_0) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x}_0 = \bar{\mathbf{x}}_0 \text{(已知的初始位置)} \\ 0 & others \end{cases}$$



MARKOV LOCALIZATION



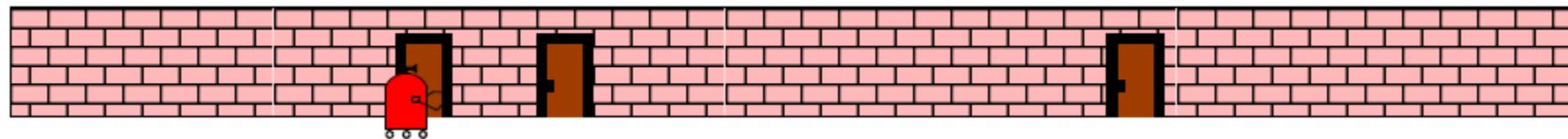
$$p(\mathbf{x}_0) = ?$$

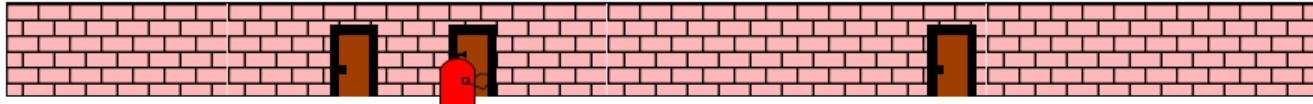
- 如果初始位姿未知 → 全局定位问题

$$p(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{|X|} \quad |X| \text{ 为地图中所有位姿的空间大小}$$

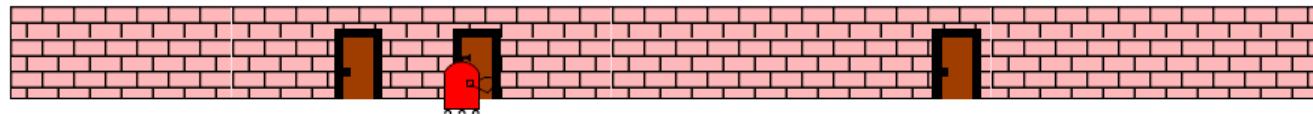
A coordinate system with a vertical axis pointing upwards and a horizontal axis pointing to the right. The vertical axis is labeled $p(\mathbf{x}_0)$ and the horizontal axis is labeled \mathbf{x} .

$$p(\mathbf{z}_0 \mid \mathbf{x}_0, \mathbf{m}) = ?$$



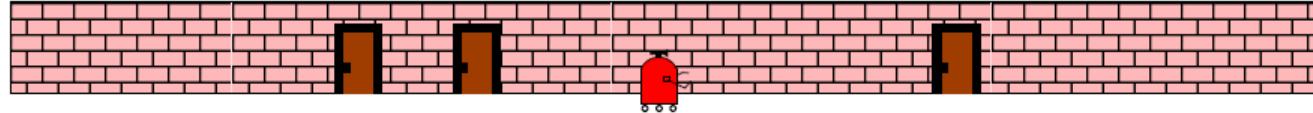


$$\bar{p}(\mathbf{x}_1 | \mathbf{Z}^0, \mathbf{U}^0, \mathbf{m}) = \int p(\mathbf{x}_1 | \mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_0 | \mathbf{Z}^0, \mathbf{m}) d\mathbf{x}_0$$



$$p(\mathbf{z}_1 | \mathbf{x}_1, \mathbf{m})$$

$$p(\mathbf{x}_1 | \mathbf{Z}^1, \mathbf{U}^0, \mathbf{m})$$

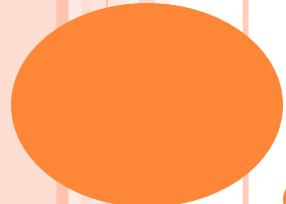


$$\bar{p}(\mathbf{x}_1 | \mathbf{Z}^1, \mathbf{U}^1, \mathbf{m})$$



马尔可夫自定位

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m}) \\ &= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{m}) \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m}) d\mathbf{x}_{t-1} \end{aligned}$$



END

练习一下概率推导

- 1. 实时自定位公式推导

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}^t, \mathbf{U}^{t-1}, \mathbf{m})$$

$$= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{m}) \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{z}^{t-1}, \mathbf{U}^{t-2}, \mathbf{m}) d\mathbf{x}_{t-1}$$

