

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA

FACULTAD DE INGENIERÍA

OSCAR JOAQUIN MARQUEZ ORTEGA - 367726
BRAULIO SEBASTIAN PORRAS OLIVAS - 344175

Avances Proyecto

CHIHUAHUA, CHIHUAHUA A 22 DE NOVIEMBRE DE 2025.
MANUEL ALBERTO CHAVEZ SALCIDO

ROBOTICS

1. Elección de Proyecto

1.1. RR con GUI

Para el desarrollo de la interfaz gráfica se utilizará Python por su facilidad de uso y porque permite integrar tanto la parte visual como la comunicación con el brazo autónomo de manera muy simple. La GUI será implementada con Tkinter, que ofrece las herramientas necesarias para crear ventanas y botones.

1.1.1. Librerías

- La librería de Tkinter será suficiente para representar en pantalla las opciones que después el brazo reproducirá físicamente. Además, se utilizará matplotlib para crear la interfaz mediante la cual se obtendrá el dibujo que podrá ser dibujado con el mouse.
- La librería de PySerial se usará para establecer la conexión entre la interfaz y el Arduino para poder proporcionar los ángulos calculados, de manera que las instrucciones generadas en la aplicación puedan enviarse directamente al hardware que con anterioridad se le cargo el programa.

1.2. Protocolo de Datos

A recomendación de nuestro tutor decidimos utilizar un protocolo simple de datos que transferiría los ángulos con el formato de <q1, q2>.

2. Definiciones de las Configuraciones y Materiales del Proyecto

2.1. Configuraciones

2.2. RRR (Rotacional–Rotacional–Rotacional) Antropomórfico

Tres articulaciones rotacionales. Es un brazo antropomórfico que se asemeja al movimiento de un brazo humano.

2.3. RRP (Rotacional–Rotacional–Prismático) Scara

Dos articulaciones rotacionales más un eje prismático. Permite rotar y además extender/retraer una parte del brazo.

2.4. RR (Rotacional–Rotacional)

Dos rotaciones, parecido a un brazo plano de dos grados de libertad.

2.5. RP (Rotacional–Prismático)

Una rotación y un prismático. Es más limitado debido a la falta de movilidad que se puede presentar con un RR.

2.6. Materiales Necesarios

Para cualquiera de estas configuraciones:

1. **Arduino UNO.** Controlador principal.
2. **Servomotores:**
 - RRR → 3 servos rotacionales
 - RRP → 2 servos rotacionales + 1 actuador lineal o servo con mecanismo lineal
 - RR → 2 servos rotacionales
 - RP → 1 servo rotacional + 1 actuador lineal
3. **Fuente de alimentación.** Una batería capaz de alimentar varios servos.
4. **Estructura o base.** Uso de palillos de madera (buscando la posibilidad de utilizar una impresora 3D).
5. **Plataforma de dibujo.** Una base plana con un sujetador de lápiz al extremo del efecto final.
6. **Cables, protoboard y componentes electrónicos básicos.** Resistencias, capacidores para estabilizar, etc.

2.7. Figuras a Realizar

- Círculo
- Cardioide
- Interfaz gráfica

2.8. ¿Por qué un Prismático es más Difícil?

2.8.1. Mecánica

Un servomotor da accesibilidad a la rotación, para realizar un movimiento lineal sería necesario un actuador lineal que permita el movimiento vertical (el cual es comúnmente más caro). O también, se podría utilizar una máquina simple de tornillo, lo cual añadiría complejidad al proyecto.

2.8.2. Control

El control de un desplazamiento lineal requiere conversión de pasos en distancia real, mientras que los rotacionales están calibrados en grados.

3. Cinemática Inversa

La cinemática es la rama de la robótica que estudia la relación entre los movimientos de las articulaciones del robot y la posición u orientación del efecto final, sin considerar fuerzas ni dinámicas. Su propósito es describir “dónde está” cada parte del robot en función de cómo están configuradas sus articulaciones.

En un robot manipulador, la cinemática se divide en dos problemas fundamentales:

- **Cinemática Directa:** determina la posición del efecto final a partir de los ángulos de las articulaciones.
- **Cinemática Inversa:** calcula los ángulos de las articulaciones necesarios para que el efecto final alcance una posición deseada.

Ambos problemas se encuentran estrechamente relacionados. La cinemática directa describe cómo se mueve el robot, y la inversa utiliza esa descripción para resolver el movimiento deseado.

3.1. Cinemática Directa

La cinemática directa permite obtener la posición del efecto final partiendo de los ángulos medidos o asignados a las articulaciones. En otras palabras: “Si conozco los ángulos del robot, ¿dónde estará la punta?” Para el caso del brazo robótico con configuración RR (Rotacional–Rotacional) empleado en este proyecto, el sistema opera en un plano y consta de dos eslabones de longitudes l_1 y l_2 , y dos articulaciones rotacionales con ángulos q_1 y q_2 .

3.1.1. Metodología para obtener las ecuaciones

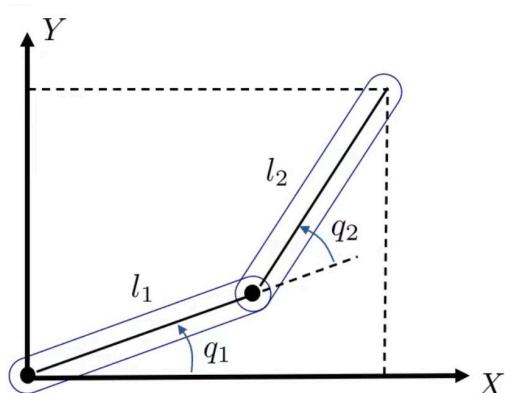
La cinemática directa se obtiene analizando la geometría del robot paso a paso:

3.1.1.1. Representación del sistema

El robot posee:

- Primer eslabón de longitud l_1 , rotado un ángulo q_1 respecto al eje horizontal.
- Segundo eslabón de longitud l_2 , cuyo ángulo absoluto es $q_1 + q_2$ porque parte desde el extremo del primer eslabón.

Esto se puede representar de manera visual de la siguiente manera:



3.1.1.2. Cálculo de la posición de la articulación intermedia

El extremo del primer eslabón (la articulación que une ambos eslabones) tiene coordenadas:

- $x_1 = l_1 \cos(q_1)$
- $y_1 = l_1 \sin(q_1)$

Estas ecuaciones provienen directamente de proyectar el primer eslabón sobre los ejes x y y usando funciones trigonométricas.

3.1.1.3. Contribución del segundo eslabón

El segundo eslabón parte del punto (x_1, y_1) y está orientado a un ángulo total de:

$$q_1 + q_2$$

Por tanto, sus componentes en x y y son:

- $x_2 = l_2 \cos(q_1 + q_2)$
- $y_2 = l_2 \sin(q_1 + q_2)$

3.1.1.4. Posición final del efecto

La posición final se obtiene sumando las contribuciones de ambos eslabones:

- $x = x_1 + x_2 = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2)$
- $y = y_1 + y_2 = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2)$
- $\theta = q_1 + q_2$

Estas ecuaciones representan la cinemática directa del robot RR.

3.2. Cinemática Inversa

La cinemática inversa permite determinar los ángulos q_1 y q_2 necesarios para que el punto final del robot alcance una posición objetivo (x, y) . A diferencia de la cinemática directa —donde se calcula la posición a partir de los ángulos— aquí se parte de la posición deseada y se resuelven los ángulos que producen dicha ubicación.

El método utilizado se basa en analizar la geometría del triángulo formado por los dos eslabones y el punto final, aplicando trigonometría y la ley de cosenos para obtener cada ángulo paso a paso.

3.2.1. Cálculo del ángulo q_2

Para obtener el ángulo q_2 , se analiza primero el triángulo formado por:

- el origen,
- la articulación intermedia,
- y el punto final (x, y)

En este triángulo aparecen las longitudes l_1 y l_2 , junto con la distancia del origen al punto deseado $\sqrt{x^2 + y^2}$. Esto permite aplicar directamente la ley de cosenos para relacionar estas longitudes con el ángulo buscado.

3.2.1.1. Aplicación de la Ley de Cosenos

Aquí se aplica la ley de cosenos:

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos(C) \\ (\sqrt{x^2 + y^2})^2 &= l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(180^\circ - q_2) \end{aligned}$$

Donde:

- $\sqrt{x^2 + y^2}$ es la distancia del origen al punto final
- l_1 y l_2 son las longitudes de los eslabones
- $180^\circ - q_2$ es el ángulo interno del triángulo

El ángulo interno del triángulo opuesto a l_2 corresponde a $180^\circ - q_2$. Esto permite expresar la relación entre los lados y así conectar la posición deseada con la articulación del segundo eslabón.

3.2.1.2. Desarrollo algebraico

En esta parte se despeja la ecuación de la ley de cosenos usando las longitudes reales del robot. El objetivo de estos pasos es aislar la expresión donde aparezca el coseno del ángulo q_2 .

Este desarrollo no cambia la estructura de la ecuación, solo la reorganiza para dejar clara la dependencia entre x, y, l_1, l_2 y q_2

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos(180^\circ - q_2) \\x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2 &= -2l_1l_2 \cos(180^\circ - q_2)\end{aligned}$$

3.2.1.3. Aplicación de identidades trigonométricas

Para simplificar la expresión obtenida, se utiliza la identidad:

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos(\theta)$$

Esto permite expresar el resultado directamente en función de $\cos(q_2)$ lo cual facilita el cálculo del valor final.

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2 &= -2l_1l_2(-\cos(q_2)) \\x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2 &= 2l_1l_2 \cos(q_2)\end{aligned}$$

3.2.1.4. Resolución para q_2

Después de sustituir y simplificar, se obtiene:

$$\cos(q_2) = \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}$$

Finalmente:

$$q_2 = \cos^{-1} \left[\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \right]$$

Este es el ángulo del “codo”, determinado exclusivamente por la posición objetivo del efecto final y las longitudes del robot.

Aquí termina el cálculo del segundo ángulo, que es esencial antes de pasar al cálculo de q_1 .

3.2.2. Cálculo del ángulo q_1

Una vez conocido q_2 , se procede a calcular q_1 . Este ángulo depende de dos componentes:

- La dirección general hacia el punto (x, y)
- La corrección necesaria por el aporte del segundo eslabón (dependiendo de q_2).

La combinación de ambos elementos determina cómo debe orientarse el primer eslabón para que el segundo pueda completar el movimiento.

3.2.2.1. Ecuaciones de cinemática

Definiendo $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$, donde:

- A representa la proyección efectiva del primer eslabón más la componente horizontal del segundo
- B representa la componente vertical del segundo eslabón

3.2.2.2. Resolución final

Por lo tanto:

$$q_1 + \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Despejando q_1 :

$$q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \alpha$$

Sustituyendo el valor de α :

$$q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

3.3. Coordenadas de los puntos

Una vez obtenidos los ángulos, es posible reconstruir las posiciones de cada articulación mediante trigonometría directa. Esta parte confirma geométricamente que los valores calculados permiten alcanzar el punto objetivo y sirve también para animación o simulación del robot.

3.3.1. Posición de la articulación intermedia

Esta sección calcula la ubicación del punto donde se unen los dos eslabones. Se aplican las funciones coseno y seno al ángulo q_1 , tal como se hace en la cinemática directa.

3.3.1.1. Articulación intermedia (punto de unión entre eslabones)

$$\begin{aligned} x_1 &= l_1 \cos(q_1) \\ y_1 &= l_1 \sin(q_1) \end{aligned}$$

Donde (x_1, y_1) es la posición de la articulación intermedia.

3.3.1.2. Componentes del segundo eslabón

Las componentes del segundo eslabón en el sistema de coordenadas global son:

$$\begin{aligned} x_2 &= l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y_2 &= l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned}$$

Donde (x_2, y_2) son las componentes del segundo eslabón.

3.3.2. Posición del punto final

Finalmente, la posición del efecto final se obtiene sumando las componentes del primer y segundo eslabón. Este paso funciona como verificación de que los ángulos calculados permiten llegar al punto deseado.

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y &= y_1 + y_2 = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned}$$

3.3.2.1. Verificación geométrica

Esta ecuación reúsa la ley de cosenos para confirmar que las coordenadas obtenidas son coherentes con la geometría del sistema. Si la igualdad se cumple, la solución hallada para q_1 y q_2 es consistente.

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2)}$$

Esta relación se deriva de la ley de cosenos aplicada al triángulo formado por los eslabones.

3.4. Ecuaciones Paramétricas

Las ecuaciones paramétricas permiten describir una figura en el plano utilizando parámetro t , que normalmente varía en el intervalo de 0 a 2π . En lugar de expresar una curva mediante una sola ecuación, se definen dos funciones:

$$\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \end{aligned}$$

De esta manera, al recorrer valores de t , se generan los pares (x, y) que pertenecen a la figura.

En el contexto del proyecto, estas ecuaciones proporcionan los puntos que el efecto final debe seguir para dibujar trayectorias como círculos o cardioïdes. Cada punto generado por las ecuaciones paramétricas se envía posteriormente al bloque de cinemática inversa, que calcula los ángulos necesarios de las articulaciones para que el robot pueda moverse correctamente a lo largo de la curva. Así, las ecuaciones paramétricas

describen la forma de la figura, mientras que la cinemática inversa permite que el robot la reproduzca físicamente.

3.5. Definiciones

- r . Radio
- (c_1, c_2) . Centro
- t . Parámetro con rango de 0 a 2π

3.6. Círculo

Estas ecuaciones generan los puntos de un círculo conforme el parámetro t recorre el intervalo de 0 a 2π . El valor de r determina el tamaño del círculo y (c_1, c_2) representan el centro de la figura.

- x: $c_1 + r \cos(t)$
- y: $c_2 + r \sin(t)$

3.7. Cardioides

- x: $16\sin(t)^3$
- y: $13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t)$