



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
Campus Campina Grande
Disciplina: Métodos Numéricos
Assunto: Erros de Arredondamento e Truncamento
Data: 18 de fevereiro de 2020
Professor: Paulo Ribeiro

Lista de Exercícios

1. O método “divisão e média”, um método antigo para estimação de raiz quadrada de um número positivo a , pode ser formulado como

$$x_{i+1} = \frac{x_i + a/x_i}{2}.$$

Calcule o erro relativo da aproximação para as 10 primeiras iterações.

2. Para computadores, o ϵ da máquina, ϵ , pode ser definido como o menor número que, adicionado a um, retorna um número maior que um. Usando o algoritmo abaixo, implemente um programa que calcula o ϵ da sua máquina. Compare com os resultados obtidos via *numpy*.

Passo 1: Defina $e = 1$.

Passo 2: Se $1 + e$ for menor ou igual a 1, vá para o Passo 5; caso contrário, vá ao Passo 3

Passo 3: $e = e/2$

Passo 4: Retorne ao Passo 2

Passo 5: $e = 2 \times e$

3. A derivada de $f(x) = 1/(1 - 3x^2)$ é dada por

$$f'(x) = \frac{6x}{(1 - 3x^2)^2}.$$

Avalie $f'(0.577)$, e comente o resultado obtido.

4. Considere o seguinte processo iterativo:

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= \frac{1}{3} \\ x^{(n+1)} &= 4x^{(n)} - 1, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Observe que $x^{(1)} = \frac{1}{3}$, $x^{(2)} = 4 \cdot \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{3}$, $x^{(3)} = \frac{1}{3}$, ou seja, temos uma sequência constante igual a $\frac{1}{3}$.

Implemente essa série iterativa, verificando se a convergência de fato ocorre e justifique o resultado obtido.

5. Observe a seguinte identidade

$$f(x) = \frac{(1+x)-1}{x} = 1$$

Calcule o valor da expressão à esquerda para $x = 10^{-12}$, $x = 10^{-13}$, $x = 10^{-14}$, $x = 10^{-15}$, $x = 10^{-16}$ e $x = 10^{-17}$. Explique os resultados.

6. Considere as expressões:

$$\frac{\exp(1/\mu)}{1 + \exp(1/\mu)}$$

e

$$\frac{1}{\exp(-1/\mu) + 1}$$

com $\mu > 0$. Verifique que elas são idênticas como funções reais. Teste no computador cada uma delas para $\mu = 0,1$, $\mu = 0,01$ e $\mu = 0,001$. Qual dessas expressões é mais adequada quando μ é um número pequeno? Por quê?

7. Na teoria da relatividade restrita, a energia cinética de uma partícula e sua velocidade se relacionam pela seguinte fórmula:

$$E = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right),$$

onde E é a energia cinética da partícula, m é a massa de repouso, v o módulo da velocidade e c a velocidade da luz no vácuo dada por $c = 299792458 \text{ m/s}$. Considere que a massa de repouso $m = 9,10938291 \times 10^{-31} \text{ Kg}$ do elétron seja conhecida com erro relativo de 10^{-9} . Qual é o valor da energia e o erro relativo associado a essa grandeza quando $v = 0,1c$, $v = 0,5c$, $v = 0,99c$ e $v = 0,999c$ sendo que a incerteza relativa na medida da velocidade é 10^{-5} ?

Resolver os exercícios do final do capítulo 4 do livro *Métodos Numéricos Aplicados com Matlab para Engenheiros e Cientistas*, do Steven C. Chapra:

8. 4.8

9. 4.9

10. 4.11

11. 4.13

12. 4.17

13. 4.19

14. 4.24