

## 1 HW1.2 (additional g)

Надо:  $A \vee (B \& C) \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$

Лемма 1 :  $\alpha, \beta \vdash \alpha \& \beta$  (очевидно из аксиомы 3 и М.Р.)

(1)  $A \rightarrow A \vee B$  (аксиома 6)

(2)  $A \rightarrow A \vee C$  (аксиома 6)

Докажем  $A \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C) \leftrightarrow A \vdash (A \vee B) \& (A \vee C)$

(3)  $A \vee B$  (М.Р.(1, A))

(4)  $A \vee C$  (М.Р.(2, A))

(5)  $(A \vee B) \& (A \vee C)$  (Лемма 1 (3, 4))

(6)  $A \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$  (дедукция (5))

(7)  $B \& C \rightarrow B$  (аксиома 4)

(8)  $B \& C \rightarrow C$  (аксиома 5)

Докажем  $B \& C \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C) \leftrightarrow B \& C \vdash (A \vee B) \& (A \vee C)$

(9)  $B$  (М.Р.(7, B & C))

(10)  $C$  (М.Р.(8, B & C))

(11)  $B \rightarrow (A \vee B)$  (аксиома 7)

(12)  $C \rightarrow (A \vee C)$  (аксиома 7)

(13)  $A \vee B$  (М.Р.(11, 9))

(14)  $A \vee C$  (М.Р.(12, 10))

(15)  $(A \vee B) \& (A \vee C)$  (Лемма 1 (13, 14))

(16)  $B \& C \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$  (дедукция 15)

(17)  $(A \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)) \rightarrow (B \& C \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)) \rightarrow$   
 $(A \vee (B \& C) \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C))$  (аксиома 8)

(18)  $(B \& C \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)) \rightarrow (A \vee (B \& C) \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee$   
 $C))$  (М.Р.(17, 6))

(19)  $A \vee (B \& C) \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$  (М.Р.(18, 16))

Что и требовалось доказать!