1 HW3 (№12)

Надо д-ть, что в дистрибутивной решетке всегда $a+b\cdot c = (a+b)\cdot(a+c)$.

Из дистрибутивности: $(a+b)\cdot(a+c) = ((a+b)\cdot a) + ((a+b)\cdot c) = ((a\cdot a + b\cdot a) + (a\cdot c + b\cdot c))$

Далее, очевидно $(+)$ - ассоциативен, т.к. ассоциативен супремум:

$(a+b) = sup(a,b) \Rightarrow (a+b)+c = sup(sup(a,b)+c) = sup(a,b,c) = a+b+c$

Значит: $((a\cdot a+b\cdot a)+(a\cdot c+b\cdot c)) = a\cdot a+b\cdot a+a\cdot c+b\cdot c = a+b\cdot c+a\cdot b+a\cdot c$, т.к. $a\cdot a = a$

Заметим, что всегда $a \succeq a\cdot b$

Аналогично $a \succeq a\cdot c$

(Т.к. $(\succeq)$ транзитивна, мы можем выкинуть из супремума заведомо меньшие эл-ты при наличии большего.)

$\Rightarrow a+b\cdot c+a\cdot b+a\cdot c = sup(a, b\cdot c, a\cdot b, a\cdot c) = sup(a, b\cdot c)$

Ну а $sup(a, b\cdot c) = a+b\cdot c$

Что и требовалось д-ть)