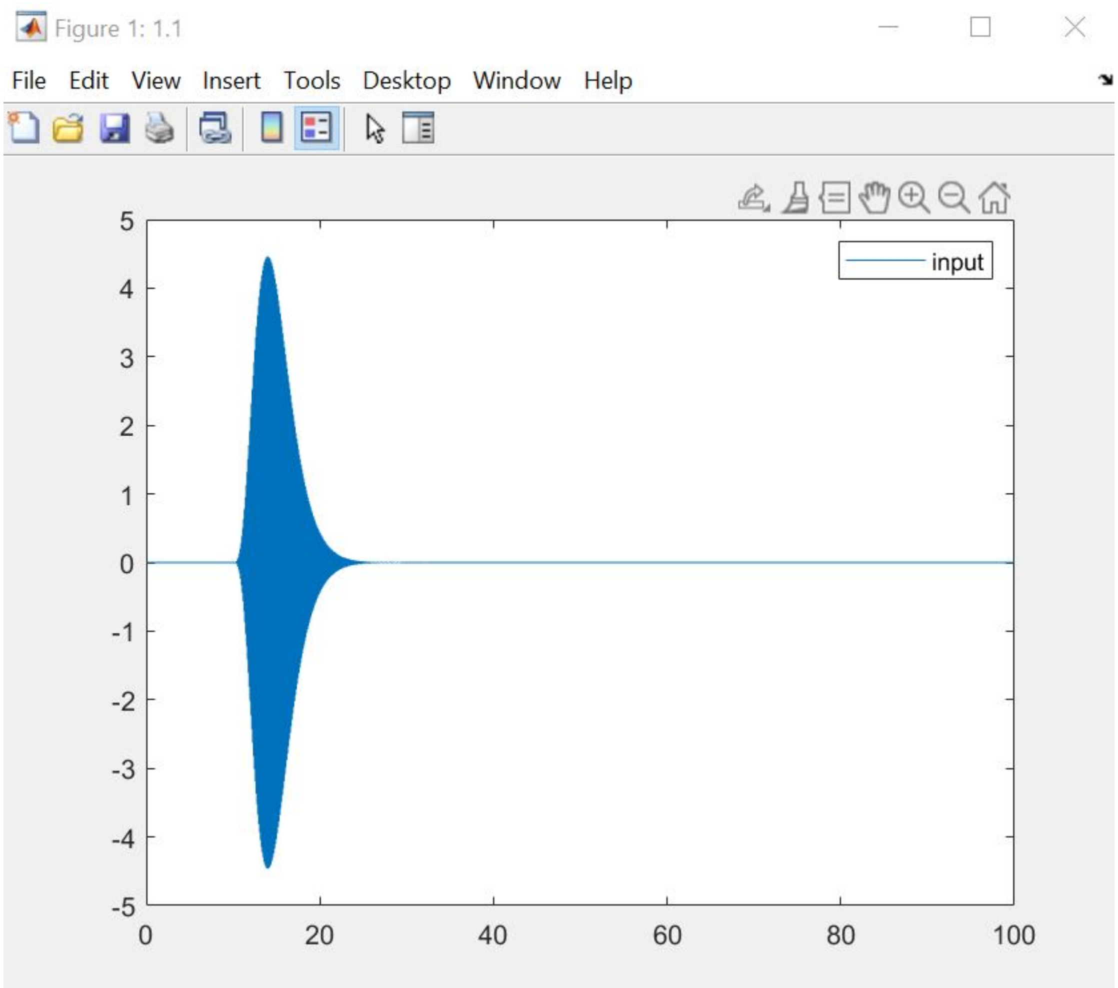
۱ کانال تصادفی

سیگنال $x(t)$ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x(t) = (t - T_\circ)^{۴} e^{-(t-T_\circ)} \sin(۲\pi f_\circ (t - T_\circ)) u(t - T_\circ) \qquad (۱)$$

۱. یک بازه ی زمانی از ۰ تا ۱۰۰ ثانیه با گام ۰٫۰۱ ثانیه ایجاد کنید. از سیگنال $x(t)$ در این بازه نمونه بردارید و آن را در حوزه‌ی زمان رسم کنید. . پارامترهای سیگنال را به صورت $f_\circ = ۱۰, T_\circ = ۱۰$ در نظر بگیرید.



۲. کانال زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) - \alpha y(t - T_\circ) - \underline{\beta} y(t - ۲T_\circ) = x(t) \qquad (۲)$$

پاسخ فرکانسی کانال، $H_C(f)$ را محاسبه کنید.

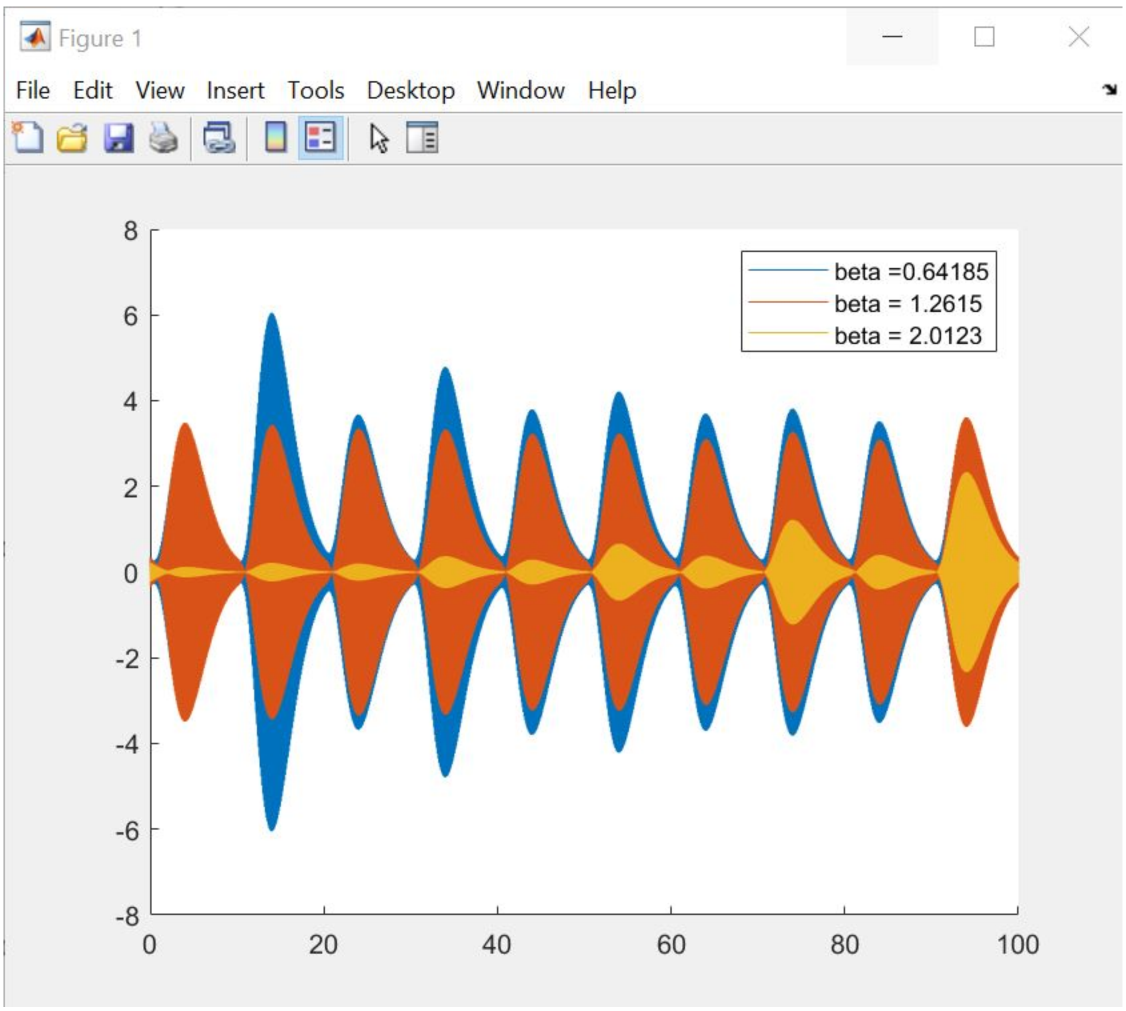
$$y(t) - \alpha \times y(t - T_0) - \beta \times y(t - 2 \times T_0) = x(t)$$

$$\mathcal{F}y(t) - \alpha \times \mathcal{F}y(t - T_0) - \beta \times \mathcal{F}y(t - 2 \times T_0) = \mathcal{F}x(t)$$

$$Y(f)(1 - e^{(} - j2\pi fT_0) - e^{(} - j4\pi T_0)) = X(f)$$

$$H_c(f) = \frac{1}{(1-\alpha e^{(}-j2\pi fT_0)-\beta e^{(}-j4\pi fT_0))}$$

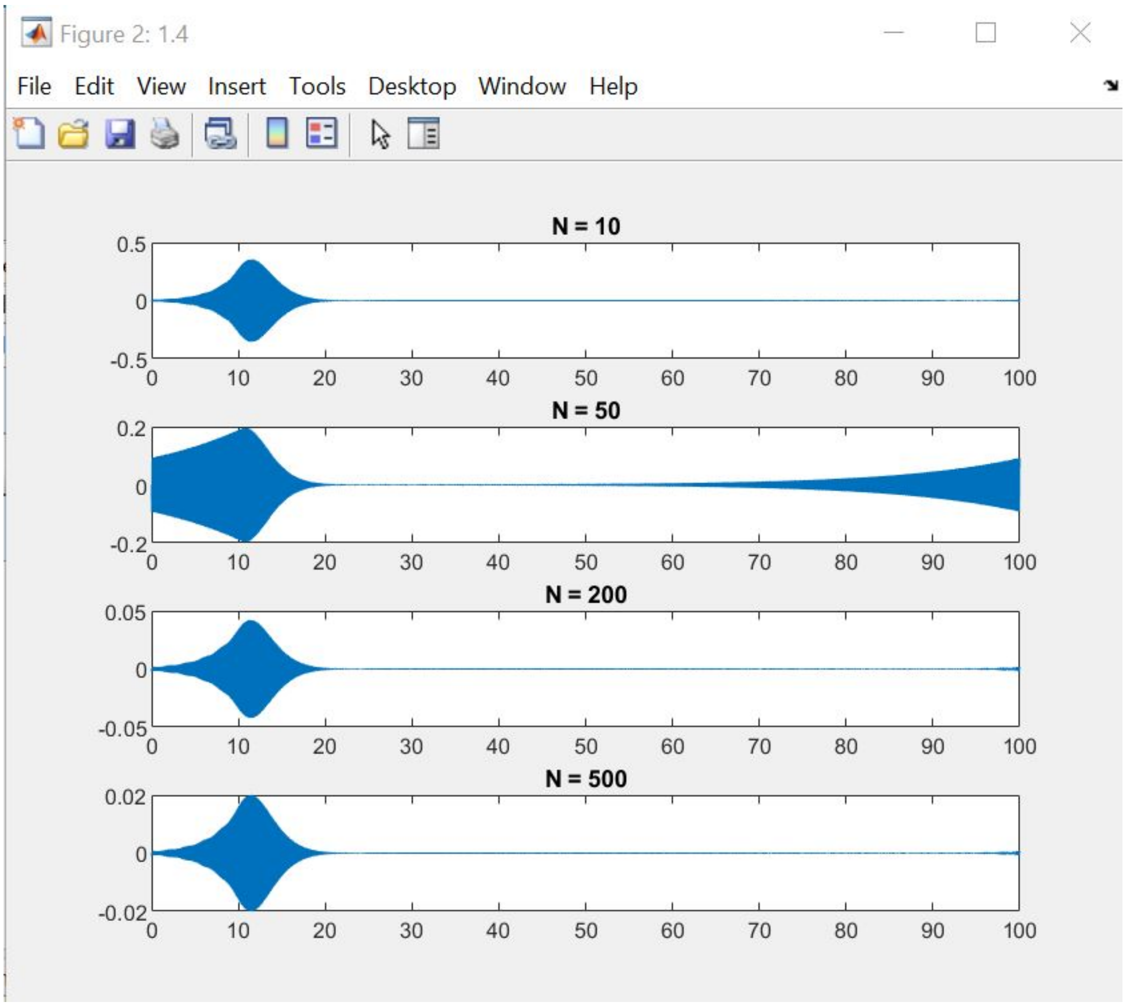
۳. فرض کنید $\alpha = ۰/۳$ و $\underline{\beta}$ یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال $f_{\underline{\beta}}(\beta) = \frac{\beta}{\sigma^۲}\exp(\frac{-\beta^۲}{۲\sigma^۲})u(\beta)$ باشد. همچنین فرض کنید $\sigma = ۱$. به ازای $N = ۳$ تحقق از متغیّر تصادفی $\underline{\beta}$، خروجی کانال را به ازای ورودی $x(t)$ نمایش دهید. هر سه خروجی را روی یک نمودار رسم کنید.



۴. می‌خواهیم تخمینی از سیگنال $\mathbb{E}[Y(t)]$ به دست آوریم. برای این کار، به ازای N تحقق تصادفی از $\underline{\beta}$، خروجی کانال را محاسبه می‌کنیم و آن‌ها را با سیگنال‌های $Y_۱(t), Y_۲(t), \dots, Y_N(t)$ نمایش می‌دهیم، سپس از این N سیگنال خروجی، میانگین می‌گیریم و سیگنال زیر را به عنوان تخمینی از $\mathbb{E}[Y(t)]$ در نظر می‌گیریم:

$$\overline{Y}(t) = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N} Y_i(t) \qquad (۳)$$

سیگنال $\overline{Y}(t)$ را به ازای $N = ۱۰, ۵۰, ۱۰۰, ۲۰۰$ رسم کنید.



۵. توضیح دهید که اثر این کانال روی سیگنال ورودی در حوزه ی زمان به چه صورت می باشد (راهنمایی: کانال چه ویژگی دارد؟ این ویژگی در حوزه ی زمان چگونه نمایان می شود؟)

Here, if we have an analysis on the transformation function, we will see that by writing the Taylor expansions, the output includes It is infinite from the input with different shifts and gains.

۲ بازیابی سیگنال خروجی از کانال

همان‌طور که در بخش قبل دیدید کانال تصادفی باعث میشود سیگنال دریافتی خراب شود. در این بخش سعی می‌کنیم سیگنال اصلی را بازیابی کنیم.

در درس دیده‌اید که پاسخ فرکانسی کانال ایده‌آل به صورت زیر است:

$$H(f) = ke^{-j2\pi ft_0} \quad (۴)$$

ولی به دلیل رسیدن موج از چند مسیر، کانال به شکل معادله‌ی (۲) است. به منظور بازیابی سیگنال ورودی دقیق در گیرنده، از جبران‌ساز[1] استفاده می‌شود به گونه‌ای که کل عملکرد سیستم را می توان به عنوان یک کانال ایده‌آل مدل کرد.
اگر پاسخ فرکانسی سیستم جبران‌ساز را $H_{Eq}(f)$ بنامیم، داریم:

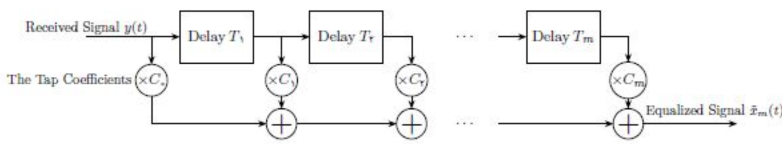
$$H_{Eq}(f)\, H_C(f) = ke^{-j2\pi ft_0} \quad (۵)$$

[1]Equalizer

پس در صورتی که $H_C(f)$ را داشته باشیم می‌توانیم $H_{Eq}(f)$ را طراحی کنیم:

$$H_{Eq}(f) = \frac{ke^{-j2\pi ft_0}}{H_C(f)} \quad (۶)$$

۱. فرض کنید مقدار ضریب تصادفی $\underline{\beta}$ را با $\mathbb{E}[\underline{\beta}]$ جایگزین کنیم. در این صورت برای کانال معادله‌ی (۲) پاسخ فرکانسی جبران‌ساز را محاسبه کنید و نشان دهید ساختار جبران‌ساز به صورتِ زیر درخواهد آمد:



شکل ۱: m–Tapped-Delay Line Equalizer

به این روش برای بازیابی سیگنال خروجی m**–Tapped-Delay Line Equalizer** میگوییم (پارامتر m تعداد بلوک‌های تأخیر را نشان می‌دهد و معیاری است برای میزان پیچیدگی، و در عین حال، توانایی جبران‌ساز).

We replace β instead of $E[\beta]$: $y(t) - \alpha \times y(t - T_0) - E[\beta] \times y(t - 2 \times T_0) = x(t)$

$E[\beta] = \sum_{n=1}^{\infty} \beta * p_i(\beta) = b_0 + b_1 + b_2 + ... + b_n$ $H_c(f) = \frac{1}{(1 - \alpha e^{(-j2\pi fT_0)} - E[\beta]e^{(-j4\pi fT_0)})}$

$H_c(f) = \frac{1}{(1 - \alpha e^{-j2\pi fT_0} - (b_0 + b_1 + b_2 + ... + b_n)e^{-j4\pi fT_0})}$

$H_{eq}(f) = ke^{-j2\pi ft_0}(1 - \alpha e^{-j2\pi fT_0} - (b_0 + b_1 + b_2 + ... + b_n)e^{-j4\pi fT_0})$

$H_{eq}(f) = ke^{-j2\pi ft_0}(1 - \alpha e^{-j2\pi fT_0} - b_0 e^{-j4\pi fT_0} - b_1 e^{-j4\pi fT_0} - b_2 e^{-j4\pi fT_0} - ... - b_n e^{-j4\pi fT_0})$

Now we can say that $e^{-j2\pi fT_0}$ for α and $e^{-j4\pi fT_0}$ for $E[\beta]$ are our delays which are created for different coefficients in each stage

۲. حال فرض کنید سیگنال $x(t)$ که در معادله‌ی (۱) آمده بود، از کانال زیر عبور می‌کند:

$$y(t) = x(t) + \gamma x(t - T_\circ) \qquad (۷)$$

که $\gamma = ۰/۳$. در این حالت هم تلاش کنید با کمک یک m–Tapped-Delay Line Equalizer اثر کانال را خنثی کنید. ممکن است برای این کار لازم باشد از بسط تیلور استفاده کنید. به ازای $m = ۳, ۴, \cdots, ۱۰$ ضرایب و میزان تأخیرهای m–Tapped-Delay Line Equalizer را محاسبه کنید.

$\gamma = 0.3$

$y(t) = x(t) + \gamma x(t - T_0)$

$Y(f) = (1 + \gamma e^{-j2\pi f T_0})X(f)$

$H_c(f) = (1 + \gamma e^{-j2\pi f T_0})$

$H_{eq}(f) = \frac{ke^{-j2\pi f t_0}}{(1+\gamma e^{-j2\pi f T_0})}$

$H_{eq}(f) = ke^{-j2\pi f t_0}(\sum_{i=0}^{n}(0.3)^i e^{j2\pi f T_0})$

Now with multiply Y(f) on both sides and get inverse fourier transform:

$x(t) = k\sum_{i=0}^{n}(-0.3)^i y(t - (t_0 + iT_0))$

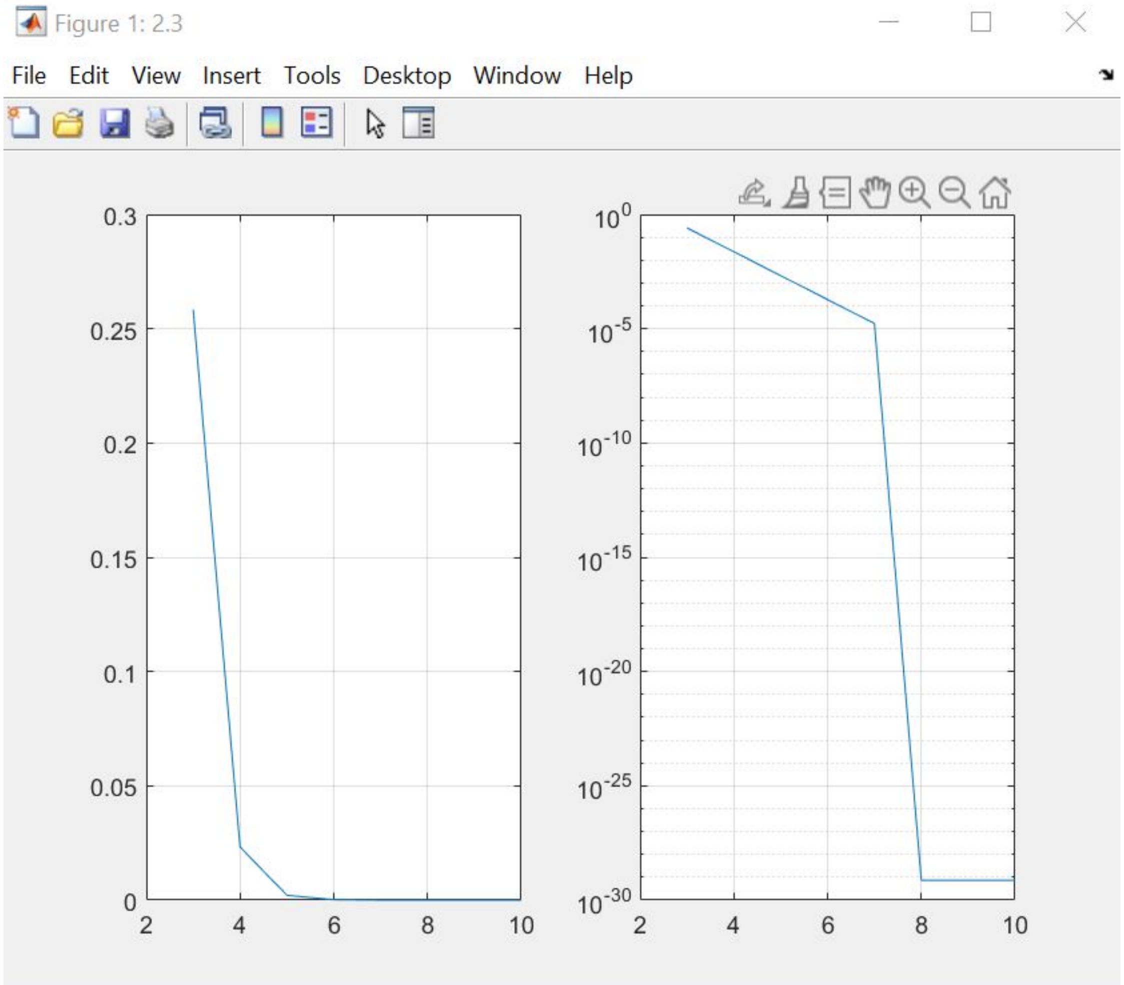
And therefore The size of the coefficients are: 1 , 0.3 ,0.09, 0.027,0.0081 ,0.00243,0.000729,0.0002187,etc

۳. فرض کنید سیگنال بازیابی‌شده با استفاده از m–Tapped-Delay Line Equalizer را با $\tilde{x}_m(t)$ نشان دهیم. همچنین سیگنال ورودی را از کانال ایده‌آل رابطه‌ی (۴) عبور می‌دهیم و به سیگنال $\hat{y}(t)$ می‌رسیم.

معیار خطا را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$\text{RMS Error}_m = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{x}_m(t) - \hat{y}(t)|^۲ dt. \qquad (۸)$$

میزان خطا را به ازای $m = ۳, ۴, \cdots, ۱۰$ به دست بیاورید و نمودار آن را رسم کنید. یک بار محور عمودی را خطّی و یک بار لگاریتمی انتخاب کنید.



۴. چهار سیگنال $x(t)$، $y(t)$، $\hat{y}(t)$ و $\tilde{x}_5(t)$ را در یک نمودار ترسیم کنید و آن‌ها را باهم مقایسه کنید.

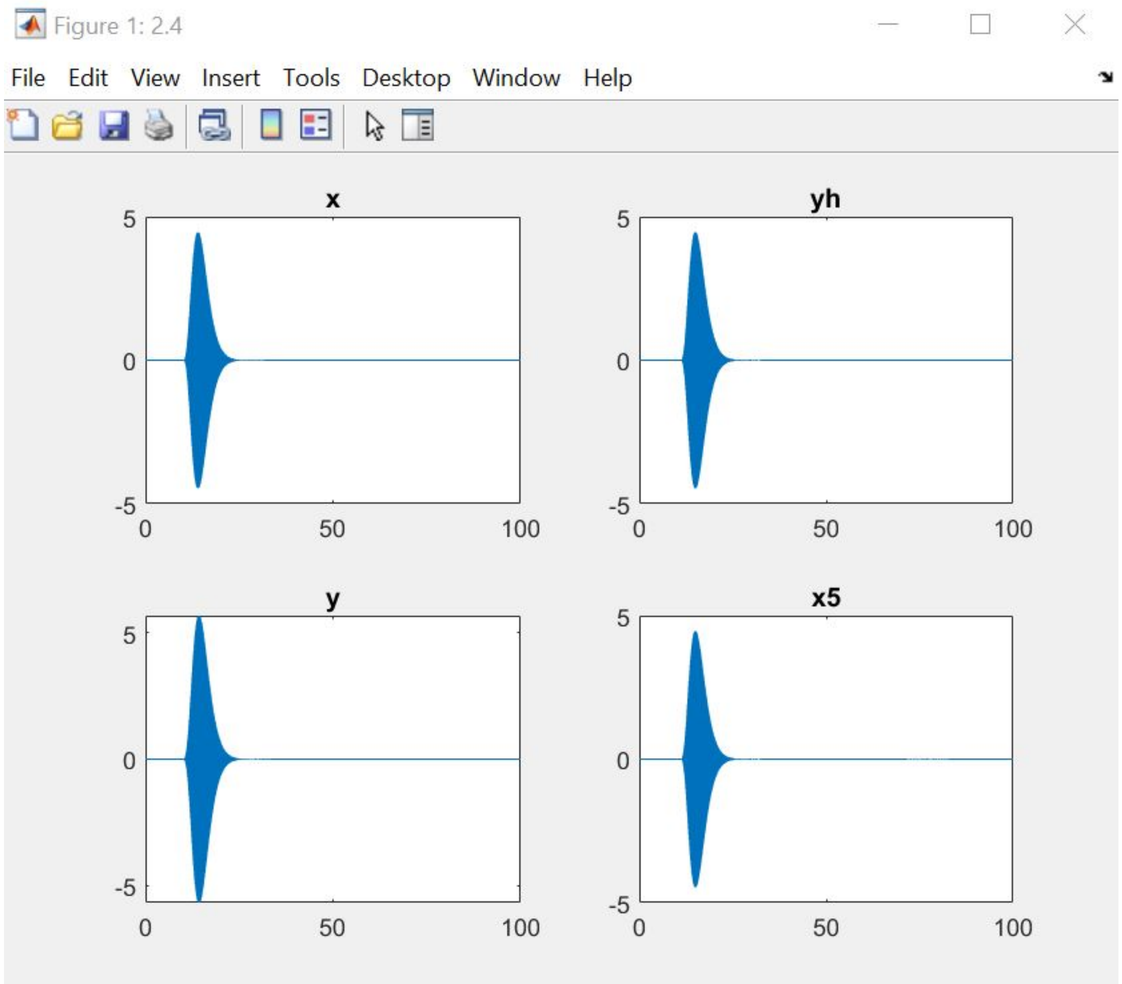


Figure 1: 2.4
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
x
yh
y
x5
5
0
-5
0
50
100