

Communication Systems (25751-3)

Computer Assignment 1

Fall Semester 1400-01

Department of Electrical Engineering

Sharif University of Technology

Instructor: Dr. M. Pakravan



لطفاً به نکات زیر توجه فرمایید:

۱. نتایج و پاسخ های خود را در یک فایل با فرمت zip به نام CHW1_Name_StudentNumber.zip در سایت CW قرار دهید.
۲. کسب نمره کامل در هر سؤال مستلزم تحویل کدها و گزارش می باشد.
۳. برای پیاده سازی می توانید از MATLAB یا Python استفاده کنید. در صورتی که از Python استفاده می کنید، می توانید از کتابخانه های `numpy` و `scipy.signal` استفاده کنید. همچنین توصیه می شود برای مرتب تر شدن کدها و نتایج، از Jupyter Notebook استفاده کنید.
۴. در گزارش، باید روشی که استفاده کرده اید را توضیح و نتایجی که گرفته اید را ارائه دهید. در نهایت گزارش را در قالب یک فایل pdf. در کنار کدهای خود ارسال کنید. همچنین تمیزی و کامل بودن گزارش بسیار مهم است.
۵. حروف چینی گزارش با استفاده از \LaTeX نمره ی امتیازی دارد.
۶. کدهای خود را خوانا بنویسید و کامنت گذاری کنید.
۷. ابهام یا اشکالات خود را می توانید از طریق [@Hamedajorlou](https://github.com/Hamedajorlou) مطرح نمایید.
۸. کدهای شما باید تماماً توسط خودتان نوشته شده باشند. هرگونه استفاده از کد دیگران به هر شکل ممکن، تقلب محسوب می شود و نمره ی این تمرین کامپیوتری صفر خواهد شد. پس در هیچ صورت کدهای خود را برای دیگران ارسال نکنید.
۹. مهلت تحویل: جمعه ۴ آذر ۱۴۰۰

۱ کانال تصادفی

سیگنال $x(t)$ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x(t) = (t - T_0)^{\alpha} e^{-(t-T_0)} \sin(2\pi f_0(t - T_0)) u(t - T_0) \quad (1)$$

۱. یک بازه ی زمانی از ۰ تا ۱۰۰ ثانیه با گام ۰/۰۱ ثانیه ایجاد کنید. از سیگنال $x(t)$ در این بازه نمونه بردارید و آن را در حوزه ی زمان رسم کنید. پارامترهای سیگنال را به صورت $f_0 = ۱۰, T_0 = ۱۰$ در نظر بگیرید.
۲. کانال زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) - \alpha y(t - T_0) - \beta y(t - 2T_0) = x(t) \quad (2)$$

پاسخ فرکانسی کانال، $H_C(f)$ را محاسبه کنید.

۳. فرض کنید $\alpha = ۰/۳$ و β یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال $f_{\beta}(\beta) = \frac{\beta}{\sigma^2} \exp(\frac{-\beta^2}{\sigma^2}) u(\beta)$ باشد. همچنین فرض کنید $\sigma = ۱$. به ازای $N = ۳$ تحقق از متغیر تصادفی β ، خروجی کانال را به ازای ورودی $x(t)$ نمایش دهید. هر سه خروجی را روی یک نمودار رسم کنید.

۴. می خواهیم تخمینی از سیگنال $\mathbb{E}[Y(t)]$ به دست آوریم. برای این کار، به ازای N تحقق تصادفی از β ، خروجی کانال را محاسبه می کنیم و آن ها را با سیگنال های $Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_N(t)$ نمایش می دهیم، سپس از این N سیگنال خروجی، میانگین می گیریم و سیگنال زیر را به عنوان تخمینی از $\mathbb{E}[Y(t)]$ در نظر می گیریم:

$$\bar{Y}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i(t) \quad (3)$$

سیگنال $\bar{Y}(t)$ را به ازای $N = ۱۰, ۵۰, ۱۰۰, ۲۰۰$ رسم کنید.

۵. توضیح دهید که اثر این کانال روی سیگنال ورودی در حوزه ی زمان به چه صورت می باشد (راهنمایی: کانال چه ویژگی دارد؟ این ویژگی در حوزه ی زمان چگونه نمایان می شود؟)

۲ بازیابی سیگنال خروجی از کانال

همان طور که در بخش قبل دیدید کانال تصادفی باعث میشود سیگنال دریافتی خراب شود. در این بخش سعی می کنیم سیگنال اصلی را بازیابی کنیم.

در درس دیده اید که پاسخ فرکانسی کانال ایده آل به صورت زیر است:

$$H(f) = k e^{-j2\pi f t_0} \quad (4)$$

- ولی به دلیل رسیدن موج از چند مسیر، کانال به شکل معادله ی (۲) است. به منظور بازیابی سیگنال ورودی دقیق در گیرنده، از جبران ساز^۱ استفاده می شود به گونه ای که کل عملکرد سیستم را می توان به عنوان یک کانال ایده آل مدل کرد.
- اگر پاسخ فرکانسی سیستم جبران ساز را $H_{Eq}(f)$ بنامیم، داریم:

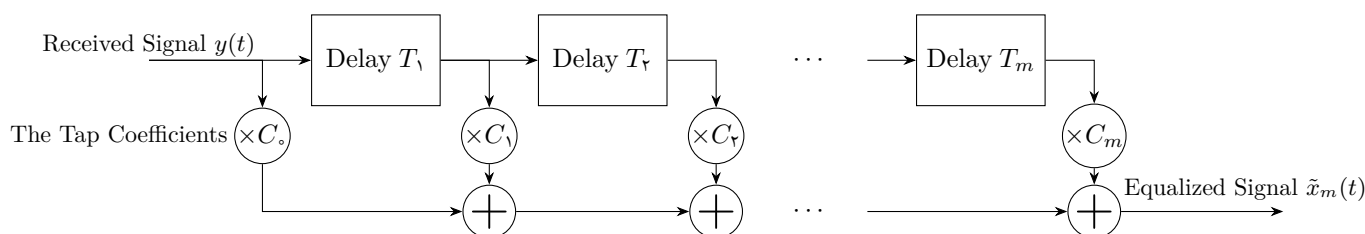
$$H_{Eq}(f) H_C(f) = k e^{-j2\pi f t_0} \quad (5)$$

¹Equalizer

پس در صورتی که $H_C(f)$ را داشته باشیم می‌توانیم $H_{Eq}(f)$ را طراحی کنیم:

$$H_{Eq}(f) = \frac{ke^{-j2\pi ft_0}}{H_C(f)} \quad (6)$$

۱. فرض کنید مقدار ضریب تصادفی β را با $\mathbb{E}[\beta]$ جایگزین کنیم. در این صورت برای کانال معادله‌ی (۲) پاسخ فرکانسی جبران‌ساز را محاسبه کنید و نشان دهید ساختار جبران‌ساز به صورت زیر درخواهد آمد:



شکل ۱: m -Tapped-Delay Line Equalizer

به این روش برای بازیابی سیگنال خروجی m -Tapped-Delay Line Equalizer می‌گوییم (پارامتر m تعداد بلوک‌های تأخیر را نشان می‌دهد و معیاری است برای میزان پیچیدگی، و در عین حال، توانایی جبران‌ساز).

۲. حال فرض کنید سیگنال $x(t)$ که در معادله‌ی (۱) آمده بود، از کانال زیر عبور می‌کند:

$$y(t) = x(t) + \gamma x(t - T_0) \quad (7)$$

که $\gamma = 0.3$. در این حالت هم تلاش کنید با کمک یک m -Tapped-Delay Line Equalizer اثر کانال را خنثی کنید. ممکن است برای این کار لازم باشد از بسط تیلور استفاده کنید. به ازای $m = 3, 4, \dots, 10$ ضرایب و میزان تأخیرهای m -Tapped-Delay Line Equalizer را محاسبه کنید.

۳. فرض کنید سیگنال بازیابی‌شده با استفاده از m -Tapped-Delay Line Equalizer را با $\tilde{x}_m(t)$ نشان دهیم. همچنین سیگنال ورودی را از کانال ایده‌آل رابطه‌ی (۴) عبور می‌دهیم و به سیگنال $\hat{y}(t)$ می‌رسیم. معیار خطا را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$\text{RMS Error}_m = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{x}_m(t) - \hat{y}(t)|^2 dt. \quad (8)$$

میزان خطا را به ازای $m = 3, 4, \dots, 10$ به دست بیاورید و نمودار آن را رسم کنید. یک بار محور عمودی را خطی و یک بار لگاریتمی انتخاب کنید.

۴. چهار سیگنال $x(t)$ ، $y(t)$ ، $\hat{y}(t)$ و $\tilde{x}_m(t)$ را در یک نمودار ترسیم کنید و آن‌ها را باهم مقایسه کنید.