

باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق



۲۵۷۴۳ گروه ۳ - سیگنال‌ها و سیستم‌ها - بهار ۱۴۰۰ - ۰۱

تمرین متلب سری دوم

موعد تحویل: مطابق CW

نحوه‌ی تحویل:

- گزارش تمرین خود را در قالب یک فایل pdf. تحویل دهید. در گزارش لازم است تمامی خروجی‌ها و نتایج نهایی، پرسش‌های متن تمرین، و توضیح مختصری از فرآیند حل مسأله‌ی خود در هر قسمت را ذکر کنید.
- کد کامل تمرین را در قالب یک فایل m. تحویل دهید. لازم است بخش‌های مختلف تمرین در section‌های مختلف تفکیک شوند و کد تحویلی منظم و دارای کامنت‌گذاری مناسب باشد. بدیهی است آپلود کردن کدی که به درستی اجرا نشود، به منزله‌ی فاقد اعتبار بودن نتایج گزارش شده نیز می‌باشد.
- توابعی را که (در صورت لزوم) نوشته‌اید، در قالب فایل‌های m. در کنار فایل‌های گزارش و کد اصلی تمرین، ضمیمه کنید.
- مجموعه‌ی تمامی فایل‌ها (گزارش، کد اصلی، توابع، و خروجی‌های دیگر در صورت لزوم) را در قالب یک فایل zip/.rar. ذخیره کرده و از طریق سامانه‌ی CW تحویل دهید.
- نام‌گذاری فایل‌های تحویلی را به صورت HW02_StudentNumber.pdf/.m/.zip/.rar انجام دهید.

معیار نمره دهی:

- ساختار مرتب و حرفه‌ای گزارش
- استفاده از توابع و الگوریتم‌های مناسب
- پاسخ به سؤالات تئوری و توضیح روش‌های مطلوب سوال
- کد و گزارش خروجی کد برای خواسته‌های مسأله

نکات تکمیلی:

- همواره در تمامی تمارین و پروژه‌ها، تا سقف ۱۰٪ نمره اضافه برای قسمت‌های امتیازی و نیز هر گونه روش‌های ابتکاری و فرادرسی در نظر گرفته می‌شود و سقف نمره‌ی قابل کسب معادل با ۱۱۰/۱۰۰ می‌باشد.
- شرافت انسانی ارزشی به مراتب والاتر از تعلقات دنیوی دارد. رونویسی تمارین، زیر پا گذاشتن شرافت خویشتن است؛ به کسانی که شرافتشان را زیر پا می‌گذارند هیچ نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

۱ پردازش صوت

۱. تابعی به نام `audioRead` بنویسید که فقط یک آرگومان ورودی می‌گیرد که آدرس فایل `wav` است. (فرمت `wav` یک فرمت فشرده‌سازی بی‌اتلاف است که نمونه‌های صوتی را در قالب اعداد 16 بیتی ذخیره می‌کند. گاهی می‌تواند این عدد 24 یا 32 نیز باشد. در این تمرین فایل‌های استفاده شده 16 بیتی و تک‌کانال (`mono`) هستند. فرکانس نمونه‌برداری را نیز 44100 هرتز در نظر بگیرید.)، این تابع 10 نمونه‌ی فایل `wav` را با شروع از نمونه‌ی 1401ام نمایش می‌دهد. فایل `Q1.wav` را به این تابع بدهید و خروجی آن را ضمیمه کنید.

۲. تابعی به نام `hop` بنویسید که ورودی آن نمونه‌های فایل `wav` و عدد M است. خروجی این تابع نمونه‌های مضرب M فایل `wav` ورودی است. برای مثال اگر $M = 10$ باشد خروجی تابع نمونه‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و... تا انتها خواهد بود.

۳. یکی از گام‌های لازم برای نمایش و ذخیره‌سازی سیگنال در دستگاه‌های دیجیتال، نمونه‌برداری یا `sampling` است. به تعداد نمونه‌هایی که در یک ثانیه هنگام نمونه‌برداری از یک سیگنال آنالوگ بدست می‌آید `Simple rate` یا فرکانس نمونه‌برداری گفته می‌شود. همانطور که گفتیم، در این تمرین فرکانس نمونه‌برداری برابر 44100 است. یعنی در یک ثانیه 44100 نمونه از سیگنال ذخیره می‌شود. برای بعضی کاربردها لازم است این فرکانس افزایش یا کاهش یابد. این کار به ترتیب `sampling Up` و `sampling Down` نام دارد. تابعی که در قسمت قبل نوشتید عمل `down sampling` را با نرخ M انجام می‌دهد. برای `sampling up` کافی است به تعداد $M - 1$ صفر بین نمونه‌ها قرار دهید. نرخ نمونه‌برداری فایل `C6.wav` را با فاکتور $M = 16$ کاهش دهید. خروجی را با فایل اولیه مقایسه کنید.

۴. فایل `sound2.wav` را که با فرکانس 16 کیلوهرتز نمونه‌برداری شده بخوانید و به کمک درونیابی خطی آن را به سیگنالی با فرکانس نمونه‌برداری 9.6 کیلوهرتز تبدیل کنید. برای اینکار باید یک بار با فاکتور $M = 3$ عمل `up-sampling` را انجام دهید و سپس سیگنال حاصل را با فاکتور $M = 5$ `down-sample` کنید.

۲ بررسی پایداری و مشخصات سیستم

۱. قطب‌های سیستم‌های زیر را بیابید و به کمک مکان آن‌ها نسبت به محور موهومی، پایدار یا ناپایدار بودن سیستم را تعیین کنید.

$$(a) H_1(s) = \frac{1}{s^3 + 40s^2 + 10s + 500}$$

$$(b) H_2(s) = \frac{1}{s^4 + 12.5s^3 + 10s^2 + 10s + 1}$$

$$(c) H_3(s) = \frac{1}{s^5 + 125s^4 + 100s^3 + 100s^2 + 20s + 10}$$

$$(d) H_4(s) = \frac{1}{s^6 + 5s^5 + 125s^4 + 100s^3 + 100s^2 + 20s + 10}$$

۲. پاسخ پله‌ی سیستم‌های بخش قبل را رسم کنید. ارتباط این نمودارها را با پایداری سیستم بیان کنید و صحت نتایج قسمت قبل را بررسی کنید.

۳. سیستم‌های H_3 و H_4 به ترتیب سیستم‌های مرتبه‌ی پنج و شش هستند اما با این حال، پاسخ پله‌ی آن‌ها شباهت زیادی به یک‌دیگر دارد. علت این موضوع چیست؟

۴. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$G_1(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 6s + 8}$$

به کمک متلب، پاسخ این سیستم را به ورودی‌های زیر بیابید و رسم کنید.

$$(a) x_1(t) = \delta(t)$$

$$(b) x_2(t) = u(t)$$

$$(c) x_3(t) = \sin(3t)u(t)$$

$$(d) x_4(t) = e^{-0.5t}u(t)$$

$$(e) x_5 = e^{-0.2t} \cos(2t)u(t)$$

$$(f) x_6 = t^4 e^{-0.5t}u(t)$$

۵. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$G_2(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + as + 7}$$

به ازای $a = 4, 5, 6$:

(الف) پاسخ این سیستم را به ورودی پله به دست آورید و رسم کنید.

(ب) به کمک متلب، مقادیر زیر را از روی پاسخ‌های پله‌ی محاسبه‌شده در قسمت قبل محاسبه کنید:

- مقدار نهایی پاسخ
- بیشترین مقدار پاسخ
- زمانی که پاسخ به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

• زمانی که برای نخستین بار پاسخ به بیش از نصف مقدار نهایی خود می‌رسد.

با مقایسه مشاهدات تاثیر a را روی هر مورد در گزارش بیان کنید.

۶. سه سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$(a) \quad H_1(s) = \frac{s+1}{s^2+3s+4}$$

$$(b) \quad H_2(s) = \frac{s+1}{s^3+3s^2+4s}$$

$$(c) \quad H_3(s) = \frac{s+1}{s^4+3s^3+4s^2}$$

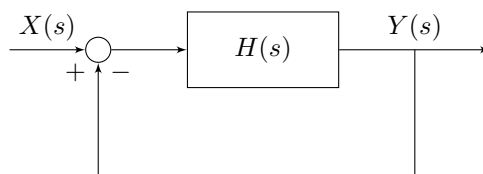
به هر کدام از این سه سیستم، به کمک متلب یک فیدبک منفی با اندازه‌ی یک اعمال کنید. پاسخ هر یک از سیستم‌ها را به دو ورودی پله و شیب رسم کنید. به تفاوت ورودی و خروجی سیستم در هر قسمت دقت کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ افزودن قطب صفر چه تاثیری در عملکرد سیستم دارد؟

۳ فیدبک و کنترل‌کننده

۱. سیستم $H(s)$ به صورت زیر تعریف شده است. با تعیین مکان قطب‌ها، وضعیت پایداری این سیستم را بررسی کنید.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 2s - 3}$$

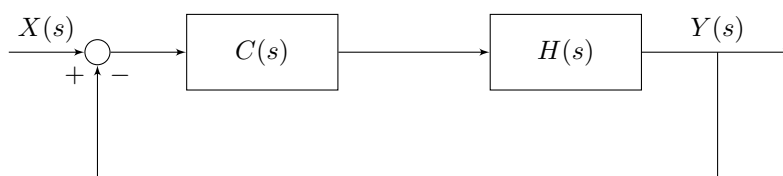
۲. حال سیستم شکل ۱ را در نظر بگیرید:



شکل ۱

به کمک متلب، مکان قطب‌های این سیستم را بیابید. چه تفاوتی میان مکان قطب‌های این سیستم و سیستم H مشاهده می‌کنید؟

۳. سیستم زیر را در نظر بگیرید که در آن $C(s)$ یک سیستم کنترل‌کننده است. در این مسأله فرض کنید $C(s) = K$ که در آن K مقداری ثابت (یک بهره‌ی ثابت) است.



شکل ۲

K را از -10 تا 10 در پله‌های دوتایی تغییر دهید و در هر مرحله، مکان قطب‌های سیستم جدید را بیابید. به ازای کدام مقادیر K سیستم پایدار است؟

۴. مکان ریشه‌های سیستم را به ازای مقادیر مختلف $K \in \mathbb{R}$ به کمک متلب ترسیم کنید. (راهنمایی: می‌توانید از دستور rlocus کمک بگیرید.)

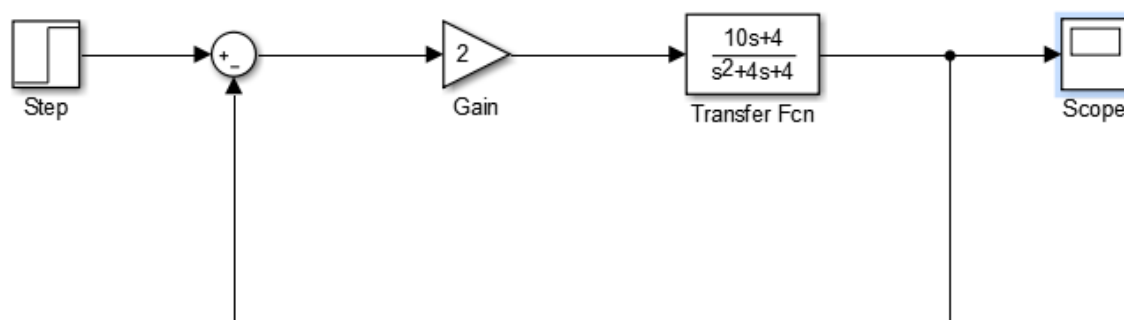
۵. تابع انتقال سیستم بخش ۳ را با انجام محاسبات دستی برحسب K به دست آورید. ریشه‌های معادله‌ی مشخصه‌ی این سیستم را حساب کنید و محدوده‌ای از K را به دست آورید که به ازای آن، هیچ ریشه‌ای در سمت راست صفحه‌ی لاپلاس وجود نداشته باشد (یا به صورت معادل، سیستم پایدار باشد).

۴ شبیه‌سازی با سیمولینک

در این قسمت می‌خواهیم به کمک سیمولینک به مدل‌سازی مسائلی با نمود فیزیکی واقعی بپردازیم. تذکر: در این بخش، علاوه بر این که فایل‌های .slx را ضمیمه می‌کنید، تمامی جزئیات عملکرد خود از جمله شکل دیاگرام‌های ترسیم‌شده در سیمولینک را در گزارش ذکر کنید.

۱.۴ آشنایی با سیمولینک

- سیستم شکل ۳ را در سیمولینک شبیه‌سازی کنید و شکل پاسخ خروجی را به ازای $-5 < t < 15$ در گزارش کار بیاورید.



شکل ۳: دیاگرام بلوکی سیستم بخش ۱.۴

۲.۴ شبیه‌سازی حرکت آونگ

در این قسمت می‌خواهیم به کمک سیمولینک حرکت یک آونگ را شبیه‌سازی کنیم. معادله حرکت آونگ به صورت زیر است:

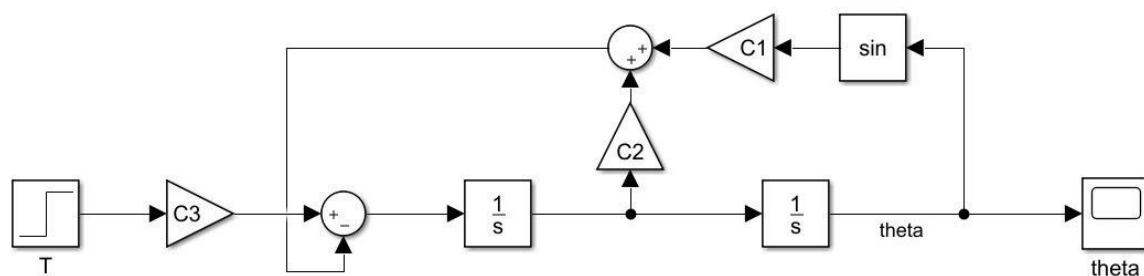
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{c}{ml} \frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l} \sin \theta = \frac{T}{ml^2}$$

که در این معادلات:

- θ : زاویه آونگ با محور عمودی
- T : گشتاور اعمالی
- l : طول آونگ که در اینجا برابر ۲.۵ متر است.
- g : شتاب گرانش که برابر ۹.۷۸ متر بر مجذور ثانیه است.
- m : جرم آونگ که برابر ۰.۷۵ کیلوگرم است.
- c : مقدار آن را ۰.۱۵ در نظر می‌گیریم

آونگ را می‌توان به صورتی سیستمی با ورودی T و خروجی θ در نظر گرفت. به کمک این معادله قسمت‌های زیر را انجام دهید:

۱. به کمک شکل ۴ این سیستم را در سیمولینک بسازید و ضرایب مجهول C_1 و C_2 و C_3 را بدست آورید. (راهنمایی: بلوک $\frac{1}{s}$ همان بلوک انتگرال گیر است.)



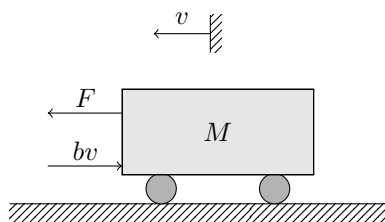
شکل ۴: دیاگرام بلوکی آونگ

۲. سیستم را به کمک ضرایب بدست آمده شبیه‌سازی کرده و پاسخ را در زمان $0 < t < 100$ بیابید و رسم کنید. همچنین تنظیمات بلوک step به گونه‌ای باشد که در زمان $t = 0$ از مقدار ۰ به ۲۰۰ برسد.

۳.۴ مسأله‌ی حرکت خوردو

می‌خواهیم حرکت یک ماشین را شبیه‌سازی کنیم. فرض می‌کنیم در صورتی که ماشین در یک سطح صاف حرکت کند، دیاگرام نیروهای وارد بر آن به صورت شکل ۵ است، که در آن:

- v : سرعت جسم
- F : نیروی موتور که باعث پیش‌روی ماشین می‌شود.
- b : ضریب اصطکاک ناشی از باد. در این جا فرض کرده‌ایم که نیروی اصطکاک با سرعت ماشین متناسب است. فرض کنید b برابر ۴۰ واحد SI است.
- M : جرم ماشین. فرض کنید M برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است.



شکل ۵: دیاگرام نیروهای وارد بر خودرو

از قانون دوم نیوتن داریم:

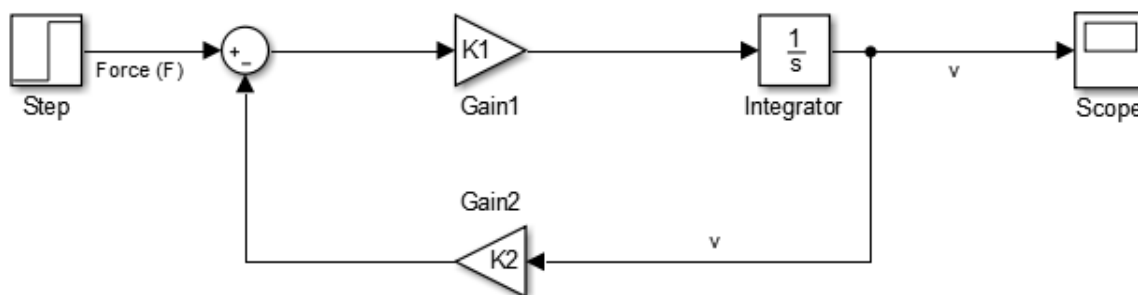
$$M \frac{dv}{dt} = F - bv \rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{F - bv}{M}$$

می‌توانیم این ماشین را به صورت یک سیستم در نظر بگیریم که ورودی آن F (نیروی موتور) و خروجی آن v (سرعت ماشین) است.

با در نظر گرفتن توضیحات فوق، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱. شکل ۶ دیاگرام بلوکی این سیستم را نشان می‌دهد. ضرایب K_1 و K_2 را برحسب b و M بیابید و در گزارش کار ذکر کنید.

۲. سیستم بالا را به همراه K_1 و K_2 ای که در بخش قبل به دست آوردید در سیمولینک شبیه‌سازی کنید و پاسخ آن را در زمان $0 < t < 150$ در گزارش کار بیاورید. بلوک step را به گونه‌ای تنظیم کنید که در زمان $t = 0$ از مقدار ۰ به ۵۰۰ برسد.



شکل ۶: دیاگرام بلوکی خودرو

۳. در این بخش می‌خواهیم پارامترهای تابع تبدیل سیستم را با استفاده از پاسخ پله‌ای که در قسمت قبل محاسبه شد، به دست آوریم. شکل کلی تابع تبدیل سیستم به صورت زیر است:

$$T(s) = \frac{L}{\tau s + 1}$$

(الف) ابتدا با استفاده از معادلات سیستم، پارامترهای L و τ را به صورت تحلیلی مشخص کنید.

(ب) حال به کمک پاسخ پله‌ای که در بخش ۲ به دست آوردید و با در گرفتن ثابت زمانی سیستم و نیز مقدار نهایی این پاسخ (به قضیه‌ی مقدار نهایی توجه کنید)، سعی کنید دو پارامتر مذکور را مجدداً محاسبه کنید. (در مورد ثابت زمانی می‌توانید تناظر این سیستم را با مدارهای RC که در دروس گذشته بررسی کرده‌اید، در نظر بگیرید.)

(ج) توابع تبدیل محاسبه‌شده در قسمت‌های ۳ الف و ۳ ب را با هم مقایسه کنید. این دو نتیجه باید یک‌دیگر را تأیید کنند. در صورتی که نتایج دقیقاً یکسان نیستند، سعی کنید علت این پدیده را توجیه کنید.

۴. حال فرض کنید به جای ورودی پله، ورودی پالس مربعی به خودرو وارد شود که دوره‌ی تناوب آن ۱۰۰ ثانیه است که به مدت ۲۰ ثانیه مقدار آن برابر $400N$ ، و به مدت ۸۰ ثانیه نیز برابر صفر است. پاسخ خروجی را در این حالت به دست آورید و در گزارش کار ذکر کنید.

۵. (امتیازی) با نوشتن روابط ریاضی، استدلال کنید که چه رابطه‌ای بین شکل پالس ورودی و شکل پاسخ خروجی برقرار است و پالس ورودی باید چه شرطی داشته باشد تا پاسخ خروجی پیش از رسیدن به تناوب بعدی به مقدار صفر برسد؟