

《大学物理 AI》作业 No.02 动量 动量守恒定律

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

*****本章教学要求*****

- 1、理解质点、质点系的动量概念；
- 2、掌握牛顿运动定律及其适用条件，熟练计算惯性系中一维变力作用下的质点动力学问题；
- 3、理解力的冲量概念，会计算变力的冲量；
- 4、掌握质点、质点系动量定理的微分形式与积分形式，并熟练求解相关问题；
- 5、掌握动量守恒条件，并熟练应用动量守恒定律求解有关问题；
- 6、理解质心的概念和质心运动定理；
- 7、了解惯性力的概念，初步掌握在非惯性系中求解力学问题的方法。

一、选择题

1. 一辆汽车从静止开始加速。当汽车的动量变化一定的量时，地球的动量将：

[B] (A) 变化更大的量 (B) 变化相同的量
(C) 变化小一点的量 (D) 答案取决于两者之间的相互作用

解：根据动量定理，质点受到的合力的冲量等于其动量的增量，而汽车给地球的冲量和地球给汽车的冲量大小相等，方向相反。因而二者的动量变化相同的量。

2. 机枪每分钟可射出质量为 20 g 的子弹 900 颗，子弹射出的速率为 $800 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，则射击时的平均反冲力大小为

[C] (A) 0.267 N (B) 16 N
(C) 240 N (D) 14400 N

解：设机枪在 Δt 时间内发射子弹的质量为 Δm ，由动量定理得

子弹受到的冲量为
$$I = \Delta m \cdot v - 0 = \frac{900}{60} \times 20 \times 10^{-3} \times \Delta t \times 800 = 240 \Delta t$$

故平均冲力的大小
$$\bar{F} = \frac{I}{\Delta t} = 240 (\text{N})$$

由牛顿第三定律，平均反冲力大小为 240N。

3. 两个质量相等的小球由一轻弹簧相连接，再用一细绳悬挂于天花板上，处于静止状态，如图所示。将绳子剪断的瞬间，球 1 和球 2 的加速度分别为 [D]

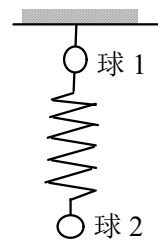
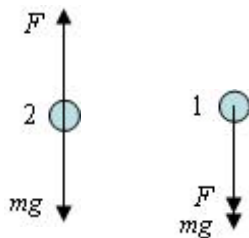
- (A) $a_1 = g, a_2 = g$. (B) $a_1 = 0, a_2 = g$.
 (C) $a_1 = g, a_2 = 0$. (D) $a_1 = 2g, a_2 = 0$.

解：在绳子剪断的瞬间，受力分析如图，弹簧来不及形变，因而球1和球2各自所受的弹簧的拉力不变，依然是 $F = mg$ 。

对于球2: $\Sigma F = mg - F = 0 \Rightarrow a_2 = 0$

对于球1: $\Sigma F = mg + F = 2mg \Rightarrow a_1 = 2g$

所以 $a_1 = 2g, a_2 = 0$ 。选 D



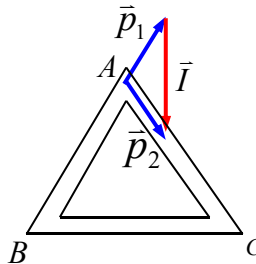
4. 两个质量相等的物体从同一高度自由下落，与水平地面相碰，一个反弹回来，另一个却贴在地面上，哪一个给地面的冲量大？（下落过程中阻力不计）

- [A] (A) 反弹回来的 (B) 贴在地面上的
 (C) 两个一样大 (D) 条件不足，不能判定。

解：根据动量定理: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$ ，反弹回来的物体动量改变比贴在地面上的物体大，所以给地面的冲量更大。

5. 质量为 m 的质点，以不变速率 v 沿图中正三角形 ABC 的水平光滑轨道运动。质点越过 A 角时，轨道作用于质点的冲量的大小为

- [C] (A) mv (B) $\sqrt{2}mv$
 (C) $\sqrt{3}mv$ (D) $2mv$



解：以质点 m 为研究对象，根据动量定理，冲量为

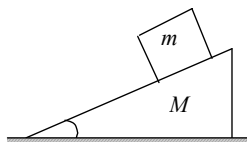
$$\vec{I} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

又 $p_1 = p_2 = mv$ ，所以冲量大小为

$$I = 2mv \cos 30^\circ = \sqrt{3}mv。$$

6. 一质量为 M 的斜面原来静止于水平光滑平面上，将一质量为 m 的木块轻轻放于斜面上，如图。如果此后木块能静止于斜面上，则斜面将

- [A] (A) 保持静止. (B) 向右加速运动.
 (C) 向右匀速运动. (D) 向左加速运动.



解：以 m 和 M 组成的系统为研究对象， m 放在 M 上前后系统所受的合力为零，系统的总动量守恒。系统初态的总动量为零，末态的总动量也应为零。末态时 m 静止，所以 M 也应保持静止。

二、填空题

1. 质心的位矢是质点系内各质点位矢的加权平均值，其权重由（各质点质量与质点系总质量的比值）决定；一般情况下质点系的质心与几何中心（不重合），质心（不一定）总是位于物体上（选填：重合，不重合，一定、不一定）。质心的运动代表了质点系（整体）的运动规律。

解：例如质量均匀分布的圆环。其质心在圆心，不在物体上。

2. 惯性力是一种（非真实）力，在非惯性系中惯性力有（真实）效果。（选填：真实、非真实）

惯性离心力与向心力（不满足）牛顿第三定律。（选填：满足、不满足）

解：离心力与向心力是一对作用力与反作用力，惯性离心力是虚拟的力，找不到施力物体，所以没有反作用力。

3. 一质量为 1 kg 的物体，置于水平地面上，物体与地面之间的静摩擦系数 $\mu_0=0.20$ ，滑动摩擦系数 $\mu=0.16$ ，现对物体施一水平拉力 $F=t+0.96\text{ (SI)}$ ，则 2 秒末物体的速度大小 $v=$ _____

解：在 $0 \rightarrow 1\text{ s}$ 内，因 $F < \mu_0 mg$ ，未拉动物体，而在 $1\text{ s} \rightarrow 2\text{ s}$ 内，物体移动，合力冲量为

$$I = \int_1^2 (t + 0.96) dt - \mu mg(t_2 - t_1) = 0.89\text{ (N} \cdot \text{s)}$$

由动量定理得

$$mv - 0 = I$$

可得 2 秒末物体的速度大小

$$v = \frac{I}{m} = 0.89\text{ (m/s)}$$

4. 有两艘停在湖上的船，它们之间用一根很轻的绳子连接。设第一艘船和人的总质量为 250 kg ，第二艘船的总质量为 500 kg ，水的阻力不计。现在站在第一艘船上的人用 $F=50\text{ N}$ 的水平力来拉绳子，则 5 s 后第一艘船的速度大小为_____；第二艘船的速度大小为_____。

解：根据动量定理： $\int_{t_1}^{t_2} \bar{F} dt = m\bar{v}_2 - m\bar{v}_1$ ，对于第一艘船有： $\int_0^5 50 dt = 250v_5 - 250v_0$

5 s 后第一艘船的速度大小 $v_5 = 1\text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$

$$\text{同理有 } \int_0^5 50 dt = 500v_5 - 500v_0$$

则 5 s 后第二艘船的速度大小 $v_5 = 0.5\text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$

5. 质量为 1500 kg 的一辆吉普车静止在一艘驳船上。驳船在缆绳拉力(方向不变)的作用下沿缆绳方向起动, 在 5 秒内速率增加至 5 m/s, 则该吉普车作用于驳船的水平方向的平均力大小为_____。

解: 由动量定理 $\bar{F} \cdot \Delta t = mv_2 - mv_1$ 得

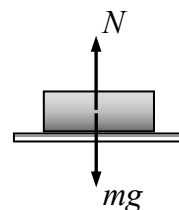
$$\text{驳船作用于吉普车的水平方向的平均力大小 } \bar{F} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} = \frac{1500 \times 5 - 0}{5} = 1500 (\text{N})$$

根据牛顿第三定律, 吉普车作用于驳船的水平方向的平均力大小 $\bar{F}' = \bar{F} = 1500 \text{ N}$

6. 一吊车底板上放一质量为 10 kg 的物体, 若吊车底板加速上升, 加速度大小为 $a = 3 + 5t$ (SI), 则 2 秒内吊车底板给物体的冲量大小 $I =$ _____; 2 秒内物体动量的增量大小 $\Delta P =$ _____。

解: 由题意有 2 秒末物体的运动速度 $v_2 = \int_{t_1}^{t_2} a dt = \int_0^2 (3 + 5t) dt = 16 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$

则根据动量定理: $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ 有 $\int_{t_1}^{t_2} (N - mg) dt = mv_2 - mv_1$



$$\begin{aligned} \text{2 秒内吊车底板给物体的冲量大小 } \int_0^2 N dt &= mg \int_0^2 dt + mv_2 - mv_1 \\ &= 10 \times 9.8 \int_0^2 dt + 10 \times 16 - 10 \times 0 = 356 (\text{N} \cdot \text{s}) \end{aligned}$$

$$\text{2 秒内物体动量的增量大小 } \Delta P = mv_2 - mv_1 = 10 \times 16 - 10 \times 0 = 160 (\text{N} \cdot \text{s})$$

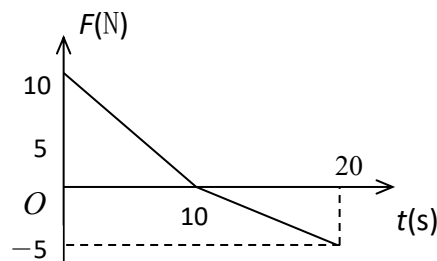
7. 一质量为 5 kg 的物体, 其所受的作用力 F 随时间的变化关系如图所示。设物体从静止开始沿直线运动, 则 20 秒末物体的速率 $v =$ _____。

解: 由题图得各时间段物体受力为

$$F = \begin{cases} (10 - t) & 0 \leq t \leq 10 \\ (5 - \frac{1}{2}t) & 10 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

则由动量定理 $\int F dt = mv_2 - mv_1$ 得

$$\text{20 秒末物体的速率 } v = \frac{\int_0^{10} (10 - t) dt + \int_{10}^{20} (5 - \frac{1}{2}t) dt}{5} = 5 (\text{m/s})$$



另解: 根据动量定理: $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, 则有: $F - t$ 曲线下的面积即为动量的增量,

$$p_1 = 0$$

$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times (-5) = 25 = \Delta p = p_2 = mv$$

$$\Rightarrow v = 5(\text{m/s})$$

三、简答题

1. 一人躺在地上，身上压一块重石板，另一人用重锤猛击石板，但见石板碎裂，而石板下面的人毫无损伤，这是为什么？

答：在重锤与石板碰撞的极短时间内，合外力远小于内力，系统动量守恒。设重锤撞后停下，其动量传递给石板，而石板质量很大，故获得的速率很小。于是在相撞的极短时间内，石板向下的位移也很小，还不致挤压人体致伤。实际上，石板还来不及将打击力传递给人便破碎了。（注意：未经训练者请勿做此实验）

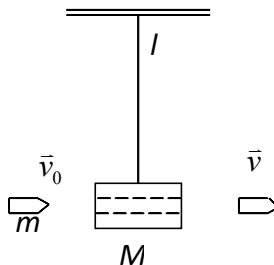
2. 试比较螺旋桨飞机、喷气式飞机和火箭飞行原理的主要差别。

答：**螺旋桨飞机**：根据作用力与反作用力原理，利用空气对螺旋桨的反作用力作为其飞行的动力，不能在太空（真空）中飞行。**喷气式飞机**：根据动量守恒原理，利用向后喷出燃气来获得向前的动量。它不依赖空气的反作用力，但一般喷气式飞机需要从大气中吸入空气才能使燃料燃烧，所以它也不能在太空（真空）中飞行。**火箭**：根据动量守恒原理，利用向后喷出燃气来获得向前的动量，但它自身携带燃料和氧化剂，因此可以在太空（真空）中飞行。

四、计算题：

1. 质量为 $M=1.5 \text{ kg}$ 的物体，用一根长为 $l=1.25 \text{ m}$ 的细绳悬挂在天花板上。今有一质量为 $m=10 \text{ g}$ 的子弹以 $v_0=500 \text{ m/s}$ 的水平速度射穿物体，刚穿出物体时子弹的速度大小 $v=30 \text{ m/s}$ ，设穿透时间极短。求：

- (1) 子弹刚穿出时绳中张力的大小；
- (2) 子弹在穿透过程中所受的冲量。



解：(1) 因子弹穿透时间极短，故可认为穿透过程中物体未离开平衡位置。因此，作用于子弹、物体组成的系统上的外力均在竖直方向，故系统在**水平方向**动量守恒。令子弹穿出时物体的水平速度为 v'

则由

$$mv_0 = mv + Mv'$$

有物体的水平速度为

$$v' = \frac{m}{M}(v_0 - v) = \frac{10 \times 10^{-3}}{1.5} \times (500 - 30) \approx 3.13 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})$$

由牛顿第二定律有

$$T - Mg = M \frac{v'^2}{l} \quad (\text{物体作旋转运动})$$

于是子弹刚穿出时绳中张力的大小为 $T = Mg + M \frac{v'^2}{l} = 1.5 \times 9.8 + 1.5 \times \frac{3.13^2}{1.25}$

$$T = 26.5 \text{ (N)}$$

(2) 设子弹在穿透过程中所受的冲力为 f ， \vec{v}_0 方向为正方向，则由动量定理有

$$f\Delta t = mv - mv_0$$

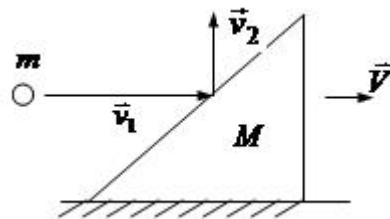
故子弹在穿透过程中所受的冲量

$$f\Delta t = 10 \times 10^{-3} \times (30 - 500) = -4.7 \text{ (N} \cdot \text{s)}$$

式中负号表示冲量方向与 \vec{v}_0 方向相反。

2. 如图所示，质量为 M 的滑块正沿着光滑水平地面向右滑动，一质量为 m 的小球水平向右飞行，以速度 \vec{v}_1 （对地）与滑块斜面相碰，碰后竖直向上弹起，速率

为 \vec{v}_2 （对地）。若碰撞时间为 Δt ，试计算此过程中滑块对地的平均作用力和滑块速度增量的大小。



解：（1） m 与 M 相碰，设 M 对 m 的竖直平均冲力为 \bar{F} ，

由动量定理有

$$(\bar{F} - mg)\Delta t = mv_2 - 0$$

忽略重力 mg ，可得：

$$\bar{F} = \frac{mv_2}{\Delta t}$$

由牛顿第三定律， M 受 m 竖直向下平均冲力也是 $\bar{F} = \frac{mv_2}{\Delta t}$ 。

对于 M ，设地面支持力为 \bar{N} ，有

$$\bar{N} - Mg - \bar{F} = 0, \quad \bar{N} = Mg + \bar{F} = Mg + \frac{mv_2}{\Delta t}$$

M 对地的平均作用力为: $\bar{N} = Mg + \frac{mv_2}{\Delta t}$,

方向竖直向下。

(2) 以 m 和 M 为研究对象, 系统在水平方向不受外力作用, 动量守恒, 故有

$$mv_1 + MV = M(V + \Delta V)$$

式中 V 为滑块对地速度, 所以滑块速度增量的大小为 $\Delta V = \frac{m}{M}v_1$

3. 有一水平运动的皮带将砂子从一处运到另一处, 砂子经一垂直的静止漏斗落到皮带上, 皮带以恒定的速率 v 水平地运动。忽略机件各部位的摩擦及皮带另一端的其它影响, 试问:

(1) 若每秒有质量为 $\Delta M = \frac{dM}{dt}$ 的砂子落到皮带上, 要维持皮带以恒定速率 v 运动, 需要多大的功率?

(2) 若 $\Delta M = 20 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $v = 1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 水平牵引力多大? 所需功率多大?

解: (1) 设 t 时刻落到皮带上的砂子质量为 M , 速率为 v ;

$t + dt$ 时刻, 皮带上砂子的质量为 $M + dM$, 速率也是 v 。

根据动量定理, 砂子在 dt 时间受到水平方向的冲量

$$Fdt = (M + dM)v - (Mv + dM \cdot 0) = dM \cdot v$$

所以得砂子在水平方向受到冲力为 $F = v \frac{dM}{dt} = v \cdot \Delta M$

由牛顿第三定律, 砂子对皮带的水平方向作用力大小也是 F 。为维持皮带作匀速运动, 动力源

对皮带的牵引力大小也等于 F , 且与 \vec{F} 同向, 因而, 动力源提供的功率为

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = v^2 \Delta M = v^2 \frac{dM}{dt}$$

(2) 将题中数据代入(1)中结果得水平牵引力大小为

$$F'' = v \Delta M = v \frac{dM}{dt} = 1.5 \times 20 = 30(\text{N})$$

所需功率 $P = v^2 \Delta M = 1.5^2 \times 20 = 45(\text{W})$