

西南交通大学 2018-2019 学年第(II)学期半期考试试卷

课程代码 3271018 课程名称 复变函数 A 考试时间 90 分钟

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

阅卷教师签字: _____

一、填空题(每小题 5 分, 共 20 分)

1. $(1+i)^{2019} =$ _____ ;

2. $\operatorname{Ln}(-1-i) =$ _____ ;

3. 积分 $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 + 2z + 2} =$ _____;

4. 复数域下求方程 $1 + e^z = 0$ 的解 $z =$ _____;

二、解答题 (每小题 8 分, 共 24 分)

5. 设

$$f(z) = x^2 + iy$$

试论述 $f(z)$ 在何处可微? 何处解析? 若可微, 求出 $f'(z)$; (8 分)

6. 计算积分 $\int_C (x^2 + y + ix^2) dz$, 积分路径 C 是连接由 0 到 $1-i$ 的直线段; (8 分)

7. 验证 $u(x, y) = x^2 + xy - y^2$ 是 z 平面上的调和函数, 并求以此为实部的解析函数 $f(z)$, 使其满足 $f(i) = -1 + i$; (8 分)

三、计算下列积分(第 8、9 小题各 8 分, 第 10、11 小题各 10 分, 共 36 分)

8. $\oint_{|z|=2} \frac{\cos \pi z}{(z-1)^5} dz$; (逆时针)

9. $\oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{(z^2+1)(z^2+4)}$; (逆时针)

10. 求积分 $\oint_C \frac{e^z}{z} dz$ ($C: |z|=1$) , 并证明 $\int_0^\pi e^{\cos \theta} \cos(\sin \theta) d\theta = \pi$.

11. 试沿区域 $\text{Im}(z) \geq 0, \text{Re}(z) \geq 0$ 内的圆弧 $|z|=1$, 计算积分 $\int_1^i \frac{\ln(z+1)}{z+1} dz$ 的值;

四、综合迁移题 (共 20 分)

12. 设 C 是从原点到点 $3+4i$ 的直线段, 试求积分 $\int_C \frac{1}{z-i} dz$ 绝对值的一个上界; (8 分)

13. 试求多值函数 $f(z) = \sqrt[4]{(1-z)^3(1+z)}$ 在割去线段 $[-1,1]$ 的 z 平面上可以分出四个单值解析分支. 求函数在割线上岸取正值的那个分支在点 $z=i$ 的值. (12 分)