《大学物理 AI》作业　　No.08　静电场中的导体和电介质

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 ______

******************************本章教学要求******************************

1、理解静电平衡的条件，理解静电感应、静电屏蔽的原理；

2、掌握静电平衡时导体表面感应电荷的分布和电场、电势的计算；

3、了解电介质的极化现象和微观解释，理解电位移矢量 $\vec{D}$ 的定义，确切理解电介质中的高斯定理，并能利用它求解有电介质存在时具有一定对称性的电场问题；

4、理解电容的定义，掌握电容器电容的计算方法；

5、掌握电容器的储能公式，理解电场能量密度的概念，并能计算电荷系的静电能；

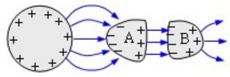
6、理解电流强度和电流密度的概念，理解恒定电场的特点及电源电动势的概念。

一、选择题:

1．把A，B 两块不带电的导体放在一带正电导体的电场中，如图所示。 设无限远处为电势零点，A 的电势为U_A，B的电势为U_B，则

[**D**]　(A) $U_B > U_A \neq 0$　　(B) $U_B > U_A = 0$

(C) $U_B = U_A$　　(D) $U_B < U_A$



解：电力线如图所示，电力线指向电势降低的方向，所以 $U_B < U_A$。

2．半径分别为 R 和 r 的两个金属球，相距很远。用一根细长导线将两球连接在一起并使它们带电。在忽略导线的影响下，两球表面的电荷面密度之比为

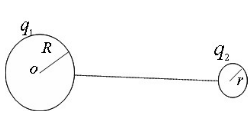
[**D**]　(A) R/r　　(B) R^2/r^2

(C) r^2/R^2　　(D) r/R

解：两个金属球用导线相接意味着它们的电势相等，

设它们各自带电为q_1、q_2，选无穷远处为电势0点，那么有：

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$，我们对这个等式变下形



$$\frac{q_1\cdot R}{4\pi\varepsilon_0 R\cdot R}=\frac{q_2\cdot r}{4\pi\varepsilon_0 r\cdot r}\Rightarrow \sigma_1 R=\sigma_2 r$$，即面电荷密度与半径成反比。所以选D。

3. 在一个孤立的导体球壳内，若在偏离球中心处放一个点电荷，则在球壳内、外表面上将出现感应电荷，其分布将是：

(A)　内表面均匀，外表面也均匀.

(B)　内表面不均匀，外表面均匀.

(C)　内表面均匀，外表面不均匀.

(D)　内表面不均匀，外表面也不均匀.　　[B]

4. 将一空气平行板电容器接到电源上充电到一定电压后，断开电源。再将一块与极板面积相同的金属板平行地插入两极板之间，则由于金属板的插入及其所放位置的不同，对电容器储能的影响为：

[**A**] (A) 储能减少，但与金属板位置无关；

(B) 储能减少，但与金属板位置有关；

(C) 储能增加，但与金属板位置无关；

(D) 储能增加，但与金属板位置有关。

解：充电后断开电源，则电容上电量保持不变，插入平板金属板，使电容增加(与金属板位置无关)，由电容器储能公式$W=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C}$可知，$C$ 增加时，储能减少。

分析：插入金属板后，相当于两个电容器串联，$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$,其中，$C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1},C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{d_2}$，

于是：$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1+d_2}$, $d_1+d_2<d$,且数值不变，所以，电容器的电容增加，并且与金属板的位置无关。

5．一平行板电容器充电后仍与电源连接，若用绝缘手柄将电容器两极板间距离拉大，则极板上的电荷 Q、电场强度的大小 E 和电场能量 W 将发生如下变化

[**B**] (A) Q 增大，E 增大，W 增大 (B) Q 减小，E 减小，W 减小

(C) Q 增大，E 减小，W 增大 (D) Q 增大，E 增大，W 减小

解：不断开电源使电容器两极板间距离拉大

极板上电势差 U 将保持不变

由 $C=\varepsilon_0 S/d$ 得电容值减小

由 $Q=CU$ 得极板上的电荷 Q 减小

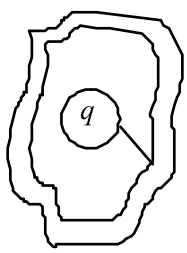
由 $E=U/d$ 得电场强度 E 减小大

由 $W=\frac{1}{2}CU^2$ 得电场能量 W 减小 **选 B**

二、填空题:

1. 在一不带电荷的导体球壳的球心处放一点电荷，并测量球壳内外的场强分布．如果将此点电荷从球心移到球壳内其它位置，重新测量球壳内外的场强分布，则将发现球壳内场强分布将______（选填变化、不变），球壳外的场强将______（选填变化、不变）。

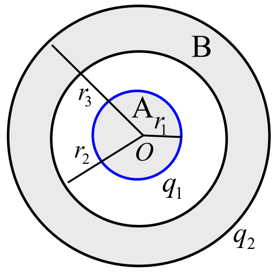
解：变化，不变



2.如图所示，一球形导体，带有电荷 q，置于一任意形状的空腔导体中．当用导线将两者连

接后，则与未连接前相比系统静电场能量将________（选填增大、减小、不变）。

解：减小。在两者连接之前，空腔内部有电场，即空腔内部空腔内的电场能量不为零。而两者连接之后，空腔内部电场为零，外部电场不变，即空腔内部电场能量为零，外部电场能量和原来一样，那么系统电场能量将减小。

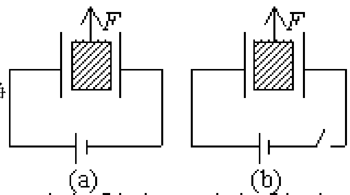


3．一半径$r_1 = 5$ cm的金属球A，带电荷$q_1 = +2.0\times10^{-8}$ C，另一内半径为$r_2 = 10$ cm、外半径为$r_3 = 15$ cm的金属球壳B， 带电荷$q_2 = +4.0\times10^{-8}$ C，两球同心放置，如图所示。若以无穷远处为电势零点，则A球电势U_A = ___5400V___，B球电势U_B = ___3600V。($\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ \dfrac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$)

解：由于静电感应，金属球 A 表面带净电荷 $q_1 = +2.0\times10^{-8}$ C，金属球 B 内表面带净电荷 $q_{内} = -2.0\times10^{-8}$ C ，外表面带净电荷 $q_{外} = q_1 + q_2 = +6.0\times10^{-8}$ C，则由金属球面内、外区域电势分布规律和电势叠加原理得

$$A\text{ 球电势 } \mathrm{U}_A = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_{内}}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{q_{外}}{4\pi\varepsilon_0 r_3} = 5400\ \mathrm{V}$$

$$B\text{ 球电势 } \mathrm{U}_B = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_{内}}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_{外}}{4\pi\varepsilon_0 r_3} = 3600\ \mathrm{V}$$



充电后仍与电源连接　　充电后与电源断开

4．用力F把电容器中的电介质板拉出，在图(a) 的情况下电容器中储存的静电能量将_减少_，在图(b) 的情况下电容器中储存的静电能量将_增加_。

解：用力F把电容器中的电介质板拉出，电容减少：

（a）充电后保持与电源相连，那么电容器的两极板间的电势差不变，根据$W = \dfrac{1}{2}C(\Delta U)^2$,得出，静电能是减少的。

（b）充电后断开电源，那么电容器的极板上的电量不变，根据$W = \dfrac{Q^2}{2C}$,得出，静电能是增加的。

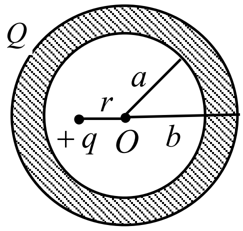
5． 在电容为 C_0 的平行板空气电容器中，平行地插入一厚度为两极板距离一半的金属板，则电容器的电容 C＝$2C_0$。

解：由平行板电容器电容公式 $C_0 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$，平行地插入厚 $\dfrac{d}{2}$ 的金属板，相当于间距减小一半，所以

$$C_0=\frac{\varepsilon_0 S}{d/2}=2C_0。$$

三、计算题:

1. 如图所示，一内半径为 a、外半径为 b 的金属球壳，带有电量 Q，在球壳空腔内距离球心 r 处有一点电荷 q，设无限远处为电势零点，试求：



(1) 球壳内外表面上的电荷;

(2) 球心 O 点处，由球壳内表面上电荷产生的电势;

(3) 球心 O 点处的总电势。

解：(1) 由静电感应和高斯定理可知，球壳内表面带电 $-q$，外表面带电 $q+Q$。

(2) 球壳内表面上分布不均匀，但距球心 O 点都是 a，由电势叠加原理，在 O 点产生的电势为：

$$U=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}。$$

(3) 由电势叠加原理，球心 O 处电势由点电荷 q、内表面电荷$-q$、外表面电荷共同产生，为

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 b}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{a}+\frac{1}{b})+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}。$$

2.一圆柱形电容器，内圆柱半径为 R_1，外圆柱半径为 R_2, 长为 $L[L>>(R_1-R_2)]$，两圆柱之间充满相对介质常数为 ε_r 的各向同性均匀介质。设内外圆柱单位长度上带电量（即电荷线密度）分别为 λ 和 $-\lambda$，求:

(1) 电容器的电容.

(2) 电容器储存的能量.

解：（1）由高斯定理可得两圆柱间场强大小为：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$，方向沿径向。

两圆柱间电势差为：$U_1-U_2=\int_{R_1}^{R_2}Edr=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{dr}{r}=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

根据电容的定义，得：$C=\dfrac{Q}{U_1-U_2}=\dfrac{\lambda L}{\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\dfrac{R_2}{R_1}}=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$

（2）电容器储存能量为：$W=\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{\lambda^2L^2}{2\times\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}}=\dfrac{\lambda^2 L\ln\dfrac{R_2}{R_1}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$

3．一电容为 C 的空气平行板电容器，接端电压为 U 的电源充电后随即断开。试求把两个极板间距离增大至 n 倍时外力所作的功。

解：

解：断开电源后电容器极板上所带电荷 $q=CU$ 将保持不变

而电容值由 $C=\varepsilon_0 S/d\rightarrow C'=\varepsilon_0 S/(nd)=C/n$

电容器储存的静电能(电场能量)由

$$W=\frac{1}{2}q^2/C\to W'=\frac{1}{2}q^2/C'=\frac{1}{2}(nq^2)/C$$

$$\Delta W=W'-W=\frac{1}{2}(nq^2)/C-\frac{1}{2}q^2/C>0$$

能量增加来源于拉开极板间距离时外力所作之功

$$A=\frac{1}{2}(nq^2)/C-\frac{1}{2}q^2/C=\frac{1}{2}(q^2/C)(n-1)$$

$$=\frac{1}{2}CU^2(n-1)$$