西南交通大学 2019-2020 学年第（一）学期考试试卷

课程代码 1271031 **课程名称** 概率论与数理统计 B（A 卷） **考试时间** 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	总成绩
得分							
阅卷教师签字							

附表：$\Phi(1.96)=0.9750$，$t_{0.05}(48)\approx z_{0.05}=1.645$，$t_{0.025}(48)\approx z_{0.025}=1.96$

一．选择题：（24 分，每个题 4 分）

1. 设随机事件 A, B, C 两两独立，则 A, B, C 相互独立的充分必要条件为（　　）。

   A. AB 与 AC 独立　　B. AB 与 A∪C 独立

   C. A 与 BC 独立　　D. A∪B 与 A ∪C 独立

2. 若随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=k\}=\dfrac{\lambda^k}{c\cdot k!}, (\lambda>0; k=0,1,2,3,\cdots)$，则 $c=$（　　）。

   A. $e^{-\lambda}$；　B. e^{λ}；　C. $e^{-\lambda}-1$；　D. $e^{\lambda}-1$

3. 已知风速 X 是一个随机变量，它在 $[0,\ a]$ 上服从均匀分布，而飞机两翼上受到的压力 Y 与风速的平方成正比，即 $Y=kX^2\ (k>0)$，则 $E(Y)=$（　　）。

   A. $\frac{1}{2}ka$；　B. $\frac{1}{2}ka^2$；　C. $\frac{1}{3}ka$；　D. $\frac{1}{3}ka^2$.

4. 将一枚硬币重复的抛掷 n 次，用 X 和 Y 分别表示正面朝上的次数和反面朝上的次数，则 X 与 Y 的协方差 $Cov(X,Y)=$（　　）。

   A. $-\frac{1}{4}n$；　B. $-\frac{1}{2}n$；　C. $\frac{1}{2}n$；　D. $\frac{1}{4}n$

5. 设总体 X 服从期望为 θ 的指数分布，其中 $\theta>0$ 是未知参数。$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自该总体的简单随机样本，$X_{(1)}\le X_{(2)}\le\cdots\le X_{(n)}$ 是相应的顺序统计量，下列估计量中不是 θ 的无偏估计量的是（　　）

   A. $\overline{X}$　　B. $nX_{(1)}$

   C. $\frac{2}{3}\overline{X}+\frac{1}{3}nX_{(1)}$　　D. $\frac{2}{3}\overline{X}+\frac{1}{3}X_{(1)}$

班级＿＿＿＿　学号＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿

密封装订线　密封装订线　密封装订线

6. 以下结论正确的是（ ）。

A. 区间估计得到的置信区间是未知参数所处的范围，因此给定的置信水平越高，则范围越大，从而估计效果也好。

B. 在给定的置信水平下，未知参数的置信区间是唯一的。

C. 在给定的置信水平下，区间估计的具体区间依赖于样本。

D. 未知参数是一个确定的数，这个数是多少不知道，需要用给定的样本去估计，因此，它估计方法和估计值是唯一的。

二．填空题（24 分，每个题 4 分）

1. 设随机变量 X 在区间（0, 1）上服从均匀分布，在 $X=x$（$0<x<1$）的条件下，随机变量 Y 在区间（$0,x$）上等可能随机取值，则概率 $P\{X+Y>1\}=$____________。

2. 已知随机变量 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim U(-1,1)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)=$____________

3. 已知随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，且 $X_1\sim U(0,6)$，$X_2\sim N(1,3)$，$X_3\sim Exp(3)$，若 $Y=X_1-2X_2+3X_3$，则 $D(Y)=$____________。

4. 设总体 $X\sim N(0,2)$，从中抽取简单随机样本 X_1,X_2,X_3,X_4，则统计量 $\dfrac{(X_1+X_2)^2}{(X_3-X_4)^2}$ 服从的分布是____________。

5. 设总体 $X\sim N(3.4,\ 6^2)$，从中取出一个容量为 n 的样本，若要使 $P\{1.4<\overline{X}\le 5.4\}\ge 0.95$ 成立，则 n 的值至少为____________。

6. 已知总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个简单随机样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是相应的观测值，则 $P\{X=0\}$ 的矩估计值为____________。

三．（13 分）设二维连续型随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x,\ 0<x<1\\ 0, & \text{其　他}\end{cases}$$

试求：（1）条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

（2）$P\left\{Y>\frac{1}{2}\middle|X>\frac{1}{2}\right\}$；

（3）$P\left\{Y>\frac{1}{3}\middle|X=\frac{1}{2}\right\}$。

四．（13 分）设系统 L 由两个相互独立的子系统 L_1，L_2 连接而成，连接的方式为：（1）串联，（2）并联，设 L_1，L_2 的寿命分别为 X 与 Y，其密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}\alpha e^{-\alpha x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases},\qquad f_Y(y)=\begin{cases}\beta e^{-\beta y}, & y\ge 0\\ 0, & y<0\end{cases}$$

其中 $\alpha>0$，$\beta>0$，且 $\alpha\ne\beta$，试分别就以上两种方式写出 L 的寿命 Z 的概率密度函数。

五．（13 分）设总体 X 的分布律如下表：

X	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0<\theta<1)$ 是未知参数。已知取得了样本值 $x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=1$，$x_4=3$。试求参数 θ 的矩估计值和最大似然估计值。

六．（13 分）某班学生上周平均伙食费为 235.5 元。现在从该班同学中随机抽取 49 个同学，这 49 个同学本周的平均伙食费为 236.5 元，且由这 49 个个体计算出的样本标准差为 3.5 元。假设该班同学周伙食费 X 服从正态分布，试在显著性水平 $\alpha=0.05$ 之下，检验“本周该班同学平均伙食费较之上周无变化”的假设。