

10、计算

11、计算广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$.

12、已知 $f(x)$ 为可导函数， $f(2)=\frac{1}{2}$ ， $f'(2)=0$ ， $\int_0^2 f(x)dx=1$ ，求 $I = \int_0^1 x^2 f''(2x)dx$.

13、求微分方程 $x^2 y' + xy = y^2$ 满足初值条件 的特解.

四. 解答题（每小题 9 分，共 27 分）

14、一辆公共汽车能容纳 60 人. 每次租用该辆车乘客人数 x 和每位乘客需支付的费用 p (元) 之间的关系为: $p = [3 - (x/40)]^2$. 写出汽车公司每次租车得到的总收入 $r(x)$ 的表达式. 使边际收入 dr/dx 等于零的每次旅行的人数是多少? 相应的费用 p 是多少?

15、设连续函数 $f(x)$ 满足: $f(x) = e^x + \int_0^x (t-x)f(t)dt$, 求 $f(x)$.

16、设直线 $y = ax$ ($0 < a < 1$) 与抛物线 $y = x^2$ 所围成图形的面积为 S_1 , 它们与直线 $x = 1$ 所围成图形的面积为 S_2 , 试确定 a 的值, 使 $S_1 + S_2$ 达到最小, 并求出最小值.

五. 证明题（第 17 题 5 分，共 5 分）

17、设 $f(t)$ 在 $[0,1]$ 上连续且单调递增，证明：对于任意 $x \in (0,1)$ ，有：
$$\frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt < \int_0^1 f(t) dt .$$