西南交通大学 04-05 学年（二）学期考试试卷答案

课　程：<u>　理论力学 B　</u>　　　　　　　　　　时间 <u> 150 分钟 </u>

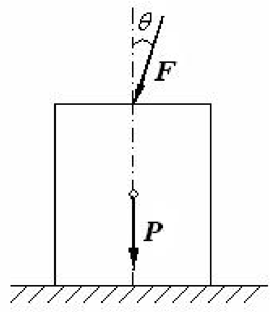
一．选择题（每题 3 分。请将答案的序号填入划线内）。

1．空间力偶矩是________④_________。

① 代数量；　　　　　　　　　② 滑动矢量；

③ 定位矢量；　　　　　　　　④ 自由矢量，

2．物块重 Q，放在粗糙的水平面上，其摩擦角 $\varphi_{\mathrm{f}} = 20°$，若力 F 作用于摩擦角之外，并已知 $\theta = 30°$，$F = P$，物体是否能保持静止①__。



① 能；　　　② 不能；　　　③ 处于临界状态；

④ P 与 F 的值较小时能保持静止，否则不能。

注：物块不会翻倒

3．已知点沿 x 轴作直线运动，某瞬时速度为 $v_{\mathrm{x}} = \dot{x} = 2$ (m/s)，瞬时加速度为 $a_x = \ddot{x} = -2$ (m/s^2)，则一秒种以后的点的速度的大小_______④_______。

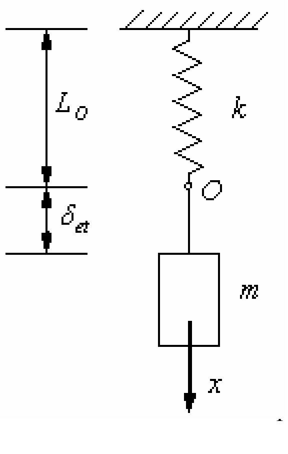
① 等于零；　　　　　　② 等于－2（m/s）；

③ 等于－4(m/s)；　　　④ 无法确定。

4．刚体作定轴转动时，刚体上点的切向加速度为___②_______，法向加速度为____③____。

① $\vec{r} \times \vec{\alpha}$　　② $\vec{\alpha} \times \vec{r}$　　③ $\vec{\omega} \times \vec{v}$　　④ $\vec{v} \times \vec{\omega}$

5．已知物体的质量为 m，弹簧的刚度为 k，原长为 L_{o}，静伸长为 δ_{et}，如以弹簧原长末端为坐标原点、轴 Ox 铅直向下，则重物的运动微分方程为_①__。

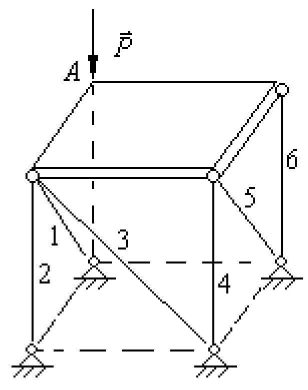


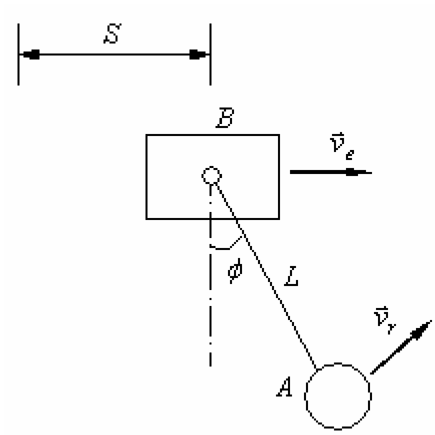
① $m\ddot{x} = mg - kx$　　② $m\ddot{x} = kx$

③ $m\ddot{x} = -kx$　　④ $m\ddot{x} = mg + kx$

二、填空题（每题 5 分。请将简要答案填入划线内。）

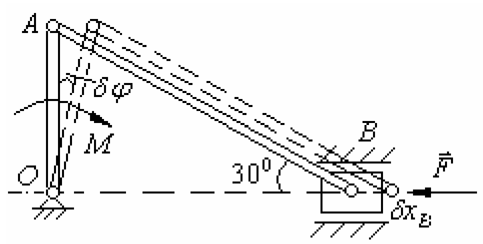
1. 图示矩形板（重量不计）用六根直杆固定的地面上(各杆重均不计)；杆端均为光滑球铰链。在 A 点作用铅直力 $\bar{P}$，则其中内力为零的杆是______杆 1、3、5；__________。





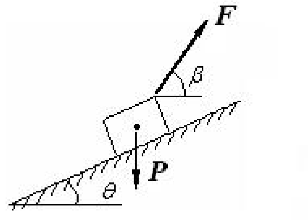
2. 如图所示，已知物块 B 按 $s = a + b\sin\phi$ 运动、且 $\phi = \omega t$（其中 a、b、ω 均为常量），杆长 L。若取小球 A 为动点，物体 B 为动坐标，则牵连速度 $v_e =$ $b\omega\cos\omega t$;________，相对速度 $v_r = L\omega$______（方向由图表示）。

3. 图示曲柄连杆相机构，已知曲柄 OA 长 L，重量不计，连杆 AB 长 $2L$，重 P，受矩为 M 的力偶和水平力 F 的作用，在图示位置平衡。若用虚位移原理求解，则必要的虚位移之间的关系为 $L \cdot \delta\varphi = \delta x_B$（方向在图中画出），力 F 的大小为 $F = \dfrac{M}{L}$________。



三．计算题（本题 10 分）

在图示物块中，已知：$\bar{P}$、θ 接触面间的摩擦角φ_m。试问：① β 等于多大时向上拉动物块最省力；② 此时所需拉力 F 为多大。



三．解：

（1）研究物块，作受力图，列平衡方程：

$$\sum F_x = 0，\quad F\cos(\beta-\theta) - P\sin\theta - F_S = 0 \qquad ①$$

$$\sum F_y = 0，\quad F\sin(\beta-\theta) - P\cos\theta + F_N = 0 \qquad ②$$

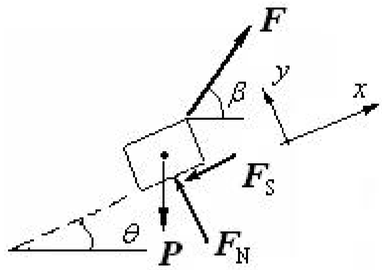
临界平衡条件 $F_S = f_S\, F_N = F_N \tan\varphi_m$ ③

③代入①，①+② $\tan\varphi_m$，得

$$F\cos(\beta-\theta) + F\sin(\beta-\theta)\cdot\tan\varphi_m - P\sin\theta - P\cos\theta\cdot\tan\varphi_m = 0$$

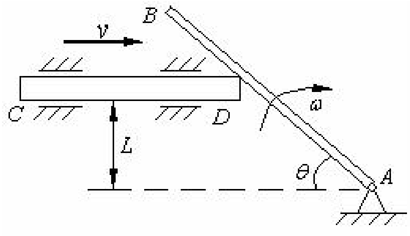
$$\Rightarrow F = \frac{P(\sin\theta + \cos\theta\cdot\tan\varphi_m)}{\cos(\beta-\theta) + \sin(\beta-\theta)\cdot\tan\varphi_m} = \frac{P\cdot\sin(\theta+\varphi_m)}{\cos(\beta-\theta-\varphi_m)}$$

当 $\beta = \theta + \varphi_m$ 时，$P_{\min} = P\cdot\sin(\theta+\varphi_m)$。



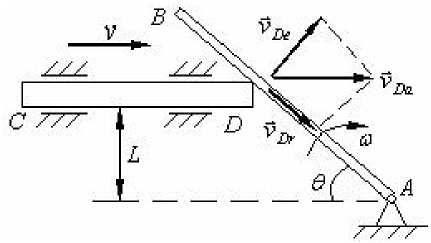
四、计算题（本题 10 分）

杆 CD 可沿水平槽移动，并推动杆 AB 绕轴 A 转动，L 为常数。试用点的合成运动方法求图示位置 $\theta=30°$时杆 CD 的绝对速度 v 。已知杆 AB 的角速度为 ω。



四．解：

以杆 CD 端点 D 为动点，动系建于 AB 杆上，定系建于地面。由点的速度合成定理：



$$\bar{v}_{Da}=\bar{v}_{De}+\bar{v}_{Dr}$$

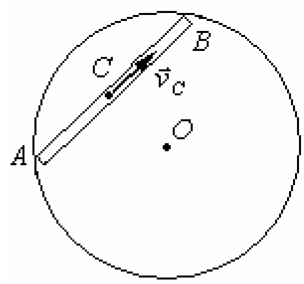
$$v_{Da}\cdot\sin\theta=v_{De}$$,

$$v_{De}=AD\cdot\omega_{AB}=\frac{L}{\sin\theta}\omega$$

$$\Rightarrow v=v_{Da}=\frac{v_{De}}{\sin\theta}=\frac{L}{\sin^2\theta}\omega=4L\omega$$

五、计算题（本题 10 分）

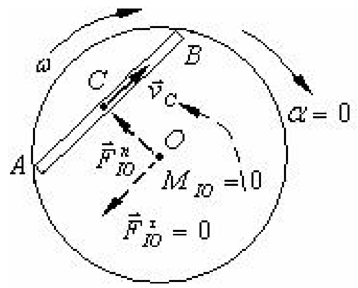
图示匀质细杆的端点 A、B 在固定圆环中沿壁运动。已知：杆长为 L、重为 P，质心 C 的速度大小为 v_C（常数），圆环半径为 r。试求惯性力系向圆心 O 简化的结果。



五．解：

匀质细杆 AB 作定轴转动，其转动角加速度 $\alpha = 0$，其质心加速度

$$a_C^\tau = OC \cdot \alpha = 0, \qquad a_C^n = \frac{v_C^2}{OC} = \frac{v_C^2}{\sqrt{r^2 - L^2/4}},$$



其惯性力系向圆心 O 简化结果（大小）：

$$M_{IO} = J_O \cdot \alpha = 0;$$

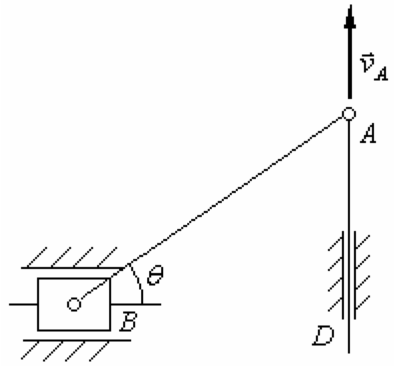
$$F_{IO}^\tau = Ma_C^\tau = 0,$$

$$F_{IO}^n = Ma_C^n = \frac{P}{g}\frac{v_C^2}{\sqrt{r^2 - L^2/4}}。$$

方向如图所示。

六、计算题（本题 10 分）

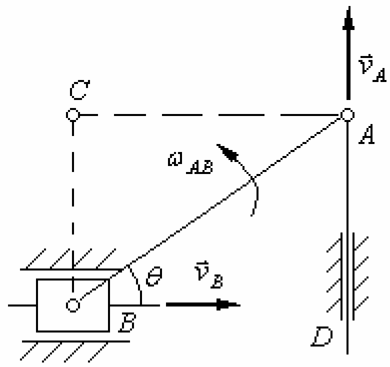
图示平面机构。已知：杆 AD 以 $\upsilon_A = 0.3$ m/s 匀速向上移动，$AB = 0.2$ m。试求：当 $\theta = 30°$时，滑块 B 沿水平导槽的速度和加速度。



六．解：

（1）求滑块 B 的速度：

根据 A、B 速度方向可知 C 为杆 AB 的速度瞬心。即有



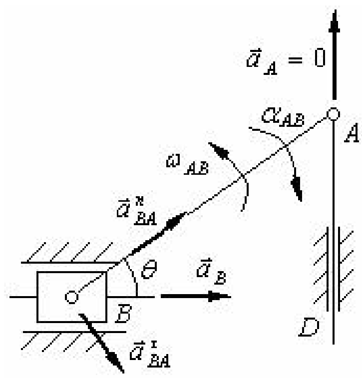
$$CA \cdot \omega_{AB} = v_A$$

$$\Rightarrow \qquad \omega_{AB} = \frac{v_A}{CA} = \frac{v_A}{AB\cos\theta}$$

$$v_B = CB \cdot \omega_{AB} = AB\sin\theta \cdot \frac{v_A}{AB\cos\theta} = v_A \tan\theta = 0.1\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$$

（2）求滑块 B 的加速度：

以 A 为基点，B 为动点，$a_A = 0$，根据加速度合成的基点法：



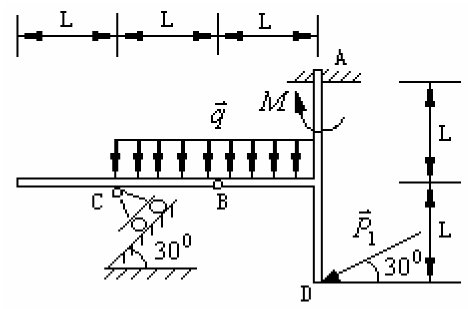
$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}^\tau_{BA} + \overline{a}^n_{BA} = \overline{a}^\tau_{BA} + \overline{a}^n_{BA}$$

在 BA 方向投影得 $\qquad a_B \cos\theta = a^n_{BA}$

$$\Rightarrow a_B = \frac{a^n_{BA}}{\cos\theta} = \frac{AB \cdot \omega^2_{AB}}{\cos\theta} = 0.4\sqrt{3}\ \mathrm{m/s^2}$$

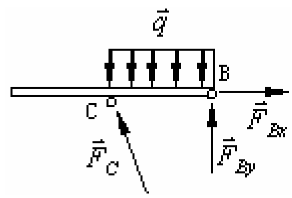
七、计算题（本题 15 分）

图示结构由丁字梁与直梁铰接而成，自重不计。已知：$P_1 = 2$ kN，$q = 0.5$ kN/m，$M = 5$ kN • m，$L = 2$ m。试求支座 C 及固定端 A 的约束力。



七．解：

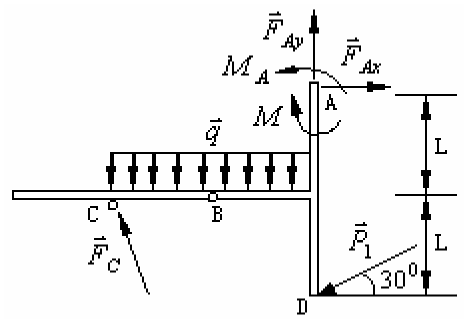
（1）研究杆 BC，作受力图，列平衡方程：



$$\sum M_B(\bar{F}) = 0\,, \qquad F_C \cos 30^0 \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad F_C = \frac{\sqrt{3}}{3} qL = \frac{\sqrt{3}}{3}\ \text{kN}$$

（2）研究整体，作受力图，列平衡方程：



$$\sum F_x = 0\,, \qquad -F_C \sin 30^0 - P_1 \cos 30^0 + F_{Ax} = 0$$

$$\Rightarrow \quad F_{Ax} = F_C \sin 30^0 + P_1 \cos 30^0 = \frac{7}{6}\sqrt{3}\ \text{kN}$$

$$\sum F_y = 0\,, \quad F_C \cos 30^0 - q \cdot 2L - P_1 \sin 30^0 + F_{Ay} = 0$$

$$\Rightarrow F_{Ay} = -F_C \cos 30^0 + q \cdot 2L + P_1 \sin 30^0 = 2.5\ \text{kN}$$

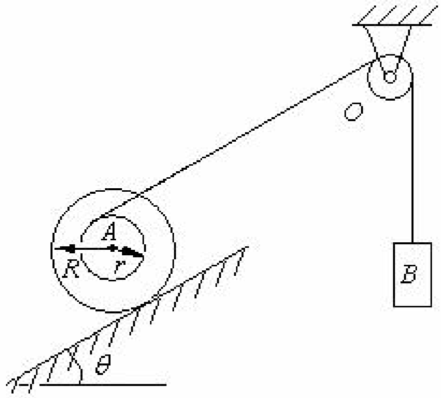
$$\sum M_A(\bar{F}) = 0\,,$$

$$M_A - M - P_1 \cos 30^0 \cdot 2L + 2qL \cdot L - F_C \cos 30^0 \cdot 2L - F_C \sin 30^0 \cdot L = 0$$

$$\Rightarrow M_A = M + P_1 \cos 30^0 \cdot 2L - 2qL^2 + F_C \cos 30^0 \cdot 2L + F_C \sin 30^0 \cdot L$$
$$= (3 + \frac{13}{3}\sqrt{3}\ )\text{kN} \cdot \text{m}$$

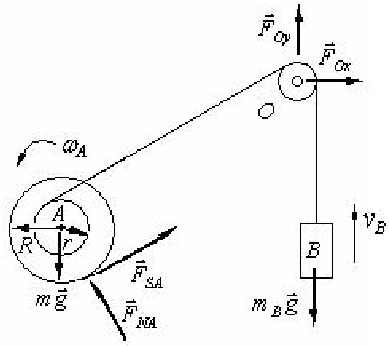
八、计算题（本题 15 分）

在图示机构中，鼓轮质量 $m = 30$ kg，轮半径 $R = 30$ cm，轮轴半径 $r = 15$ cm，对中心轴 A 的回转半径 $\rho = 20$ cm，沿斜面作纯滚动，$\theta = 30°$，定滑轮 O 质量不计，绳的倾斜段与斜面平行。当物体 B 上升 2 m 时，其速度由 1.5 m/s 增中到 4.5 m/s，试求物体 B 的质量。



八．解：

研究整体，作受力图，利用动能定理求解。



（1）系统动能：

$$T_1 = T_{A1} + T_{B1} = [\frac{1}{2}J_A\omega_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_A v_{A1}^2] + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2$$
$$= [\frac{1}{2}m\rho^2 \cdot (\frac{v_1}{R+r})^2 + \frac{1}{2}m \cdot (R \cdot \frac{v_1}{R+r})^2] + \frac{1}{2}m_B v_1^2$$

$$T_2 = T_{A2} + T_{B2} = [\frac{1}{2}J_A\omega_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2] + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2$$
$$= [\frac{1}{2}m\rho^2 \cdot (\frac{v_2}{R+r})^2 + \frac{1}{2}m \cdot (R \cdot \frac{v_2}{R+r})^2] + \frac{1}{2}m_B v_2^2$$

这里 $v_1 = 1.5\,\text{m/s}$，$v_2 = 4.5\,\text{m/s}$， $s_B = 2\,\text{m}$

（2）系统所受外力功，考虑到理想约束力作功之和为 0：

$$\sum W_{12} = -m_B g \cdot s_B + mg \cdot (R \cdot \frac{s_B}{R+r})\sin\theta$$

（3）根据动能定理：

$$T_2 - T_1 = \sum W_{12}$$

$$m \cdot \frac{\rho^2 + R^2}{2(R+r)^2} \cdot (v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{2}m_B(v_2^2 - v_1^2) = -m_B g \cdot s_B + mg \cdot \frac{R}{R+r} \cdot s_B \sin\theta$$

$$m_B = \frac{2g \cdot \frac{R}{R+r} \cdot s_B \sin\theta - \frac{\rho^2 + R^2}{(R+r)^2} \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{v_2^2 - v_1^2 + 2gs_B} \cdot m = 0.793\ \text{kg}$$