

《大学物理 AII》作业 No.7 光的量子理论

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

*****本章教学要求*****

- 1、理解热辐射、黑体、单色辐射本领、总辐射本领等概念。
 - 2、理解黑体辐射实验规律和普朗克能量子假设。
 - 3、理解爱因斯坦光子理论,掌握光电效应方程、康普顿散射公式及相关应用。
 - 4、理解光的波粒二象性特征。
 - 5、理解氢原子光谱的形成及玻尔的氢原子理论,能计算有关氢原子光谱的问题。
 - 6、理解原子能级跃迁的三种形式(自发辐射、受激辐射与受激吸收)、掌握激光产生的原理与激光器的基本结构。
-

一、判断题: (用“T”和“F”表示)

[F] 1. 光电效应中光电子的出现,靶材料需要对入射光能量进行累积,电流出现的时间在一微秒时长以上。

解: 无累积效应, 在 1 纳秒以下。

[T] 2. 光电效应中,光子与电子的相互作用形式是非弹性碰撞,光子被电子“吸收”;而在康普顿效应中,光子与电子的相互作用形式是完全弹性碰撞,可用能量守恒计算光子的能量。

解: 就光子与电子的相互作用形式而言,光电效应中,二者是完全非弹性碰撞;康普顿效应中,二者是弹性碰撞。

[F] 3. 在光电效应实验中,电子得到能量的多少应与入射光的光强有关,与入射光的照射时间有关,而与入射光的频率无关。

解: 根据爱因斯坦的光子理论,在光电效应实验中一个电子吸收一个光子的能量,显然电子得到的能量是由入射光的频率决定的。

[F] 4. 康普顿散射的散射光中只有比入射光波长更长的波长出现。

解：散射光中既有原来波长的成分，也有波长增长的成分。

[F] 5. 氢原子光谱线的巴尔末系是氢原子所有激发态向基态跃迁而形成。

解：里德伯公式中， $\tilde{\lambda} = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2})$ ，巴耳末系： $k=2$ ，而基态是 $k=1$ 。

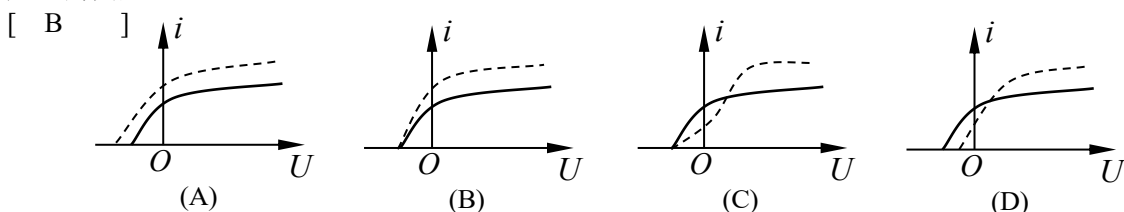
二、选择题：

1. 在激光器中利用光学谐振腔

- [C] (A) 可提高激光束的方向性，而不能提高激光束的单色性
(B) 可提高激光束的单色性，而不能提高激光束的方向性
(C) 可同时提高激光束的方向性和单色性
(D) 既不能提高激光束的方向性也不能提高其单色性

解：谐振腔单一方向增强，同时对频率选择二提高单色性。

2. 以一定频率的单色光照射在某种金属上，测出其光电流曲线在图中用实线表示。然后保持光的频率不变，增大照射光的强度，测出其光电流曲线在图中用虚线表示，则满足题意的图是



解：光的强度 $I = Nh\nu$ ，其中 N 为单位时间内通过垂直于光线的单位面积的光子数。保持光的频率 ν 不变，增大照射光强 I ，则光子数 N 增加，光电子数也随之增加，电流 i 也增加。给定光材料，截止电压只与频率有关，因此本问截止电压不变。 故选 B

3. 根据黑体辐射实验规律，若物体的热力学温度增加一倍，其总辐射能变为原来的[D]

- (A) 1 倍 (B) 2 倍
(C) 4 倍 (D) 16 倍

解：根据斯特潘-玻尔兹曼定律： $E(T) = \sigma T^4$ ，知如果物体的温度增加一倍，即 $T_2 = 2T_1 \Rightarrow E_2 = 16E_1$

4. 康普顿散射实验中，若散射光波长是入射光波长的 1.2 倍，则入射光光子能量 ε_0 与散射光光子能量 ε 之比为

- [B] (A) 0.8 (B) 1.2

(C) 1.6

(D) 2.0

解: $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = 1.2$ $\varepsilon_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$, $\lambda = 1.2\lambda_0$, 所以 $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = 1.2$

5. 假定氢原子原来是静止的, 则氢原子从 $n=3$ 的激发态直接通过辐射跃迁到基态的反冲速度大约为

[C] (A) $10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (B) $100\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (C) $4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (D) $400\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

(已知: 氢原子的质量 $m=1.67\times 10^{-27}\text{kg}$)

解: 从 $n=3$ 到 $n=1$ 辐射光子的能量为 $h\nu = E_3 - E_1$,

$$\text{动量大小为 } p_{\text{光}} = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c},$$

氢原子辐射光子前后动量守恒, 有 $0 = p_{\text{光}} - p_{\text{氢}}$, $p_{\text{氢}} = p_{\text{光}}$,

所以, 反冲速度为

$$v = \frac{p_{\text{氢}}}{m_{\text{氢}}} = \frac{h\nu/c}{m_{\text{氢}}} = \frac{-13.6 \times (\frac{1}{3^2} - 1) \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.67 \times 10^{-27} \times 3 \times 10^8} = 3.86 (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

三、填空题:

1. 设用频率为 ν_1 和 ν_2 的两种单色光, 先后照射同一种金属均能产生光电效应。已知金

属的红限频率为 ν_0 , 测得两次照射时的遏止电压 $|U_{a2}| = 3|U_{a1}|$, 则这两种单色光的频率关

系为 $\nu_2 = 3\nu_1 - 2\nu_0$ 。

解: 由光电效应方程 $h\nu = h\nu_0 + e|U|$, 得用频率为 ν_1 的单色光, 照射金属时其遏止

$$\text{电压为 } |U_{a1}| = \frac{h\nu_1 - h\nu_0}{e} \quad (\text{V})$$

$$\text{用频率为 } \nu_2 \text{ 的单色光, 照射金属时其遏止电压为 } |U_{a2}| = \frac{h\nu_2 - h\nu_0}{e}$$

题意两次照射时的遏止电压 $|U_{a2}| = 3|U_{a1}|$

$$\text{故这两种单色光的频率关系满足 } \frac{h\nu_2 - h\nu_0}{e} = 3 \times \frac{h\nu_1 - h\nu_0}{e}$$

$$\text{即有 } \nu_2 = 3\nu_1 - 2\nu_0$$

2. 按照原子的量子理论, 原子可以通过____自发辐射____、____受激辐射____两种辐射方式发光, 而激光是由____受激辐射____方式产生的。

3. 在康普顿效应实验中, 若散射光波长是入射光波长的 1.4 倍, 则散射光光子能量 ε 与反冲电子动能 E_K 之比为____2.5____。

解: 设入射光子能量为 E_0 , 则散射光光子能量 $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{1.4\lambda_0} = \frac{5}{7}E_0$

由能量守恒定律和题意有反冲电子动能为 $E_K = E_0 - \varepsilon = \frac{2}{7}E_0$

故散射光光子能量 ε 与反冲电子动能 E_K 之比为 $\frac{\varepsilon}{E_K} = \frac{\frac{5}{7}E_0}{\frac{2}{7}E_0} = 2.5$

4. 光子能量为 0.5 MeV 的 X 射线, 入射到某种物质上而发生康普顿散射。若反冲电子的能量为 0.1 MeV, 则散射光波长的改变量 $\Delta\lambda$ 与入射光波长 λ_0 之比为____0.25____。

解: 入射 X 射线光子能量为 $h\frac{c}{\lambda_0} = 0.5 \text{ Mev}$

由能量守恒定律和题意有出射 X 射线光子能量为 $h\frac{c}{\lambda} = 0.5 - 0.1 = 0.4 \text{ Mev}$

故由康普顿散射理论知散射光波长的改变量 $\Delta\lambda$ 与入射光波长 λ_0 之比为:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\frac{hc}{0.4} - \frac{hc}{0.5}}{\frac{hc}{0.5}} - 1 = 0.25$$

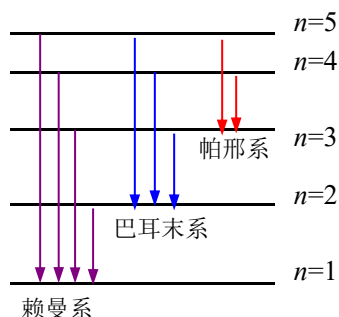
5. 处于基态的氢原子吸收了 13.06eV 的能量后, 可激发到 $n =$ ____5____ 的能级。当它跃迁回到各低能级态时, 可能辐射的光谱线中属于赖曼系的共有____4____条、巴耳

末系的共有 3 条、帕邢系的共有 2 条，其中人眼可见的为 3 条。

解：由波尔氢原子理论的跃迁公式 $h\nu = E_1(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$ 可得处于基态的氢原子吸收了 13.06eV 的能量后，能激发到的最高能级的量子数为

$$n = \sqrt{\frac{E_1}{E_1 - h\nu}} = \sqrt{\frac{-13.6}{-13.6 - (-13.06)}} = 5.0182 \approx 5$$

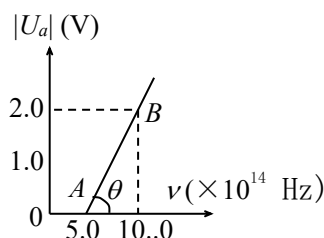
画出能级跃迁图如右，由此知跃迁回到基态时，可能辐射的光谱线中属于线系可见。其中可见光见如下表（A）。



四、计算题：

1. 图中所示为在一次光电效应实验中得出的曲线

- (1) 求证：对不同材料的金属，AB 线的斜率相同。
 - (2) 由图上数据求出普朗克恒量 h 。
- (基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$)



解：(1) 由爱因斯坦光电效应方程 $e|U_a| = h\nu - A$
 得遏止电压 $|U_a| = h\nu / e - A / e$
 即 $d|U_a| / d\nu = h / e$ (恒量)

由此可知，对不同金属，曲线的斜率相同。

(2) 由图知普朗克恒量

$$\begin{aligned} h &= etg\theta \\ &= 1.60 \times 10^{-19} \times \frac{2.0 - 0}{(10.0 - 5.0) \times 10^{14}} \\ &= 6.40 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

2. 设康普顿效应中入射 X 射线(伦琴射线)的波长 $\lambda = 0.800 \text{ \AA}$ ，散射的 X 射线与入射的 X 射线垂直，求：

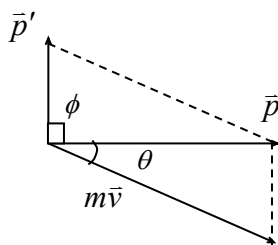
- (1) 散射角 $\varphi = 90^\circ$ 的康普顿散射波长是多少？
 - (2) 反冲电子的动能 E_K 。
 - (3) 反冲电子运动的方向与入射的 X 射线之间的夹角 θ 。
- (普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ，电子静止质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

解：令 \vec{p} 、 ν 和 \vec{p}' 、 ν' 分别为入射与散射光子的动量和频率， $m\vec{v}$ 为反冲电子的动量(如图)。因散射线与入射线垂直，散射角 $\phi = \pi/2$ ，因此由康普顿公式可求得散射 X 射线的波长

(1)

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + 2\lambda_c \sin^2 \frac{\phi}{2}$$

$$= 0.800 + 2 \times 0.024 \times \frac{1}{2} = 0.824(\text{\AA})$$



(2) 根据能量守恒定律

$$m_e c^2 + h\nu = h\nu' + mc^2$$

且

$$E_K = mc^2 - m_e c^2$$

得反冲电子的动能

$$E_K = h\nu - h\nu' = hc(\lambda' - \lambda)/(\lambda'\lambda) = 7.24 \times 10^{-17} \text{ J}$$

(2) 根据动量守恒定律 $\vec{p} = \vec{p}' + m\vec{v}$

则由图知

$$mv = \sqrt{p^2 + p'^2} = \sqrt{(h/\lambda)^2 + (h/\lambda')^2}$$

$$\cos \theta = \frac{p}{mv} = \frac{h/\lambda}{\sqrt{(h/\lambda)^2 + (h/\lambda')^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\lambda/\lambda')^2}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + (\lambda/\lambda')^2}} = 44.15^\circ$$

3. 氢原子光谱的巴耳末线系中，有一光谱线的波长为 4340 Å，试求：

(1) 与这一谱线相应的光子能量为多少电子伏特？

(2) 该谱线是氢原子由能级 E_n 跃迁到能级 E_k 产生的， n 和 k 各为多少？

(3) 最高能级为 E_5 的大量氢原子，最多可以发射几个线系，共几条谱线？

请在氢原子能级跃迁图中表示出来，并说明波长最短的是哪一条谱线。

解：(1) 与这一谱线相应的光子能量为：

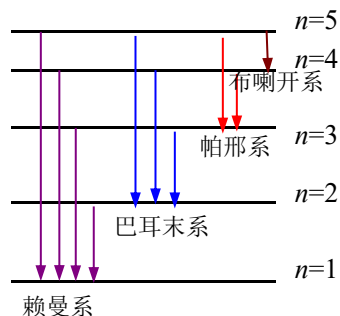
$$h\nu = hc/\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8}{4340 \times 10^{-10}} \approx 2.86 \text{ eV}$$

(2) 由于此谱线是巴耳末线系，必有 $k=2$

$$E_K = E_1/2^2 = -3.4 \text{ eV} \quad (E_1 = -13.6 \text{ eV})$$

$$E_n = E_1/n^2 = E_K + h\nu$$

$$n = \sqrt{\frac{E_1}{E_K + h\nu}} = 5$$



(3) 由右图氢原子能级跃迁图可知可发射四个线系，共有 10 条谱线

波长最短的是由 $n=5$ 跃迁到 $n=1$ 的谱线，波长为

$$\lambda = \frac{hc}{E_5 - E_1} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8}{[(-13.6/25) - (-13.6)] \times 1.60 \times 10^{-19}} = 952.15 \text{ \AA}$$

4. 如图所示，钨金属 M 的红限波长 $\lambda_0 = 230\text{nm}$ ($1\text{nm} = 10^{-9}\text{m} = 10\text{\AA}$)。今用单色紫外线照射该金属，发现有光电子放出，其中速度最大的光电子可以匀速直线地穿过相互垂直的均匀电场(场强 $E = 5 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$)和均匀磁场(磁感应强度为 $B = 0.005 \text{ T}$)区域，求：

(1) 光电子的最大速度 v ；

(2) 单色紫外线的波长 λ 。

(已知：电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 。普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

解： (1) 电场力和洛伦兹力相等，即 $eE = evB$ ，

$$\text{求得最大速率： } v = \frac{E}{B} = \frac{5 \times 10^3}{0.005} = 10^6 (\text{m/s})$$

$$(2) \text{ 由光电效应方程： } h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2, \text{ 及 } \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\text{有： } \lambda = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_0} + \frac{mv^2}{2hc}} = \frac{1}{\frac{1}{2.3 \times 10^{-7}} + \frac{9.11 \times 10^{-31} \times 10^{6 \times 2}}{2 \times 6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}} = 1.51 \times 10^{-7} (\text{m})$$

