西南交通大学 2015－2016 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 6010500　课程名称 线性代数 B　考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

阅卷教师签字：

班　级＿＿＿＿　学　号＿＿＿＿　姓　名＿＿＿＿

密封装订线　密封装订线　密封装订线

一. 选择题（每小题 5 分，共 20 分）

1.设三阶方阵 A 的行列式 $|A|=2$，则 $\left|(-2)A^{-1}\right|=$（　　）

(A) 4；　(B) -4；　(C) 8；　(D) -8。

2. 已知向量组 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 中线性相关，$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5\}$ 线性无关。则下列说法正确的是（　　）

(A) $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5\}$ 的秩为 5；　(B) $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5\}$ 的秩为 4；

(C) α_5 可以由 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 的线性表示；　(D) α_3 可以由 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4,\alpha_5\}$ 的线性表示。

3.设 A 为 n 阶可逆矩阵，$n\geq 3$. 则下列等式正确的是（　　）

(A) $(A^*)^*=|A|^{n-2}A$；　(B) $(A^*)^*=|A|^{n-1}A$；

(C) $(A^*)^*=|A|^{n}A$；　(D) $(A^*)^*=|A|^{n+1}A$。

4.设 A 为 $m\times n$ 矩阵，$R(A)=m$，以下结论成立的是（　　）

(A) A 的行向量组线性相关；　(B) A 的行向量组线性无关；

(C) A 的列向量组线性相关；　(D) A 的列向量组线性无关。

二. 填空题（每小题 5 分，共 25 分）

5.设 A 为 3 阶方阵，其特征值为 $1,2,3$，则 $\left|4A^{-1}-E\right|=$＿＿＿＿。

6.设$\alpha^T=(1,1,1),\beta=(1,0,k)$且$\alpha\cdot\beta$相似于$\begin{pmatrix}3&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，则$k=$________。

7.设线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\x_1+2x_2+ax_3=0\\x_1+4x_2+a^2x_3=0\\x_1+2x_2+x_3=a-1\end{cases}$有解，则$a=$____________。

8.设四阶行列式$D=\begin{vmatrix}1&0&2&3\\-1&2&1&0\\1&2&2&1\\-1&2&3&4\end{vmatrix}$，则$A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}=$___ __。

9. 设 二 次 型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2+2tx_2x_3$ 正 定 ， 则 t 的 取 值 范 围 是 _。

三. 计算和解答题（每题 12 分，共计 48 分）

10. 设$\alpha_1=\begin{pmatrix}1+a\\1\\1\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\2+a\\2\\2\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\3\\3+a\\3\end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4+a\end{pmatrix}$，向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性相关。求$a$和$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$的一个极大无关组。

11. 求线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2-2x_3+3x_4=0 \\ 3x_1+2x_2-8x_3+7x_4=1 \\ x_1-x_2-6x_3-x_4=2 \end{cases}$的通解。

12. 设A为三阶实对称矩阵，其特征值分别为$1,2,-2$，$\alpha=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$是矩阵$A$属于特征值 1 的特征向量，$B=A^5-4A^3+E$。验证$\alpha$是$B$的特征向量，并求$B$的全部特征值和特征向量。

13. 设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3-4x_2x_3$，**利用正交变换将其化为标准型，并写出所作的正交变换。**

四． 证明题（共计 7 分）

14. A 为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位阵，1）若 $A^3=0$．证明 $A+E$ 是可逆矩阵；