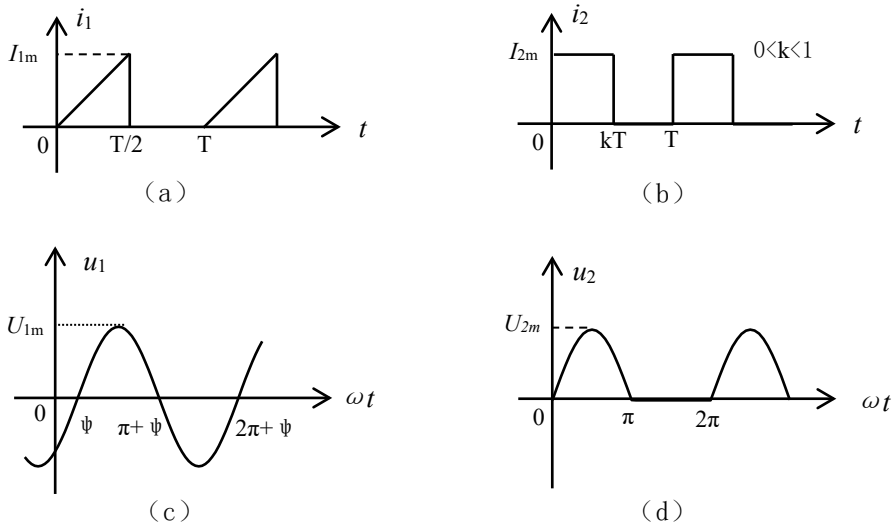
习 题 六

6-1、计算题 6-1 图示周期信号的有效值。



题 6-1 图

解：（a） $\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}(\frac{I_{1m}}{\frac{T}{2}}t)^2dt}=\sqrt{\frac{4}{T^3}I_{1m}{}^2\int_0^{\frac{T}{2}}t^2dt}=\sqrt{\frac{4I_{1m}{}^2}{3T^3}t^3\Big|_0^{\frac{T}{2}}}=\sqrt{\frac{4I_{1m}{}^2}{3T^3}\frac{T^3}{8}}=\frac{I_{1m}}{\sqrt{6}}$

（b） $\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{kT}I_{2m}{}^2dt}==\sqrt{k}I_{2m}$

（c） $\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}$

（d） $\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}(U_{2m}\sin t)^2dt}=\sqrt{\frac{U_{2m}{}^2}{2\pi}\int_0^{\pi}\sin^2 tdt}=\sqrt{\frac{U_{2m}{}^2}{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2t}{2}dt}=\frac{U_{2m}}{2}$

6-2、将下列复数转化为极坐标形式：

（1）$2+j4$；　　（2）$2-j4$；　　（3）$-2+j4$；

（4）$j6$；　　（5）-8；　　（6）$-j7$。

6-3、将下列复数转化为代数形式：

（1）$2\underline{/60^\circ}$；　　（2）$4\underline{/-35^\circ}$；　　（3）$10\underline{/138^\circ}$；

（4）$9\underline{/-125^\circ}$；　　（5）$7\underline{/180^\circ}$；　　（6）$18\underline{/90^\circ}$。

6-4、写出下列各正弦量的相量，并画出它们的相量图。

（1）$i_1 = 4\sqrt{2}\cos(314t + 50^\circ)$；　　（2）$i_2 = 6\cos(314t - 20^\circ)$；

（3）$u_1 = -100\sqrt{2}\cos(100t - 120^\circ)$；　　（4）$u_2 = 150\sqrt{2}\sin(100t + 60^\circ)$。

6-5、写出下列各相量的正弦量，假设正弦量的频率为 50Hz。

（1）$\dot{I}_1 = -4 + j3$；　　（2）$\dot{I}_2 = 6e^{j20^\circ}$；

（3）$\dot{I}_3 = -10\angle 30^\circ$；　　（4）$\dot{I}_4 = 20 - j18$。

6-6、对题 6-4 所示正弦量做如下计算（应用相量）：

（1）$i_1 + i_2$；　　（2）$u_1 - u_2$。

6-7、判别下列各式是否正确，若有错误请改正。

（1）$A\angle\theta = Ae^{j\theta} = A\cos\theta + jA\sin\theta$；

（2）$j50 = 50\sqrt{2}\cos(\omega t + 90^\circ)$；

（3）$-U\angle\varphi = U\angle -\varphi$；

（4）设$i_L = \sqrt{2}I_L\cos\omega t$，则$u_L = L\dfrac{di_L}{dt} = j\omega L\dot{I}_L$；

（5）$i(t) = \dfrac{U_m\cos(\omega t + \psi_u)}{Z}$

解：（1）正确

（2）不正确　$j50 = 50e^{j90^\circ} = 50\cos 90^\circ + j50\sin 90^\circ$

（3）不正确　$-U\angle\varphi = U\angle\varphi \pm 180^\circ$

（4）不正确　设$i_L = \sqrt{2}I_L\cos\omega t$，则$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}_L$；

（5）不正确　$\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{Z}$

6-8、判别各负载的性质，假设各负载的电压、电流取关联参考方向。

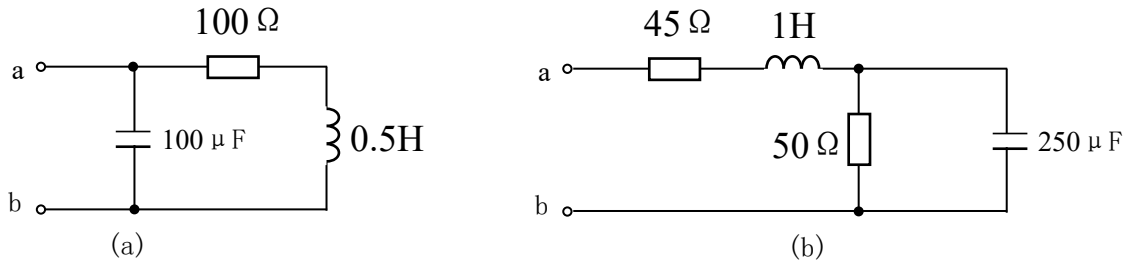
（1）$u(t) = U_m\cos(\omega t + 135^\circ)$，$i(t) = I_m\cos(\omega t + 75^\circ)$；

（2）$u(t) = U_m\cos(\omega t - 90^\circ)$，$\dot{I} = I\angle 15^\circ$；

（3）$\dot{U} = U\angle 150^\circ$，$\dot{I} = I\angle -120^\circ$；

（4）$u(t) = U_m\cos\omega t$，$i(t) = I_m\sin\omega t$。

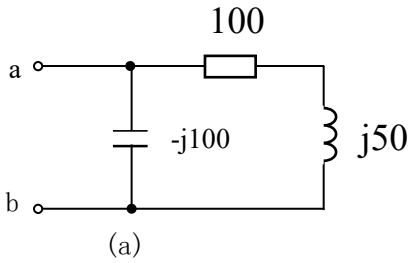
6-9、设电源的角频率$\omega=100rad/s$，求题 6-9 图示电路的输入阻抗和输入导纳。



题 6-9 图

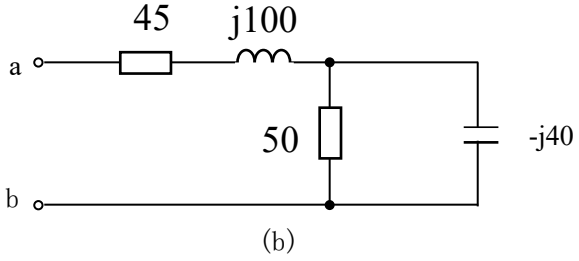
解、（a）

$$Z=\frac{(100+j50)(-j100)}{100-j50}$$
$$=100\underline{/53.13°-90°}$$
$$=100\underline{/-36.87°}\Omega$$



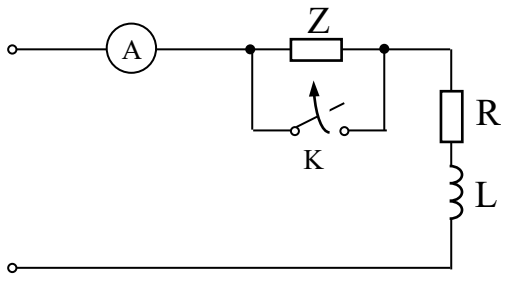
(b)

$$Z_{并}=\frac{50\times(-j40)}{50-j40}$$
$$=\frac{2000\underline{/-90°}}{64.03\underline{/-38.66°}}$$
$$=31.235\underline{/-51.34°}$$
$$=19.51-j24.39\Omega$$



$$\therefore Z=Z_{并}+45+j100=64.51+j75.61\Omega$$

6-10、题 6-10 图示电路，当开关 K 打开后电流表的读数增大，问阻抗 Z 为容性还是感性？为什么？



题 6-10 图

解：容性。

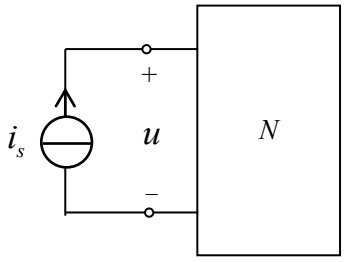
开关 K 打开后电路接入阻抗 Z，电流表的读数增大，则端口总阻抗模减少，因为原阻抗为感性，所以 Z 为容性。

6-11、题 6-11 图示电路，电流源 $i_s = 4\sin(\omega t + 20°)A$ 作用于无源网络 N，测得端口电压 $u = 12\cos(\omega t - 100°)V$，求网络 N 的等效阻抗 Z、功率因数 $\cos\varphi$ 以及电流源 i_s 提供的有功功率 P、无功功率 Q、复功率 $\overline{S}$ 和视在功率 S。

解、$\dot{I}_s = \frac{4}{\sqrt{2}}\angle 20° - 90° = 2\sqrt{2}\angle -70°A$

$\dot{U} = \frac{12}{\sqrt{2}}\angle -100° = 6\sqrt{2}\angle -100°V$

$\therefore Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_s} = 3\angle -30°\Omega$



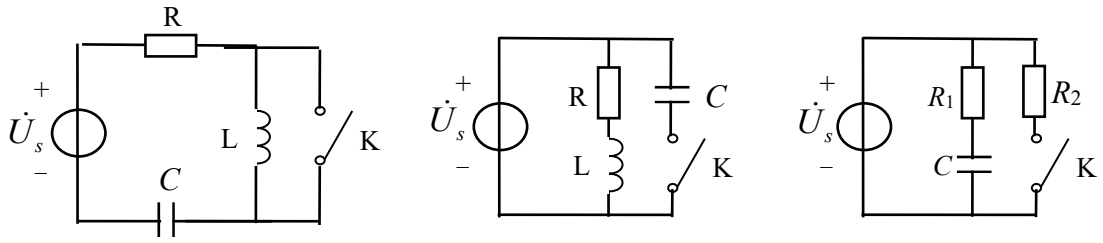
题 6-11 图

$\cos\varphi = \cos(-30°) = 0.866$

$\overline{S} = \dot{U}I^* = 6\sqrt{2}\angle -100° \cdot 2\sqrt{2}\angle 70° = 24\angle -30° = (20.78 - j12)VA$

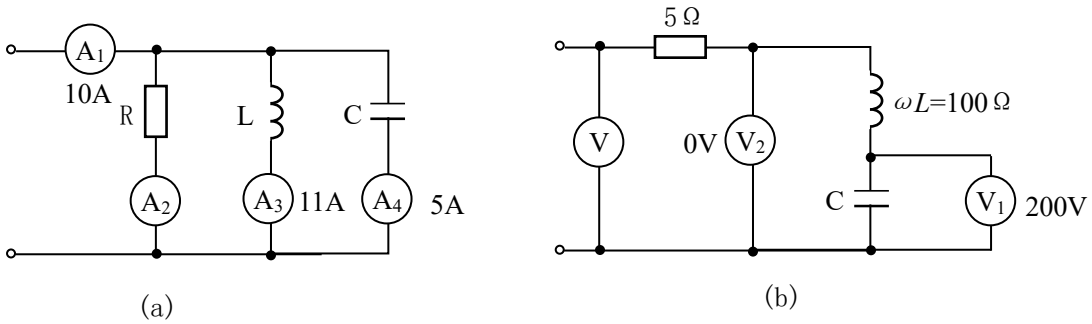
$\therefore P = 20.78W \qquad Q = -12\,\text{var} \qquad S = 24VA$

6-12、题 6-12 图示正弦稳态电路。问开关 K 闭合后，电源向电路供出的有功功率、无功功率变化否？



题 6-12 图

6-13、求题 6-13 图（a）电流表 A_2 的读数、图（b）电压表 V 的读数。

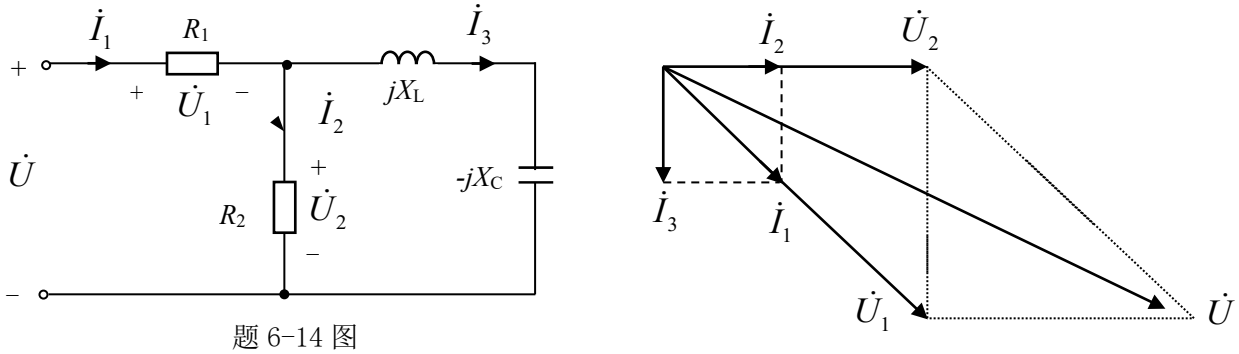


题 6-13 图

解、（a）$10=\sqrt{I_2{}^2+(11-5)^2}$　　$\therefore I_2=\sqrt{100-36}=8A$

(b) $I=\dfrac{200}{100}=2A$　　$\therefore U=5\times 2=10V$

6-14、题 6-14 图示电路中，已知$R_1=R_2=X_C, X_L=2X_C, \dot{U}_2=10\underline{/0°}V$，求端口电压$\dot{U}$，并画出图示电路中的电流、电压相量图（画在一张图上）。



题 6-14 图

解、$\dot{I}_2=\dfrac{\dot{U}_2}{R_2}=\dfrac{10}{R_2}$　　$\dot{I}_3=\dfrac{\dot{U}_2}{j(X_L-X_C)}=\dfrac{\dot{U}_2}{jR_2}=\dfrac{10}{R_2}\underline{/-90°}$

$$\dot{I}_1=\dot{I}_2+\dot{I}_3=\frac{10}{R_2}(1-j)=\frac{10}{R_2}\sqrt{2}\,\underline{/-45°}$$

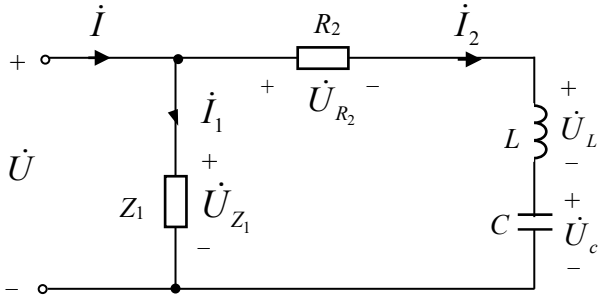
$$\dot{U}_1=R_1\dot{I}_1=10\sqrt{2}\,\underline{/-45°}V$$

$$\therefore \dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2=10\sqrt{2}\,\underline{/-45°}+10=10-j10+10=20-j10=22.36\underline{/-26.565°}V$$

6-15、题 6-15 图示电路中，已知$U_L=8V, U_C=2V, U_{R_2}=6V, R_2=2\Omega, Z_1=(2+j2)\Omega$, 求：

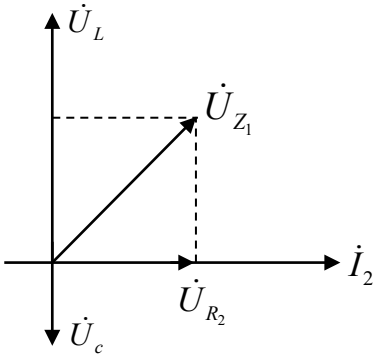
（1）选$\dot{I}_2$作为参考相量，画出图中所标相量的相量图；

（2）设$\dot{I}_2$为零初相位，求$\dot{U}_{Z_1}$和$\dot{I}$。



题 6-15 图

解、（1）相量图如右图



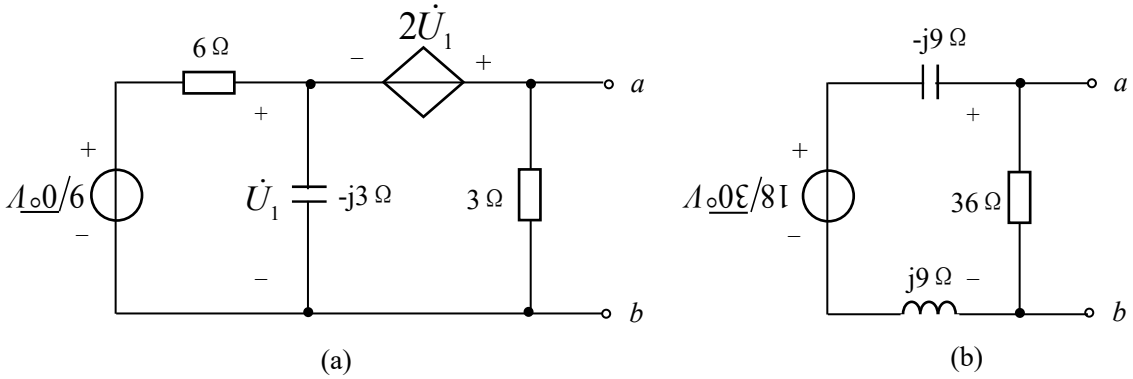
(2) $\dot{I}_2 = \dfrac{\dot{U}_{R_2}}{R_2} = \dfrac{6\angle 0°}{2} = 3\angle 0° A$

$\dot{U}_{Z_1} = 6 + j6 = 8.49\angle 45° V$

$\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_{Z_1}}{Z_1} = \dfrac{8.49\angle 45°}{2\sqrt{2}\angle 45°} = 3\angle 0° A$

$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 6\angle 0° A$

6-16、求题 6-16 图示电路的戴维南等效电路。



题 6-16 图

解：（a）结点法 求开路电压

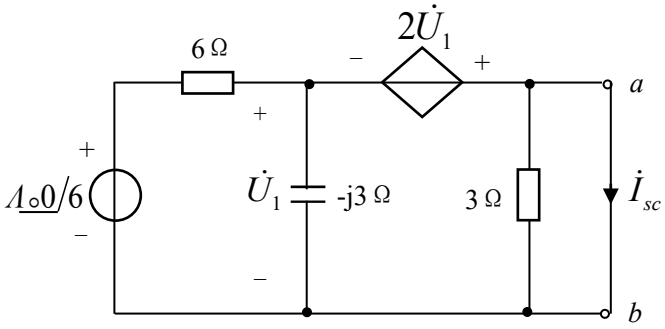
$$(\frac{1}{6} + \frac{1}{-j3} + \frac{1}{3})\dot{U}_1 = \frac{9}{6} - \frac{2\dot{U}_1}{3}$$

$$(3 + j2 + 4)\dot{U}_1 = 9$$

解得: $\dot{U}_1 = \dfrac{9}{7 + j2} = \dfrac{9}{7.28\angle 15.95°} = 1.236\angle -15.95° V$

$\therefore\ \dot{U}_{OC} = 3\dot{U}_1 = 3.7\angle -15.95° V$

开短路法求 Z_0



$2\dot{U}_1 + \dot{U}_1 = 0 \quad \therefore \dot{U}_1 = 0$

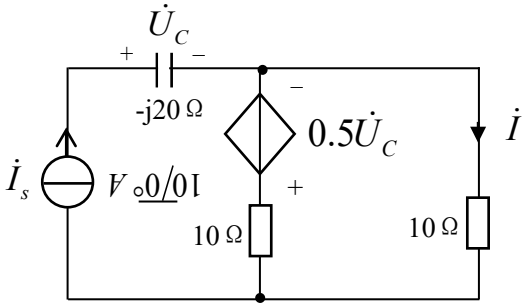
$\dot{I} = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2} = 1.5\angle 0° A$

$\dot{I}_{sc} = \dot{I} = 1.5\angle 0° A$

$$\therefore\ Z_0 = \frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{I}_{sc}} = \frac{3.7\angle -15.95°}{1.5} = 2.47\angle -15.95° \Omega$$

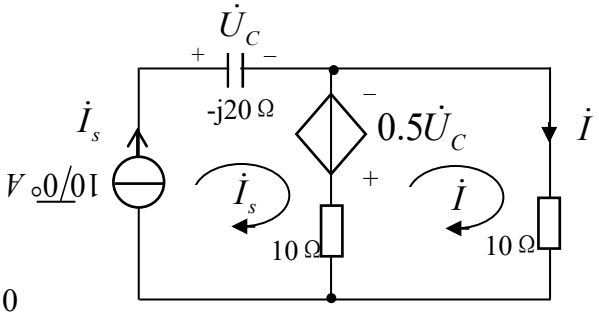
(b) $\dot{U}_{0c} = 18\angle 30° V \qquad Z_0 = 0$

6-17、求题 6-17 图示电路中电流 $\dot{I}$ 以及电流源 $\dot{I}_s$ 发出的复功率。



题 6-17 图

解:



$\dot{U}_{c1} = -j20\times10 = -j200V$

由KVL得:10(İ-10)+0.5(-j200)+10İ=0

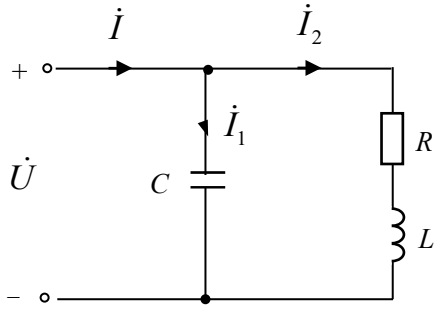
整理得: 20İ=100+j100

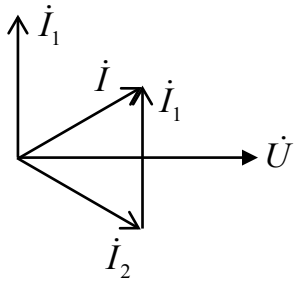
解得: $\dot{I}=5+j5=5\sqrt{2}\,\underline{/45°}\,A$

$\overline{S} = (\dot{U}_c + 10\dot{I})\dot{I}_s^* = (-j200+50+j50)\times10$

$= 500 - j1500 \;\; VA$

6-18、题 6-18 图示电路中，已知 $U=100V, I=I_1=I_2=10A$，电源频率 $f=50Hz$。画出图示电路的相量图，并求 R、L 和 C 的值。





题 6-18 图

解: 设 $\dot{U}=100\underline{/0°}\;V$　　于是有

$\dot{I}_1 = 10\underline{/90°}A \quad \dot{I}_2 = 10\underline{/-30°}A \quad \dot{I} = 10\underline{/30°}A$

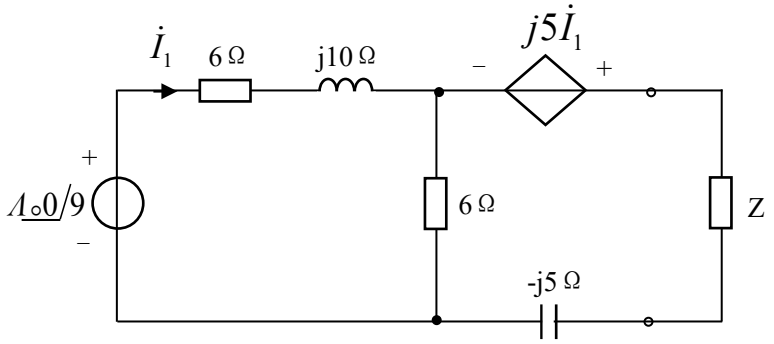
$$\omega c = \frac{I_1}{U} = \frac{10}{100} = 0.1$$

$$C = \frac{0.1}{2\pi f} = 0.0003183F = 318.3\mu F$$

$$R + j\omega L = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_2} = \frac{100}{10\underline{/-30°}} = 10\underline{/30°} = 8.66 + j5\Omega$$

$\therefore$ R=8.66Ω　L=$\dfrac{5}{2\pi\times50} = 0.0159H = 15.9mH$

6-19、题 6-19 图示电路，问负载 Z 取何值时可获最大功率？最大功率是多少？

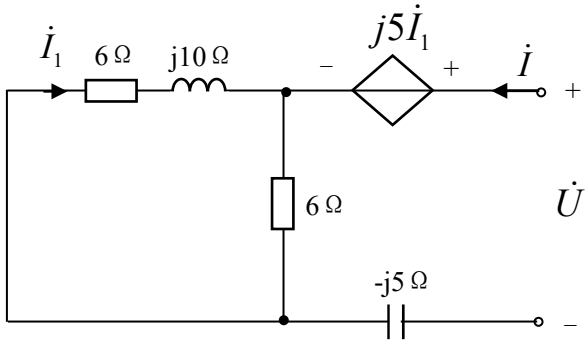


题 6-19 图

解:

$$\dot{U}_{0c} = j5\dot{I}_1 + \frac{6}{12+j10}\times 6 = (j5+6)\frac{6}{12+j10} = 3\underline{/0°}\ V$$

外加电源法求 Z_0



$$\dot{U} = j5\dot{I}_1 + 6(\dot{I}+\dot{I}_1) - j5\dot{I} = (6+j5)\dot{I}_1 + (6-j5)\dot{I}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{-6}{12+j10}\dot{I} \quad \text{代入上式}$$

$$\dot{U} = \frac{6+j5}{12+j10}(-6)\dot{I} + (6-j5)\dot{I} = -3\dot{I} + (6-j5)\dot{I} = (3-j5)\dot{I}$$

$$\therefore\ Z_0 = 3-j5\ \Omega$$

当 $Z = 3+j5\ \Omega$ 时，可获得最大功率,且 $p_{\max} = (\frac{3}{6})^2\times 3 = 0.75W$

6-20、用三表法测实际线圈的参数 R 和 L 的值。已知电压表的读数为 100V，电流表为 2A，瓦特表为 120W，电源频率 $f = 50Hz$。求：（1）画出测量线路图；（2）计算 R 和 L 的数值。

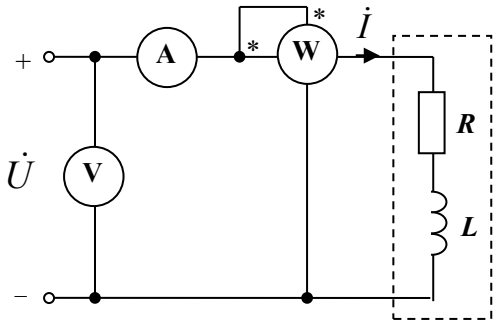
解:（1）测量线路图见右图；

(2) $I^2R = 120$ $\quad R = \frac{120}{2^2} = 30\Omega$

$$\frac{U}{I} = 50 = \sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$

$$\therefore\ (\omega L)^2 = 50^2 - 30^2 = 40^2$$

$$\therefore\ L = \frac{40}{2\pi\times 50} = 0.127H$$



实际线圈

6-21、一个功率因数为 0.7 的感性负载，将其接于工频 380V 的正弦交流电源上，该负载吸收的功率为 20kW，若将电路的功率因数提高到 0.85，应并多大的电容 C?

解: $\varphi_1 = 45.57°$ $\varphi_2 = 31.79°$

$$C = \frac{P}{\omega U^2}(tg\varphi_1 - tg\varphi_2)$$
$$= \frac{20\times10^3}{2\pi\times50\times380^2}(tg45.57° - tg31.79°)$$
$$= \frac{2\times10^4}{100\pi\times380^2}(1.02 - 0.62) = 0.000176F$$

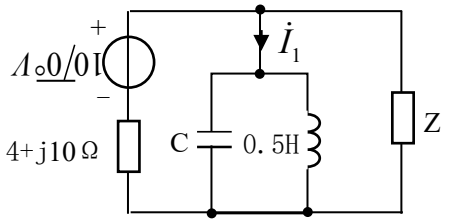
6-22、题 6-22 图示电路中，$\dot{I}_1 = 0$，电源的角频率为$314rad/s$，求

（1）$C = ?$

（1）Z 取何值可获最大功率？最大功率是多少？

解: (1)LC 发生谐振

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{\omega_0}$$
$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{3.14^2\times0.5}$$
$$= 0.00002028F = 20.28\mu F$$



题 6-22 图

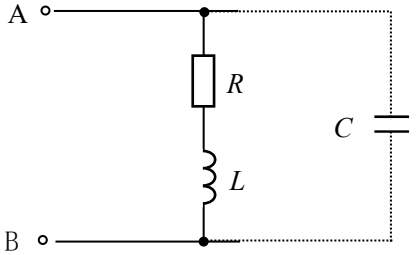
(2) $Z = (4 - j10)\Omega$时可获最大功率

$$P_{max} = (\frac{10}{8})^2\times4 = 6.25W$$

6-23、题 6-23 图示电路，$R = 500\Omega, L = 0.2H, \omega = 2500rad/s$，若将 A、B 端的功率因数提高到 1，应并多大电容 C?

解：$Z_1 = R + j\omega L = 500 + j500\Omega$

$$Y = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C$$
$$= \frac{1}{500 + j500} + j2500C$$
$$= \frac{1}{1000} + j(2500C - \frac{1}{1000})$$

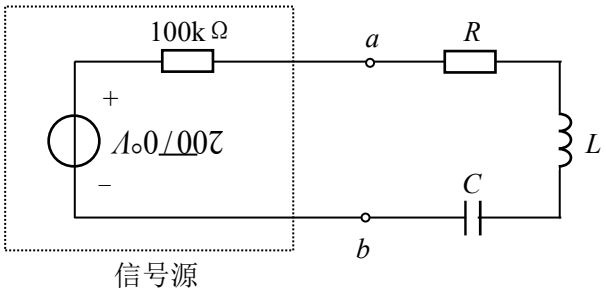


题 6-23 图

当 $j(2500C - \frac{1}{1000}) = 0$时，AB端的功率因数提高到1

$$C = 0.4\mu F$$

6-24、电路如题 6-24 图所示。已知 a 、 b 端右侧电路的品质因数 Q 为 100，谐振时角频率 $\omega_0 = 10^7 rad/s$ ，且谐振时信号源输出的功率最大。求 R 、 L 和 C 的值。



题 6-24 图

解：当 $R = 100k\Omega$ 时，信号源输出最大功率

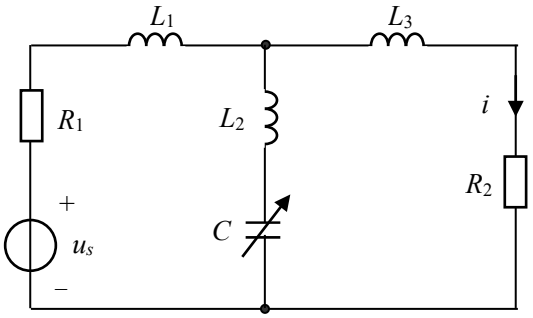
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = 100$$

$$L = 1H \quad C = 100pF$$

6-25、题 6-25 图示电路中，各元件参数已知，电容 C 可调。当 C 调到某一定值时电流 $i = 0$ 。求电源的频率 f 。

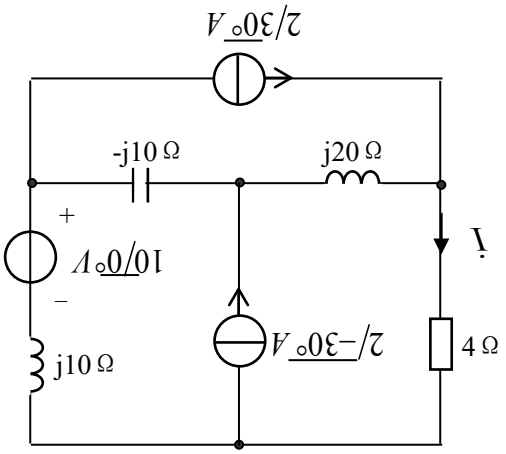
解：

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 c}}$$



题 6-25 图

6-26、题 6-26 图示电路。分别用结点电压法、回路分析法求电流 $\dot{I}$ 。



题 6-26 图

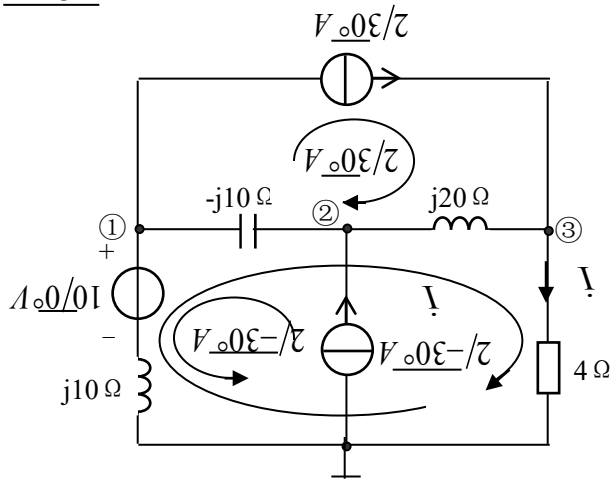
解： 回路法：

$$4\dot{I}+j20(\dot{I}-2\underline{/30°})+j10(\dot{I}-2\underline{/-30°})-10+(-j10)(\dot{I}-2\underline{/30°}-2\underline{/-30°})=0$$

整理得： $(4+j20)\dot{I}=j10\times2\underline{/30°}+10=-10+j17.32+10=j17.32$

解得： $\dot{I}=\dfrac{j17.32}{4+j20}=\dfrac{j17.32}{20.396\underline{/78.69°}}=0.85\underline{/11.31°}A$

结点法：



$$(\frac{1}{j10}+\frac{1}{-j10})\dot{U}_1-\frac{1}{-j10}\dot{U}_2=\frac{10}{j10}-2\underline{/30°}$$

$$(\frac{1}{j20}+\frac{1}{-j10})\dot{U}_2-\frac{1}{-j10}\dot{U}_1-\frac{1}{j20}\dot{U}_3=2\underline{/-30°}$$

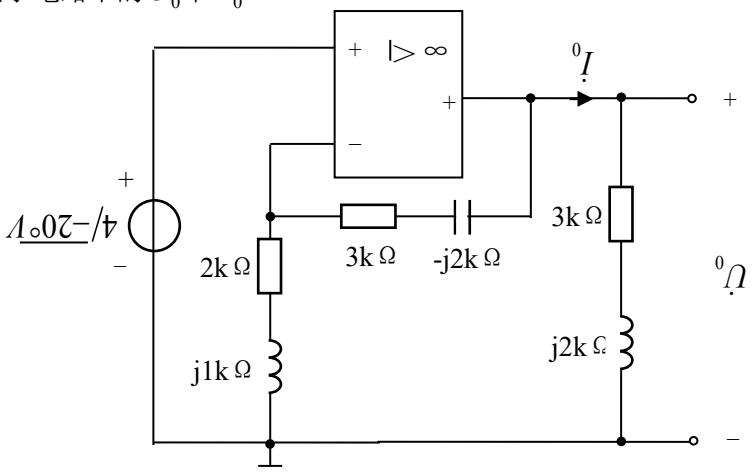
$$(\frac{1}{j20}+\frac{1}{4})\dot{U}_3-\frac{1}{j20}\dot{U}_2=2\underline{/30°}$$

解得: $\dot{U}_2=10-20\underline{/120°}$

$$\dot{U}_3=\frac{j17.32}{1+j50}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_3}{4}=\frac{j17.32}{(1+j50)4}=\frac{j17.32}{4+j20}=\frac{j17.32}{20.4\underline{/78.69°}}=0.85\underline{/11.31°}A$$

6-27、求题 6-27 图示电路中的$\dot{U}_0$和$\dot{I}_0$。



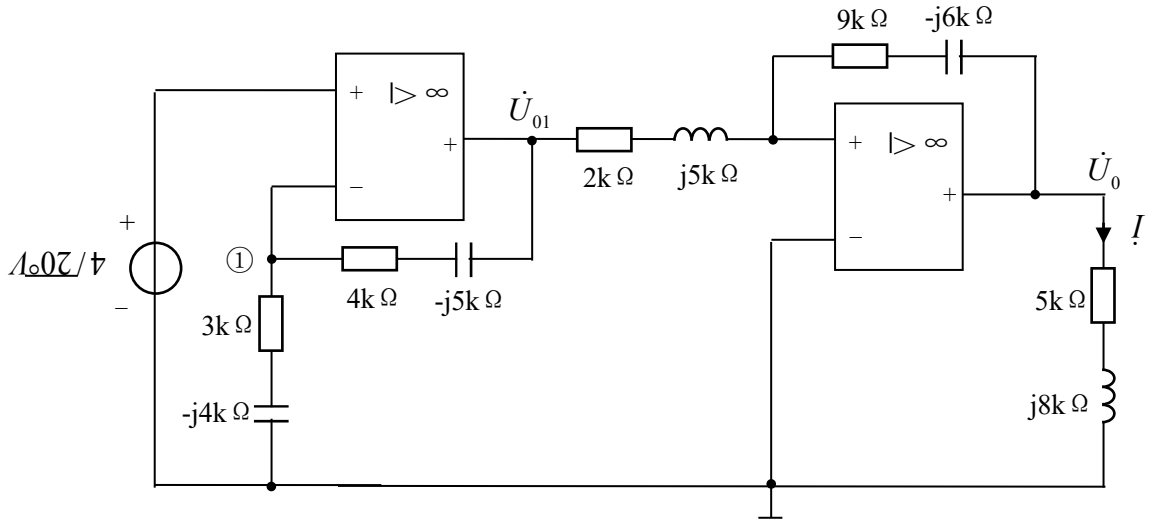
题 6-27 图

解：根据运放的特点，列写出 KCL 方程 $\dfrac{\dot{U}_0}{3-j2}=(\dfrac{1}{2+j}+\dfrac{1}{3-j2})4\underline{/-20°}$ 解得：

$$\dot{U}_0=\frac{5-j}{2+j}\times4\underline{/-20°}=\frac{5.1\underline{/-11.31°}\times4\underline{/-20°}}{2.24\underline{/26.57°}}=9.11\underline{/-57.88°}V$$

$$\dot{I}_0=\frac{\dot{U}_0}{3+j2}=\frac{9.11\underline{/-57.88°}}{3.61\underline{/33.69°}}=2.52\underline{/-91.57°}mA$$

6-28、求题 6-28 图示电路中的 $\dot{I}$ 。



题 6-28 图

解：根据运放的特点，对结点①列写出 KCL 方程：

$$\frac{4\angle 20°}{3-j4}+\frac{4\angle 20°-\dot{U}_{01}}{4-j5}=0$$

解得：

$$\dot{U}_{01}=\frac{7-j9}{3-j4}\times 4\angle 20°=\frac{11.4\angle -52.13°}{5\angle -53.13°}\times 4\angle 20°=9.12\angle 21°V$$

$$\dot{U}_0=\frac{-9.12\angle 21°}{2+j5}\times(9-j6)=\frac{-9.12\angle 21°\times 10.82\angle -33.69°}{5.39\angle 68.2°}=18.31\angle 99.11°V$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_0}{5+j8}=\frac{18.31\angle 99.11°}{5+j8}=\frac{18.31\angle 99.11°}{9.43\angle 57.99°}=1.94\angle 41.12°A$$