西南交通大学 2015－2016 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 6010500　课程名称 **线性代数 B(B 卷)** 考试时间 **120 分钟**

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

阅卷教师签字：________________

密封装订线　　姓　名________　　学　号________　　班　级________

一. 选择题（每小题 5 分，共 20 分）

1.设三阶方阵 A 的行列式 $|A|=3$，则 $|A^{-1}+A^{*}|=$（　　）

(A) 9；　(B) -9；　(C) 8；　(D) -8。

2. 已知 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 是一组 n 维向量，$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ 线性相关。下列说法正确的是（　　）

(A) $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 的秩为 4；　(B) $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 的秩为 n；

(C) $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 的秩为 1；　(D) $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 的秩小于等于 3。

3.设 A 为 n 阶可逆矩阵，$n\ge 3$. 则下列等式正确的是（　　）

(A) $(A^*)^*=|A|^{n-2}A$；　(B) $(A^*)^*=|A|^{n-1}A$；

(C) $(A^*)^*=|A|^{n}A$；　(D) $(A^*)^*=|A|^{n+1}A$。

4.设 n 元二次型 $f=x^TAx$ 正定，以下结论不成立的是（　　）

(A) A 的特征值全为正；　(B) A 的所有顺序主子式全为正；

(C) A 的主对角线上的元素全为正；　(D) 对任意 n 维列向量 x，x^TAx 全为正。

二. 填空题（每小题 5 分，共 25 分）

1. 设矩阵 $A=A_{m\times n}$ 的秩为 $R(A)=r$，且 $r<n$，则 $Ax=0$ 的基础解系中解的个数为_____。

2.设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&0&2\\2&1&t\end{pmatrix}$，3 阶非零矩阵 B 满足 $A\cdot B=0$，则 $t=$____________。

3.设线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\x_1+2x_2+ax_3=0\\x_1+4x_2+a^2x_3=0\\x_1+2x_2+x_3=a-1\end{cases}$ 有解，则 $a=$____________。

4.设四阶行列式 $D=\begin{vmatrix}1&2&-1&3\\-1&2&1&0\\1&1&2&1\\-1&2&3&4\end{vmatrix}$，则 $A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}=$_____________。

5.设二次型 $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=2x_1x_2-tx_2x_3$ 的秩为 2，则 $t=$_____________。

三. 计算和解答题（每题 12 分，共计 48 分）

1. 设 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\1\\-3\\7\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\1\\0\\3\end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix}4\\1\\3\\-1\end{pmatrix}$。求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的秩和一个极大无关组。

2. 求线性方程组$\begin{cases} x_1 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$的通解。

3. 设n阶方阵A的各行元素之和都为0，求矩阵A的一个特征值和一个特征向量。

4. 用设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$，**利用正交变换将其化为标准型，并写出所作的正交变换。**

四． 证明题（共计 7 分）

设 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_t$ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系，向量 β 满足 $A\beta\neq 0$. 证明：向量组 $\beta,\beta+\xi_1,\beta+\xi_2,\cdots,\beta+\xi_t$ 线性无关。