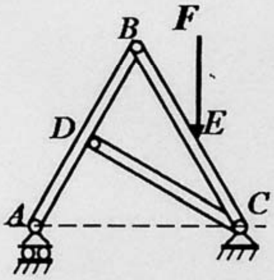
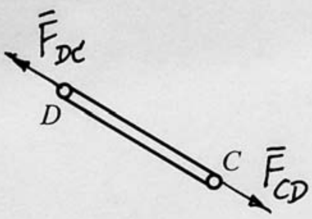
西南交通大学 2016－2017 学年第(二)学期考试试卷

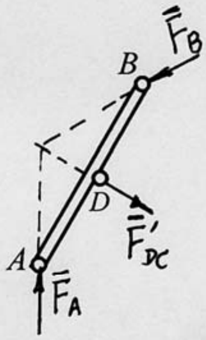
参考解答

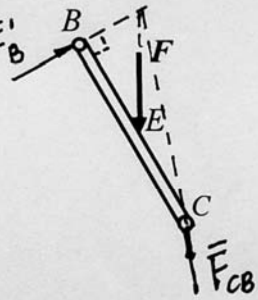
课程代码 6321800 **课程名称** 理论力学B（A 卷） **考试时间** **120 分钟**

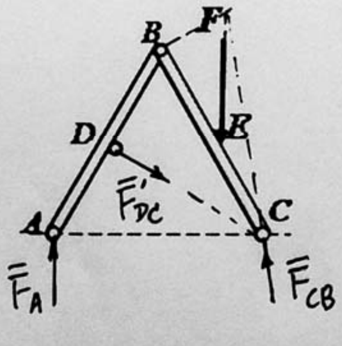
一、如图所示结构中所有杆件自重不计，各杆件之间的联接均为光滑铰链，杆 BC 中点 E 受铅垂力 $\boldsymbol{F}$ 作用。已知 $AB=BC=AC$，$AD=BD$，画出杆件 AB、BC、CD 及组合体 ABC 的受力图。作图时要求用学过的知识确定所有约束力的方位，不能用 2 个分力替代；要画出确定约束力方位的辅助线。（8 分）



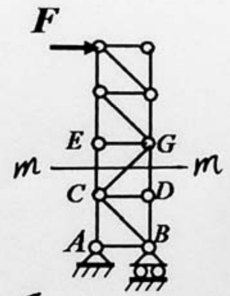








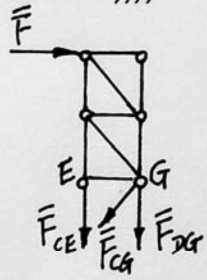
二、图示简单桁架中的每一个三角形均为等腰直角三角形，所受荷载如图所示。求杆 CD 和杆 CE 的内力。（8分）



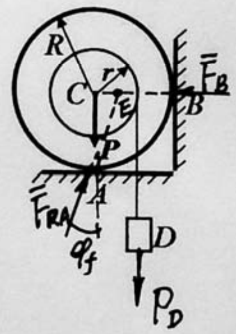
解：由节点D可判断杆CD为零杆，即 $F_{CD}=0$

取m—m截面上半部分为研究对象，由

$\sum M_G(\vec{F})=0$ 得 $F_{CE}=2F$



三、半径为 R，重为 P 的均质鼓轮放在水平地面上，右端靠在铅垂光滑墙面上。已知鼓轮与地面之间的静滑动摩擦因素为0.25。在半径为 $r=0.5R$ 的轮轴上绕有软绳并挂有重物 D。设滚动摩阻不计，求系统平衡时重物 D 的最大重量。（8分）



解：取鼓轮为研究对象，考虑临界平衡

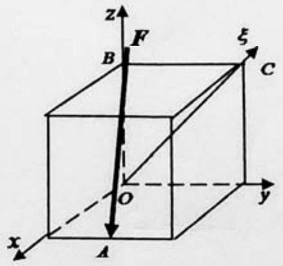
对全约束力 F_{RA} 与 F_B 的作用线交点E取矩，即

$\sum M_E(\vec{F})=0$ $CE\cdot P-(r-CE)P_D=0$

其中 $CE=R\tan\varphi_f=\frac{r}{2}$ 代入解得 $P_D=P$

即为系统平衡时重物D的最大重量

四、图示正方体边长为 l，作用一大小为 F 的力，方向如图，点 A 为正方体棱边的中点，点 B、C 为正方体的角点。求力 $\boldsymbol{F}$ 在轴 x、轴 z 上的投影和力 $\boldsymbol{F}$ 对轴 y、轴 $O\xi$ 的矩。（8 分）



解：力F方向的单位矢量 $\vec{e}_{BA} = \frac{1}{3}(2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})$

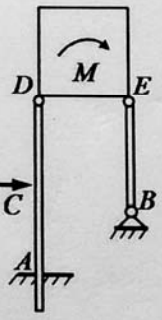
故力的投影 $F_x = \frac{2}{3}F$，$F_z = -\frac{2}{3}F$

力对轴y的矩 $z_B F_x - x_B F_z = \frac{2}{3} l F = M_y(\vec{F})$

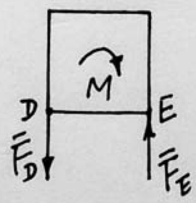
力对Oξ轴的矩等于力对O点之矩在Oξ轴上的投影

故 $M_{O\xi}(\vec{F}) = \frac{\sqrt{2}}{2} M_y(\vec{F}) = \frac{\sqrt{2}}{3} l F$

五、图示边长为 l 的正方形板用光滑铰链与杆 BE 和 AD 相联，板上受大小为 M，转向顺时针的力偶作用。杆 AD 中点 C 作用大小为 F 的水平力，已知 $AD = 2l$，杆 AD 和 BE 均铅直。设各构件自重不计，求固定端 A 的约束力。（12 分）



解：因杆BE为二力杆，取正方形板为研究对象



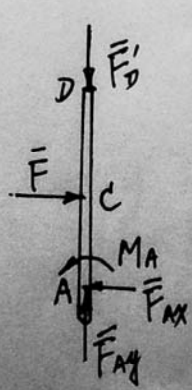
由 $\sum M_E(\vec{F})=0$ 得 $F_D = \frac{M}{l}$

再取杆AD为对象

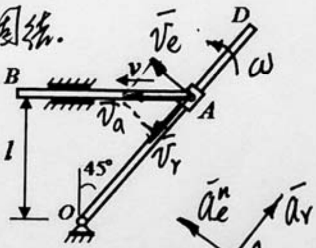
由 $\sum F_x = 0$ 得 $F_{Ax} = F$

$\sum F_y = 0$ 得 $F_{Ay} = F_D' = \frac{M}{l}$

$\sum M_A(\vec{F}) = 0$ 得 $M_A = lF$



六、如图所示机构位于铅垂平面内，已知杆 AB 在水平滑道中以匀速 v 向左运动，并通过滑块 A 带动摇杆 OD 摆动；求图示瞬时滑块 A 相对摇杆 OD 的速度和加速度。（12 分）



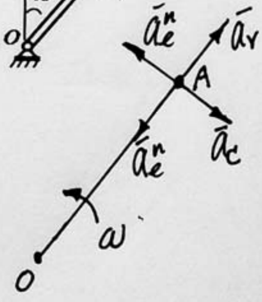
解：以滑块A与杆AB的铰接点A为动点，动系与摇杆OA固结。

速度图见右上，由 $\bar{v}_a=\bar{v}_e+\bar{v}_r$ 得

$v_e=v_r=\frac{\sqrt{2}}{2}v_a=\frac{\sqrt{2}}{2}v$，方向如图所示。$\omega=\frac{v}{2l}$

加速度图见右下．由 $\bar{a}_a=\bar{a}_e^n+\bar{a}_e^\tau+\bar{a}_r+\bar{a}_c$

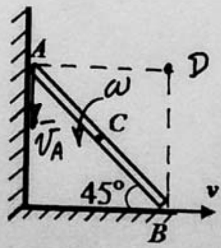
式中 $a_a=0$，$a_e^n=\frac{v_e^2}{OA}=\frac{\sqrt{2}v^2}{4l}$，$a_c=2\omega v_r=\frac{\sqrt{2}v^2}{2l}$



将加速度合成式向 $\bar{a}_r$ 方向投影得

$0=a_r-a_e^n \implies a_r=a_e^n=\frac{\sqrt{2}v^2}{4l}$ 方向如图.

七、杆 AB 长为 l，杆端点 A 和 B 分别与铅垂墙面和地面相接触。已知 $v_B=v$，v 为常数。求图示位置杆的角速度和端点 A 的加速度。（12 分）



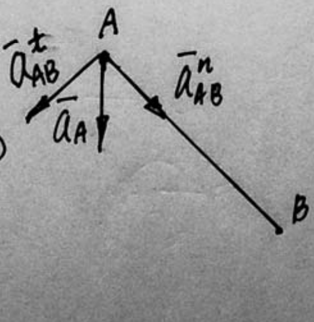
解：杆AB作平面运动，速度瞬心为D.

故杆的角速度 $\omega=\frac{v_B}{BD}=\frac{\sqrt{2}v}{l}$

求端点A的加速度，以B为基点，A为动点

由 $\bar{a}_A=\bar{a}_{AB}^n+\bar{a}_{AB}^t+\bar{a}_B$

式中 $a_B=0$．$a_{AB}^n=\frac{2v^2}{l}$



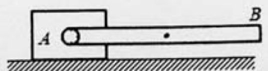
沿 $\bar{a}_{AB}^n$ 方向投影得 $a_A=\sqrt{2}a_{AB}^n=\frac{2\sqrt{2}}{l}v^2$（↓）

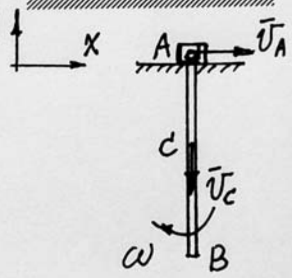
八、匀质杆 AB 长为 l，质量为 m，与滑块 A 铰接，从图示水平位置静止开始运动，如不计所有摩擦和滑块 A 的质量。当杆 AB 运动至铅直位置时，要求用**动力学普遍定理**求：（20 分）

1、滑块 A 的位移；

2、杆 AB 质心的速度；

3、杆 AB 的角速度和角加速度。





解 1. 因 $\sum F_x = 0$，且初始静止，故水平方向质心守恒，当杆AB运动至铅直位置时滑块A的位移 $x_A = \frac{l}{2}$（向右）

2. 此时质心刚好为瞬心，故 $v_C = 0$

3. 由动能定理的积分形式

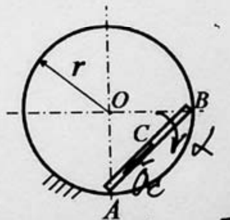
$$T_2 - T_1 = W_{12}, \quad 其中\ T_1 = 0,\ T_2 = \frac{1}{2}J_C\omega^2 = \frac{ml^2}{24}\omega^2;\ W_{12} = \frac{l}{2}mg.$$

代入上式解得 $\omega^2 = \frac{12g}{l}$ 或 $\omega = \sqrt{\frac{12g}{l}} = 2\sqrt{\frac{3g}{l}}$

最后因对质心的动量矩定理 $J_C\alpha = \sum M_C(\vec{F}) = 0$

得 $\alpha = 0$.

九、质量为 m，长为 l 的匀质杆 AB 靠在半径 $r=\frac{\sqrt{2}}{2}l$ 的固定圆环上，圆环位于铅垂平面；如摩擦不计，杆 AB 从图示位置由静止开始运动。要求用**达朗伯原理**计算图示瞬时杆 AB 的角加速度以及圆环对杆 AB 的约束力。（12 分）

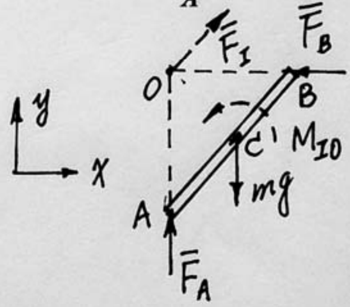


解：杆AB作定轴转动，角速度 $\omega=0$，$a_C^n=0$

将惯性力系向转轴O（或质心简化）

$F_I = ma_C = \frac{m}{2}l\alpha$，$M_{IO} = J_O\alpha = \frac{ml^2}{3}\alpha$

受力图（含惯性力）见右下，由动静方程，



$\sum M_O(\vec{F})=0$ $\quad M_{IO} - \frac{\sqrt{2}}{4}lmg = 0$

解得 $\quad \alpha = \frac{3\sqrt{2}g}{4l} = \frac{3g}{4r}$，

$\sum F_x=0$，$\quad F_I\cos45^\circ - F_B = 0$

解得 $\quad F_B = \frac{\sqrt{2}}{2}F_I = \frac{3}{8}mg$

$\sum F_y=0$ $\quad F_I\cos45^\circ + F_A - mg = 0$

解得 $\quad F_A = \frac{5}{8}mg$