姓名______ 学号______ 班级______

密封装订线

西南交通大学 2018—2019 学年第 2 学期期末试卷

课程代码 1272005 课程名称 高等数学 BII 考试时间 120 分钟

注意： 本试卷共四大题，17 小题。答案请一律写在答题卡上的指定位置，在本试卷上作答视为无效。考试结束后请将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1、直线 $L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$ 与 $L_2:\begin{cases}x-y=6,\\2y+z=3\end{cases}$ 的夹角为（　　）.

(A) $\dfrac{\pi}{6}$； (B) $\dfrac{\pi}{4}$； (C) $\dfrac{\pi}{3}$； (D) $\dfrac{\pi}{2}$.

2、二元函数 $f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极小值点是（　　）.

(A) $(1,0)$； (B) $(1,2)$； (C) $(-3,0)$； (D) $(-3,2)$.

3、设平面区域 $D=\{(x,y)|x\le y\le 1,x\ge -1\}$，则二重积分 $\iint\limits_D x(x+\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）.

(A) 1； (B) -1； (C) $\dfrac{2}{3}$； (D) $\dfrac{3}{2}$.

4、下列级数条件收敛的是（　　）.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-5)^n}{7^n+4^n}$； (B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$；

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sqrt{\dfrac{1+n}{n}}$； (D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\dfrac{\sqrt{1+n}-\sqrt{n}}{n}\right)$.

5、设曲线 L 是以 $O(0,0)$、$A(1,0)$、$B(0,1)$ 为顶点的三角形的边界，则曲线积分 $\oint\limits_L(x+y)\mathrm{d}s=$（　　）.

(A) $\sqrt{2}-1$； (B) $1+\sqrt{2}$； (C) $\sqrt{3}-1$； (D) $1+\sqrt{3}$.

6、设 $f(x,y)$ 和 $\varphi(x,y)$ 均为可微函数，且 $\varphi'_y(x,y)\ne 0$，已知 (x_0,y_0) 是 $f(x,y)$ 在约束条件 $\varphi(x,y)=0$ 下的一个极值点，下列选项正确的是（　　）.

(A) 若 $f'_x(x_0,y_0)=0$，则 $f'_y(x_0,y_0)=0$. (B) 若 $f'_x(x_0,y_0)=0$，则 $f'_y(x_0,y_0)\ne 0$.

(C) 若 $f'_x(x_0,y_0)\ne 0$，则 $f'_y(x_0,y_0)=0$. (D) 若 $f'_x(x_0,y_0)\ne 0$，则 $f'_y(x_0,y_0)\ne 0$.

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

7、设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $F(xy,z-2x)=0$ 确定的隐函数，$F(u,v)$ 具有一阶连续偏导数．则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}-y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ________.

8、函数 $u=x+y+z$ 在球面 $x^2+y^2+z^2=3$ 上点 $(1,1,1)$ 处沿球面在该点的外法线方向的方向导数为________.

9、将 $f(x)=\dfrac{1}{(1-x)^2}$ 展开为 x 的幂级数为________（需注明幂级数的收敛域）.

10、将 $f(x)=x\,(x\in[0,\pi])$ 展开成正弦级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$，则 $b_2=$________.

11、向量场 $A=(x^2-xy)i+(y^2-yz)j+(z^2-zx)k$ 在点 $(1,2,-2)$ 处的旋度 $\mathrm{rot}A=$ ________.

三、计算题（12、13、14 题每题 8 分，15 题 9 分，共 33 分）

12、计算积分 $\iint\limits_D|xy|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$D$ 是由曲线 $x^2+y^2=2$ 所围成的闭区域.

13、计算积分 $\iiint\limits_\Omega\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=z^2$ 和 $z=1$ 所围成的闭区域.

14、计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma(x+y+z)\mathrm{d}S$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 上 $z\ge h(0<h<a)$ 的部分.

15、计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma\dfrac{xz\mathrm{d}y\mathrm{d}z+yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，$\Sigma$ 为半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的上侧.

四、解答题（每小题 9 分，共 18 分）

16、求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left[1-(-2)^n\right]x^n$ 的收敛域与和函数.

17、设 L 是 $y>0$ 的半平面上的一条光滑曲线，

(1) 证明：积分 $I=\int_L\dfrac{1+y^2\sin(xy)}{y}\mathrm{d}x+\dfrac{x}{y^2}[y^2\sin(xy)-1]\mathrm{d}y$ 在 $y>0$ 的半平面上积分与路径无关.

(2) 计算此积分当 L 从点 $A(\pi,\dfrac{1}{2})$ 到点 $B(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{3}{2})$ 时的值.