密封装订线

姓 名____________

学 号____________

班 级____________

西南交通大学 2014－2015 学年第(1)学期测试 1 试卷

课程名称 线性代数 考试时间 90 分钟

题号	一	二	三	总成绩
得分				

阅卷教师签字：

一. 判断题（每小题 3 分，共 30 分）

1、如果 n 阶行列式中等于零的元素个数等于 n^2-n，那么行列式的值为零。（ × ）

2、由 n 个元素构成的所有排列中，奇排列的个数比偶排列的个数多 1 个。（ × ）

3、如果 n 阶行列式 $|a_{ij}|$ 每一列的元素之和均为零，则 $|a_{ij}|$ 必定等于零。（ √ ）

4、$\begin{vmatrix} a+b & c+d \\ e+f & g+h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & c \\ e & g \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & d \\ f & h \end{vmatrix}$。（ × ）

5、$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & 0 & a_{53} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$。（ √ ）

6、n 阶行列式 $|a_{ij}|$ 的展开式中含有 a_{12} 的项数为 $(n-1)!$。（ √ ）

7、反对称矩阵的对角线上的元素必定为 0。（ √ ）

8、如果 A 和 B 是 n 阶方阵，λ 为实数，则一定有 $|(\lambda A)B| = |\lambda| \cdot |A| \cdot |B|$。（ × ）

9、设矩阵 A,B,C，AB 与 AC 可定义，则一定有 $AB-CB=B(A-C)$。（ × ）

10、设 A 和 B 是 n 阶方阵，则 $|A^T+B^T| = |A+B|$。（ √ ）

二. 填空题（每小题 5 分，共 35 分）

1、已知 $\begin{vmatrix} 1 & x & x & x \\ x & 1 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$，则 $x =$ ____0____。

2、设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}$，则 $5A_{11}+6A_{12}+7A_{13}+8A_{14} =$ ____4____。

3、设从大到小为标准次序，则排列 967342185 的逆序数为___12____。

4、设行列式 $D = \begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$，则 D 的展开式中 x^3 的系数为___-1___。

5、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$，$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，

则 $2AB + C =$ ____ $\begin{pmatrix} 2 & 13 & 11 \\ 5 & 18 & 13 \\ 7 & 7 & -6 \end{pmatrix}$ ____。

6、$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}^9 =$ ____ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9\lambda & 1 \end{pmatrix}$ ____。

7、设β是三维列向量，且$\beta\beta^T=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-1&1&-1\\1&-1&1\end{pmatrix}$，则$\beta^T\beta$=__3 或(3)__。

三. 计算和解答题（共 35 分）

1、计算行列式 $\begin{vmatrix}1&a&0&0\\-1&1-a&b&0\\0&-1&1-b&c\\0&0&-1&1-c\end{vmatrix}$ （10 分）

解:

$$\begin{vmatrix}1&a&0&0\\-1&1-a&b&0\\0&-1&1-b&c\\0&0&-1&1-c\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&a&0&0\\0&1&b&0\\0&0&1&c\\0&0&0&1\end{vmatrix}=1$$ 。（10 分）

注：凡能正确利用行列式的性质将行列式进行化简，或按行按列将行列式展开，无论最终结果是否正确，均可酌情给 4 到 8 分。

2、计算行列式$D_n=\begin{vmatrix}1+a_1&1&\cdots&1\\2&2+a_2&\cdots&2\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\n&n&\cdots&n+a_n\end{vmatrix}$。（15 分）

解: $D_n=\begin{vmatrix}1+a_1&-a_1&\cdots&-a_1\\2&a_2&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\n&0&\cdots&a_n\end{vmatrix}$（6 分）$=\begin{vmatrix}1+a_1+\frac{2a_1}{a_2}+\cdots+\frac{na_1}{a_n}&-a_1&\cdots&-a_1\\0&a_2&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&a_n\end{vmatrix}$（12 分）$=\left(1+a_1+\frac{2a_1}{a_2}+\cdots+\frac{na_1}{a_n}\right)a_2\cdots a_n$。（15 分）

3、设三阶方阵 A,B 满足 $AB-A-B=E$，其中 E 为三阶单位矩阵，若

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$$，计算 $|B|$。(10 分)

解：由 $AB-A-B=E$ 得：$(A-E)B=A+E$ （3 分）。两边取行列式：

$|A-E||B|=|A+E|$。(5 分) 而

$$|A-E|=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 0 & 0\end{vmatrix}=2$$ （7 分），$$|A+E|=\begin{vmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 3 & 0\\ -2 & 0 & 2\end{vmatrix}=18$$ （9 分）。

因此，$|B|=9$。(10 分)