姓名________ 学号________ 班级________

密封装订线 密封装订线 密封装订线

西南交通大学 2016－2017 学年第（一）学期期末考试 B 卷

课程代码 <u>6010500</u> 课程名称 <u>线性代数 B</u> 考试时间 <u>120 分钟</u>

本试卷共12题，请将答案写在答题纸上. 考试结束后请将试卷和答题纸一并交回.

本试卷中$|A|$表示矩阵A的行列式，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，A^T表示矩阵A的转置矩阵，E表示单位矩阵，$R(A)$表示矩阵A的秩，数域限定为实数域.

填空题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为 3 维列向量，矩阵

$$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3),B=(\alpha_1,2\alpha_1+3\alpha_2,\alpha_3).$$

若$|A|=3$，则$|B|=$______________。

2. $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}=$__________________ 。

3. 设 $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，则 $A^{-1}=$______________ 。

4. 设 $\alpha=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$，$\beta=[0\ -1\ \ 0\ \ 2]$，矩阵$A=\alpha\beta$，则$R(A)=$___________。

5. 已知三维向量空间的一组基为

$$\alpha_1=\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},\alpha_2=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix},\alpha_3=\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

则向量 $\beta=\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ 在这组基下的坐标为____________。

6. 若 $A^2=E$， 则A的特征值为 _______________。

解答题（70 分）

7.（15 分）试给出方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 - x_3 = a_2 \\ x_3 - x_4 = a_3 \\ x_4 - x_1 = a_4 \end{cases}$$

有解的条件，并求其通解。

8. （12 分）设向量组

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ -7 \end{bmatrix}$$

与向量组

$$\beta_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \beta_2 = \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \beta_3 = \begin{bmatrix} b \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

具有相同的秩，且β_3可由$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$线性表出，求$a, b$的值。

9. （12 分）设矩阵$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{bmatrix}$，问：$A$能否相似于一个对角矩阵？并请说明理由。

10. （15 分）**求正交变换** $X = PY$**，**将二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3$$

化为标准形。

11.（10 分）设$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$是齐次线性方程组$AX = 0$的一个基础解系，若

$$\gamma_1 = \eta_1 + t\eta_2, \gamma_2 = \eta_2 + t\eta_3, \gamma_3 = \eta_3 + t\eta_4, \gamma_4 = \eta_4 + t\eta_1.$$

试讨论 t 满足什么条件时，向量组 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ 也是 $AX = 0$ 的基础解系。

12.（6 分）设 U 可逆矩阵， $A = U^T U$ ，

证明：$f = X^T AX$ 为正定二次型。