

# 西南交通大学（2019—2020）第(2)学期期中试卷

课程代码 6011310 课程名称 高等数学 II 考试时间 60 分钟

题号	一	二	三	总成绩
得分				

## 考试诚信承诺书

我郑重承诺：我愿意服从学校本次考试的安排，承认考试成绩的有效性，并已经认真阅读、了解了《西南交通大学考试考场管理办法》和《西南交通大学本科生考试违规处理办法》，我愿意在本次考试过程中严格服从监考教师的相关指令安排，诚信考试。如果在考试过程中违反相关规定，我愿意接受《西南交通大学本科生考试违规处理办法》的规定处理。您是否同意：

A. 同意 B. 不同意

### 一. 判断题（10 个小题，每题 3 分，共 30 分）

1. 设  $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}, \mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ，则这向量垂直 ( )
2. 设  $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ，则与这向量都垂直的单位向量为  $\pm \frac{1}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$  ( )
3. 设  $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ，则  $\mathbf{a}$  在  $x$  轴正向上的投影为 4 ( )
4. 曲面  $\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2 + z^2}{c^2} = 1$ ，可由椭圆  $\begin{cases} \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$  绕  $oz$  轴旋转而成 ( )
5.  $u = f(x, y, z)$  在点  $(x_0, y_0, z_0)$  的偏导数存在且连续，则  $u = f(x, y, z)$  在点  $(x_0, y_0, z_0)$  连续 ( )
6. 曲线  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 + z^2 - y^2 = 0 \end{cases}$  在  $xoz$  面上的投影曲线是椭圆 ( )
7. 对给定的  $\lambda$ ，平面  $3x - 2y - z + 1 + \lambda(x + y - 3z - 2) = 0$ ，必经过空间直线  $\begin{cases} 3x - 2y - z = -1 \\ x + y - 3z = 2 \end{cases}$  ( )
8. 曲线  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 32 \\ y - \sqrt{7}z = 0 \end{cases}$  的参数方程为： $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 2\sqrt{7}\sin t, (0 \leq t \leq 2\pi) \\ z = 2\sin t \end{cases}$  ( )
9. 由曲面  $\Sigma_1: z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$ ， $\Sigma_2: z = \sqrt{2(x^2 + y^2)}$  围成的区域  $V$ ，在  $xoy$  面上的投影区域是

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad ( )$$

10. 由曲面  $\Sigma_1: z = \sqrt{3-x^2-y^2}$ ,  $\Sigma_2: z = \sqrt{2(x^2+y^2)}$  围成的区域  $V$ , 被经过点  $(x_0, y_0, 0)$  平行于  $z$  轴直线, 从下往上穿过该区域  $V$  时, 与区域  $V$  边界的交点为:  $(x_0, y_0, \sqrt{2(x_0^2+y_0^2)}), (x_0, y_0, \sqrt{3-(x_0^2+y_0^2)})$ , 这里  $x_0^2 + y_0^2 \leq 1$  ( )

## 二 填空题 (1-8 个小题, 每题 4 分, 9, 10 小题, 每空 1 分, 共 57 分)

1. 设  $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ , 则  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$  \_\_\_\_\_

2. 函数  $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$  在点  $A(1, 0, 1)$  处沿点  $A$  指向  $B(3, 2, 2)$  方向的方向导数为 \_\_\_\_\_。

3. 过点  $(0, 1, -1)$  与直线  $\begin{cases} 3x - 2y + z = -1 \\ x + y - 3z = 2 \end{cases}$  平行的直线方程为: \_\_\_\_\_

4. 曲面  $z = x^2 + y^2 - 2$  在点  $(2, 1, 3)$  处的切平面方程为 \_\_\_\_\_.

5. 曲线:  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = -2\sqrt{7} \sin t \\ z = 2 \sin t \end{cases} (0 \leq t \leq 2\pi)$  在  $(2, 0, 0)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_

6. 设  $z = f(u, v)$  可微,  $u = x^2 + y^2, v = x + y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  分别为 \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_。

7. 设  $z + e^{xz} + x - y = 0$ , 则  $dz =$  \_\_\_\_\_

8. 设  $z = e^{xy} + x + y$ , 则此函数在  $(x, y) = (1, 1)$  这点沿方向 \_\_\_\_\_, 函数值增加最快。

9.  $\iint_{x^2+y^2 \leq 2x} f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dy = \int_c^d dy \int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x, y) dx = \int_\alpha^\beta d\theta \int_{\rho_1(\theta)}^{\rho_2(\theta)} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$

则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_,  $c =$  \_\_\_\_\_,  $d =$  \_\_\_\_\_,  $\alpha =$  \_\_\_\_\_,  $\beta =$  \_\_\_\_\_.

$\varphi_1(x) =$  \_\_\_\_\_,  $\varphi_2(x) =$  \_\_\_\_\_,  $\psi_1(y) =$  \_\_\_\_\_,  $\psi_2(y) =$  \_\_\_\_\_

$\rho_1(\theta) =$  \_\_\_\_\_,  $\rho_2(\theta) =$  \_\_\_\_\_.

10.

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz &= \iint_{\sigma} dx dy \int_{\varphi_1(x, y)}^{\varphi_2(x, y)} f(x, y, z) dz = \int_a^b dz \iint_{\sigma(z)} f(x, y, z) dx dy \\ &= \int_\alpha^\beta d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{\rho_1(\theta, \varphi)}^{\rho_2(\theta, \varphi)} f(r \sin \varphi \cos \theta, r \sin \varphi \sin \theta, r \cos \varphi) \cdot A \cdot dr \end{aligned}$$

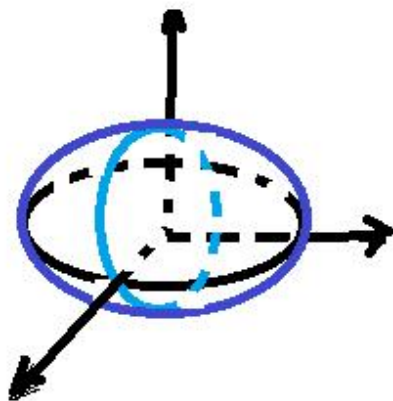
则  $\sigma =$  \_\_\_\_\_,  $\varphi_1(x, y) =$  \_\_\_\_\_,  $\varphi_2(x, y) =$  \_\_\_\_\_,

$$a = \underline{\hspace{2cm}}, \quad b = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sigma(z) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \beta = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \varphi_1 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \varphi_2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad A = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\rho_1(\theta, \varphi) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \rho_2(\theta, \varphi) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{其中: } \Omega = \left\{ (x, y, z) \left| \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{2^2} \leq 1 \right. \right\}$$



### 三 计算题证明 (13 分)

(1) 设  $f(x, y)$  有二阶连续偏导, 令  $g(t) = f(x_0 + t \cos \alpha, y_0 + t \sin \alpha)$ , 计算  $g'(0), g''(0)$

这里  $\alpha$  是任意常数. 并证明: 如果  $g'(0) = 0, g''(0) < 0$  时,  $(x_0, y_0)$  是  $f(x, y)$  的极大值点.

(2) 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  在点  $(0, 0)$  处.

① 计算  $f_x(0, 0), f_y(0, 0)$ ,

② 证明  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处不可微;