西南交通大学 2018－2019 学年第(2)学期期中考试试卷

课程代码 6041720 课程名称 高等数学 AII 考试时间 100 分钟

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

阅卷教师签字：________________

密封装订线 姓 名 ________ 学 号 ________ 班 级 ________

一、选择题（每题 5 分，共 20 分）

1．下列说法正确的是（　　　）。

（A）直线 $x-1=y-2=z$ 与平面 $x+y+z=1$ 平行；

（B）直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$ 与直线 $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 共面；

（C）过点 $(2,1,1)$ 与 $(1,1,2)$ 的直线方程为 $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$；

（D）过点 $(1,1,1)$ 与 $(0,1,-1)$ 且与平面 $x+y+z=0$ 垂直的平面方程为 $2x-y-z=0$。

2．设 $V_1:\begin{cases}x^2+y^2+z^2\le R^2\\ z\ge 0\end{cases}$，$V_2:\begin{cases}x^2+y^2+z^2\le R^2\\ x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\end{cases}$，则以下结论正确的是(　　)。

（A）$\iiint\limits_{V_1} x\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{V_2} x\mathrm{d}V$；（B）$\iiint\limits_{V_1} y\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{V_2} y\mathrm{d}V$；

（C）$\iiint\limits_{V_1} z\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{V_2} z\mathrm{d}V$；（D）$\iiint\limits_{V_1} xy\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{V_2} xy\mathrm{d}V$。

3．设 $\Omega:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}\le 1$，则 $\iiint_\Omega x^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$ 为（　　）。

（A）$\dfrac{4}{15}\pi a^3bc$；（B）$\dfrac{4}{15}\pi ab^3c$；（C）$\dfrac{4}{15}\pi abc^3$；（D）$\dfrac{4}{15}\pi a^3b^3c^3$。

4．函数 $z=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极小值点有（　　）

（A）$(1,\ 0)$；（B）$(1,\ 2)$；（C）$(-3,\ 0)$；（D）$(-3,\ 2)$。

二、填空题（每题5分，共30分）

5．已知 $\begin{cases}x=e^u+u\sin v\\ y=e^u-u\cos v\end{cases}$，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}=$__________。

6．交换二次积分的次序 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{x^2}^{x} f(x,y)\mathrm{d}y=$_________。

7．　已知单位向量 $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ 满足 $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$，计算 $\bar{a}\bullet\bar{b}+\bar{b}\bullet\bar{c}+\bar{c}\bullet\bar{b}=$ ____________。

8．函数$u=x^2+y^2+2z^2$在点$P_0(1,1,1)$处沿$\overrightarrow{P_0O}$方向的方向导数为________，在点$P_0(1,1,1)$处最大的方向导数值_________，其中O为坐标原点。

9．计算$\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$____________，其中$\Omega$是由$x^2+y^2+z^2=z$围成的闭区域。

10．设D是$(x-1)^2+y^2\le 1$与$x^2+(y-1)^2\le 1$，则$\iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$写成极坐标下的二次积分为
__________________________。

三、计算题（每题 9 分，共 45 分）

11．设函数$w=f(x+y+z,xyz)$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}$。

12．方程$xy+z\ln y=1-e^{xz}$在点$(0,1,1)$的某个邻域内能否确定以y为因变量的隐函数，给出理由，若能确定以y为因变量的隐函数，求$\dfrac{\partial y}{\partial z}$。

13．计算$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由$4z^2=25(x^2+y^2)$及$z=5$围成的闭区域。

14．计算$\iiint\limits_{\Omega} xy^2z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，$\Omega$是由曲面$z=xy$与平面$y=x,x=1$和$z=0$所围成的闭区域；

15．求直线$\begin{cases}2x-4y+z=0\\3x-y-2z-9=0\end{cases}$在平面$4x-y+z=1$上的投影直线的方程。

四、（5分） 设 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1\right\}$，证明 $\iint_D e^{-\left(x^2+y^2\right)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \ge \left[\int_{-\frac{\sqrt{\pi}}{2}}^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} e^{-x^2}\mathrm{d}x\right]^2$。