《大学物理 AI》作业　　No.05　狭义相对论

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 ______

****************************本章教学要求*****************************

1、理解伽利略力学相对性原理和伽利略变换；
2、理解狭义相对论的两条基本原理：狭义相对性原理和光速不变原理；
3、理解狭义相对论时空观的特点；会判断原时和非原时、原长和非原长，并能相互推算；
4、掌握洛仑兹坐标变换公式，能对不同参考系中的时间、空间间隔进行换算；
5、掌握狭义相对论中质速关系、质能关系、能量与动量关系，能熟练进行相关运算。

一、 选择题

1. 有下列几种说法：(1) 所有惯性系对物理基本规律都是等价的；(2) 在真空中，光的速度与光的频率、光源的运动状态无关；(3) 在任何惯性系中，光在真空中沿任何方向的传播速率都相同。请问哪些说法是正确的， 答案是[　　　]

(A) 只有(1)、(2)是正确的；　　(B) 只有(1)、(3)是正确的；

(C) 只有(2)、(3)是正确的；　　(D) 三种说法都是正确的。

解：根据爱因斯坦狭义相对论的两条基本原理，(1)、(2)、(3) 说法都是正确的，选 **D**

2. (1) 对某观察者来说，发生在某惯性系中同一地点、同一时刻的两个事件，对于相对该惯性系作匀速直线运动的其它惯性系中的观察者来说，它们是否同时发生？(2) 在某惯性系中发生于同一时刻、不同地点的两个事件，它们在其它惯性系中是否同时发生？关于上述两个问题的正确答案是[　　　]

(A) (1)同时，(2)不同时；　　(B) (1)不同时，(2)同时；

(C) (1)同时，(2)同时；　　(D) (1)不同时，(2)不同时。

解：根据狭义相对论时空观，同时性的相对性。选 **A**

3. 一宇宙飞船相对于地球以 $0.8c$ (c 表示真空中光速)的速度飞行。现在一光脉冲从船尾传到船头，已知飞船上的观察者测得飞船长为 90m，则地球上的观察者测得光脉冲从船尾发出和到达船头两个事件的空间间隔为[　　　]

(A) 270 m；　(B) 150 m；　(C) 90 m；　(D) 54 m 。

解：设地球参考系为 K 系，飞船参考系为 K' 系，K' 系相对于 K 系沿 x 方向以 $u=0.8c$ 的速度飞行。由洛仑兹变换 $x=\gamma(x'+ut')$ 得地球上的观察者测量两事件的空间间隔为

$$\begin{aligned}\Delta x &= \gamma(\Delta x' + u\Delta t') \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}}(90 + 0.8\times 3\times 10^8 \times \frac{90}{3\times 10^8}) \\ &= 270\ (\mathrm{m})\end{aligned}$$

选 **A**

4. 边长为 a 的正方形薄板静止于惯性系 K 的 Oxy 平面内，且两边分别与 x，y 轴平行。今有惯性系K'系以 0.8c（c 为真空中光速）的速度相对于 K 系沿 x 轴作匀速直线运动，则从该惯性系系测得薄板的面积为[　　　]

(A)　$a^2/0.6$；　　　(B)　$0.6a^2$；　　　(C)　$0.8a^2$；　　　(D)　a^2。

解：根据狭义相对论时空观，x 轴运动方向上尺度收缩效应，y 轴与运动垂直方向上长度不收缩。
选 **B**

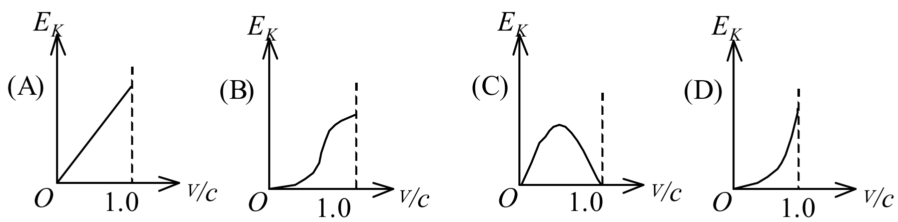
5．两个惯性系 S 和 S'，沿 x (x')轴方向作匀速相对运动。设在 S'系中某点先后发生两个事件，用静止于该系的钟测出两事件的时间间隔为τ_0，而用固定在 S 系的钟测出这两个事件的时间间隔为τ。又在 S'系 x'轴上放置一静止于该系，长度为 l_0 的细杆，从 S 系测得此杆的长度为 l ，则[　　　]

(A)　$\tau < \tau_0$；$l < l_0$　　　　(B)　$\tau < \tau_0$；$l > l_0$
(C)　$\tau > \tau_0$；$l > l_0$　　　　(D)　$\tau > \tau_0$；$l < l_0$

解：τ_0　是原时，l_0是原长，一切的时间测量中，原时最短；一切的长度测量中，原长最长。选 **D**

6．令电子的速率为 v，则电子的动能 E_k 于 v/c 的关系可用下面哪一个图表示？[　　　]

（c 表示真空中光速）



解：相对论中的动能：$E_k = mc^2 - m_0c^2 = (\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1)m_0c^2$ 选 **D**

7. 真空中光速 c= 3.00 × 10^{8}m/s。一静质量为 m_0=0.500mg 的质点，当其速率 $v = \alpha c$ 时，其动能为 E_k，则 $E_k/(m_0 c^2)$=[　　　]。参数：α = 0.830

(A)1.3；　　　(B) 0.90；　　　(C)0.79；　　　(D)0.60。

解：相对论中的动能：$\frac{E_k}{m_0c^2} = \frac{\gamma m_0c^2 - m_0c^2}{m_0c^2} = \gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1-0.83^2}} - 1 = 0.79$　选 **C**

8. 某加速器将电子加速到能量 $E=\alpha\text{MeV}$ 时，该电子的动能 E_k =[　　　]。（两位有效数字，真空中光速 c= 3.00×10^8m/s，电子的静止质量 m_e= 9.11×10^{-31}kg，1 MeV= 1.60×10^{-13} J）参数：$\alpha=4.00$

(A) 2.0MeV；　　(B) 2.5MeV；　　(C) 3.0MeV；　　(D) 3.5MeV。

解：相对论中的动能：$E_k=E-m_0c^2=\left[\alpha-\left(\frac{m_ec^2}{1.60}\right)\times10^{13}/\text{J}\right]\text{MeV}$

$E_k=E-m_0c^2=(4-\dfrac{9.11\times10^{-31}\times9\times10^{16}}{1.6\times10^{-13}})$ MeV 选 **D**

二、 填空题

1. 爱因斯坦狭义相对论的两条基本假设：

(1) 相对性原理：物理定律在所有的惯性系中都有相同的数学形式；

(2) 光速不变原理：在所有惯性参照系中，真空中的光速都恒为 c，与光源或观察者的运动无关。

2. 牛郎星距离地球约 16 光年，宇宙飞船若以 $4/\sqrt{17}\,c$ （或者 0.97c） 的速度匀速飞行，将用 4 年的时间（飞

船上的时间）抵达牛郎星。

解：由时间延缓效应：

$$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\Rightarrow\frac{16\text{年}\times c}{u}=\frac{4\text{年}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\Rightarrow u=\frac{4}{\sqrt{17}}c$$

即 0.97c

3. 观察者甲以 $0.8c$ 的速度相对于静止的观察者乙运动，若甲携带一长度为 l、截面积为 S，质量为 m 的棒，这根棒安放在运动方向上，则甲测得此棒的密度为（ $\rho_{甲}=\dfrac{m}{ls}$ ）；乙测得此棒的密度为（ $\rho_{乙}=\dfrac{25m}{9lS}$ ）。

解：因为 $m'=\dfrac{m}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=\dfrac{5}{3}m,\quad l'=l\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=\dfrac{3}{5}l$，与运动垂直方向长度不收缩，截面积不变，所以

$$\rho'=\frac{m'}{l'S}=\frac{25}{9}\frac{m}{ls}$$

4. 半人马星座α星是距离太阳系最近的恒星，它距离地球 $S=4.3\times10^{16}$m。设有一宇宙飞船自地球飞到半人马星座α星，若宇宙飞船相对于地球的速度为 $v=0.999c$，按地球上的时钟计算要用______年时间？如以飞船上的时钟计算，所需时间又为______年？

解： 以地球上的时钟计算：$\Delta t = \frac{S}{v} \approx 4.5$ 年

以飞船上的时钟计算：$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 0.20$ 年

5. 地面参照系 S 中，在 x 处，于 t 时刻爆炸了一颗炸弹。 如果有一沿 x 轴方向，以 u 速率运动的飞船，则在飞船参考系 S' 中的观测者测得这颗炸弹的空间坐标 x' 为 $\underline{(x-ut)\Big/\sqrt{1-u^2/c^2}}$ 和时间坐标 t' 为 $\underline{\left(t-\frac{u}{c^2}x\right)\Big/\sqrt{1-u^2/c^2}}$ 。

6. 要把一个静止质量为 m_0 的粒子，由静止加速到 $0.6c$，则需作的功是静能的 $\underline{\quad 0.25 \quad}$ 倍。

解： $\dfrac{E_k}{E_0} = \dfrac{mc^2 - m_0c^2}{m_0c^2} = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - 1 = 0.25$

7. 设有一个静止质量为 m_0 的质点，以接近光速的速率 v 与一质量为 M_0 的静止质点发生碰撞结合成一个复合质点。求复合质点的速率 v_f=____________。

解： 设结合后复合质点的质量为 M'，根据动量守恒和能量守恒定律可得

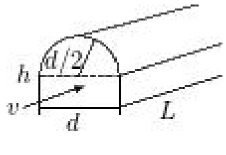
$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = M' v_f \qquad 和 \qquad M'c^2 = M_0 c^2 + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

由上面二个方程解得

$$v_f = \frac{m_0 v}{m_0 + M_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

三、 计算题

1. 一隧道长为 L，宽为 d，高为 h，拱顶为半圆，如图。设想一列车以极高的速度 v 沿隧道长度方向通过隧道，若从列车上观测，(1) 隧道的尺寸如何？(2) 设列车的长度为 l_0，它全部通过隧道的时间是多少？



解：(1) 从列车上观察，隧道的长度缩短，其它尺寸均不变。

隧道长度为 $$L' = L\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

(2) 从列车上观察，隧道以速度 v 经过列车，它经过列车全长所需时间为

$$t' = \frac{L'}{v} + \frac{l_0}{v} = \frac{L\sqrt{1-(v/c)^2} + l_0}{v}$$

这也即列车全部通过隧道的时间。

2. 观测者甲和乙分别静止于两个惯性参照系 K 和 K'中，甲测得在同一地点发生的两个事件的时间间隔为 4 s，而乙测得这两个事件的时间间隔为 5 s，求： (1) K'相对于 K 的运动速度； (2) 乙测得这两个事件发生的地点的距离。

解：(1) 甲测得同一地点发生的两个事件的时间间隔为原时：$\Delta t = 4\,\mathrm{s}$
乙测得两事件的时间间隔为非原时：$\Delta t' = 5\mathrm{s}$

由钟慢效应 $\Delta t = \gamma^{-1}\Delta t'$，即：$\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{4}{5}$

可得 K' 相对于 K 的速度： $u = \frac{3}{5}c$

(2) 由洛仑兹变换 $x' = \gamma(x - ut)$，乙测得两事件的坐标差为 $\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$

由题意 $\Delta x = 0$ 有：

$$\begin{aligned}\Delta x' &= -\frac{u\Delta t}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} \\ &= -\frac{0.6c\times 4}{\sqrt{1-(\frac{3}{5})^2}} = -3c \\ &= -9\times 10^8\,(\mathrm{m})\end{aligned}$$

即两事件的距离为 $L = |\Delta x'| = 9\times 10^8\,(\mathrm{m})$

3. 两个质点 A 和 B，静止质量均为 m_0。质点 A 静止，质点 B 的动能为 $6m_0c^2$。设 A、B 两质点相撞并结合成为一个复合质点。求复合质点的静止质量。

解： 设复合质点静止质量为 M_0，运动时质量为 M 。由能量守恒定律可得

$$Mc^2 = m_0c^2 + mc^2$$

其中 mc^2 为相撞质点 B 的能量。

$$mc^2 = m_0c^2 + 6m_0c^2 = 7m_0c^2$$

故 $M=8m_0$

设质点 B 的动量为 p_B，复合质点的动量为 p 。由动量守恒定律

$$p = p_B$$

利用动量与能量关系，对于质点 B 可得

$$p_B{}^2c^2 + m_0{}^2c^4 = m^2c^4 = 49m_0{}^2c^4$$

对于复合质点可得

$$p^2c^2 + {M_0}^2c^4 = M^2c^4 = 64{m_0}^2c^4$$

由此可求得

$${M_0}^2 = 64{m_0}^2 - 48{m_0}^2 = 16{m_0}^2$$

故$M_0 = 4m_0$