

一、选择题：(20 分)

本题共 10 个小题，每题回答正确得 2 分，否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。

1. 已知输入信号 $x(t)$ 的频带宽度分别为 $3\Delta\omega$ ，某信号处理系统的带宽为 $2\Delta\omega$ ，则系统的输出信号 $y(t) = x(t) * h(t)$ 的频带宽度为 (B)。

- (A) $3\Delta\omega$ (B) $2\Delta\omega$ (C) $5\Delta\omega$ (D) $6\Delta\omega$

2. 已知 $y(t) = x(t) * h(t)$ ，则 $x(t-2) * h(t-3) =$ (C)。

- (A) $y(t-3)$ (B) $y(t-1)$ (C) $y(t-5)$ (D) $y(t-2)$

3. 一个因果、稳定的离散时间系统函数 $H(z)$ 的所有极点必定在 z 平面的 (D)。

- (A) 单位圆以外 (B) 实轴上 (C) 左半平面 (D) 单位圆以内

4. 离散非周期信号 $f(n)$ 的频谱 $F(e^{j\omega})$ 的特点是 (A)。

- (A) 周期、连续 (B) 周期、离散 (C) 连续、非周期 (D) 离散、非周期

5. 下列各种滤波器的结构中哪种不是 IIR 滤波器的基本结构 (D)。

- (A) 直接型 (B) 级联型 (C) 并联型 (D) 频率抽样型

6. 对 7 点有限长序列 [1 2 3 4 5 6 7] 进行向右 3 点圆周移位后得到序列 (B)

- (A) [4 5 6 7 1 2 3] (B) [5 6 7 1 2 3 4]
(C) [6 7 5 1 2 3 4] (D) [7 6 5 1 2 3 4]

7. 用窗函数法设计 FIR 低通滤波器时，当窗函数类型确定后，窗口长度越长，滤波器的过渡带越 (A)

- (A) 窄 (B) 宽 (C) 不变 (D) 无法确定

8. 序列虚部的傅里叶变换等于序列傅里叶变换的 (B) 分量。

- (A) 共轭对称 (B) 共轭反对称 (C) 偶对称 (D) 奇对称

9. 可以实现低通、高通、带通和带阻滤波器设计的是： (D)

- (A) $h(n) = -h(N-1-n)$ N 为偶数 (B) $h(n) = -h(N-1-n)$ N 为奇数
(C) $h(n) = h(N-1-n)$ N 为偶数 (D) $h(n) = h(N-1-n)$ N 为奇数

10. 下列方程描述的系统中，只有 (B) 才是线性时不变的系统。

- (A) $y(k) = 2^k f(k)$ (B) $y(k) = f(k) + 3f(k-1)$ (C) $y(k+3) - ky^2(k) = f(k)$ (D) $y(k) = y(k-1) + kf(k)$

11. 连续周期信号 $x(t) = 2 + \cos(\frac{2\pi}{3}t) + 3\sin(\frac{5\pi}{3}t)$ 的基波频率 ω_0 等于 ()。

- (A) $\pi/3$ (B) $5\pi/3$ (C) $7\pi/3$ (D) 2π

12. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(-2t-4)(t^2+4t+6)dt =$ (A)；

- (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) 8

13. 设某信号 $x(t)$ 的有理拉氏变换总共有两个极点在 $s=-1$ 和 $s=-3$, 若 $g(t)=e^{2t}x(t)$, 其傅里叶变换 $G(j\omega)$ 收敛。那么 $x(t)$ 是 (C) 信号。

- (A) 左边 (B) 右边 (C) 双边 (D) 离散

奥本海姆 566 页例 10.26

二、(10 分) 某因果系统的系统函数为:
$$H(z) = \frac{1 - \frac{13}{6}z^{-1} + \frac{1}{3}z^{-2}}{1 - \frac{5}{6}z^{-1} + \frac{1}{6}z^{-2}}$$

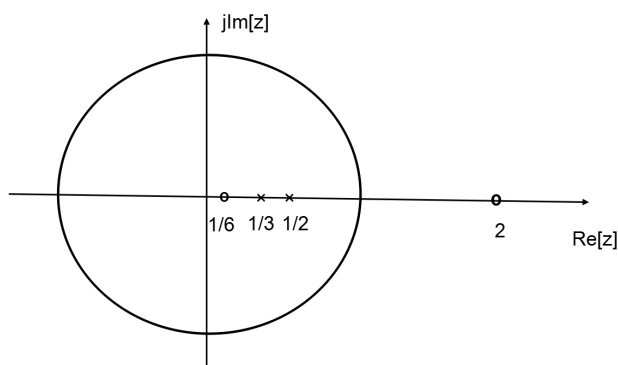
- (1) 求初始松弛条件下的表征该系统的差分方程;
 (2) 画出系统的零极点分布图, 标出 $H(z)$ 的收敛域, 并求出其单位脉冲响应 $h[n]$;
 (3) 当输入信号 $x[n]=(-1)^n$ 时, 系统的输出响应 $y[n]$;

解: (1) 因为

$$Y(z) - \frac{13}{6}z^{-1}Y(z) + \frac{1}{3}z^{-2}Y(z) = X(z) - \frac{5}{6}z^{-1}X(z) + \frac{1}{6}z^{-2}X(z)$$

$$\text{由 } z \text{ 反变换得, } y(n) - \frac{5}{6}y(n-1) + \frac{1}{6}y(n-2) = x(n) - \frac{13}{6}x(n-1) + \frac{1}{3}x(n-2)$$

(2) 收敛域为 $|z| > \frac{1}{2}$,
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^2 - \frac{13}{6}z + \frac{1}{3}}{z^2 - \frac{5}{6}z + \frac{1}{6}} = \frac{(z-2)(z-\frac{1}{6})}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{3})} = 2 + \frac{-6z}{z-\frac{1}{2}} + \frac{5z}{z-\frac{1}{3}}$$



$$\text{此时 } h[n] = 2\delta(n) - 6\left(\frac{1}{2}\right)^n + 5\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

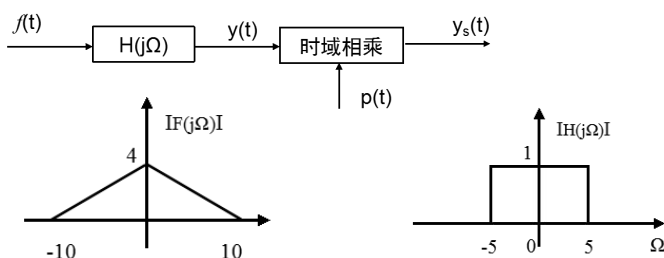
- (3) 当输入信号 $x[n]=(-1)^n$ 时, 系统的输出响应 $y[n]$

$$\text{因为: } y(n) = H(z)z^n$$

所以: 当 $x[n]=(-1)^n$ 时的响应等于 $(-1)^n$ 乘以系统函数 $H(z)$ 在 $z=-1$ 时的值,

$$y(n) = 7/4(-1)^n.$$

三、(15 分) 已知某系统的频响特性及激励信号的频谱如图所示,

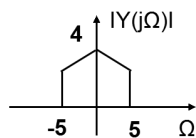


(1) 画出 $y(t)$ 的频谱 $Y(j\Omega)$ 。

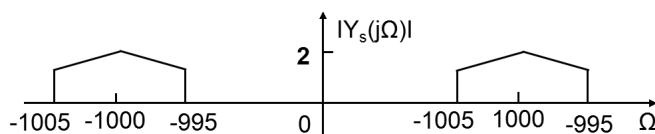
(2) 若 $p(t)=\cos(1000t)$, 画出 $y_s(t)$ 的频谱 $Y_s(j\Omega)$, 并写出 $Y_s(j\Omega)$ 与 $Y(j\Omega)$ 的关系式

(3) 若 $p(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-\frac{\pi}{30}k)$, 画出 $y_s(t)$ 的频谱 $Y_s(j\Omega)$, 并写出 $Y_s(j\Omega)$ 与 $Y(j\Omega)$ 的关系式

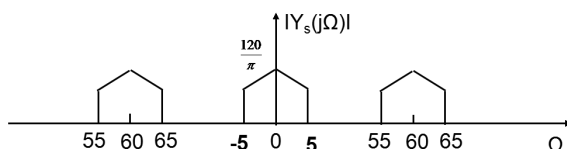
答案: 1)



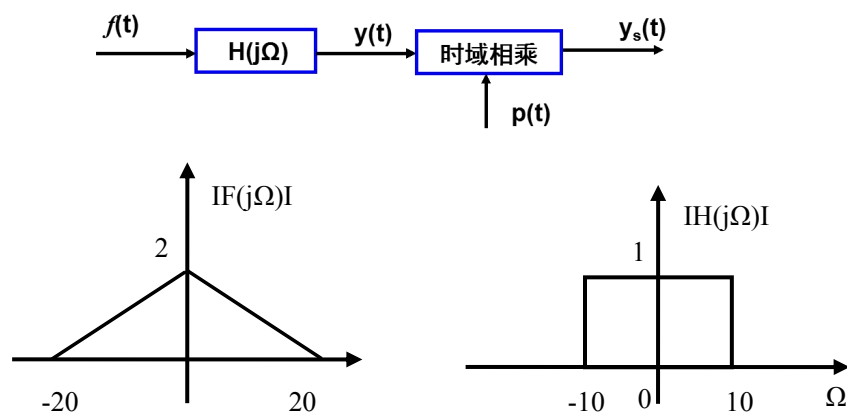
$$2) Y_s(j\omega) = \frac{1}{2} \{Y[j(\omega+1000)] + Y[j(\omega-1000)]\}$$



$$3) p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - \frac{\pi}{30}k), T_s = \frac{\pi}{30}, \Omega_s = 60, Y_s(j\Omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Y(j(\Omega - k\Omega_s))$$



二、(15 分) 已知某系统的频响特性及激励信号的频谱如图所示,

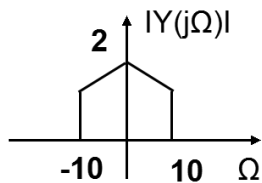


(1) 画出 $y(t)$ 的频谱 $Y(j\Omega)$, 并写出 $Y(j\Omega)$ 表达式

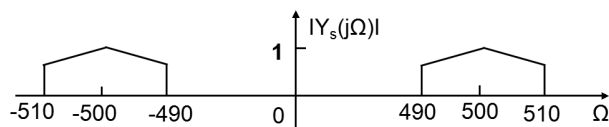
(2) 若 $p(t)=\cos(500t)$, 画出 $y_s(t)$ 的频谱 $Y_s(j\Omega)$, 并写出 $Y_s(j\Omega)$ 表达式

(3) 若 $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - \frac{\pi}{5}k)$, 画出 $y_s(t)$ 的频谱 $Y_s(j\Omega)$, 并写出 $Y_s(j\Omega)$ 表达式

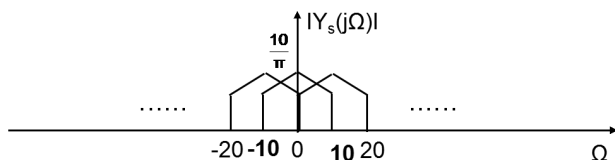
答案: 1)



$$2) Y_s(j\omega) = \frac{1}{2} \{Y[j(\omega + 500)] + Y[j(\omega - 500)]\}$$



$$3) p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - \frac{\pi}{5}k), T_s = \frac{\pi}{5}, \Omega_s = 10, Y_s(j\Omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Y(j(\Omega - k\Omega_s))$$



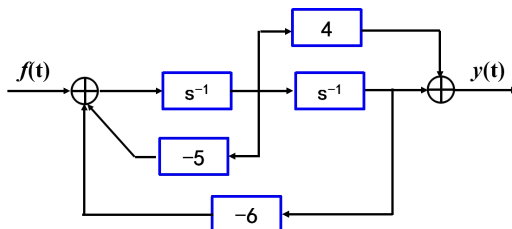
四、(20 分) 某因果 LTI 系统框图如图所示, 试求:

(1) 求系统的系统函数 $H(s)$;

(2) 画出零极点图, 判断系统是否稳定;

(3) 求系统的单位冲激响应 $h(t)$;

(4) 若初始状态为: $y(0^-) = 1, y'(0^-) = 1$, 当输入 $f(t) = e^{-t}u(t)$ 时, 求系统的全响应 $y(t)$ 。

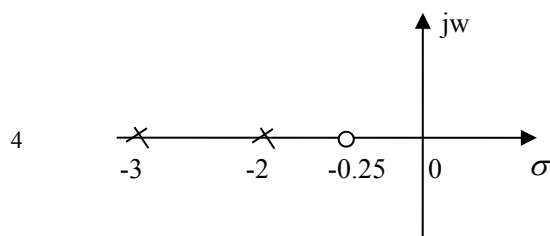


解:

$$(1) H(s) = \frac{4s+1}{s^2+5s+6} \quad \text{Re}[s] > -2$$

$$(2) H(s) = \frac{4s+1}{s^2+5s+6} = \frac{4s+1}{(s+2)(s+3)} = \frac{-7}{s+2} + \frac{11}{s+3}$$

$$(3) h(t) = (11e^{-3t} - 7e^{-2t})u(t)$$



$$H(s) = \frac{4s+1}{s^2+5s+6} = \frac{Y(s)}{X(s)}, (s^2+5s+6)Y(s) = (4s+1)X(s)$$

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = 4x'(t) + x(t)$$

收敛域包含虚轴，系统稳定。或者极点都位于 s 平面左边所以系统稳定。

(4) 解法 1:

由微分方程得:

$$s^2 Y(s) - sy(0^-) - y'(0^-) + 5sY(s) - 5y(0^-) + 6Y(s) = 4sX(s) + X(s)$$

$$Y(s) = \frac{4s+1}{s^2+5s+6} \cdot X(s) + \frac{(s+5)y(0^-) + y'(0^-)}{s^2+5s+6}, \quad X(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$Y_{zs}(s) = \frac{4s+1}{(s+2)(s+3)} \frac{1}{s+1} = \frac{7}{s+2} - \frac{11}{2} \frac{1}{s+3} - \frac{3}{2} \frac{1}{s+1}$$

$$y_{zs}(t) = \left(-\frac{11}{2} e^{-3t} + 7e^{-2t} - \frac{3}{2} e^{-t} \right) u(t)$$

$$Y_{zi}(s) = \frac{(s+5)y(0^-) + y'(0^-)}{s^2+5s+6} = \frac{s+6}{(s+2)(s+3)} = \frac{4}{s+2} - \frac{3}{s+3}$$

$$y_{zi}(t) = 4e^{-2t}u(t) - 3e^{-3t}u(t) \quad y(t) = (11e^{-2t} - \frac{17}{2}e^{-3t} - \frac{3}{2}e^{-t})u(t)$$

解法二:

$$Y_{zs}(s) = H(s) \cdot X(s) = \frac{4s+1}{(s+2)(s+3)} \frac{1}{s+1} = \frac{7}{s+2} - \frac{11}{2} \frac{1}{s+3} - \frac{3}{2} \frac{1}{s+1}$$

$$y_{zs}(t) = \left(-\frac{11}{2} e^{-3t} + 7e^{-2t} - \frac{3}{2} e^{-t} \right) u(t)$$

$$y_{zi}(t) = k_1 e^{-2t} u(t) + k_2 e^{-3t} u(t)$$

$$\begin{cases} k_1 + k_2 = 1 \\ -2k_1 - 3k_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow k_1 = 4, k_2 = -3$$

$$y_{zi}(t) = 4e^{-2t}u(t) - 3e^{-3t}u(t)$$

$$y(t) = (11e^{-2t} - \frac{17}{2}e^{-3t} - \frac{3}{2}e^{-t})u(t)$$

六、(15 分) 假设 LTI 系统单位脉冲响应 $h(n)$ 和输入信号 $x(n]$ 分别用下式表示:

$$x(n) = 2\delta(n) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + 2\delta(n-3), \quad h(n) = 2\delta(n) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + 2\delta(n-3),$$

系统的输出为 $y(n)$ 。

(1) 求系统函数 $H(z)$

(2) 求系统的输出 $y(n)$ 。要求写出 $y(n)$ 的表达式，并画出 $y(n)$ 的波形。

$$\text{解: (1) } h(n) = 2\delta(n) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + 2\delta(n-3), \quad H(z) = 2 + 2z^{-1} + 2z^{-2} + 2z^{-3}$$

$$(2) \quad x(n) = 2\delta(n) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + 2\delta(n-3), \quad X(z) = 2 + 2z^{-1} + 2z^{-2} + 2z^{-3}$$

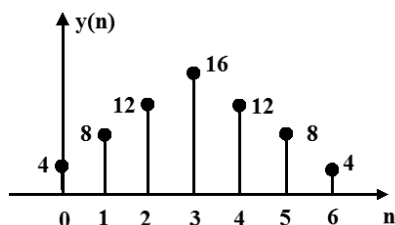
$$Y(z) = X(z) \cdot H(z) = (2 + 2z^{-1} + 2z^{-2} + 2z^{-3})(2 + 2z^{-1} + 2z^{-2} + 2z^{-3})$$

$$= 4 + 8z^{-1} + 12z^{-2} + 16z^{-3} + 12z^{-4} + 8z^{-5} + 4z^{-6}$$

$$y(n) = 4\delta(n) + 8\delta(n-1) + 12\delta(n-2) + 16\delta(n-3) + 12\delta(n-4) + 8\delta(n-5) + 4\delta(n-6)$$

或者

$$y(n) = x(n) * h(n) = 4\delta(n) + 8\delta(n-1) + 12\delta(n-2) + 16\delta(n-3) + 12\delta(n-4) + 8\delta(n-5) + 4\delta(n-6)$$



9. 3 2 一个冲激响应为 $h(t)$ 的因果 LTI 系统有下列性质：

(1) 当系统的输入为 $x(t)=e^{2t}$ ，对所有的 t ，其输出对全部 t 是 $y(t)=(1/6)e^{2t}$ 。

(2) 单位冲激响应 $h(t)$ 满足下列微分方程：

$$\frac{dh(t)}{dt} + 2h(t) = (e^{-4t})u(t) + bu(t)$$

这里 b 是未知常数。

求：

- 1) 利用已知的性质确定该系统的系统函数；注意答案中不能有 b 。
- 2) 画出零极点分布图，判定系统的稳定性
- 3) 求当 $x(t)=e^{-5t}$ 时的系统响应 $y(t)$

解：1) 根据已知的 2 个性质求得系统函数为

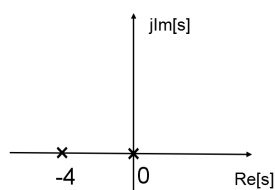
$$sH(s) + 2H(s) = \frac{1}{s+4} + \frac{b}{s} = \frac{s(1+b) + 4b}{(s+4)s}$$

$$H(s) = \frac{s(1+b) + 4b}{s(s+2)(s+4)}$$

$$H(2) = \frac{2(1+b) + 4b}{2(2+2)(2+4)} = \frac{2+6b}{48} = \frac{1}{6} \Rightarrow b=1$$

$$H(s) = \frac{s(1+b) + 4b}{s(s+2)(s+4)} = \frac{2s+4}{s(s+2)(s+4)} = \frac{2}{s(s+4)}$$

2) 有限 s 平面没有零点，极点为 $s=0, s=-4$ 。



因为只有一个极点在 s 平面左边，所以系统稳定。

3) 当 $x(t)=e^{-5t}$ ($-\infty < t < \infty$) 时的系统响应 $y(t)=(2/5)e^{5t}$

4) 当 $x(t)=e^{-5t}u(t)$ 时的系统响应

$$X(s) = \frac{1}{s+5}$$

$$y(s) = H(s)X(s) = \frac{2}{s(s+4)(s+5)} = \frac{1}{s} + \frac{-1}{s+4} + \frac{2}{s+5}$$

$$y(t) = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2}e^{-4t} + \frac{2}{5}e^{-5t}\right)u(t)$$

P 5 2 7, 9. 4 0

考虑由下列为微分方程表征的系统 S:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 6\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 11\frac{d y(t)}{dt} + 6y(t) = x(t)$$

- 当输入 $x(t)=e^{-4t}u(t)$ 时，求系统的零状态响应；
- 已知 $y(0)=1, y'(0)=-1, y''(0)=1$, 求 $t>0$ 系统的零输入响应；
- 当输入 $x(t)=e^{-4t}u(t)$ 时，初始条件与 (b) 相同时，求系统 S 的输出。

解:

$$s^3 Y(s) + 6s^2 y(s) + 11y(s) + 6y(s) = X(s)$$

$$\begin{aligned} 1) \quad H(s) &= \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} = \frac{1}{s^3 + s^2 + 5s^2 + 5s + 6s + 6} \\ &= \frac{1}{(s+1)(s^2 + 5s + 6)} = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)} \end{aligned}$$

$$X(s) = \frac{1}{s+4}$$

$$y(s) = X(s)H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{2}{s+2} + \frac{2}{s+3} - \frac{6}{s+4}$$

$$y_{zs}(t) = \left(\frac{1}{6}e^{-t} - 2e^{-2t} + 2e^{-3t} - 6e^{-4t}\right)u(t)$$

2) 系统的特征根是 $s=-1, s=-2, s=-3$;

所以零输入响应的一般形式为:

$$y_{zi}(t) = (Ae^{-t} + Be^{-2t} + Ce^{-3t})u(t)$$

$$\begin{cases} y(0^-) = A + B + C = 1 \\ y'(0^-) = -A - 2B - 3C = -1 \\ y''(0^-) = A + 4B + 9C = 1 \end{cases}$$

$$A = 1, B = C = 0;$$

$$y_{zi}(t) = e^{-t}$$

$$3) \quad y(t) = y_{zs}(t) + y_{zi}(t) = \frac{7}{6}e^{-t} - 2e^{-2t} + 2e^{-3t} - 6e^{-4t}$$