

电子测量技术（含实验）第 2 章作业

1. 将最大允许误差为 $\pm 0.3\text{mA}$ 的某电流表 and 标准电流表串联测量电路的电流。已知电流表的示值为 19.82mA ，标准表的读数为 20.06mA ，求该电流表的示值误差。若已知示值误差的扩展不确定度 U_{95} 为 0.05mA ，试判断在此次测量中电流表的示值误差是否合格。

解

示值绝对误差：

$$\Delta I = I - I_0 = 20.06\text{mA} - 19.82\text{mA} = 0.24\text{mA}$$

最大误差限：

$$\text{MPEV} = |\pm 0.3\text{mA}| = 0.3\text{mA}$$

则：

$$U_{95} < \frac{1}{3} \text{MPEV} = 0.1\text{mA}$$

满足测量仪器示值误差的符合性评定条件，又有：

$$|\Delta I| < \text{MPEV}$$

故在此次测量中电流表的示值误差合格。

2. 某校准证书说明，标称值为 10Ω 的标准电阻器的电阻 R 在 20°C 时完整测量结果为 $10.000\,742\Omega \pm 29\mu\Omega$ ($p = 99\%$)，求该电阻器电阻的标准不确定度，并说明是哪一类评定的不确定度。

解

经查表，正态分布的包含因子：

$$k_{99} = 2.576$$

$$U_x = 29\mu\Omega$$

测量结果的 B 类标准不确定度为：

$$u_x = \frac{U_x}{k_{99}} = \frac{29\mu\Omega}{2.576} = 12\mu\Omega$$

自由度：

$$\nu \rightarrow \infty$$

不是统计方法，故为 B 类评定的不确定度。

3. 对某电压的测量数据如下：

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
电压/mV	10.32	10.28	10.21	10.41	10.25	10.52	10.31	10.32	10.04

试用格拉布斯检验法判别测量数据中是否存在异常值。

解

电压的算术平均值为：

$$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n U_k = \frac{1}{9} \sum_{k=1}^9 U_k = 10.30\text{mV}$$

电压的实验标准差为:

$$s(U_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n v_k^2} = \sqrt{\frac{1}{8} \sum_{k=1}^9 v_k^2} = 0.13\text{mV}$$

第 9 次测量结果残差最大, 为:

$$|U_9 - \bar{U}| = |10.04 - 10.30| = 0.26\text{mV}$$

置信概率为 99%时:

$$G_{99}(9)s(U_k) = 2.32 \times 0.13\text{mV} = 0.30\text{mV} > 0.26\text{mV}$$

故测量数据中无异常值。

4. 对某电阻重复测量 8 次, 测得数据分别为:

802.40 802.50 802.38 802.48 802.42 802.46 802.45 802.43(Ω)

试分别用贝塞尔法和极差法确定电阻测量结果的 A 类不确定度。

解

① 贝塞尔法:

电阻的算术平均值为:

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n R_k = \frac{1}{8} \sum_{k=1}^8 R_k = 802.44\Omega$$

电阻的实验标准差为:

$$s(R_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n v_k^2} = \sqrt{\frac{1}{7} \sum_{k=1}^8 v_k^2} = 0.040\Omega$$

以 \bar{R} 作为测量结果, 其 A 类标准不确定度为:

$$u(\bar{R}) = s(\bar{R}) = \frac{s(R_k)}{\sqrt{n}} = 0.014\Omega$$

自由度为:

$$\nu = n - 1 = 7$$

② 极差法:

电阻的极差为:

$$R = R_{\max} - R_{\min} = 802.50\Omega - 802.38\Omega = 0.12\Omega$$

查表, 得:

$$C = 2.85$$

电阻的实验标准差为:

$$s(R_k) = \frac{R}{C} = \frac{0.12\Omega}{2.85} = 0.042\Omega$$

电阻的算术平均值为:

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n R_k = 802.44\Omega$$

以 \bar{R} 作为测量结果，其 A 类标准不确定度为：

$$u(\bar{R}) = s(\bar{R}) = \frac{s(R_k)}{\sqrt{n}} = 0.015\Omega$$

查表得自由度为：

$$\nu = 6.0$$

5. 对某电路电流 I 进行间接测量，测得电路电阻及其两端电压分别为： $R = 4.26\Omega$, $s(R) = 0.02\Omega$, $U = 16.50V$, $s(U) = 0.05V$ 。已知相关系数 $r(U, R) = 1$ ，试求电流 I 的合成标准不确定度。

解

最佳估计值：

$$I = \frac{U}{R} = \frac{16.50V}{4.26\Omega} = 3.87A$$

相关系数 $r(U, R) = 1$ ，即完全正相关，则电流 I 的合成标准不确定度：

$$u_c(I) = \sum_{k=1}^n u_k(I) = \left| \frac{\partial I}{\partial U} \right| s(U) + \left| \frac{\partial I}{\partial R} \right| s(R) = 0.0064A$$

6. 利用数字万用表20V量程档测量某电路的电压 U ，测量数据(不含异常值)为：

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
电压/V	12.48	12.59	12.71	12.66	12.62	12.56	12.47	12.70	12.58	12.63

数字万用表20V量程档的最大允许误差为 $\pm(0.5\% \times \text{读数} + 0.2\% \times \text{量程})$ 。已知通过该电路的电流 $I = 22.5mA$ ，其扩展不确定度 $U(I) = 0.5mA$ (包含因子为 2)，求该电路所耗功率及其合成标准不确定度。(I和U互不相关)

解

电压的算术平均值为：

$$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n U_k = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} U_k = 12.60V$$

电压的实验标准差为：

$$s(U_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n v_k} = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{k=1}^{10} v_k} = 0.082V$$

采用贝塞尔法，电压读数结果的 A 类标准不确定度：

$$u_A = s(\bar{U}) = \frac{s(U_k)}{\sqrt{n}} = 0.026V$$

自由度：

$$\nu_1 = n - 1 = 9$$

根据数字万用表技术指标，其最大允许误差的区间半宽：

$$A = 0.5\% \times \text{读数} + 0.2\% \times \text{量程} = 0.5\% \times 12.60V + 0.2\% \times 20V = 0.103V$$

设在该区间内为均匀分布，则包含因子：

$$k = \sqrt{3}$$

由数字万用表引入的电压的 B 类标准不确定度：

$$u_B = \frac{A}{\sqrt{3}} = 0.059V$$

自由度：

$$\nu_2 \rightarrow \infty$$

电压的标准不确定度：

$$u(U) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0.026^2 + 0.059^2}V = 0.064V$$

自由度：

$$\nu(\bar{U}) = \frac{u^4(\bar{U})}{\frac{u_A^4(\bar{U})}{\nu_1} + \frac{u_B^4(\bar{U})}{\nu_2}} = 330.4$$

电流的 B 类标准不确定度：

$$U(I) = 0.5mA, k = 2$$

$$u(I) = \frac{U(I)}{k} = 0.25mA$$

自由度：

$$\nu \rightarrow \infty$$

电路所耗功率最佳估计值：

$$P = \bar{U}I = 12.60V \times 22.5mA = 283.50mW$$

功率的合成标准不确定度：

$$u_c(P) = \sqrt{[Iu(\bar{U})]^2 + [\bar{U}u(I)]^2} = 3.5mW$$

7. 已知 $y = x_1/\sqrt{x_2x_3^3}$, x_1 、 x_2 、 x_3 的相对标准不确定度分别为： $u_{\text{rel}}(x_1) = 2.0\%$, $\nu(x_1) = 8$; $u_{\text{rel}}(x_2) = 1.5\%$, $\nu(x_2) = 6$; $u_{\text{rel}}(x_3) = 1.0\%$, $\nu(x_3) = 10$, 输入量 x_1 、 x_2 、 x_3 之间互不相关，试计算 y 的相对扩展不确定度。

解

$$y = x_1/\sqrt{x_2x_3^3} = x_1x_2^{-\frac{1}{2}}x_3^{-\frac{3}{2}}$$

输入量的幂指数分别为：

$$p_1 = 1, p_2 = -\frac{1}{2}, p_3 = -\frac{3}{2}$$

y 的相对合成不确定度：

$$u_{\text{crel}}(y) = \sqrt{\sum_{k=1}^3 [p_k u_{\text{rel}}(x_k)]^2} = \sqrt{(2.0\%)^2 + \left(-\frac{1}{2} \times 1.5\%\right)^2 + \left(-\frac{3}{2} \times 1.0\%\right)^2} = 2.6\%$$

有效自由度：

$$v_{\text{eff}}(y) = \frac{u_{\text{crel}}^4(y)}{\sum_{k=1}^3 \frac{[p_k u_{\text{rel}}(x_k)]^4}{v(x_k)}} = \frac{(2.61\%)^4}{\frac{(2.0\%)^4}{8} + \frac{\left(-\frac{1}{2} \times 1.5\%\right)^4}{6} + \frac{\left(-\frac{3}{2} \times 1.0\%\right)^4}{10}} = 18$$

取 $p = 0.95$ ，查表得：

$$t_{95}(8) = 2.10$$

y 的相对扩展不确定度：

$$U_{95\text{rel}} = 2.10 \times 2.61\% = 5.5\%$$

8. 请判断下述完整测量结果的表达是否正确，若不正确，请修改在右侧的括号内。

① 3.427 ± 0.2 不正确，可修改为 (3.4 ± 0.2)

② 746 ± 2.42 不正确，可修改为 (746.0 ± 2.4)

③ $6\,523.587 \pm 0.35$ 不正确，可修改为 ($6\,523.59 \pm 0.35$)

④ 821.53 ± 0.046 不正确，可修改为 ($821.53(1 \pm 4.6\%)$)

注：④中的 0.046 为相对扩展不确定度。