西南交通大学 2017－2018 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 **6010500** 课程名称 **线性代数 B** 考试时间 **120 分钟**

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

阅卷教师签字：

密封装订线

姓 名

学 号

班 级

说明：（1）本试卷共四页，16 道题；

（2）试卷中 A^T 表示矩阵 A 的转置，A^{-1} 表示可逆方阵 A 的逆矩阵，A^* 表示方阵 A 的伴随矩阵。

一、选择题（5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 $f(x)=\begin{vmatrix} a+x & b & c \\ a & b+x & c \\ a & b & c+x \end{vmatrix}$，其中 $a+b+c\neq 0$，则 $f(x)=0$ 的根为（　　）

(A) 0，$a+b+c$；　(B) 0，$-(a+b+c)$；

(C) 0，abc；　(D) abc，$-(a+b+c)$.

2. 设 A、B 均为 n 阶可逆方阵，则下列结论正确的是（　　）

(A) $AB=BA$；　(B) $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$；

(C) $(AB)^*=B^*A^*$；　(D) $|A+B|=|A|+|B|$.

3. 设 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\2\\a\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\2\\3\\b\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\0\\2\\c\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\d\end{pmatrix}$，其中 a,b,c,d 为任意实数，则（　　）

(A) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关；　(B) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关；

(C) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关； (D) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关.

4. 下列实向量的集合，(　　) 构成 R^3 的子空间.

(A) $V=\left\{(x_1,x_2,x_3)^T \mid x_1+x_2+x_3=1\right\}$；

(B) $V=\left\{(x_1,x_2,x_3)^T \mid x_1x_2x_3=0\right\}$；

(C) $V=\left\{(x_1,x_2,x_3)^T \mid x_1+x_2+x_3=0\right\}$；

(D) $V=\left\{(x_1,x_2,x_3)^T \mid |x_1|=|x_2|=|x_3|\right\}$.

5. 下列各组方阵相似的是 (　　).

(A) $\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$； (B) $\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$；

(C) $\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$； (D) $\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}$.

二、填空题（5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

6. 如果可逆矩阵 A 的每行元素之和均为 a，则 A^{-1} 的每行元素之和为__________；

7. 设A为3阶方阵,若存在3阶非零方阵B,使得$AB=O$,则行列式$|A|$=__________；

8. 已知α_1,α_2是线性无关二维向量，A为二阶方阵，且$A\alpha_1=0, A\alpha_2=2\alpha_1+\alpha_2$，则$A$的非零特征根为__________；

9. 已知 3 阶方阵 A 的特征值为 $1,-1,2$，则行列式$\left|A^2+A+E\right|$= _____ ；

10. 设$D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&2&2&2\\0&0&3&3\\0&0&0&4\end{vmatrix}$，则$D$中所有元素的代数余子式之和为______________.

三、计算题（5 小题，共计 52 分）

11.（8 分） 设有向量组 A:$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\\4\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\3\\1\\2\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\0\\7\\14\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\k\end{pmatrix}$，$k$ 为参数，求向量组 A 的秩和一个极大线性无关组.

12. （8 分） 设$A=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&1&-1\\0&1&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&2\\-1&2\\0&-3\end{pmatrix}$，矩阵 X 满足$AX=2X+B$，求 X.

13. （10 分） 已知线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2+2x_3+3x_4=1\\x_1+3x_2+6x_3+x_4=3\\x_1-5x_2-10x_3+12x_4=\mu\\3x_1-x_2+\lambda x_3+15x_4=3\end{cases}$ 有解且系数矩阵的秩为 3，请完成：（1）求参数λ,μ ； （2）求该方程组的通解.

14. （12 分）设 3 阶实对称阵 A 的特征值为 6,3,3，若对应于 6 的特征向量为 $p_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$，对应于特征值 3 的一个特征向量 $p_2=\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$，请完成：

（1）求对应于特征值 3 的一个特征向量 p_3，使得 p_2,p_3 正交；

（2）求方阵 A；

(3) 若$\beta=\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$，求 $A^{-1}\beta$.

15. （14 分） 设二次型 $f=6x_1^2+9x_2^2+6x_3^2-4x_1x_2+8x_1x_3+4x_2x_3$，请完成：

（1）写出该二次型的矩阵 A；

（2）求一个正交变换 $x=Qy$，将其化成标准形；

(3) 写出二次型 f 在该正交变换下的标准形.

四、证明题（1 小题，共计 8 分）

16. 已知 A 是 n 阶正定矩阵，n 维非零列向量 $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_s$ 满足 $\alpha_i^T A\alpha_j=0$（$i\neq j, i, j=1,2,\ldots,s, s\leq n$），证明向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_s$ 线性无关.