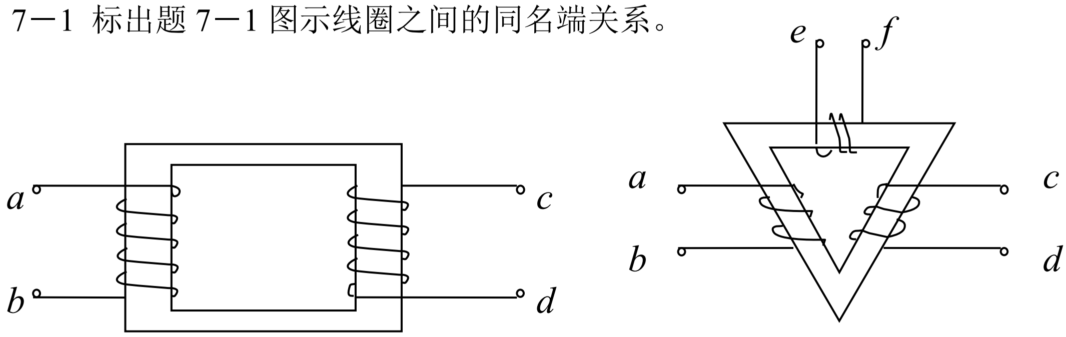
习题七

7—1 标出题 7—1 图示线圈之间的同名端关系。

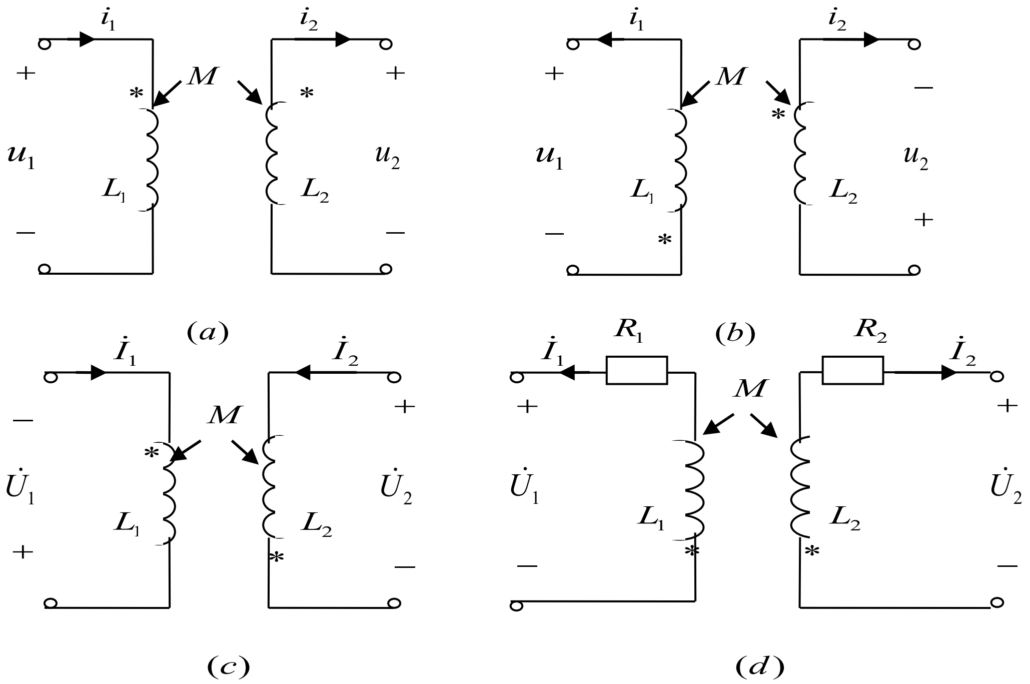


(a)　　　　　　　　　　(b)

题 7—1 图

解：（略）

7—2 写出题 7—2 图示电路端口电压与电流的关系式。



题 7—2 图

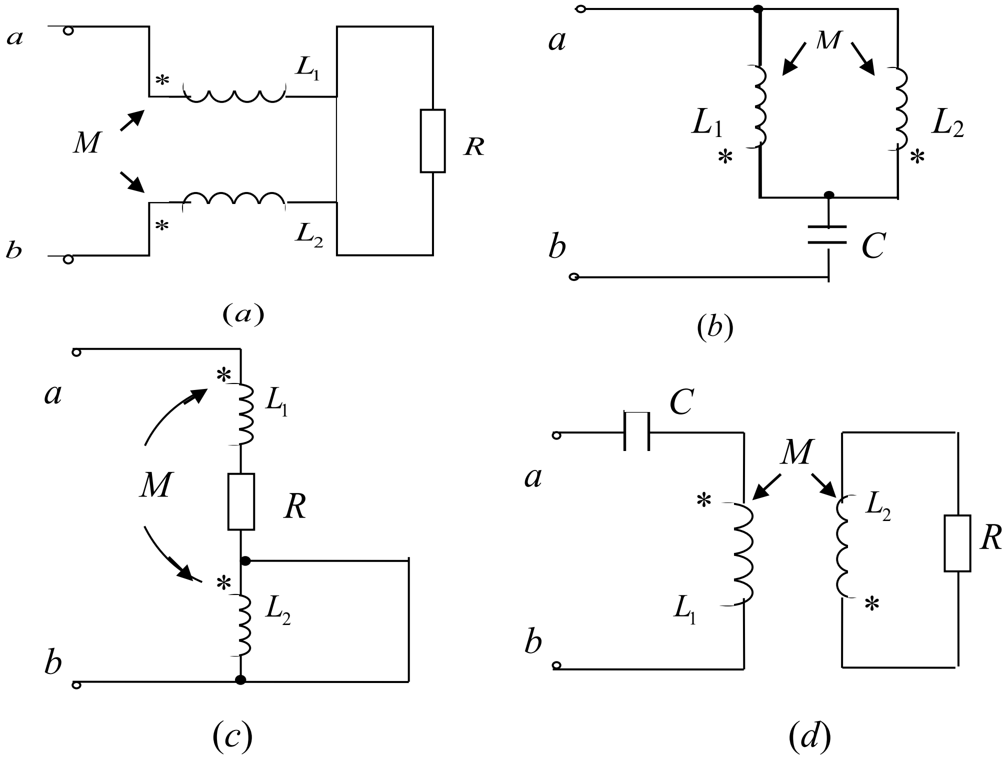
解：　a. $u_1 = L_1\dfrac{di_1}{dt} - M\dfrac{di_2}{dt}$　；$u_2 = -L_2\dfrac{di_2}{dt} + M\dfrac{di_1}{dt}$

b. $u_1 = -L_1\dfrac{di_1}{dt} + M\dfrac{di_2}{dt}$　；$u_2 = L_2\dfrac{di_2}{dt} - M\dfrac{di_1}{dt}$

c. $\dot{U}_1 = -j\omega L_1\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2$　；$\dot{U}_2 = j\omega L_2\dot{I}_2 - j\omega M\dot{I}_1$

d. $\begin{cases} \dot{U}_1 = -(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = -(R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 \end{cases}$

7—3 求题 7—3 图示电路的输入阻抗 Z_{ab}。设电源的角频率为 ω。



题 7—3 图

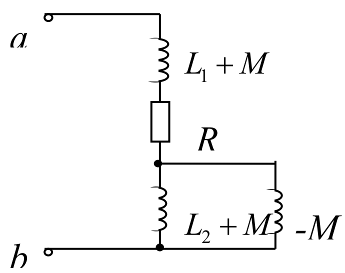
解：　a. L_1，L_2 反串　$L_e = L_1 + L_2 - 2M$

$\therefore \quad Z_{ab} = R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$

b. L_1、L_2 同侧并联　$L_e = \dfrac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$

$\therefore \quad Z_{ab} = j\omega L_e - j\dfrac{1}{\omega c} = j[\omega\dfrac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} - \dfrac{1}{\omega c}]$

c. T 型等效去藕



$Z_{ab} = R + j\omega(L_1 + M) + j\omega[\dfrac{-M(L_2 + M)}{L_2 + M - M}]$

$= R + j\omega(L_1 + M) + j\omega(-M - \dfrac{M^2}{L_2})$

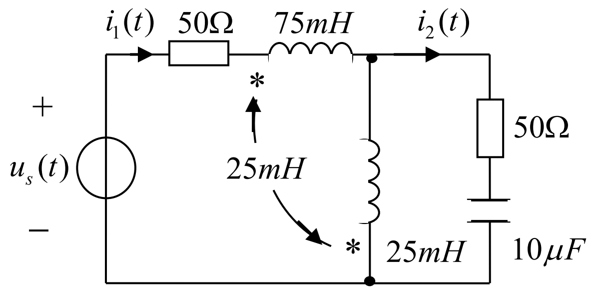
$$=R+j\omega(L_1-\frac{M^2}{L_2})$$

d. 反映阻抗 $Z_{r1}=\frac{\omega^2M^2}{R+j\omega L_2}=\frac{R\omega^2M^2}{R+\omega^2{L_2}^2}-j\frac{\omega^3M^2L_2}{R+\omega^2{L_2}^2}$

$$\therefore\quad Z_{ab}=-j\frac{1}{\omega c}+j\omega L_1+Z_{r1}=\frac{R\omega^2M^2}{R+\omega^2{L_2}^2}+j(\omega L_1-\frac{1}{\omega c}-\frac{\omega^3M^2L_2}{R+\omega^2{L_2}^2})$$

注：也可以用 T 型去藕法求解。

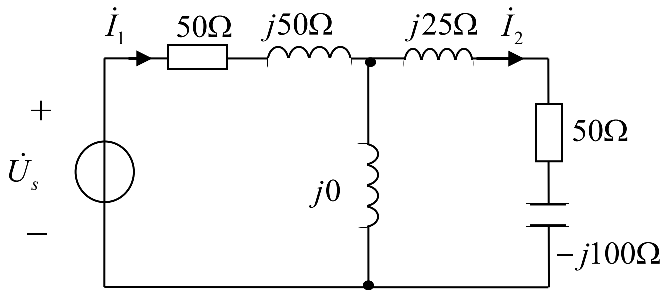
7－4 题 7－4 图示电路，已知 $u_s(t)=100\cos(10^3t+30^0)V$，求 $i_1(t)$ 和 $i_2(t)$。



题 7－4 图

解： 作出 T 型等效去藕后的相量电路：

$\dot{U}_s=50\sqrt{2}\angle30^0V$



如图可知：$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{50+j50}$

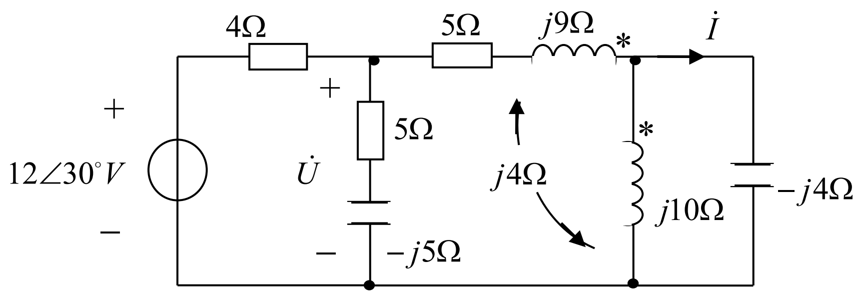
$$=\frac{50\sqrt{2}\angle30^0}{50\sqrt{2}\angle45^0}$$

$$=1\angle-15^0(A)$$

而 $\dot{I}_2=0$

$$\therefore\quad i_1(t)=\sqrt{2}\cos(10^3t-15^0)A\qquad i_2(t)=0$$

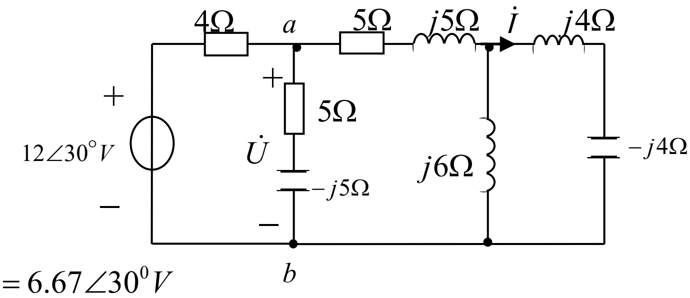
7－5 求题 7－5 图示电路的电压$\dot{U}$和电流$\dot{I}$。



题 7－5 图

解： T 型等效去耦：

最右侧支路短路



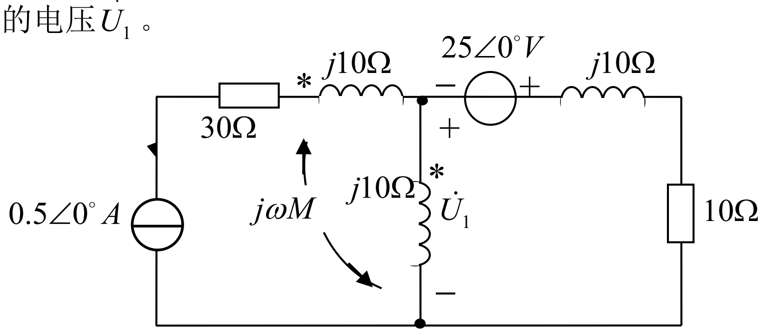
$$Z_{ab}=\frac{(5+j5)(5-j5)}{(5+j5)+(5-j5)}$$

$$=\frac{25+25}{10}=5\Omega$$

$$\therefore\quad \dot{U}=\frac{5}{4+5}\times 12\angle 30^0 V=6.67\angle 30^0 V$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{5+j5}=\frac{6.67\angle 30^0}{5\sqrt{2}\angle 45^0}=0.943\angle -15^0 A$$

7－6 题 7－6 图示电路中，具有互感的两个线圈间的耦合系数$K=0.5$，求其中一个线圈上的电压$\dot{U}_1$。

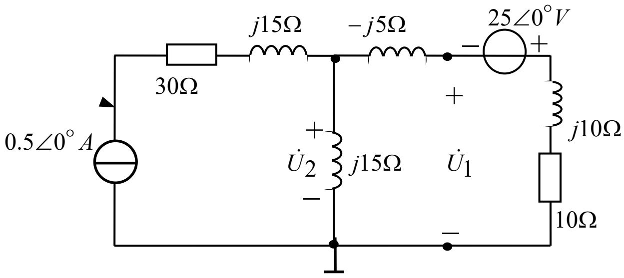


题 7－6 图

解：$M=k\sqrt{L_1L_2}$　　　则　$j\omega M=jk\omega\sqrt{L_1L_2}=jk\sqrt{\omega L_1\bullet\omega L_2}$

$$=j0.5\times\sqrt{10\times 10}=j5\Omega$$

T 型等效去藕：
应用节点电压法



$$(\frac{1}{j15}+\frac{1}{10+j5})\dot{U}_2$$

$$=0.5\angle 0^0-\frac{25\angle 0^0}{10+j5}$$

$$(10+j20)\dot{U}_2=0.5\times(-75+j150)-25\times j15=-37.5-j300$$

$$\therefore \quad \dot{U}_2=\frac{-37.5-j300}{10+j20}=13.52\angle -160.56^0 V$$

而 $\dot{U}_1=\dot{U}_2-(-j5)\times\frac{\dot{U}_2+25}{10+j10-j5}$

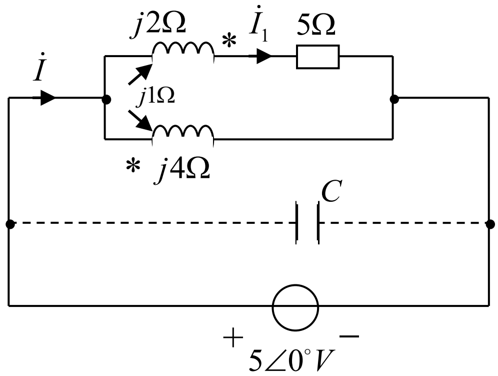
$$=13.32\angle -160.56^0+5.84\angle 43.27^0=8.51\angle -176.63^0 V$$

注：也可用叠加定理求解。

7—7 电路如题 7—7 图所示，电源角频率 $\omega=5rad/s$。求：

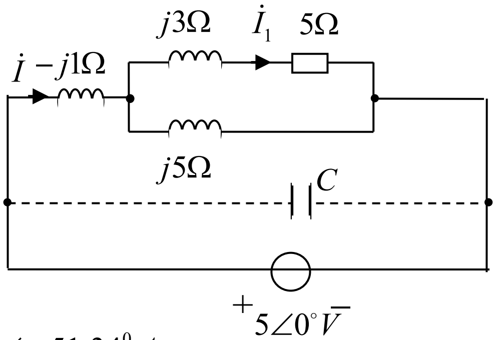
(1) $\dot{I}$ 和 $\dot{I}_1$;

(2)若将功率因数提高到 1，应并联多大的电容 C？



题 7—7 图

解：（1）T 型等效去藕：



$$Z=-j1+\frac{j5\times(5+j3)}{5+j8}$$

$$=2.24\angle 51.34^0(\Omega)$$

$$\therefore \quad \dot{I}=\frac{5\angle 0^0}{Z}=\frac{5\angle 0^0}{2.24\angle 51.34^0}=2.23\angle -51.34^0 A$$

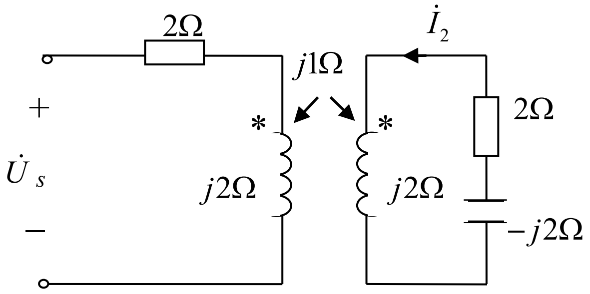
$$\dot{I}_1=\frac{j5}{5+j3+j5}\times\dot{I}=\frac{j5}{5+j8}\times 2.23\angle-51.34^0=1.18\angle-19.33^0A$$

（2） $Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{2.24\angle 51.34^0}=0.446\angle-51.34^{\circ}=0.2789-j0.3486(s)$

当 $\omega c=0.3486$

即 $C=\frac{0.3486}{5}=0.0697F$ 时，功率因数为 1（谐振）。

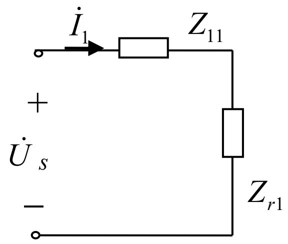
7－8 题 7－8 图示电路，已知 $u_s=10\sqrt{2}\cos\omega t\ \ V$, 求 i_2 以及电源 u_s 发出的有功功率 P。



题 7－8 图

解： 令 $\dot{U}_s=10\angle 0^0V$． $Z_{11}=2+j2(\Omega)$ $Z_{22}=2+j2-j2=2(\Omega)$

$X_M=1\Omega$



$$Z_{r1}=\frac{{X_M}^2}{Z_{22}}=\frac{1}{2}\Omega$$

$$\therefore\ \dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{Z_{11}+Z_{r1}}=\frac{10\angle 0^0}{2.5+j2}=3.12\angle-38.66^0A$$

电源发出的功率 $P=(R_1+R_{r1})I_1^{\ 2}$

$$=2.5\times 3.12^2=24.39w$$

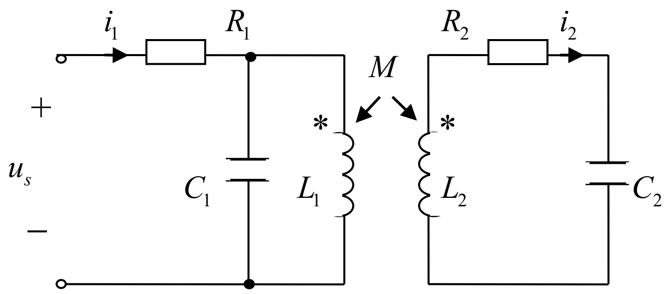
而 $\dot{I}_2=-\frac{jX_M\dot{I}_1}{Z_{22}}=-j\frac{3.12\angle-38.66^0}{2}=1.56\angle-128.66^0A$

$$\therefore\ i_2=2.21\cos(\omega t-128.66^0)(A)$$

注：还可以用 T 型等效去藕电路求解。

7－9 题 7－9 图示电路中， $u_s=200\sqrt{2}\sin 10^3t\ \ V, R_1=100\Omega, R_2=1\Omega, C_1=10\mu F,$

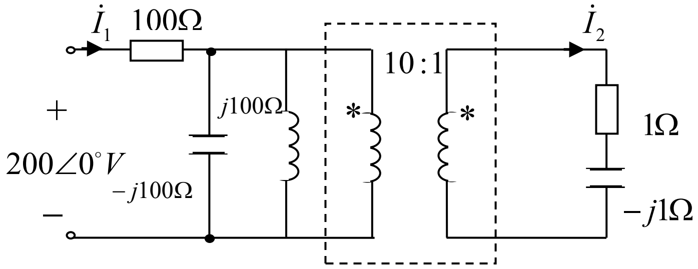
$C_2=10^3\mu F, L_1=100mH,\ L_2=1mH, M=10mH,$ 求 i_1 和 i_2。



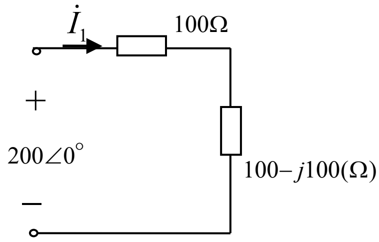
题 7－9 图

解：　$k=\dfrac{M}{\sqrt{L_1L_2}}=1$　　全耦合　　变比　$n=\sqrt{\dfrac{L_1}{L_2}}=10$

电路可以等效为：



可再进一步等效为：



$$\therefore\quad \dot{I}_1=\frac{200\angle 0^0}{100+100-j100}=0.894\angle 26.57^0\,A$$

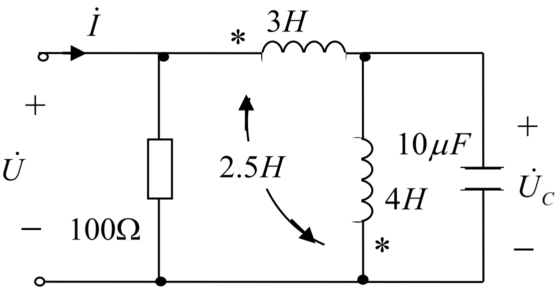
由于$-j100$与$j100$支路并联谐振，$\dot{I}_1$也是流过理想变压器原边的电流。

$$\therefore\quad \dot{I}_2=n\dot{I}_1=8.94\angle 26.57^0\,A$$

$$\therefore\quad i_1=1.265\sin(10^3t+26.57^0)A\qquad i_2=12.65\sin(10^3t+26.57^0)A$$

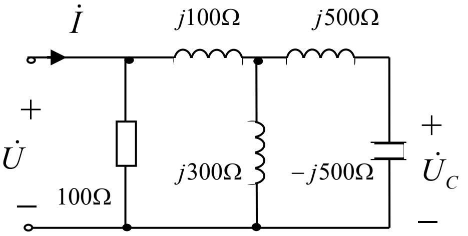
注：本题也可以用求解空芯变压器的方法求解。

7－10　电路如题 7－10 图所示。已知电源的角频率$\omega=200rad/s,\dot{U}=200\angle 0^\circ\quad V$，求端口电流$\dot{I}$和电容电压$\dot{U}_C$。



题 7－10 图

解：　T 型等效去藕：



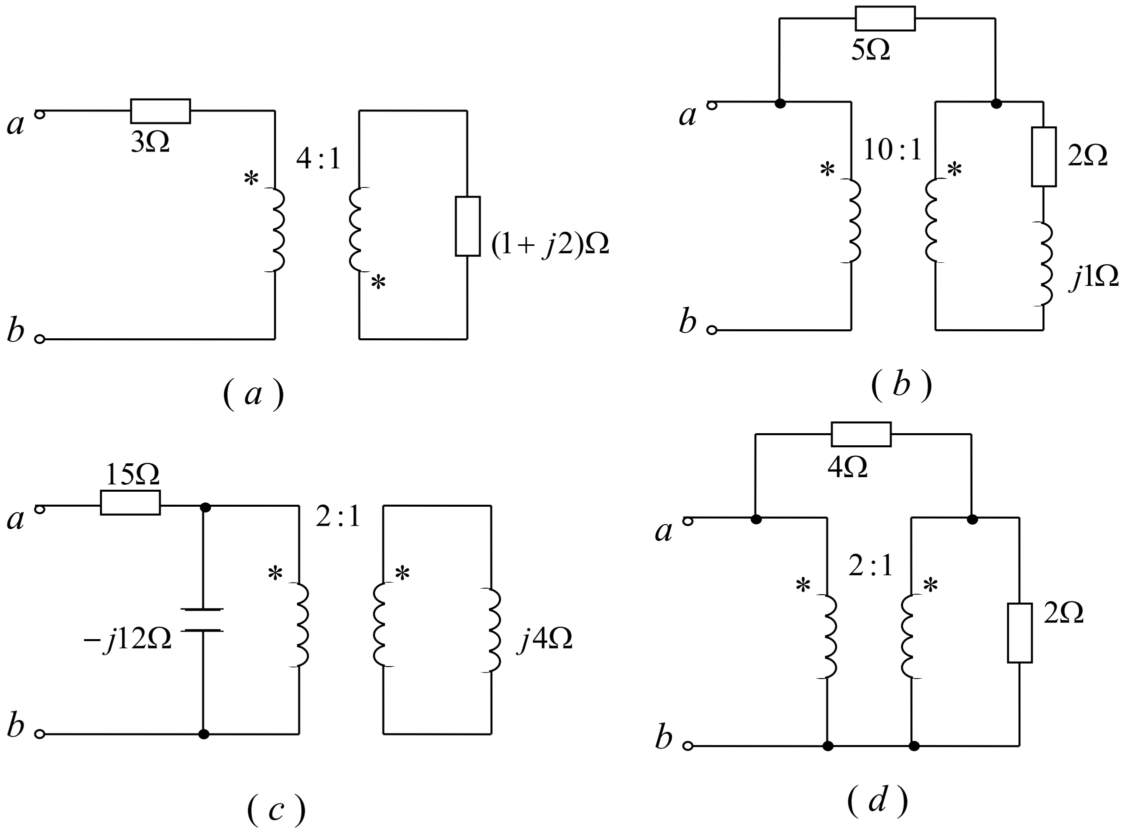
则 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{100}+\dfrac{\dot{U}}{j100}$

$=\dfrac{200}{100}+\dfrac{200}{j100}$

$=2-j2=2\sqrt{2}\angle-45^0 A$

$\dot{U}_c=-j500\times\dfrac{200}{j100}=-1000=1000\angle180^0 V$

7－11 电路如题 7－11 图所示。求等效阻抗 Z_{ab}。



题 7－11 图

解：　a.　$Z_{ab}=3+4^2\times(1+j2)=19+j32(\Omega)$

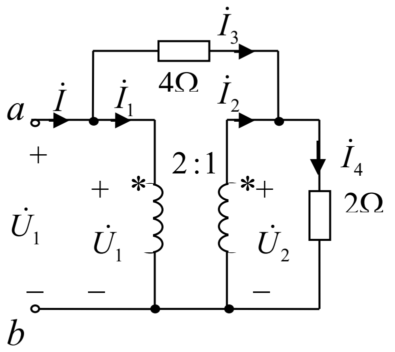
b.　5Ω 支路电流为 0

$Z_{ab}=10^2\times(2+j1)=200+j100(\Omega)$

c.　$Z_L^{'}=2^2\times j4=j16(\Omega)$

$$Z_{ab}=15+\frac{-j12\times j16}{j16-j12}=15-j48(\Omega)$$

d. 设 a、b 端口电压



则 $\dot{U}_1=\dot{U}$ ，$\dot{U}_2=\frac{1}{2}\dot{U}$

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{U}_1-\dot{U}_2}{4}=\frac{1}{8}\dot{U}$$

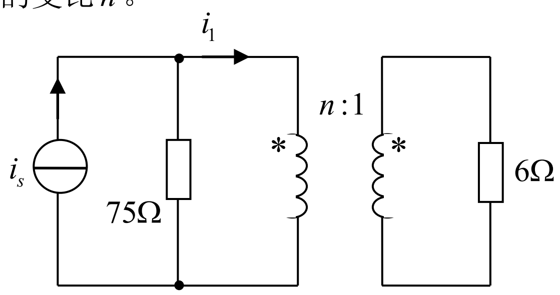
$$\dot{I}_4=\frac{\dot{U}_2}{2}=\frac{1}{4}\dot{U}$$

$\dot{I}_2=\dot{I}_4-\dot{I}_3=\frac{1}{8}\dot{U}$ ，$\dot{I}_1=\frac{1}{2}\dot{I}_2=\frac{1}{16}\dot{U}$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_3=\frac{3}{16}\dot{U}$$

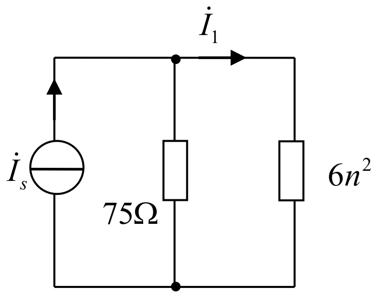
$$\therefore\ Z_{ab}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{16}{3}\Omega$$

7－12 电路如题 7－12 图所示。如果理想变压器原边的电流 i_1 是电流源电流 i_s 的 1/3，试确定变压器的变比 n。



题7－12图

解： 将副边阻抗折算到原边

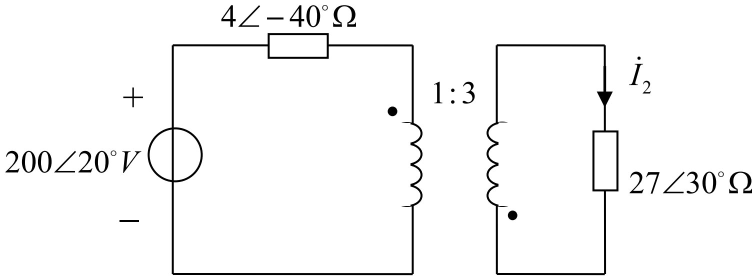


由分流关系 $\dot{I}_1=\frac{1}{3}\dot{I}_s$

可得折算阻抗 $6n^2=2\times 75=150\Omega$

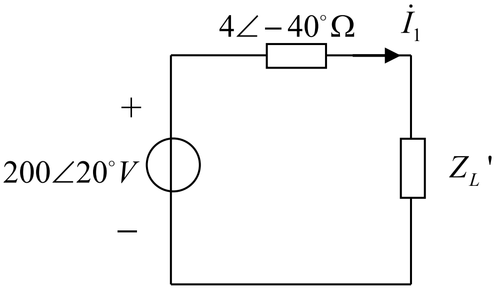
$$\therefore\ n=5$$

7－13 求题 7－13 图示电路中的电流 $\dot{I}_2$ 。



题 7－13 图

解：将副边阻抗折算到原边



$$Z_L^{'}=(\frac{1}{3})^2 Z_L=\frac{1}{9}\times 27\angle 30^0=3\angle 30^0$$

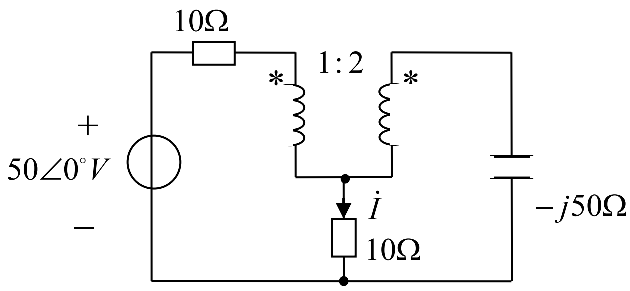
$$\dot{I}_1=\frac{200\angle 20^0}{4\angle -40^0+3\angle 30^0}$$

$$=\frac{200\angle 20^0}{5.76\angle -10.71^0}=34.71\angle 30.71^0 A$$

$\dot{I}_1$ 、$\dot{I}_2$ 流入同名端

$$\therefore\ \dot{I}_2=-\frac{1}{3}\dot{I}_1=-11.57\angle 30.71^0 A$$

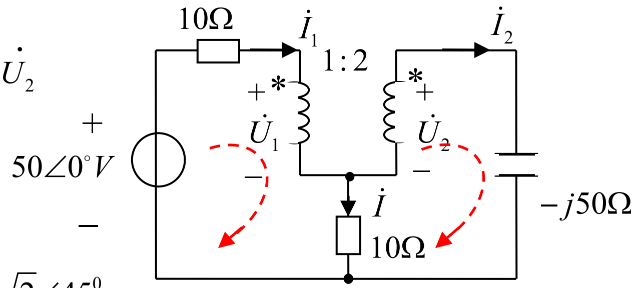
7－14 求题 7－14 图示电路中的电流 $\dot{I}$ 。



题 7－14 图

解： 如图，以 $\dot{I}_1$ 、$\dot{I}_2$ 为网孔电流

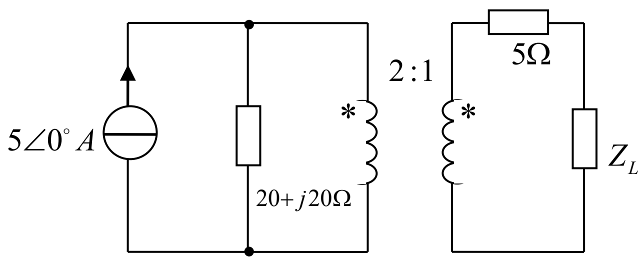
有方程：$\begin{cases} 20\dot{I}_1-10\dot{I}_2+\dot{U}_1=50 \\ -10\dot{I}_1+(10-j50)\dot{I}_2=\dot{U}_2 \\ \dot{U}_2=2\dot{U}_1 \\ \dot{I}_1=2\dot{I}_2 \end{cases}$



解得：$\dot{I}_1=2\sqrt{2}\angle 45^0$ ， $\dot{I}_2=\sqrt{2}\angle 45^0$

$\therefore\ \dot{I}=\dot{I}_1-\dot{I}_2=\sqrt{2}\angle 45^0=1.414\angle 45^0\,A$

7—15 电路如题 7—15 图所示。当负载Z_L取何值可获得最大功率？最大功率是多少？



题7—15图

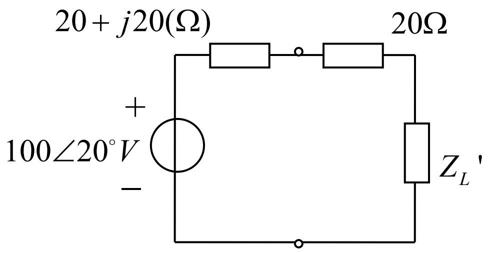
解： 将电路等效变换为：

$Z_L{}'=4Z_L$

$Z_0=20+j20+20=40+j20\Omega$

$\therefore$ 当$Z_L{}'=\overset{*}{Z_0}=40-j20\Omega$时，

可获得最大功率



$$P_{\max}=\frac{U_s{}^2}{4R_0}=\frac{(100\sqrt{2})^2}{4\times 40}=125w$$

即 当$Z_L=\dfrac{1}{4}Z_L{}'=10-j5(\Omega)$时，可获得最大功率$125w$。

注：也可以将原边电路折算到副边求解。