

# 西南交通大学 2016—2017 学年第(一)学期考试试卷

课程代码 1271046 课程名称 高等数学 BI(A 卷) 考试时间 120 分钟

## 一. 选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1、对于函数  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$ ,  $x=1$  是  $f(x)$  的 ( ).

- (A) 连续点; (B) 第二类间断点;  
(C) 可去间断点; (D) 跳跃间断点.

2、设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上连续, 其导数的图形如下图所示, 则  $f(x)$  有 ( ).

- (A) 一个极小值点和两个极大值点;  
(B) 两个极小值点和一个极大值点;  
(C) 两个极小值点和两个极大值点;  
(D) 三个极小值点和一个极大值点.

3、下列等式中正确的是 ( ).

- (A)  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$ ; (B)  $\int df(x) = f(x)$ ;  
(C)  $\int f'(x) dx = f(x)$ ; (D)  $d \int f(x) = f(x)$ .

4、方程  $y'' + 2y' + 2y = x \cos x$  的特解形式为: ( ) ( $a, b, c, d$  为常数).

- (A)  $x[(ax+b)\cos x + (cx+d)\sin x]$ ; (B)  $(ax+b)\cos x$ ;  
(C)  $(ax+b)\cos x + (cx+d)\sin x$ ; (D)  $x(ax+b)\cos x$ .

5、积分  $\int_{-1}^1 (x + \sqrt{1-x^2})^2 dx =$  ( ).

- (A) 0; (B) 1; (C) 1.5; (D) 2.

## 二. 填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

6、当  $x \rightarrow 0$  时,  $(1 - \cos x) \ln(1 + 2x^3)$  和  $x \sin(x^n)$  是同阶的无穷小, 则  $n =$  \_\_\_\_\_.

7、曲线  $\begin{cases} x = \sec t \\ y = e^{4t-\pi} \end{cases}$  在点  $(\sqrt{2}, 1)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

8、设  $f'(e^x) = 1 + x$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

9、 $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+e^x} =$  \_\_\_\_\_.

10、微分方程  $(x^2 + 1)y'' - 2xy' = 0$  的通解是 \_\_\_\_\_ .

三. 计算题 (每小题 8 分, 共 24 分)

11、计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin 2x} \ln(1+t) dt}{e^{x^2} - 1}$  .

12、计算定积分  $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$  ( $a > 0$ ) .

13、设函数  $y = y(x)$  由方程  $e^y + xy = e$  所确定, 求  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0}$  .

四. 解答题 (14 题 8 分, 15、16 题每题 10 分, 共 28 分)

14、求微分方程  $(x^2 - 1)y' + 2xy - \cos x = 0$  满足初值条件  $y|_{x=0} = -1$  的特解

15、求  $y = x^2$  与  $y^2 = x^3$  所围图形分别绕  $x$  轴和  $y$  轴旋转而成的旋转体体积.

16、已知某轮船匀速行驶时每小时燃料费用  $y$  (元)与行驶速度  $x$  (公里/小时)的关系为  $y = \frac{1}{2500}x^3$  , 除燃料费外其它费用为每小时100元, 问轮船行驶速度为多少时, 每行驶100公里所需费用最低?

五. 证明题（第 17 题 8 分，共 8 分）

17、设函数  $f(x)$  在  $[0, +\infty]$  上连续且单调递减，证明：当  $x \geq 0$  时，有  $\int_0^x x^2 f(t) dt \geq 3 \int_0^x t^2 f(t) dt$  .