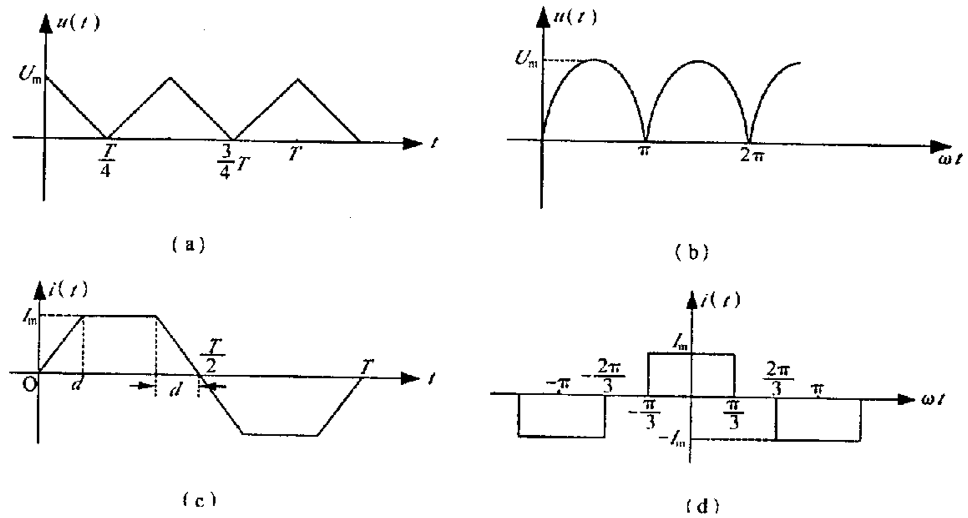
习　题　九

9—1　试求题 9—1 图示波形的傅立叶系数的恒定分量 a_o,并说明 a_k、b_k(k=1，2，3，…)中哪些系数为零。



题 9—1 图

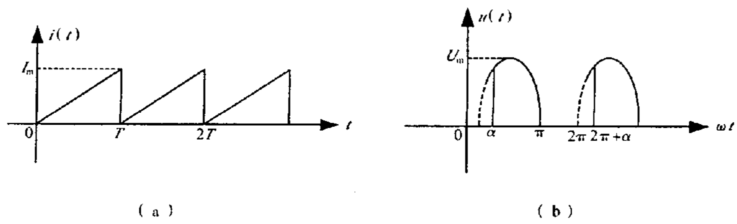
解（a）$a_o=\frac{U_m}{2}$　，$b_k=0$

（b）$a_o=0.637U_m$，$b_k=0$

（c）$a_o=0$　，$a_k=0$，　$b_{2k}=0$　(k=1，2，3，……)

（d）$a_o=0$　，$b_k=0$，　$a_{2k}=0$　(k=1，2，3，……)

9—2　求题 9—2 图示波形的傅立叶级数.



题 9－2 图

解（a）$i(t)=I_m\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\left[\sin(\omega t)+\frac{1}{2}\sin(2\omega t)+\frac{1}{3}\sin(3\omega t)+\cdots\cdots\right]\right\}$

（b）$a_o=\frac{U_m}{2\pi}(1+\cos\alpha)$

$$a_k=\frac{U_m}{\pi}\frac{\cos k\pi+\cos\alpha\cos k\alpha+k\sin\alpha\sin k\alpha}{1-k^2}\qquad (k\neq 1)$$

$$a_1=\frac{-U_m}{\pi}\sin^2\alpha$$

$$b_k = \frac{U_m}{\pi}\,\frac{k\cos(k\alpha)\sin\alpha - \sin(k\alpha)\cos\alpha}{k^2-1} \qquad (k\neq 1)$$

$$b_1 = \frac{U_m}{2\pi}(\pi - \alpha + \sin\alpha\cos\alpha)$$

9—3　试求题 9—2 图(a)所示波形的平均值，有效值与绝对平均值(设 I_m＝10A)。

解：

（1）平均值　　$I_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt = \frac{T}{2}I_m$

本题绝对平均值：$\frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|dt = \mathrm{I_{av}} = \frac{T}{2}I_m$

（2）有效值

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} \qquad i(t) = \frac{I_m}{T}t \quad (0 \leqslant t \leqslant T)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\frac{I_m^2}{T^2}\int_0^T t^2 dt} \qquad \int t^2 dt = \frac{1}{3}t^3$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\frac{I_m^2}{T^2}\frac{1}{3}T^3} = \frac{I_m}{\sqrt{3}}$$

9—4　题 9—2 图(b)所示波形为可控硅整流电路的电压波形，图中不同控制角 a 下的电压的直流分量大小也不同。现已知 a＝π／3，试确定电压的平均值和有效值。

解：　由 9－2 题知，当 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 时，付立叶系数如下：

$$a_0 = \frac{U_m}{2\pi}(1+\cos\frac{\pi}{3}) = 0.239U_m$$

$$a_1 = -0.119U_m \qquad b_1 = 0.402U_m$$

$$a_2 = -0.239U_m \qquad b_2 = -0.138U_m$$

$$a_3 = 0.06U_m \qquad b_3 = -0.103U_m$$

（1）∴u（t）的平均值 $U_{(0)} = a_0 = 0.239U_m$

（2）一次谐波 $U_{(1)}(t) = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sin(\omega t + arctg\frac{a_1}{b_1})$

一次谐波有效值 $U_{(1)} = \frac{0.42}{\sqrt{2}}U_m$

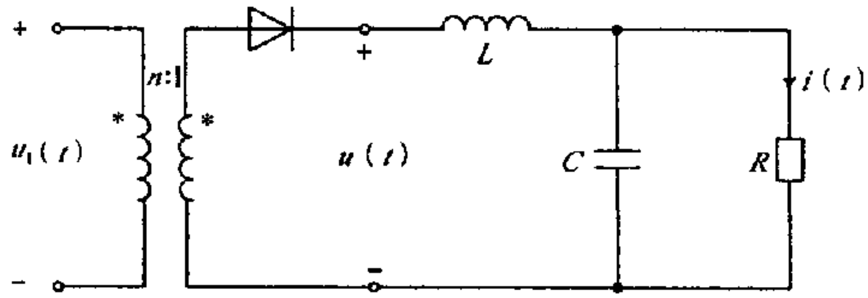
同理，二次谐波有效值$U_{(2)}=\dfrac{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{0.276}{\sqrt{2}}U_m$

三次谐波有效值$U_{(3)}=\dfrac{0.119}{\sqrt{2}}U_m$

∴略去四次以上高次谐波，电压 u（t）的有效值为

$U=\sqrt{U_{(0)}^2+U_{(1)}^2+U_{(2)}^2+U_{(3)}^2}\approx 0.44U_m$

9—5　一半波整流电路的原理图如题 9—5 图所示。已知：L＝0.5H，C＝100 $\mu F, R$＝l0Ω。控流后电压 u＝[100+$\sqrt{2}$×15.1sin2ωt+$\sqrt{2}$×3sin(4ωt一90°)]V，设基波角频率ω＝50rad/s。求负载电流$i(t)$及负载吸收的功率。

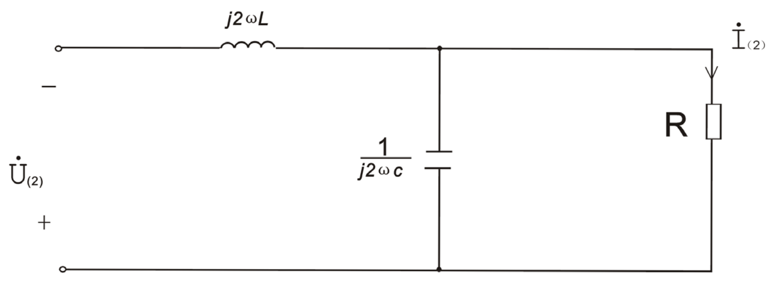


题 9－5 图

解：（1）直流分量单独作用，L 短路，C 开路

$I_{(0)}=\dfrac{100}{10}=10A$

（2）二次谐波单独作用，$\dot{U}_{(2)}=15.1\angle 0° \quad V$



$$j2\omega L = j2\times 2\pi\times 50\times 0.5$$
$$= j100\pi \qquad \Omega$$
$$\frac{1}{j2\omega c} = -j0.159\times 10^2 = -j15.9\Omega$$
$$Z_{in} = j2\omega L + \frac{1}{j2\omega c + \frac{1}{R}} = 309.6\angle 88.7°\Omega$$
$$\therefore \dot{I}_{(2)} = \frac{\dot{U}_{(2)}}{Z_{in}}\frac{Z_c}{Z_c + R}$$
$$\vdots = \frac{15.1\angle 0°\times(-j15.9)}{309.6\angle 88.7°(10 - j15.9)}$$
$$= \frac{-j240.1}{5820.5\angle 30.9°}$$
$$= 0.041\angle -120.9° \quad \text{A}$$

（3）四次谐波单独作用$\dot{U}_{(4)} = 3\angle -90°$

$$Z_{L(4)} = j4\omega L = j4\times 2\pi\times 50\times\frac{1}{2} = j200\pi \quad \Omega$$
$$Z_{c(4)} = \frac{1}{j4\omega c} = \frac{-j15.9}{2} = -j7.95$$
$$Z_{in(4)} = Z_{L(4)} + \frac{RZ_{C(4)}}{R + Z_{C(4)}}$$
$$= j628 + \frac{-j79.5}{10 - j7.95}$$
$$= j623 \qquad \Omega$$
$$\dot{I}_{(4)} = \frac{\dot{U}_{(4)}}{Z_{in(4)}} \quad \frac{Z_{c(4)}}{R + Z_{c(4)}}$$
$$= \frac{-j3\times(-j7.95)}{j623\times(10 - j7.95)}$$
$$= -3\times 10^{-3}\angle -51.5° \quad A$$
$$\therefore \quad i(t) = 10 + \sqrt{2}\times 0.041\sin(2\omega t - 120.9°) -$$
$$-\sqrt{2}\times 3\times 10^{-3}\sin(4\omega t - 51.5°) \qquad A$$

负载吸收功率

$$P = RI^2 = R(\sqrt{I^2_{(o)} + I^2_{(2)} + I^2_{(4)}} \quad)$$

$$=10\left(\sqrt{10^2+0.041^2+(3\times10^{-3})^2}\right)^2$$

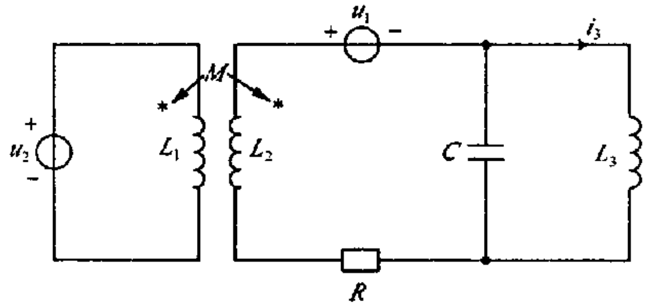
$$=1000 \quad W$$

9—6　题 9—6 图示电路中，$u_1(t)=100V$，$u_2(t)=(30\sqrt{2}\sin 3\omega t)V$

$\omega L_1=\omega L_2=\omega M=100\Omega$，$\omega C=\dfrac{1}{18}S$，$\omega L_3=2\Omega$，$R=20\Omega$。试求：

(1)电流 $i_3(t)$ 及其有效值 I_3；

(2)电路中电阻 R 所吸收的平均功率 P。

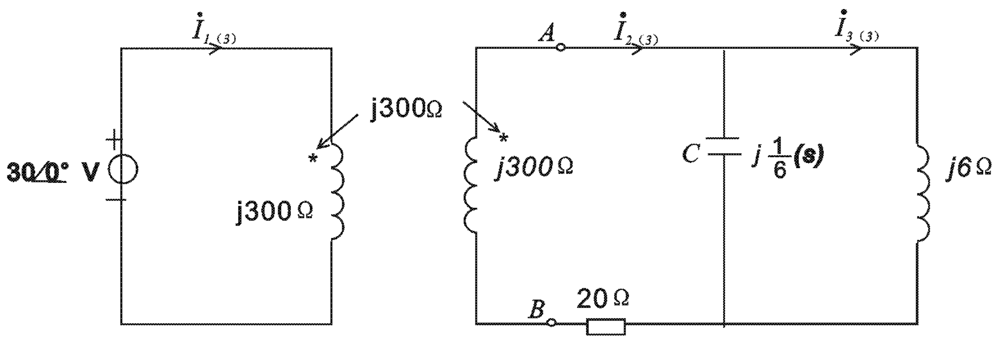


题 9－6 图

解　（1）当 u1（t）＝100V 单独作用（直流）

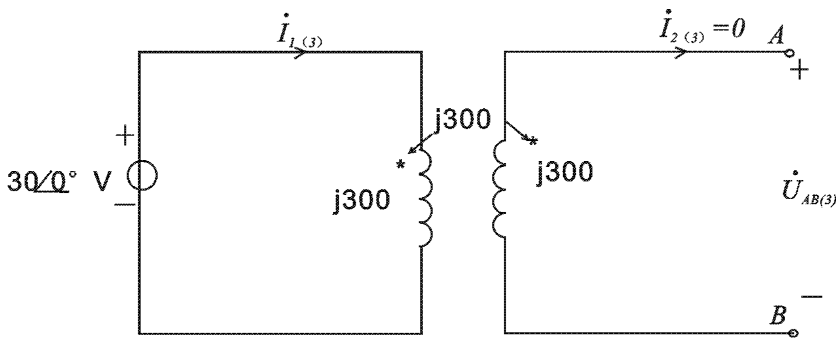
$$i_{3(0)}=-\frac{u_1(t)}{R}=-\frac{100}{20}=-5A$$

（2）u2（t）＝$30\sqrt{2}\sin(3\omega t)V$ 单独作用



由上图电容与电感并联导纳 $Y=Y_C+Y_L=\dfrac{j}{6}-\dfrac{j}{6}=0$

$i_{(3)}=0$，故 2Ω 电阻上电压为 0，电感电压为 A、B 端口开路电压。



$\dot I_{1(3)}=\dfrac{30\angle 0°}{\text{j}300}=\dfrac{1}{j10}A$ $\quad\quad \dot U_{AB(3)}=j300\dot I_{1(3)}=j300\times\dfrac{1}{j10}=30\angle 0°$ A

$\therefore\ \dot I_{3(3)}=\dfrac{\dot U_{AB(3)}}{j6}=5\angle-90°$ A

$i_3(t)=-5+5\sqrt{2}\sin(3\omega t-90°)$A

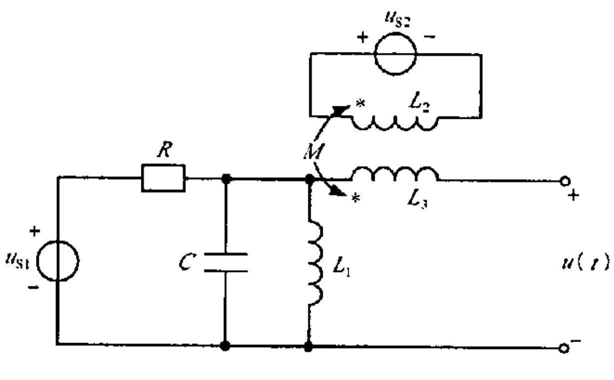
$I_3=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ A

（3） R 吸收功率 $P=RI^2{}_{3(0)}+RI^2{}_{3(3)}=RI^2{}_3=20\times 50$

$=1000$W

9—7 题 9—7 图示电路中，$R=10\Omega$，$\omega M=11\Omega$，$\omega L_1=\omega L_2=\dfrac{1}{\omega C}=33\Omega$，$\omega L_3=11\Omega$，$u_{s1}=\left[15+\sqrt{2}10\sin\omega t+\sqrt{2}\times 5\sin 3\omega t\right]\ V$

$u_{s2}=\sqrt{2}\times 9.9\sin(3\omega t+60°)V$，求开路电压 u 及其有效值 U。



题 9－7 图

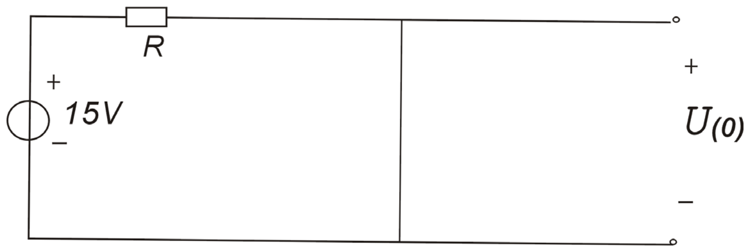
解

（1） 直流分量单独作用

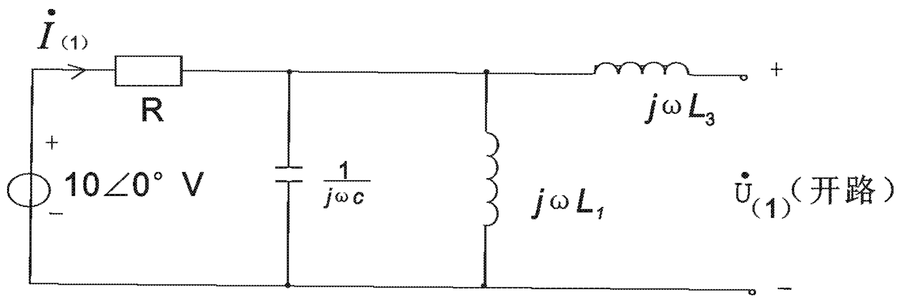
$U_{s1(0)}=15$ V， $\mathrm{U}_{s2(0)}=0$ V

$\mathrm{U}_{(0)}=0$ V

可知：



（2）一次谐波作用$\dot{U}_{s1(1)}=10\angle 0°$ V, $\dot{\mathrm{U}}_{s2(1)}=0$ V

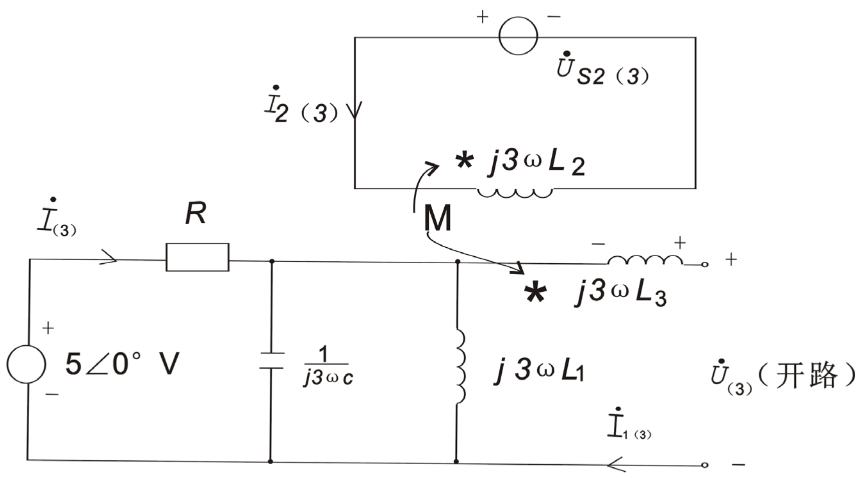


$\because$ $j\omega c=j\dfrac{1}{33}$ $\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\mathrm{L}_1}=-j\dfrac{1}{33}$

$\therefore$ c 与 L_1 并联复导纳为 0，而阻抗无穷大，$\dot{I}_{(1)}=0A$ 开路电压

$\dot{U}_{(1)}=10\angle 0°$ V

（3）三次谐波作用$\dot{U}_{s1(3)}=5\angle 0°V$，$\dot{U}_{s2(3)}=9.9\angle 60°V$



其中 $\dfrac{1}{j3\omega c}=-j11\Omega,\quad j3\omega L_1=j99\Omega$

$\because\quad \dot{I}_{l(3)}=0$

$\therefore\quad \dot{I}_{2(3)}=\dfrac{\dot{U}_{s2(3)}}{j3\omega L_2}=\dfrac{9.9\angle 60^\circ}{j3\times 33}=0.1\angle-30^\circ\quad A$

又$\because\quad \dot{I}_{(3)}=\dfrac{5\angle 0^\circ}{10+\dfrac{-j11\times j99}{-j11+j99}}=\dfrac{5}{15.9\angle-51.1^\circ}$

$=0.314\angle 51.1^\circ\qquad A$

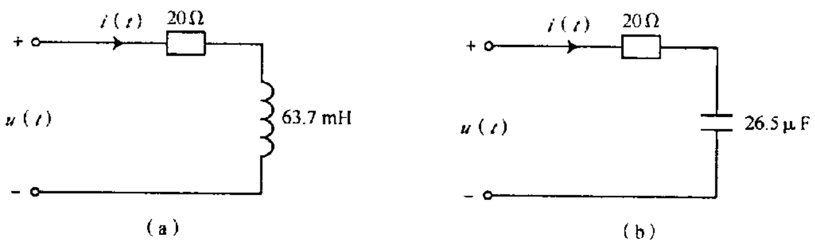
$$\begin{aligned}\therefore\quad \dot{U}_{(3)}&=-j3\omega M\dot{I}_{2(3)}-R\dot{I}_{(3)}+5\angle 0^\circ\\&=-j33\times 0.1\angle-30^\circ-10\times 0.314\angle 51.1^\circ+5\\&=-3.3\angle 60^\circ-3.14\angle 51.1^\circ+5\\&=-1.65-j2.86-2-j2.44+5\\&=1.35-j5.3\\&=5.47\angle-75.7^\circ\qquad V\end{aligned}$$

$\therefore\quad u(t)=\sqrt{2}\times 10\sin\omega t+\sqrt{2}\times 5.47\sin(3\omega t-75.7^\circ)\qquad V$

有效值

$$\begin{aligned}U&=\sqrt{U_{(1)}^2+U_{(3)}^2}\\&=\sqrt{10^2+5.47^2}\\&=11.4\qquad V\end{aligned}$$

9－8　　题 9—8 图示的两个电路中，输入电压均为
$u(t)=[100sin314t+25\sin3\times314t+10\sin5\times314t]$V。试求两电路中的电流 $i(t)$ 及有效值和每个电路消耗的功率。



题 9－8 图

解　（a）一、三、五次谐波单独作用，电流复振幅为

$$i_{m(1)}=\frac{100\angle0°}{20+j314\times63.7\times10^{-3}}=\frac{100}{20+j20}=\frac{100}{20\sqrt{2}\angle45}=\frac{5}{\sqrt{2}}\angle-45°A$$

$$i_{m(3)}=\frac{25\angle0°}{20+j3\times314\times63.7\times10^{-3}}=\frac{25}{20+j60}=\frac{25}{63\angle71.6°}=0.4\angle-71.6°\text{A}$$

$$i_{m(5)}=\frac{10\angle0°}{20+j5\times314\times63.7\times10^{-3}}=\frac{10}{20+j100}=\frac{10}{102\angle78.7°}=0.1\angle-78.7°\text{A}$$

$$I^2=\left(\frac{5}{\sqrt{2}\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{0.4}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{0.1}{\sqrt{2}}\right)^2=6.25+0.08+0.005=6.34$$

$$I=\sqrt{6.34}=2.52A$$

i(t)=3.5sin(314*t*—45°)+0.4（942*t*—71.6°）+0.1sin（1570t—78.7°）A
P=20×I^2=126.8 *W*
（*b*）

$$\dot{I}_{m(1)}=\frac{100\angle0°}{20+\dfrac{1}{j314\times26.5\times10^{-6}}}=\frac{100}{20+\dfrac{1}{j8321\times10^{-6}}}$$

$$=\frac{100}{20-j1.2\times10^{-4}\times10^{6}}=\frac{100}{20-j120}$$

$$=\frac{100}{121.7\angle80.5°}=0.82\angle80.5°\ \text{A}$$

$$\dot{I}_{m(3)}=\frac{25\angle0°}{20-j40}=\frac{25\angle0°}{44.7\angle-63.4°}=0.56\angle+63.4°\ \text{A}$$

$\dot{I}_{m(5)}=\frac{10\angle 0°}{20-j24}=\frac{10}{31.2\angle -50.2°}$ =0.32∠50.2° A

i（t）=0.82sin（314t+80.5°）+0.56sin（942t+63.4°）+0.32sin（1570t+50.2°）A

$I=\sqrt{(\frac{0.82}{\sqrt{2}})^2+(\frac{0.56}{\sqrt{2}})^2+(\frac{0.32}{\sqrt{2}})^2}$

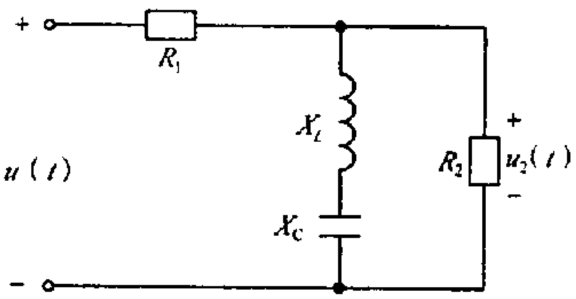
$=\sqrt{0.34+0.16+0.05}$

$=\sqrt{0.55}$

=0.74A

R 吸收功率 $P=RI^2=50\times 0.55=11W$

9—9　题 9—9 图示电路中，$u(t)=$［$10+10\sqrt{2}\cos\omega t+10\sqrt{2}\cos 3\omega t$］V，$R_1=R_2=16\Omega$，对基波的 $X_{L(1)}=1\Omega$，$X_{C(1)}=9\Omega$n。求 U_2 的有效值.



题 9－9 图

（1）$u_{(o)}$=10V 直流源作用

$$u_{2(o)}=\frac{u_{(o)}}{R_1+R_2}\times R_2=\frac{10}{2\times 16}\times 16=5V$$

（2）$u_{(1)}=10\angle 0°$ V 作用

$$u_{(2)}=\frac{\dot{U}_{(1)}/R_1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{jx_{L(1)}+-jx_{C(1)}}+\frac{1}{R_2}}=\frac{\frac{10}{16}}{\frac{2}{16}+\frac{1}{-j8}}=\frac{5}{1+j}=\frac{5}{\sqrt{2}}\angle -45° \text{ V}$$

（3）$\dot{U}_{(3)}=10\angle 0°$ 作用

$$\because \quad 3x_{L(1)}=\frac{x_{C(1)}}{3}$$

∴ $Z_{Lc}=Z_L+Z_c=j3x_{L(1)}-j\dfrac{x_{c(1)}}{3}=0$

故对本次谐波 LC 使 R_2 短路

$$u_{2(3)}(t)=0$$

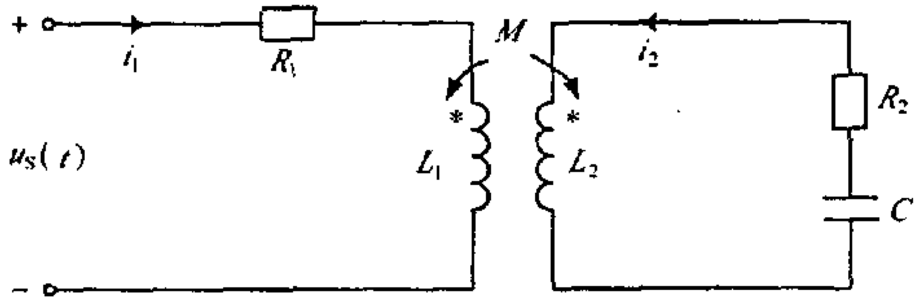
∴ $U_2=\sqrt{{U_{2(0)}}^2+{U_{2(1)}}^2}=\sqrt{25+\dfrac{25}{2}}=5\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{2}=6.1\text{V}$

9—10　已知题 9—l0 图示电路中，$R_1=R_2=2\ \Omega$，$\omega M=1\Omega$，$\omega L_1=\omega L_2=2\Omega$，

$\dfrac{1}{\omega C}=2\Omega$。外接电压 u=$[10+10\sqrt{2}\cos\omega t\,]$V．试求：

(1)电流有效值 I_1、I_2；

(2)电路吸收的有功功率．



题 9－10 图

解　（1）$u_{s(0)}=U_{s(0)}=10V$ 单作用

$$I_{1(o)}=\frac{U_{s(o)}}{R_1}=\frac{10}{2}=5A\ ,\qquad I_{2(o)}=0A$$

（2）$\dot U_{S(1)}=10\angle 0^\circ$ V 单独作用

$\dot I_{1(1)}$：$(R_1+j\omega L_1)\dot I_{1(1)}+j\omega M\dot I_{2(1)}=\dot U_{s(1)}$

$\dot I_{2(1)}$：$j\omega M\dot I_{1(1)}+(R_1+j\omega L_2+\dfrac{1}{j\omega c})\dot I_{2(1)}=0$

$$\begin{bmatrix} 2+j2 & j \\ j & 2+j2-j2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_{1(1)} \\ \dot{I}_{2(1)} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Delta=$（2+j2）×2－j^2＝4+j4+1＝5+j4＝6.4∠38.7°

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 10 & j \\ 0 & 2 \end{vmatrix}=20-0=20$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 2+j2 & 10 \\ j & 0 \end{vmatrix}=0-j10=10\angle-90^\circ$$

$$\dot{I}_{1(1)}=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{20}{6.4\angle 38.7^\circ}=3.1\angle-38.7^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{2(1)}=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{10-90^\circ}{6.4\angle 38.7^\circ}=1.6\angle-128.7^\circ \text{ A}$$

$$I_1=\sqrt{{I_{1(o)}}^2+{I_{1(1)}}^2}=\sqrt{25+3.1^2}=5.9A$$

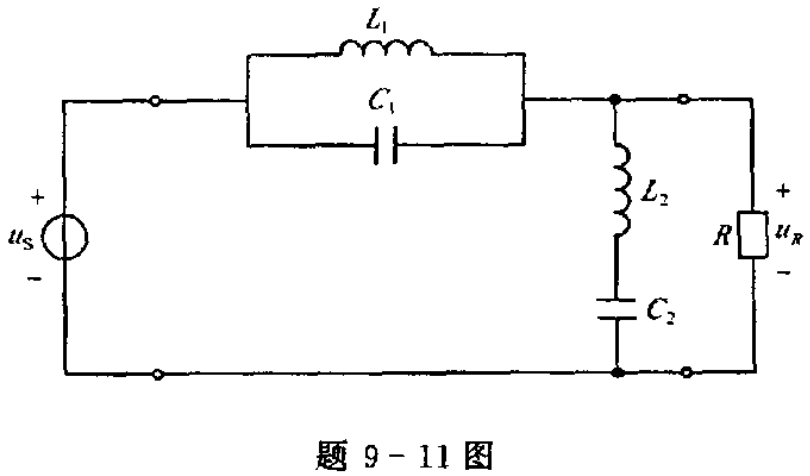
$$I_2=\sqrt{{I_{2(o)}}^2+I_{2(1)}^2}=I_{2(1)}=1.6A$$

(3)电路吸收

P=$U_{s(o)}I_{1(o)}+U_{s(1)}I_{1(1)}\cos(-38.7^\circ)$

=10×5+10×3.1×0.78=50+24.2=74.2W

9—11　题 9—11 图示电路是 LC 滤波电路，输入电压 $u_s=$［$10\sin 10^2 t+8\sin 2\times 10^2 t+6\sin 3\times 10^2 t$］V，$L_1$＝1H，$L_2$＝2H，欲使 u_R 中设有二次与三次谐波分量，试确定 C_1、C_2 值，并求 u_R（t）。



题 9－11 图

解(1)使 C_1、L_1 对二次谐波导纳为 0 $\Rightarrow u_{R(2)}=0$

$$Y=Y_{C1}+Y_{L1}=j2\omega C_1-j\frac{1}{2\omega L_1}=j2\times10^2C_1-j\frac{1}{2\times10^2\times1}=0$$

$$2\times10^2C_1=\frac{1}{2\times10^2}\Rightarrow C_1=\frac{1}{2\times10^2\times2\times10^2}=\frac{1}{4\times10^4}$$
$$=0.25\times10^{-4}=25\mu F$$

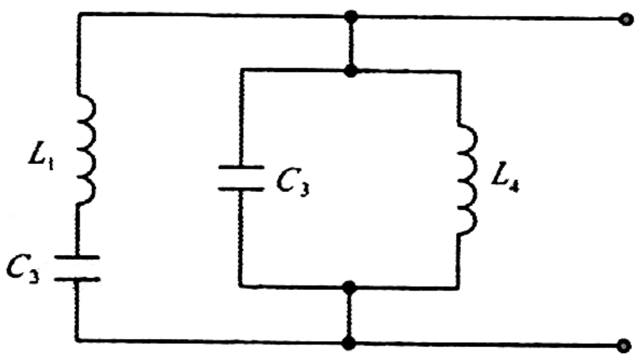
(2)使 C_2、L_2 串联对三次谐波 $Z=0\Rightarrow u_{R(3)}=0$

即 $3\omega L_2-\dfrac{1}{3\omega C_2}=0$

$$\frac{1}{3\omega C_2}=3\omega L_2\Rightarrow 3\,\omega C_2=\frac{1}{3\omega L_2}$$

$$C_2=\frac{1}{(3\omega)^2L_2}=\frac{1}{9\times10^4\times2}$$
$$=\frac{1}{18}\times10^{-4}=0.056\times10^{-4}$$
$$=5.6uF$$

9—12　题 9—12 图所示电路中，已知 $X_1=\omega L_1=18\Omega$，整个电路的输人端对基波谐振,而 L_1、C_2 支路对三次谐波发生串联谐振，C_3、L_4 支路对二次谐波发生并联谐振，求 C_2、C_3、L_4 对基波的电抗值。



题 9—12 图

解　（1）L_1 与 C_2 串对三次谐波谐振，　X＝0

$$3\omega L_1=\frac{1}{3\omega C_2}\Rightarrow\omega C_2=\frac{1}{x_{C2}}=\frac{1}{162}$$

$$\therefore X_{C2}=\frac{1}{\omega C_2}=162\Omega \qquad ①$$

（2）C_3 与 L_4 并对二次谐波谐振 B＝0

即　$$2\omega c_3=\frac{1}{2\omega L_4}\Rightarrow\omega c_3=\frac{1}{4\omega L_4} \qquad ②$$

（3）全电路基次谐振 Y＝0（∵电路中无电阻）

$$\frac{1}{j\omega L_1+\dfrac{1}{j\omega C_2}}+j\omega c_3+\frac{1}{j\omega L_4}=0$$

①式、②式代至上式后整理

$$\frac{1}{144}=\frac{1}{\omega L_4}-\omega C_3=\frac{1}{\omega L_4}-\frac{1}{4\omega L_4}$$

$$\frac{1}{144}=\frac{3}{4}\frac{1}{\omega L_4}$$

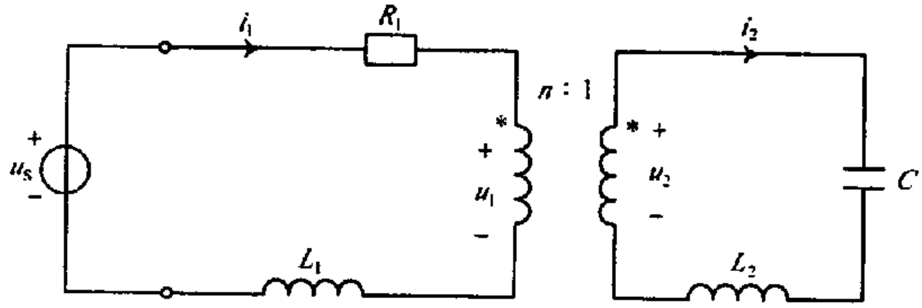
$$144=\frac{4\omega L_4}{3}$$

$$X_{L4}=\omega L_4=\frac{3}{4}\times144=108\Omega \qquad ③$$

③代至②，求

$$X_{C3}=\frac{1}{\omega C_3}=4\times108=432\Omega$$

9—13　题 9—13 图示电路中，R_1＝1Ω，L_1＝1H，L_2＝2H，C＝1/8F，理想变压器变比 $n=\frac{N_1}{N_2}=\frac{1}{2}$，$u_s=(10+5\sin 2t)V$ 试计算电流 i_1 与 i_2。



题 9－13 图

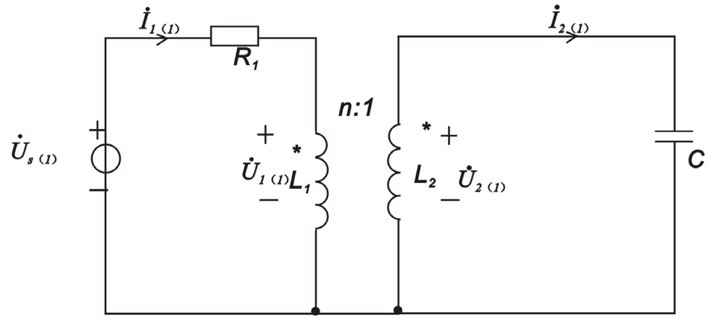
解　（1）　$U_{s(o)}=10$ 单独作用

$$I_{1(o)}=\frac{u_{s(o)}}{R_1}=\frac{10}{1}=10A\text{，}\qquad I_{2(o)}=0A$$

（2）$\dot U_{s(1)}=\dfrac{5}{\sqrt2}\angle 0^\circ$ 单独作用

$\dot I_{1(1)}$ 　$(R_1+j\omega L_1)\dot I_{1(1)}+\dot U_{1(1)}=\dot U_{s(1)}$　①

$\dot I_{2(1)}$ 　$-\dot U_{2(1)}+(j\omega L_2+\dfrac{1}{j\omega C})\dot I_{2(1)}=0$　②



增列：$\dot U_{1(1)}=n\dot U_{2(1)}$　⑤

$\dot I_{1(1)}=\dfrac{1}{n}\dot I_{2(1)}$　（$\dot I_{2(1)}$ 没指向*变号）　⑥

即

$$\begin{bmatrix}1+j2 & 0\\ 0 & j4-j4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot I_{1(1)}\\ \dot I_{2(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{5}{\sqrt2}\angle 0^\circ-\dot U_{1(1)}\\ \dot U_{2(1)}\end{bmatrix}\begin{array}{l}③\\ ④\end{array}$$

由④　$\dot{U}_{2(1)}=0$，由⑤$\Rightarrow \dot{U}_{1(1)}=0$　　⑦

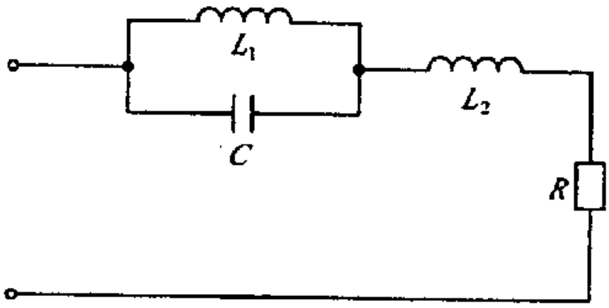
将⑦式代至③：$\dot{I}_{1(1)}=\dfrac{\dfrac{5}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ}{1+\mathrm{j}2}=\dfrac{\dfrac{5}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ}{\sqrt{5}\angle 63.4^\circ}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\angle -63.4^\circ\ \mathrm{A}$

由⑥：　$\dot{I}_{2(1)}=n\dot{I}_{1(1)}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{5}{2}}\ \angle -63.4^\circ\mathrm{A}$

$$i_{1(t)}=I_{1(o)}+i_{1(1)}=10+\sqrt{5}\sin(2t-63.4^\circ)A$$

$$i_{2(t)}=I_{2(o)}+i_{2(1)}=\frac{\sqrt{5}}{2}\sin(2t-63.4^\circ)A$$

9—14　题 9—14 图示电路中，网络电源的基波频率$\omega=1000rad/s$，电容 C ＝0.5μF，若要求基波电流不得流过负载 *R*，而 4 次谐波电流全部流过负载，试求电感 L_1 和 L_2 的值。



题 9—14 图

解：（1）若使电流基波分量不流过 R，可设计 c 与 L_1 并联的导纳在基波频率下为 0，即

$$\omega C=\frac{1}{\omega L_1}$$

$$\therefore\quad L_1=\frac{1}{\omega^2 C}=\frac{1}{(10^3)^2\times 0.5\times 10^{-6}}=2H$$

（2）要使 4 次谐波电流分量全流过负载 R 尽量大，可设计在 4 次谐波频率下，C、L_1 及 L_2 三元件的等效阻抗为 0，即

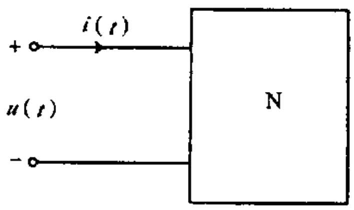
$$\frac{\frac{1}{j4\omega C}\times 4\omega L_1}{\frac{1}{j4\omega C}+j4\omega L_1}+j4\omega L_2=0$$

将（1）的结果 L_1＝$2H$ 代至上式，可求

$$L_2=\frac{j533}{j4\omega}=\frac{533}{4000}=0.133 \quad H$$

9—15 题 9—15 图示一端口网络 N，其端口电流、电压分别为 $i=\left[5\cos t+2\cos\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)\right]A$，$u=\left[\cos\left(t+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(3t-\frac{\pi}{3}\right)\right]V$ 。试求：

(1)网络对应各次谐波的输入阻抗；
(2)网络消耗的平均功率。



题 9－15 图

解：
（1） 求输入阻抗

①一次谐波作用 $\dot{I}_{(1)}=\frac{5}{\sqrt{2}}\angle 0°\text{A}$， $\dot{U}_{(1)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 90° \quad V$

一次谐波输入阻抗 $Z_{(1)}=\frac{\dot{U}_{(1)}}{\dot{I}_{(1)}}=0.2\angle 90° \quad \Omega$

②二次谐波作用 $Z_{(2)}=\frac{\dot{U}_{(2)}}{\dot{I}_{(2)}}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45°}{\frac{2}{\sqrt{2}}\angle 45°}=0.5\angle -90° \quad \Omega$

③三次谐波作用，$\dot{I}_{(3)}=0A$， 而 $\dot{U}_{(3)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -60° \quad V$

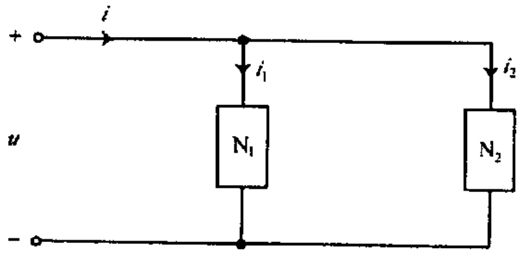
∴ $Z_{(3)}$ 无穷大
（2）网络消耗有功功率（即平均功率）

$$
\begin{aligned}
P &= U_{(1)}I_{(1)}\cos\varphi_{(1)} + U_{(2)}I_{(2)}\cos\varphi_{(2)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{5}{\sqrt{2}}\cos(90°-0°)+\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{2}{\sqrt{2}}\cos(-45°-45°) \\
&= 0 \quad W
\end{aligned}
$$

9—16　题 9—16 图示电路，流入网络 N_1，N_2 的电流分别为

$i_1=[5+\sin(\omega t-45°)+0.5\sin(3\omega t-150°)]A$，$i_2=[6\sin(\omega t+70°)+2\sin(3\omega t-40°)]A$

端口电压 u＝［$50+100\omega t+30\sin(3\omega t-80°)V$］V。试求端口电流 i 的有效值及网络 N_1，N_2 各自所吸收的有功功率.



题 9－16 图

解（1）直流分量作用 $I_{1(0)}$＝5A，$I_{2(0)}$＝0A，$U_{(0)}$＝50V

$\therefore \quad I_{(0)}=I_{1(0)}+I_{2(0)}=5A$

$$P_{(0)}=U_{(0)}I_{(0)}=50\times5=250 \quad W$$

（2）一次谐波作用 $\dot{I}_{1(1)}=\frac{2}{\sqrt{2}}\angle-45°,\ \dot{I}_{2(1)}=\frac{6}{\sqrt{2}}\angle70°,\ \dot{U}_{(1)}=\frac{100}{\sqrt{2}}\angle0°$

$\therefore \quad \dot{I}_{(1)}=\dot{I}_{1(1)}+\dot{I}_{2(1)}=3.87\angle50.8° \quad A$

$$P_{(1)}=U_{(1)}I_{(1)}\cos(0°-50.8°)=273.7\times0.63=172.4W$$

（3）三次谐波作用 $\dot{I}_{1(3)}=\frac{0.5}{\sqrt{2}}\angle-150°,\quad \dot{I}_{2(3)}=\frac{2}{\sqrt{2}}\angle-40°$

$$\dot{U}_{(3)}=\frac{30}{\sqrt{2}}\angle-80°$$

$$
\begin{aligned}
\therefore \quad \dot{I}_{(3)} &= \dot{I}_{1(3)}+\dot{I}_{2(3)}=-0.306-j0.177+1.08-j0.91 \\
&= 0.774-j1.09 \\
&= 1.34\angle-54.6° \quad A
\end{aligned}
$$

$$P_{(3)}=U_{(3)}I_{(3)}\cos\varphi_{(3)}=\frac{30}{\sqrt{2}}\times 1.34\cos[-80°-(-54.6°)]$$
$$=28.4\times 0.903$$
$$=25.6 \quad W$$

∴　端口电流有效值

$$I=\sqrt{I_{(0)}^2+I_{(1)}^2+I_{(3)}^2}=\sqrt{25+15+1.8}$$
$$=6.47A$$

吸收总功率 P＝P$_{(0)}$ ＋P$_{(1)}$ +P$_{(3)}$＝448　W

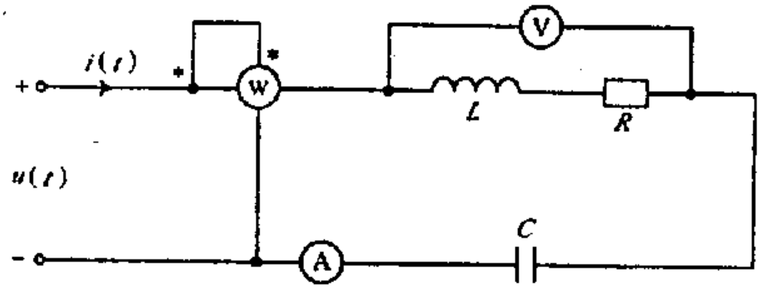
N_1 吸收功率

$$P_a=U_{(0)}I_{1(0)}+U_{(1)}I_{1(1)}\cos[0°-(-45°)]+U_{(3)}I_{1(3)}\cos[-80°-(-150°)]$$
$$=250+\frac{100}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{30}{\sqrt{2}}\times\frac{0.5}{\sqrt{2}}\times 0.342$$
$$=323.3 \quad W$$

∴　N_2 吸收功率

P_b＝P－P_a＝124.7　W

9—17　已知题 9—17 图示电路中仪表为电动式仪表，R＝6Ω，$\omega L=2\Omega$；$\frac{1}{\omega C}=18\Omega$，u＝［$180\sin(\omega t-30°)+18\sin 3\omega t$］V。试求各表读数及电流 $i(t)$。



题 9－17 图

解　（1）一次谐波作用　$\dot{U}_{(1)}=\frac{180}{\sqrt{2}}\angle-30°$　V

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{(1)}}{R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{\frac{180}{\sqrt{2}}\angle-30°}{6+j2-j18}$$
$$=7.4\angle 39.4° \quad A$$

$$\dot{U}'_{(1)}=(R+j\omega L)\dot{I}_{(1)}=(6+j2)\times 7.4\angle 39.4°$$
$$=46.6\angle 57.4° \quad V$$

（2）三次谐波作用 $\dot{U}_{(3)}=\frac{18}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ \quad V$

$$\dot{I}_{(3)}=\frac{\dot{U}_{(3)}}{R+j3\omega L+\frac{1}{j3\omega C}}=\frac{\frac{18}{\sqrt{2}}}{6+j6-j6}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ=2.12\angle 0^\circ \quad A$$

$$\dot{U}'_{(3)}=(R+j3\omega L)\dot{I}_{(3)}=(6+j6)2.12$$

$$=18\angle 45^\circ \quad V$$

∴ 电压表读数 $U'=\sqrt{(U'_{(1)})^2+(U'_{(3)})^2}=\sqrt{46.6^2+18^2}=50 \quad$ V

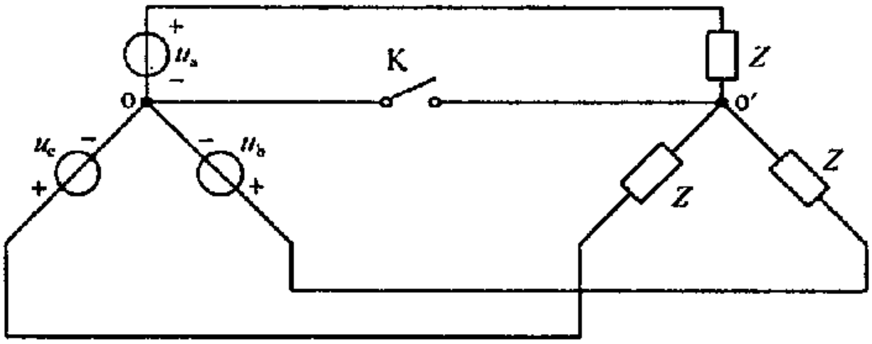
电流表的读数 $I=\sqrt{(I_{(1)})^2+(I_{(3)})^2}=\sqrt{7.4^2+2.12^2}=7.7 \quad$ A

功率表读数 $P=RI^2=6\times(7.7)^2=356 \quad W$

9—18 题 9—18 图示三相电路中，电源相电压 $u_a=(100\sin\omega t+40\sin 3t)V$，负载复阻抗 $Z=R+j\omega L=(6+j8)\Omega$，试求：

(1)k 闭合时负载相电压，线电压、相电流及中线电流有效值；

(2)k 打开时负载相电压、线电压、相电流及两中点间电压的有效值.



题 9－18 图

解 （1）开关 K 闭合，即 $Y-Y$ 系统有中线。

①当 $\dot{U}_{a(1)}$ 电源作用，如下面（2）分析，负载 $\dot{U}_{p(1)}=\dot{U}_{a(1)}=50\sqrt{2}\angle 0^\circ$

$\dot{U}_{l(1)}=50\sqrt{6}\angle 30°\text{V}$，　　$\dot{I}_{l(1)}=\dot{I}_{p(1)}=\dfrac{10}{\sqrt{2}}\angle -53° A$，$\dot{I}_{o(1)}=0A$

②当$\dot{U}_{a(3)}$电源作用 ，负载$\dot{I}_{p(3)}=\dfrac{\dot{U}_{a(3)}}{R+j3\omega L}=\dfrac{\frac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°}{6+j18}=\dfrac{\frac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°}{19\angle 71.6°}$

$=1.49\angle -71.6°\ \text{A}$

负载$\dot{U}_{p(3)}=\dot{U}_{a(3)}=\dfrac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°\ \text{V}$

$$\dot{U}_{l(3)}=\dot{U}_{a(3)}-\dot{U}_{b(3)}=\dot{U}_{a(3)}-\dot{U}_{a(3)}=0$$

（三次谐波是零序分量，$\dot{U}_{a(3)}=\dot{U}_{b(3)}$）

∴ 负载$U_p=\sqrt{(50\sqrt{2})^2+(20\sqrt{2})^2}=\sqrt{5000+800}=76.2V$

$$U_l=\sqrt{U_{l(1)}^2+U_{l(3)}^2}=U_{l(1)}=50\sqrt{6}\quad \text{V}$$

$$I_l=\sqrt{I_{l(1)}^2+I_{l(3)}^2}=\sqrt{(\frac{10}{\sqrt{2}})^2+(1.49)^2}=\sqrt{50+2.2}=7.22A$$

$I_p=I_l=7.22A$　中线电流$I_o=3I_{p(3)}=3\times 1.49=4.47A$

（2）K 打开时无中线，线电压，线电流无零序分量（3 次谐波）

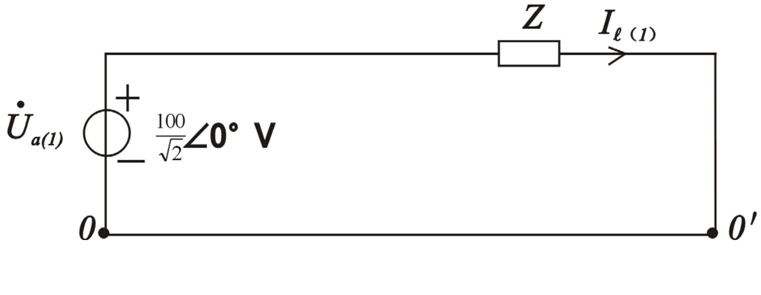
$\dot{U}_{l(3)}=0$，$\dot{I}_{l(3)}=0$

负载端相电流$\dot{I}_{p(3)}=0$，中点间电压

$$\dot{U}_{o'o}=\dot{U}_{p(3)\text{电源}}=\frac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°$$

当基波作用

$$\dot{I}_{l(1)}=\dot{I}_{p(1)}=\frac{\frac{100}{\sqrt{2}}\angle 0°}{\text{Z}}=\frac{\frac{100}{\sqrt{2}}}{10\angle 53°}=\frac{10}{\sqrt{2}}\angle -53°\ \text{A}$$

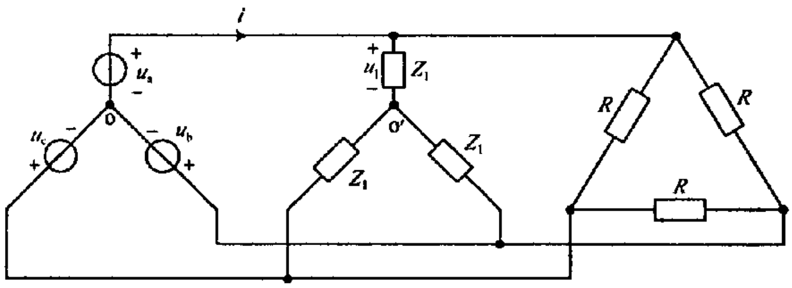


负载 $U_p = U_{p(1)} = U_{a(1)} = \dfrac{100}{\sqrt{2}} V$

$$U_l = U_{l(1)} = \frac{\sqrt{3}\times 100}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$I_p = I_{p(1)} = \dfrac{10}{\sqrt{2}} A$ $\qquad U_{o'o} = U_{p(3)\text{电源}} = 20\sqrt{2}\text{ V}$

9—19　题 9—19 图示电路为非正弦对称三相电压作用下的三相电路，已知 A 相电压 $u_a = (\sqrt{2}\times 220\sin\omega t + \sqrt{2}\times 50\sin 3\omega t)V$，$R$＝150Ω，基波复阻抗 Z＝(40+j30)Ω。试求电流 i 的有效值及电压 u_1、$u_{oo'}$ 的有效值。



题 9－19 图

解　化成 Y一Y 系统

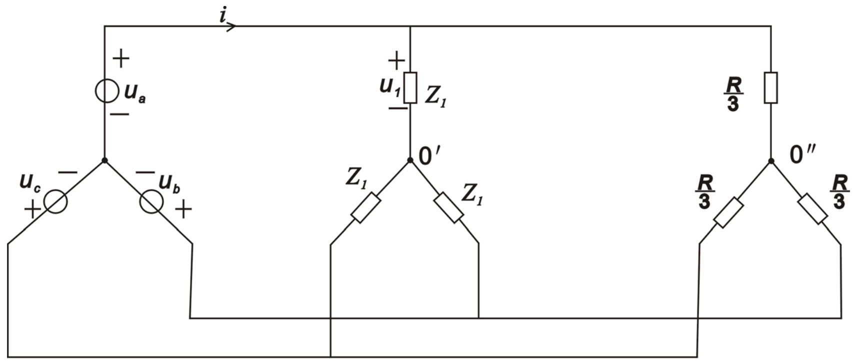
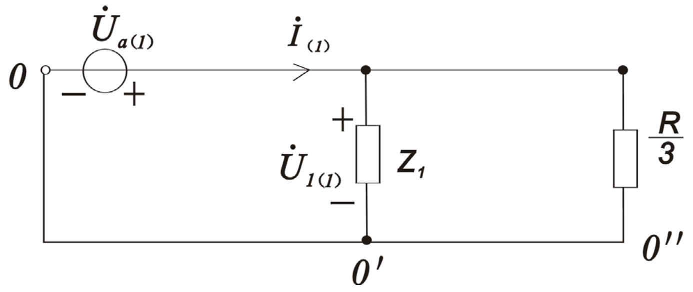


图　（a）

解（1）当　$u_{a(3)} = \sqrt{2}\times 50\sin 3\omega t$ 及 $u_{b(3)}$、$u_{c(3)}$ 作用时，由于是零序分量组，所以 $\dot{I}_{(3)} = 0$，$\dot{U}_{oo'(3)} = -\dot{U}_{a(3)}$ ＝－50∠0°　，$\dot{U}_{1(3)} = 0$

（2）当 $u_{a(1)} = 200\sqrt{2}\sin\omega t$　V 及 $u_{b(1)}$、$u_{c(1)}$ 作用时，构成三相正序分量组。其

单相计算电路为



图（b）

$$\dot I_{(1)}=\frac{\dot U_{a(1)}}{\frac{(Z_1R)/3}{Z_1+R/3}}=\frac{200\angle 0°}{\frac{(40+j30)50}{40+j30+50}}=\frac{200}{\frac{5\times 50\angle 36.9°}{3(3+j)}}$$

$$=\frac{200\times 3\times\sqrt{10}}{250\angle 36.9°}=\frac{220\times 3\times 3.16\angle 18.4°}{250\angle 36.9°}$$

$=7.58\angle{-18.5}°$

∴　$i_{(1)}=7.58\times\sqrt{2}\sin(\omega t-18.5°)A$

由图（b）已知：

$U_{oo'(1)}=0\ \text{V}$

$\dot U_{1(1)}=\dot U_{a(1)}=220\angle 0°\,\text{V}$

∴　i 的有效值：

$\text{I}=\sqrt{I^2{}_{(1)}+I^2{}_{(3)}}=\sqrt{I^2{}_{(1)}}=7.58\text{A}$

u_1 有效值　$U_1=\sqrt{U^2{}_{1(1)}+U^2{}_{1(3)}}=\sqrt{U^2{}_{1(1)}}=200\,\text{V}$

$u_{oo'}$ 有效值　$U_{oo'}=\sqrt{U^2{}_{oo'(1)}+U^2{}_{oo'(3)}}=\sqrt{U^2{}_{oo'(1)}}=50V$