《大学物理 AI》作业　No. 12　自感 互感 电磁场

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 _______

***************************本章教学要求****************************

1、掌握自感、互感的物理意义及自感系数、互感系数的计算方法；

2、理解磁场能量、磁场能量密度的概念，并能计算典型磁场的磁场能；

3、理解位移电流的物理意义，并能计算简单情况下的位移电流；

4、掌握麦克斯韦方程组的积分形式，并理解方程组中各方程的物理意义。

一、选择题

1. 下列说法正确的是[**B**]

（A）线圈的自感系数与通过线圈的电流无关，互感系数与通过线圈的电流有关。

（B）感生电场线与稳恒磁感应线一样，都是无始无终的闭合曲线。

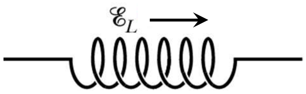
（C）在磁场不存在的地方，也不会有感生电场存在。

（D）位移电流必须在导体两端加电压才能形成。

2.若产生如图所示的自感电动势方向，则通过线圈的电流是： **[C]**

(A) 恒定向右　　(B) 恒定向左

(C) 增大向左　　(D) 增大向右



解：根据楞次定律：感应电流产生的磁场将阻碍原磁场（原磁通）的变化知选 C。

3.有两个线圈，线圈 1 对线圈 2 的互感系数为 M_{21}，而线圈 2 对线圈 1 的互感系数为 M_{12}。若它们分别流过 i_1 和 i_2 的变化电流且 $\left|\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}\right| > \left|\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}\right|$，并设由 i_2 变化在线圈 1 中产生的互感电动势为 ε_{12}，由 i_1 变化在线圈 2 中产生的互感电动势为 ε_{21}，判断下述哪个论断正确。**[C]**

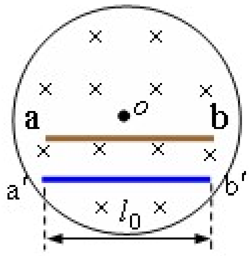
(A) $M_{12}=M_{21}$，$\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12}$　　(B) $M_{12}\neq M_{21}$，$\varepsilon_{21} \neq \varepsilon_{12}$

(C) $M_{12}=M_{21}$，$\varepsilon_{21} > \varepsilon_{12}$　　(D) $M_{12}=M_{21}$，$\varepsilon_{21} < \varepsilon_{12}$

解：由于两个线圈的相对位置固定且周围介质的磁导率为常数，故 $M_{12}=M_{21}$，又因 $\left|\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}\right| > \left|\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}\right|$，故互感电动势 $\varepsilon_{21} = -M_{21}\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} > \varepsilon_{12} = -M_{12}\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$　　**选 C**

4. 在圆柱形空间内有一磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场，如图所示，$\vec{B}$ 的大小以速率 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ 变化。现有一长度为 l_0 的金属棒先后放在磁场的两个不同位置，则金属棒在这两个位置 1(ab)和 2(a′b′)时感应电动势的大小关系为：**[B]**

(A) $\varepsilon_2=\varepsilon_1\neq 0$　(B) $\varepsilon_2>\varepsilon_1$　(C) $\varepsilon_2<\varepsilon_1$　(D) $\varepsilon_2=\varepsilon_1=0$

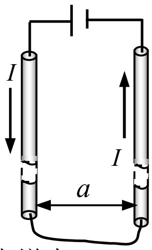


解：连接 oa，ob，oa′，和 ob′，$\Delta o\mathrm{a'b'} > \Delta o\mathrm{ab}$，

根据法拉第电磁感应定律：$|\varepsilon| = \left|\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right| = S\left|\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right|$ 和 $\varepsilon_{oa}=\varepsilon_{ob}=\varepsilon_{oa'}=\varepsilon_{ob'}=0$，

金属棒在两个位置时感应电动势的关系为：$\varepsilon_2>\varepsilon_1$

5．两根很长的平行直导线，其间距离为 a，与电源组成闭合回路如图。已知导线上的电流强度为 I，在保持 I 不变的情况下，若将导线间距离增大，则空间的：[**A**]



(A) 总磁能将增大　　(B) 总磁能将减小

(C) 总磁能将保持不变　　(D) 总磁能的变化不能确定

解：导线间距离 a 增大，从而磁通 Φ 增大，自感系数 L 增大，总磁能 $W_m=\frac{1}{2}LI^2$ 也增大。

6．一块铜板垂直于磁场方向放在磁感强度正在增大的磁场中时，铜板中出现的涡流(感应电流)将产生的效果为[**B**]

(A) 加速铜板中磁场的增加　　(B) 减缓铜板中磁场的增加

(C) 对磁场不起作用　　(D)使铜板中磁场反向

解：根据楞次定律：感应电流产生的磁场将阻碍原磁场（原磁通）的变化。

7．对位移电流，有下述四种说法，请指出哪一种说法正确[**A**]

(A) 位移电流是由变化电场产生的

(B) 位移电流是由线性变化磁场产生的

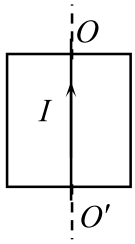
(C) 位移电流的热效应服从焦耳—楞次定律

(D) 位移电流的磁效应不服从安培环路定理

解：根据位移电流的定义，选(A)。

二、填空题：

1．有一根无限长直导线绝缘地紧贴在矩形线圈的中心轴 OO'上，则直导线与矩形线圈间的互感系数为 __0__。



解： 设直导线通电流 I，由图知通过矩形线圈的磁通量 $\Phi=0$

所以直导线与矩形线圈间的互感系数 $M=\frac{\Phi}{I}=0$。

2．半径为 R 的无限长柱形导体上均匀流有电流 I，该导体材料的相对磁导率 $\mu_r=1$，则在导体轴线上一点的磁场能量密度为 $w_{mo}=$__0__，在与导体轴线相距 r 处($r<R$)的磁场能量密度 w_{mr} $=\dfrac{\mu_0 I^2 r^2}{(8\pi^2 R^4)}$。

解：由安培定律可得：$r<R处, B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$，而磁能密度 $w_m=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0\mu_r}$

所以，$r=0处$，$B_0=0, w_{m0}=0$。

$$r\neq 0处(r<R),\quad B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}, w_{mr}=\frac{1}{2}\frac{\mu_0 I^2 r^2}{4\pi^2 R^4}=\frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4}$$

3．真空中两只长直螺线管 1 和 2，长度相等，单层密绕匝数相同，直径之比 $d_1/d_2=1/4$。当它们通以相同电流时，两螺线管贮存的磁能之比为 $W_1/W_2=$__1/16__。

解： 由磁能密度 $w_m=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$ 和螺线管内磁感应强度 $B=\mu_0 nI$ 有

长直螺线管 1 贮存的磁能：$W_1=\frac{B^2V}{2\mu_0}=\frac{\mu_0^2 n^2 I^2 l}{2\mu_0}\boldsymbol{\pi}(\frac{d_1^2}{4})$

长直螺线管 2 贮存的磁能：$W_2=\frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2 l\pi(d_2^2/4)$

则两螺线管贮存的磁能之比为：$W_1:W_2=d_1^2:d_2^2=1:16$

4．反映电磁场基本性质和规律的积分形式的麦克斯韦方程组为：

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{i=1}^{n} q_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_{i=1}^{n} I_i+\frac{d\Phi_e}{dt} \quad \cdots\cdots\ \cdots ④$$

试判断下列结论是包含或等效于哪一个麦克斯韦方程式的，将你确定的方程式用代号填在相对应结论的空白处。

(1) 变化的磁场一定伴随有感生电场：__②__；　(2) 磁感应线是无头无尾的：③；

(3) 电荷总伴随有电场：___①___。　（4）不存在磁单极子：__③__。

5.麦克斯韦的电磁学方程组揭示了电场与磁场的联系，预言了_电磁波_的存在和光的_电磁_本性。

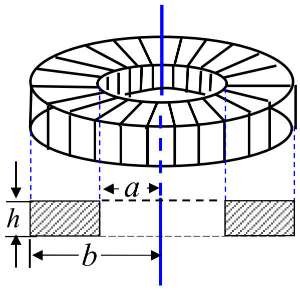
三、计算题：

1. 截面为矩形的螺绕环共 N 匝，尺寸如图所示，图下半部两矩形表示螺绕环的截面。在螺绕环的轴线上另有一无限长直导线。

(1) 求螺绕环的自感系数；

(2) 求长直导线螺绕环的互感系数；

(3) 若在螺绕环内通一稳恒电流 I，求螺绕环内储存的磁能。



解：(1) 设螺绕环通电流 I，由安培环路定理可得环内磁感应强度：$B=\dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

通过螺绕环的磁通链数为 $\psi=N\Phi=N\int_a^b \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}h\mathrm{d}r=\dfrac{\mu_0 N^2 Ih}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}$

由自感系数的定义，自感系数为：$L=\dfrac{\psi}{I}=\dfrac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}$

(2) 设长直导线通电流 I，则在周围产生的磁场：$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$，通过螺绕环的磁通链数

$$\psi=N\Phi=N\int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r}h\mathrm{d}r=\frac{u_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

由互感系数的定义，互感系数为：$M=\dfrac{\psi}{I}=\dfrac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}$

(3) 若螺绕环通电流 I，则环内储存的磁能为：

$$W_m==\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\cdot\ln\frac{b}{a}\cdot I^2=\frac{\mu_0 N^2 I^2 h}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

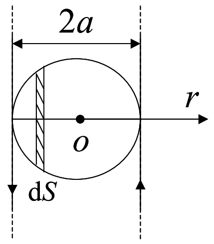
2. 如图示，两根无限长直导线互相平行，间距为$2a$，两导线在无限远处连接形成一个回路。在两导线平面内，有一半径为a的圆环在两导线之间，并与导线绝缘。求圆环与长直导线回路之间的互感系数。

（积分公式：$\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\dfrac{x}{a}+\mathrm{C}$　。）

解：在回路中通以电流 I，即两长直导线中通有等值反向电流，则在导线回路平面内二导线之间，距一根导线为 r 处的磁感应强度为：

$$B(r)=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{a+r}+\frac{1}{a-r}\right)$$

因此通过圆环的磁通量为：



$$\begin{aligned}\Phi_m&=\iint \vec{B}\cdot d\vec{S}\\&=2\int_{-a}^{a}\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{a+r}+\frac{1}{a-r}\right)\sqrt{a^2-r^2}dr\\&=\frac{2\mu_0 I}{\pi}\int_0^a\frac{2a}{\sqrt{a^2-r^2}}dr\\&=\frac{4\mu_0 Ia}{\pi}\arcsin\frac{r}{a}\Big|_0^a=2\mu_0 Ia\end{aligned}$$

故互感系数为：

$$M=\frac{\Phi_m}{I}=2\mu_0 a$$

3. 给电容为 C 的平行板电容器充电，电流为 $i=0.2\times \mathrm{e}^{-t}\,(\mathrm{SI}),t=0$ 时电容器极板上无电荷。求：

(1) 极板间电压 U 随时间 t 而变化的关系；

(2) t 时刻极板间总的位移电流 I_d (忽略边缘效应)。

解：(1) 由电容的定义 $C=\dfrac{q}{U}$，得极板电压：

$$U=\frac{q}{C}=\frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t=-\frac{1}{C}\times 0.2\,\mathrm{e}^{-t}\Big|_0^t=\frac{0.2}{C}(1-\mathrm{e}^{-t})$$

(2) 由全电流的连续性，总的位移电流：

$$I_d=i=0.2\,\mathrm{e}^{-t}$$