复变函数与积分变换 B(6022900)期末考试 B 卷

2017-2018 学年第 1 学期

一、填空题（每题 3 分，共计 5×3=15 分）

1. 方程 $\mathrm{e}^{2z}+1=0$ 的全部解为____________.

2. $\mathrm{i}^{2\mathrm{i}}=$____________.

3. 沿指定曲线正向的积分 $\oint_{|z|=1}\frac{z-\sin z}{z^3}\mathrm{d}z=$____________.

4. 函数 $f(z)=\frac{1}{z\sin z}$ 在点 $z=-\pi$ 处的留数为____________.

5. 函数 $f(t)=t-\frac{1}{2}$ 的 Laplace 变换为____________.

二、选择题（每题 3 分，共计 5×3=15 分）

1. $-\sin\frac{\pi}{10}-\mathrm{i}\cos\frac{\pi}{10}$ 的主幅角为____________.

(A) $\frac{\pi}{10}$； (B) $-\frac{\pi}{10}$； (C) $-\frac{2\pi}{5}$； (D) $-\frac{3\pi}{5}$.

2. 下列各函数中，在复平面处处解析的函数是____________.

(A) $\mathrm{i}\mathrm{e}^x\cos y-\mathrm{e}^x\sin y$； (B) x^2+y^2；

(C) $z\,\mathrm{Re}\,z$； (D) $x^2-y^2-2xy\mathrm{i}$.

3. 下列说法错误的是____________.

(A) 如 $f(z)$ 在 z_0 解析，则 $f'(z_0)$ 存在； (B) 如 $f'(z_0)$ 存在，则 $f(z)$ 在 z_0 连续；

(C) $\cos z$ 在复平面上是有界的； (D) $\cos z$ 在复平面上是解析函数.

4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}(\cos\mathrm{i}n)z^n$ 的收敛半径 R 为____________.

(A) 1； (B) $\frac{1}{2}$； (C) e； (D) $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

5. $\oint_{|z|=2} e^{\frac{1}{1-z}} dz =$ ________.

(A) πi； (B) 0； (C) $2\pi i$； (D) $-2\pi i$.

三、简答题（每题 5 分，共计 6×5=30 分）

1. 计算积分 $I = \oint\limits_{|z|=1} (|z| e^z + z^2 \cos z) dz$.

2. 求出函数 $f(z) = 2x^3 + 3y^3 i$ 的可导点及解析点.

3. 求出函数 $f(z) = \dfrac{1}{e^z - 1} - \dfrac{1}{z}$ 的有限奇点，指出类型，如果是极点，指出它的极数.

4. 求调和函数 $u(x, y) = e^x \sin y + 2y$ 为实部的解析函数 $f(z)$.

5. 计算积分 $\int_C [(x-y) + ix^2] dz$，积分路径 C 为由 i 沿水平方向向右至 $1+i$.

6. 求函数 $f(z) = \dfrac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$ 在有限奇点的留数.

四、计算题（每题 10 分，共计 10×4=40 分）

1. 计算复积分 $\oint_c \dfrac{e^z}{z^2(z-1)} dz$，其中 C 为不经过点(0,1)的正向简单闭曲线.

2. 将函数 $f(z) = \dfrac{1}{z^2 - 3z + 2}$ 在 $1 < |z-2| < +\infty$ 内展成洛朗级数.

3. 利用留数定理计算积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \dfrac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$.

4. 已知某函数的傅氏变换为 $F(\omega) = \delta(\omega+2) + \delta(\omega+2) + e^{-2\omega}$，求该函数 $f(t)$.