《大学物理 AI》作业No.10 安培环路定理 磁力 磁介质 参考答案

****************************本章教学要求****************************

1、理解磁场的高斯定理、磁场安培环路定理的物理意义，能熟练应用安培环路定律求解具有一定对称性分布的磁场磁感应强度；

2、掌握洛仑兹力公式，能熟练计算各种运动电荷在磁场中的受力；

3、掌握电流元在磁场中的安培力公式，能计算任意载流导线在磁场中的受力；

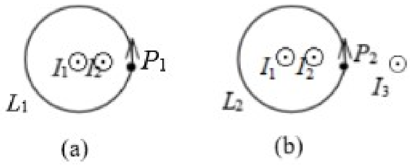
4、理解载流线圈磁矩的定义，并能计算它在磁场中所受的磁力矩；

5、理解霍尔效应并能计算有关的物理量；

6、理解顺磁质、抗磁质磁化的微观解释，了解铁磁质的特性；

7、理解磁场强度 H 的定义及 H 的环路定理的物理意义，并能利用它求解有磁介质存在时具有一定对称性的磁场分布。

一、选择题

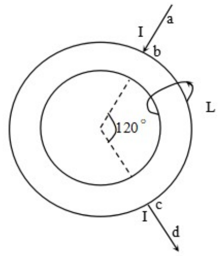


1． 在图(a)和(b)中各有一半径相同的圆形回路 L_1、L_2，圆周内有电流I_1、I_2，其分布相同，且均在真空中，但在(b)图中L_2 回路外有电流I_3，P_1、P_2 为两圆形回路上的对应点，则：[B]

（A） $\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}$， $\vec{B}_{P_1}=\vec{B}_{P_2}$ （B） $\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}$， $\vec{B}_{P_1}\neq\vec{B}_{P_2}$

（C） $\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}\neq\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}$， $\vec{B}_{P_1}\neq\vec{B}_{P_2}$ （D） $\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}\neq\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}$， $\vec{B}_{P_1}=\vec{B}_{P_2}$

解： 根据安培环路定理 $\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_{内}$ ，可以判定 $\oint_{L_1}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{B}\cdot d\vec{l}$ ；而根据磁场叠加原理（空间任一点的磁场等于所有电流在那点产生的磁场的矢量叠加），知 $\vec{B}_{P_1}\neq\vec{B}_{P_2}$ 。



2. 如图所示，两根直导线 ab 和cd 沿半径方向被接到一截面处处相等的铁环上，稳恒电流I 从a 端流入而从d 端流出， 则磁感应强度B 沿图中闭合路径L 的积分 $\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}$ 等于[C]

（A） $\mu_0 I$ （B） $\dfrac{1}{3}\mu_0 I$ （C） $\dfrac{2}{3}\mu_0 I$ （D） $\dfrac{1}{4}\mu_0 I$

解： 电流 I 从 b 点分流，左边圆弧电阻是右边的两倍，所以由欧姆定律，通过电流是右边的一半。右边部分圆弧通过的电流为$2I/3$，根据安培环路定理可得。

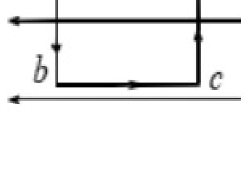
3. 真空中电流元 $I_1 d\vec{l}_1$ 与电流元 $I_2 d\vec{l}_2$ 之间的相互作用是这样进行的：[D]

(A) $I_1 d\vec{l}_1$ 与$I_2 d\vec{l}_2$ 直接进行作用，且服从牛顿第三定律;

(B) 由 $I_1 d\vec{l}_1$ 产生的磁场与 $I_2 d\vec{l}_2$ 产生的磁场之间相互作用，且服从牛顿第三定律;

(C) 由 $I_1 d\vec{l}_1$ 产生的磁场与 $I_2 d\vec{l}_2$ 产生的磁场之间相互作用，但不服从牛顿第三定律;

(D) 由 $I_1 d\vec{l}_1$ 产生的磁场与 $I_2 d\vec{l}_2$ 进行作用，或由 $I_2 d\vec{l}_2$ 产生的磁场与 $I_1 d\vec{l}_1$ 进行作用， 且不服从牛顿第三定律。



4. 如图，匀强磁场中有一矩形通电线圈，它的平面与磁场平行，在磁场作用下，线圈发生转动，其方向是 [B]

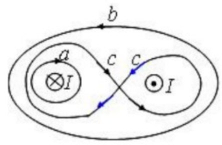
(A) ab 边转出纸外，cd 边转入纸内 (B) ab 边转入纸内，cd 边转出纸外

(B) ad 边转入纸内，bc 边转出纸外 (D) ad 边转出纸外，bc 边转入纸内

解：平面载流线圈在均匀磁场中的力矩 $\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}$，其中 $\vec{m}=IS\vec{n}$ 与电流成右旋关系。

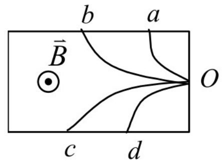
二、填空题

1. 两根长直导线通有电流 I，在图示三种环路中：



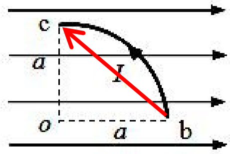
$\oint_a \vec{B}\cdot d\vec{l} =$ $\underline{\mu_0 I}$；$\oint_b \vec{B}\cdot d\vec{l} =$ $\underline{0}$；$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} =$ $\underline{2\mu_0 I}$。

2. 图为四个带电粒子在O 点沿相同方向垂直于磁感线射入均匀磁场后的偏转轨迹的照片．磁场方向垂直纸面向外，轨迹所对应的四个粒子的质量相等，电荷大小也相等，则其中动能最大的带负电的粒子的轨迹是$\underline{\ oc\ }$。



解：根据带电粒子在磁场中的受力：$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$，可判定带负电的是 oc,od；根据粒子在磁场中运动的半径为$R=\left|\dfrac{mv}{qB}\right|$，半径越大的速率越大，而质量又相当，所以当然动能也越大。因而其中动能最大的带负电的粒子的轨迹是 oc。

3. 有一半径为 a ，流过稳恒电流为 I 的1/4 圆弧形载流导线bc ，按右图所示方式置于均匀外磁场$\vec{B}$ 中，则该载流导线所受的安培力大小为$\underline{IaB}$。



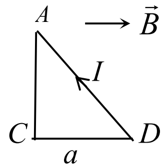
解：在均匀磁场中，圆弧电流所受的磁力与通过同样电流的直线bc（如图）所受的磁力相等。

$$\vec{F}=I\vec{L}\times\vec{B}，\text{大小 } F=ILB\sin 135^\circ = I\sqrt{2}aB\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=IaB。$$

4. 有一半径为R 的单匝圆线圈，通以电流I，若将该导线弯成匝数$N=2$ 的平面圆线圈， 导线长度不变，并通以同样的电流，则线圈中心的磁感强度是原来的$\underline{\ 4\ }$倍，线圈的磁矩是原来的$\underline{\ 1/2\ }$倍。

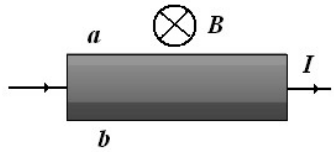
解：圆电流中心磁场公式$B=N\cdot\dfrac{\mu_0 I}{2R}$，磁矩为$m=NIS=NI\pi R^2$。线圈弯后匝数 **N** 变为原来两倍，**R** 变为原来一半，代入式中可得。

5.一等腰直角三角形ACD，直角边长为a，其内维持稳定电流I，放在均匀磁场$\vec{B}$中，线圈平面与磁场方向平行，如果AC边固定，D点绕AC边向纸外转过$\pi/2$，则磁力作功为$\underline{-\dfrac{1}{2}BIa^2}$；如果$CD$边固定，$A$点绕$CD$边向纸外转过$\pi/2$，则磁力作功为 $\underline{\quad 0\quad}$；如果AD边固定，C点绕AD边向纸外转过$\pi/2$，则磁力作功为 $\underline{\dfrac{\sqrt{2}}{4}BIa^2}$。



解：平面线圈在均匀磁场中运动时磁力做功$A=I\cdot\Delta\Phi_m$，其中Φ_m是通过线圈所围平面的磁通量，要求线圈平面$\vec{S}$的正方向与线圈电流成右旋关系。

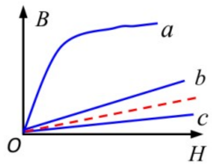
6. 如图所示的P型半导体材料，放在均匀磁场中，通以电流I，则a、b两侧出现的电势的关系是 $U_a$$\underline{\ 大于\ }$$U_b$ 。 （填大于、等于或小于）



解：P型半导体的载流子为空穴（带正电），运动方向与电流方向相同，由$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$可判定受力方向向上，则半导体片上表面聚集正电荷，由电荷守恒下表面聚集负电荷，其间形成电场，空穴受到向下的电场力，随着电场的增大最终达到平衡（即电场力等于洛伦兹力，所需时间极短）。所以上表面电势大。

7. 图示为三种不同的磁介质的$B\sim H$关系曲线，其中虚线表示的是$B=\mu_0 H$的关系，则 a、b、c 各代

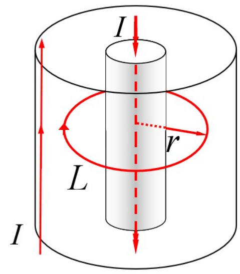
表哪一类磁介质的 $B\sim H$ 关系曲线：



a 代表（铁磁质）的$B\sim H$ 关系曲线。　b 代表（顺磁质）的$B\sim H$ 关系曲线。

c 代表（抗磁质）的$B\sim H$ 关系曲线。

8. 长直电缆由一个圆柱导体和一共轴圆筒状导体组成，两导体中有等值反向均匀电流 I 通过，其间充满磁导率为 μ 的均匀磁介质。介质中离中心轴距离为r 的某点处的磁场强度大小为$H=\dfrac{I}{2\pi r}$；磁感应强度的大小$B=\dfrac{\mu I}{2\pi r}$。



解： 取如图所示回路L，由介质中环路定理 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=H\cdot 2\pi r=\sum I_{内}=I$，

可得磁场强度。由实验规律 $B=\mu H$ 可得磁感应强度。

三、简答题

判断下列说法是否正确，并说明理由。（1）洛仑兹力总与速度方向垂直，所以带电粒子运动的轨迹必定是圆。（2）$\vec{H}$ 仅与传导电流（自由电流）有关。（3）对各向同性的非铁磁质，无论顺磁质和抗磁质中，$\vec{B}$ 总与 $\vec{H}$ 同向。（4）磁场中通过任意封闭曲面的 $\vec{B}$ 通量都相等。（5）稳恒磁场中通过任意封闭曲面的 $\vec{H}$ 通量都相等。（6）对所有的磁介质，$\vec{B}=\mu\vec{H}$ 均成立。

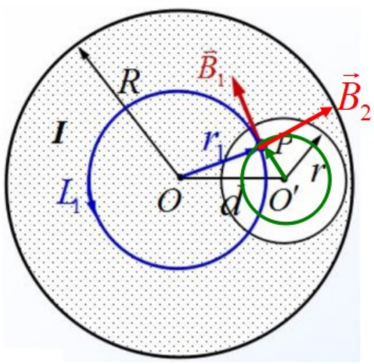
答：（1）不正确。在均匀磁场中，带电粒子运动轨迹与其初速度有关，如果初速度与磁场方向相同，则粒子不受力，其轨迹是直线；只有当初速度与磁场垂直时，粒子轨迹才是圆。如果初速度与磁场方向成一定夹角，则轨迹为螺旋线。非均匀磁场运动更复杂。（2）不正确。$\vec{H}$ 与传导电流、磁化电流等都有关。（3）正确。对于各向性的非铁磁质 $\vec{B}=\mu\vec{H}$ 。（4）正确。因为磁场是无源场，磁感应线总是闭合的，因此对任一封闭曲面的 $\vec{B}$ 通量都为零。（5）不正确。由 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\oint_S \mu_0\mu_r\vec{H}\cdot d\vec{S}=0$ 可知，闭合曲面上各点 μ_r 不相同的话，就不能将其移到积分号外，就不能得出 $\oint_S \vec{H}\cdot d\vec{S}=0$ 的结论。（6）不正确，对铁磁质材料不成立。

四、计算题

1. 半径 R 的长圆柱形导体内与轴线平行地挖去一个半径为 r $(2r<R)$ 的圆柱形空腔，且 $OO'=d$，电流 I 在截面内均匀分布，方向平行于轴线，求：空心部分中任一点 P 的磁感应强度。

解： (补偿法)　P点磁场等效于两个圆柱型电流（j，R）和（$-j$，r）的叠加，电流密度

$$j=\frac{I}{\pi R^2-\pi r^2}$$



如图，对圆柱型电流（j，R）用安培环路定理求解P点磁场，作环路L_1，则有

$$\oint_{L_1}\vec{B}_1\cdot d\vec{l}=B_1\cdot 2\pi r_1=\mu_0 j\pi r_1^2$$

$B_1=\dfrac{\mu_0 j r_1}{2}$　　考虑到方向：$\vec{B}_1=\dfrac{\mu_0}{2}\vec{j}\times\vec{r}_1$

同理：$\oint_{L_2} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 j \pi r_2^2 \qquad \Rightarrow \quad \vec{B}_2 = -\frac{\mu_0}{2}\vec{j}\times\vec{r}_2$

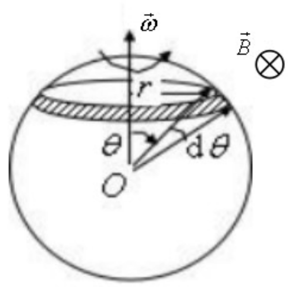
$$\therefore \quad \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{2}\vec{j}\times(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \frac{\mu_0}{2}\vec{j}\times\overline{OO'}$$

代入电流密度，可得磁感应强度方向竖直向上，大小 $\quad \therefore \quad B = \dfrac{\mu_0 I d}{2\pi(R^2 - r^2)}$

2. 一半径为 R 的均匀薄金属球壳，处于如图所示的均匀磁场 $\vec{B}$ 中。球壳上均匀分布有电荷，面密度为σ，其绕过球心的竖直轴以角速度ω 转动。（1）求球壳旋转产生的电流的磁矩；（2）球壳所受到的磁力矩 $\vec{M}$ 。已知：$\int \sin^3 x \mathrm{d}x = -\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x$

解：(1) 设金属球壳面电荷密度为σ ，则球面角宽度为 $\mathrm{d}\theta$的一个带状面元（阴影）上的电荷

$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi R\sin\theta \cdot R\mathrm{d}\theta$$



它旋转相当于圆电流

$$\mathrm{d}I = \frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q = \sigma\omega R^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

产生的磁矩为

$$\mathrm{d}m = \pi(R\sin\theta)^2 \mathrm{d}I = \pi\sigma\omega R^4 \sin^3\theta \mathrm{d}\theta$$

总磁矩： $\quad m = \int \mathrm{d}m = \pi\sigma\omega R^4 \int_0^{\pi} \sin^3\theta \mathrm{d}\theta = \frac{4}{3}\pi\sigma\omega R^4 \qquad$ 矢量形式 $\qquad \vec{m} = \frac{4}{3}\pi\sigma\vec{\omega}R^4$

（2）在外磁场中受到力矩

$$\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B} = \frac{4}{3}\pi\sigma\vec{\omega}R^4 \times \vec{B} \qquad \text{大小：} M = \frac{4}{3}\pi\sigma\omega R^4 B\text{，方向向左。}$$

3. 在生产中为了测试某种材料的相对磁导率，常将这种材料做成截面为圆形的圆环形螺线管的芯子。设环绕有线圈 200 匝，环平均周长为 0.10 m，横截面积为$5\times10^{-5}\,\mathrm{m}^2$ 。当线圈内通有电流 0.1A 时，用磁通计测得穿过环形螺线管横截面积的磁通量为$6\times10^{-5}\,\mathrm{Wb}$ 。试计算该材料的相对磁导率。

解：螺线管横截面积很小，其内部磁场可看作均匀磁场，由介质中的安培环路定理可得

$$\oint_L \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = NI\text{，则 } H = \frac{NI}{L}, \quad B = \mu_0\mu_r H = \mu_0\mu_r\frac{NI}{L}$$

磁通量： $\quad \Phi_m = BS = \mu_0\mu_r\frac{NI}{L}S$

所以： $\quad \mu_r = \frac{\Phi_m L}{\mu_0 NIS} = \frac{6\times10^{-5}\times0.1}{4\pi\times10^{-7}\times200\times0.1\times5\times10^{-5}} = 4.78\times10^3$