《大学物理 AI》作业　　No.06 电场强度

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 ______

****************************本章教学要求****************************

1、掌握电场强度和电通量的定义，建立电场"分布"概念；
2、掌握用点电荷场强公式及场强叠加原理求场强的方法；
3、确切理解静电场的高斯定理，并掌握用高斯定理求场强分布的方法；
4、掌握点电荷、无线长带电直线、无线大带电平面、带电圆环等典型带电体的电场分布公式。

一、填空题

1.物体由于得到或失去电子而带电，其电荷量必然是（电子电荷量）的整数倍。物体所带电荷量的不连续性称为（电荷量子化）。在讨论宏观带电现象时由于宏观物体所带电荷量远远大于一个电子的电荷量，从平均效果上考虑，可认为电荷是（连续）分布于带电体上的；在阐明（宏观现象的本质）时，才需要考虑电荷的量子化。

2.实验证明，一个带电粒子的电荷量与它运动的状态无关，即：在不同参考系中测量同一带电粒子的电荷量是相同的，电荷的这一特性称为（电荷的相对论不变性）。

3.静电场是指相对（观察者）静止的电荷在其周围产生的电场；静电场对处于场中（静止或运动）的电荷产生的作用力称为静电力（选填：静止，运动）；静电场中单位检验电荷受到的静电力定义为电场强度，电场强度的分布与（检验电荷）无关，只由（场源电荷）、（空间位置）决定。

4.点电荷系电场中任一场点的场强等于（各点电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和），这就是场强叠加原理的体现。

5.为了直观、形象地描述电场分布，法拉第设想在电场中存在一系列的虚拟曲线，其上各点的（切向）为该点的（场强方向），其分布的（疏密程度）与该处的（场强大小）成正比，我们称这样的曲线为电场线；穿过某一给定曲面的（电场线条数）被称为通过该曲面的电通量，当电场强度的方向与曲面法线方向相同，电通量为（正），当电场强度的方向与曲面法线方向相反，电通量为（负）；对封闭曲面来说，求电通量时，约定其（外）法线方向为法线正方向。

6.电场高斯定理$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=\dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$中$\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$表示（通过面积元 ds 的电场强度通量），而通过任意封闭曲面 S 的电场强度通量等于（该封闭曲面所包围的电荷量代数和的ε_0倍），与曲面外的电荷分布（无关）。

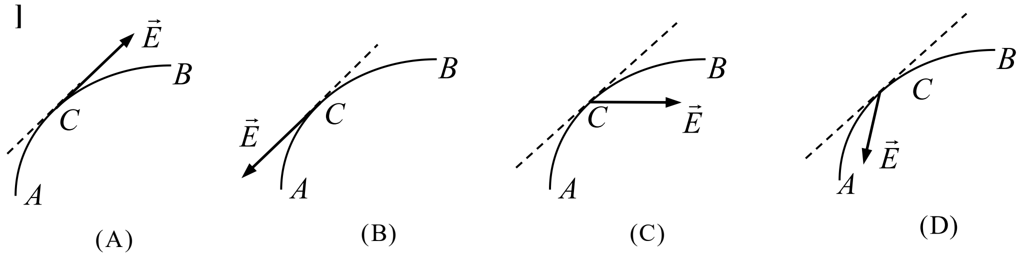
高斯定理反映了电场和场源电荷之间的关系，静电场线总是起始于（正电荷），终止于（负电荷），或从（正电荷）出发伸向无限远，或从无限远处汇聚于（负电荷）。场线有头有尾，不闭合，故静电场是一种（有源）场。

7.利用高斯定理求解电场分布时，首先要根据电场分布的对称性选择恰当高斯面。通常电场分布球对称时，高斯面选择（同心的球面）；电场分布轴对称时，高斯面选择（包含上下底面的同轴圆柱面）；电场分布具有面对称时，高斯面选取（上下底面与带电面平行，轴与带电面垂直的柱面）。

二、选择题

1．一个带正电荷的质点，在电场力作用下从 A 点出发经 C 点运动到 B 点，其运动轨迹如图所示。已知质点运动的速率是递减的，下面关于 C 点场强方向的四个图示中正确的是：

[**D**]



解：点电荷受电场力 $\vec{F}=q\vec{E}=m\vec{a}$，质点作曲线运动，法向加速度为 a_n 不为零，则 $\vec{F}$、$\vec{E}$ 不可能沿切向；又因质点速率递减，a_t 一定与运动方向相反，所以选 **D**

2．下面列出的真空中静电场的场强公式，其中哪个是正确的？

[ ]

(A) 点电荷 q 的电场：$\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

(B) “无限长”均匀带电直线(电荷线密度 λ)的电场：$\vec{E}=\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$

(C) “无限大”均匀带电平面(电荷面密度 σ)的电场：$\vec{E}=\pm\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

(D) 半径为 R 的均匀带电球面(电荷面密度 σ)外的电场：$\vec{E}=\dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$

解：矢量不能等于标量，(A)、(C)错；无限长均匀带电直线的电场 $\vec{E}=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{\vec{r}}{r^2}$，

故(B)错，半径为 R 的均匀带电球面外，场强为：

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}=\frac{\sigma\cdot 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\vec{r}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$ 选 D

3．面积为 S 的空气平行板电容器，极板上分别带电量 $\pm q$，若不考虑边缘效应，则两极板间的相互作用力为

[**B**]

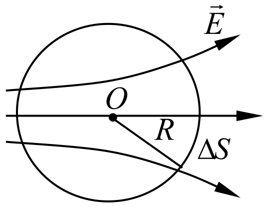
(A) $\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 S}$ (B) $\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$ (C) $\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$ (D) $\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 S^2}$

解：计算两板之间的静电力时，只能视其中一板在另一板的电场中受力，该电场的场强是其中一个带电板产生的（设为+ q 板），则其值为 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\dfrac{q}{2\varepsilon_0 S}$

于是- q 板受+ q 板作用力大小为 $F=\int E\,\mathrm{d}q=E\int \mathrm{d}q=\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$，　　　　故选 **B**

4．在空间有一非均匀电场，其电力线分布如图所示，在电场中作一半径为 R 的闭合球面 S，已知通过球面上某一面元 ΔS 的电场强度通量为 $\Delta\Phi_e$，则通过该球面其余部分的电场强度通量为：

[　　]



(A) $-\Delta\Phi_e$　　(B) $\dfrac{4\pi R^2}{\Delta S}\Delta\Phi_e$　　(C) $\dfrac{4\pi R^2-\Delta S}{\Delta S}\Delta\Phi_e$　　(D) 0

解：闭合球面内不包围电荷，则由高斯定理得：$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\Delta\Phi_e+\Delta\Phi_{余}=0$

所以通过该球面其余部分的电场强度通量为：$\Delta\Phi_{余}=-\Delta\Phi_e$　　　　选 A

三、简答题

1、有一点电荷 Q 置于半径为 R 的球面的中心，试求通过该球面的电场强度通量 Φ_e，并讨论在下列情况下 Φ_e 有无变化。

(1) Q 偏离球心，仍在球面内；

(2)球面外再放一个 q；

(3)球面内再放一个 q；

(4)将球面半径增至 $2R$。

答：由高斯定理 $\Phi_e=\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=\dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$

(1) $\Phi_e=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$，无变化；

(2)无变化，Φ_e 与球外电荷无关；

(3)有变化，$\Phi_e=\dfrac{Q+q}{\varepsilon_0}$；

(4) 无变化。

2、六个相等的电荷放在正六边形的六个顶点上，问是否可以以正六边形外接圆圆心为球心作一个球面，利用高斯定理求出它们所产生的场强?对此球面高斯定理是否成立？

答：不能用高斯定理求电场，因为这六个电荷产生的电场不具有球对称性，但此球面高斯定理仍然成立。

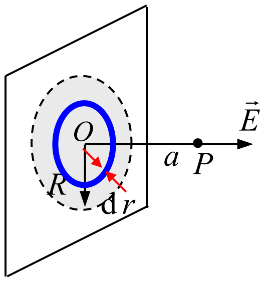
四、计算题

1.一电荷面密度为σ的“无限大”平面，在距离平面 a 米远处的一点的场强大小的一半是由平面上的一个半径为 R 的圆面积范围内的电荷所产生的，试求该圆半径的大小。

解：电荷面密度为σ的无限大均匀带电平板在任一点（包括 P 点）产生的场强大小为：

$$E_0=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

以 O 点为圆心，取半径为 r，宽为 $\mathrm{d}r$ 的环形带电体，其电量为 $\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\mathrm{d}r$，它在 P 点产生的场强大小为：



$$\mathrm{d}E=\frac{a\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(a^2+r^2)^{3/2}}=\frac{\sigma a r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0(a^2+r^2)^{3/2}}$$

则半径为 R 的均匀带电圆盘在 P 点产生的场强大小为：

$$E=\int\mathrm{d}E=\frac{\sigma a}{2\varepsilon_0}\int_0^R\frac{r\mathrm{d}r}{\sqrt{(a^2+r^2)^3}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-\frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}]$$

由题意：$E=\frac{1}{2}E_0$，即 $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-\frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}]=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$，

可得 $R=\sqrt{3}a$

2、一个内外半径分别为 R_1 和 R_2 的均匀带电球壳，其电荷体密度为ρ，试求处于球壳以下区域内电场强度的大小：（1）$r<R_1$；（2）$R_1<r<R_2$；（3）$r>R_2$。

解：均匀带电球壳可以视为由一层层同心均匀带电球面组成，显然球壳的电场强度具有球对称性。利用高斯定理 $\oint\!\!\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$

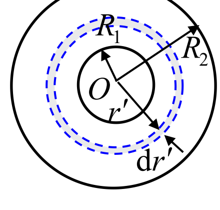
(1) 在 $r<R_1$ 区域内做任意同心球形高斯面，因 $\sum q_{内}=0$，则 $\oint\!\!\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}=0$，

由于同心球形高斯面“S”的**任意性**，则 $\vec{E}=0$

(2) 在 $R_1<r<R_2$ 区域内做同心球形高斯面，为求电场强度，先求出此区域内包含的电荷量。

在高斯面内取半径为 r'、厚为 $\mathrm{d}r'$ 的同心薄球壳，带电量为：

$$\mathrm{d}q=\rho\mathrm{d}V=\rho\cdot 4\pi r'^2\mathrm{d}r'$$



半径为 r 的同心球面内包围的电荷为：

$$q_{内}=\int\mathrm{d}q=\rho\int_{R_1}^{r}4\pi r'^2\mathrm{d}r'=\frac{4\pi\rho}{3}(r^3-R_1^3)$$

根据高斯定理：

$$E_2 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{内} = \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0}(r^3 - R_1^3)，\ E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(r - \frac{R_1^3}{r^2})$$

(3) 方法同(2)，在 $r>R_2$ 区域内做同心球形高斯面，为求电场强度，先求出此区域内包含的电荷量，即球壳的总带电量。

在球壳内取半径为 r'、厚为 $\mathrm{d}r'$ 的同心薄球壳，带电量为：

$$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V = \rho \cdot 4\pi r'^2 \mathrm{d}r'$$

球壳的总电荷为：

$$q_{内} = \int \mathrm{d}q = \rho \int_{R_1}^{R_2} 4\pi r'^2 \mathrm{d}r' = \frac{4\pi\rho}{3}(R_2^3 - R_1^3)$$

根据高斯定理：

$$E_3 \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{内} = \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0}(R_2^3 - R_1^3)，\ E_2 = \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2}$$