姓名________ 学号________ 班级________

密封装订线 密封装订线 密封装订线

西南交通大学 2019—2020 学年第 2 学期期末试卷

课程代码 MATH011512 课程名称 高等数学 II 考试时间 120 分钟

注意： 本试卷共四大题，17 小题．答案一律写在答题卡指定位置，在本试卷上作答视为无效．考试结束后将试卷和答题卡一并交回．

一、选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 直线 $L:\begin{cases}3x+6y-3z=9\\2x-y-z=0\end{cases}$ 与平面 $\pi: x+2y-z=2$ 的位置关系为（　　）．

（A）垂直　（B）平行　（C）直线在平面上　（D）斜交

2. 设函数 $f(x,y)=2x^2-5x+xy^2+2y$，则点 $(1,-1)$（　　）．

（A）不是 $f(x,y)$ 的极值点；　（B）是 $f(x,y)$ 的极大值点；

（C）是 $f(x,y)$ 的极小值点；　（D）无法判断是否为 $f(x,y)$ 的极值点．

3. 设 $z=\dfrac{y}{x}f(xy)$，其中函数 f 可微，则 $\dfrac{x}{y}\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$（　　）．

（A）$2yf'(xy)$　（B）$-2yf'(xy)$　（C）$\dfrac{2}{x}f(xy)$　（D）$-\dfrac{2}{x}f(xy)$

4. 交换二次积分 $\int_0^2 \mathrm{d}y\int_{y^2}^{2y} f(x,y)\mathrm{d}x$ 的积分顺序为（　　）．

（A）$\int_0^4 \mathrm{d}x\int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)\mathrm{d}y$　（B）$\int_0^4 \mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^{\frac{x}{2}} f(x,y)\mathrm{d}y$

（C）$\int_0^2 \mathrm{d}x\int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)\mathrm{d}y$　（D）$\int_0^4 \mathrm{d}x\int_{x^2}^{2x} f(x,y)\mathrm{d}y$

5. 设曲线 L 是圆周 $x^2+y^2=a^2(a>0)$，则曲线积分 $\oint_L (x+y)^2\,\mathrm{d}s=$（　　）．

（A）0　（B）$2a^2\pi$　（C）$4a^3\pi$　（D）$2a^3\pi$

6. 下列级数条件收敛的是（　　）．

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin n\alpha}{n^2}$　（B）$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n+(-1)^n}}$

（C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-3)^n+2^n}{5^n}$　（D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2^n}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

7. 设 $z=\arctan\frac{y}{x}$，则 $\mathrm{d}z=$_

8. 函数 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在点 $(1,0,1)$ 处方向导数的最大值为____________.

9. 将 $f(x)=\ln(1+x^2)$ 展开成麦克劳林级数为____________（需注明幂级数的收敛域）.

10. 将 $f(x)=x^2+1$（$x\in[0,\pi]$）展开成以 2π 为周期的余弦级数，其和函数为 $s(x)$，则 $s(\frac{7}{2}\pi)=$____________.

三、计算题（11、12、13 题每题 8 分，14 题 9 分，共 33 分）

11. 计算积分 $I=\iint\limits_D\left(\sqrt{x^2+y^2}+x\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$D$ 是由曲线 $x^2+y^2=2y$ 所围成的闭区域.

12. 计算积分 $\iiint\limits_\Omega\left(x^2+y^2\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=2z$ 和 $z=4$ 所围成的闭区域.

13. 计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma z\mathrm{d}S$，其中 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$.

14. 设 Σ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被平面 $z=0$ 和 $z=h\ (h>0)$ 所截得部分的下侧，利用高斯公式计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z^2-2z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

四、解答题（每小题 9 分，共 27 分）

15. 求曲线 $\Gamma:\begin{cases}x=t\\y=t^2\\z=t^3\end{cases}$ 在点 $M(1,1,1)$ 处的切线方程和曲面 $\Sigma:x^2+y^2=2z$ 在点 $M(1,1,1)$ 处的切平面方程.

16. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^n$ 的收敛域与和函数.

17. 设 L 是平面上的一条光滑曲线，

（1）讨论积分 $I=\int_L(x\sin 2y-y)\mathrm{d}x+\left(x^2\cos 2y-1\right)\mathrm{d}y$ 是否与路径无关.

（2）当 L 为圆周 $x^2+y^2=R^2\ (R>0)$ 上从点 $A(R,0)$ 依逆时针方向到点 $B(0,R)$ 的弧段时，计算积分 $I=\int_L(x\sin 2y-y)\mathrm{d}x+\left(x^2\cos 2y-1\right)\mathrm{d}y$ 的值.