《大学物理 AII》作业 No.03 波的干涉（参考答案）

班级________学号________姓名_________成绩 _______

******************本章教学要求**********************

1、理解波的叠加原理、波的独立传播原理。
2、理解波的相干条件，理解相位差、波程差等概念，掌握干涉相长、干涉相消条件。
3、理解驻波、波节、波腹等概念；掌握驻波形成条件、驻波的特征。理解驻波与行波的区别。
4、理解半波损失、半波反射（固定端反射）和全波反射（自由端反射）等概念。掌握有关半波损失的计算问题。

一、填空题

1、根据波的叠加原理，几列波相遇，在相遇区域内每一点的振动等于__各列波单独存在时在该点引起振动的矢量和__。因此波的叠加实质就是__振动的叠加__。

2、波的相干条件包括:__振动方向相同__、__频率相同__和__相位差恒定__。满足相干条件的两列波在空间相遇，波的强度在空间上是__非均匀__分布，在时间上是__稳定__分布，这种现象就称为波的干涉。

3、形成驻波的条件是__两列振幅相等，在同一直线上沿相反方向传播的相干波叠加__；驻波的主要特征在于它是一种稳定的__分段振动__。振幅恒为 0 的点称为__波节__，振幅最大的点称为__波腹__。两波节之间各点振动相位__相同__，同一波节两侧各点相位__相反（相差 π）__。

4. 机械波在介质中传播，当一介质质元的振动动能的相位是 $\pi/4$ 时，它的弹性势能的相位是__$\pi/4$__。

解：因为波的动能和势能同相位，所以弹性势能的相位也是 $\pi/4$。

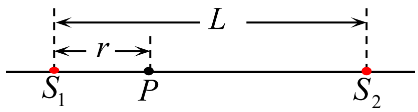
5. 一个点波源位于 O 点，以 O 为圆心作两个半径分别为 R_1 和 R_2 的同心球面。在两个球

面上分别取相等的面积 ΔS_1 和 ΔS_2，则通过它们的平均能流之比 $\overline{P}_1/\overline{P}_2$ = $\underline{\quad R_2^{\ 2}/R_1^{\ 2}\quad}$。

解： 球面波振幅 $A \propto \frac{1}{r}, \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$， 又平均能流 $\overline{P} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u^2 \Delta S_\perp$，

所以 $\frac{\overline{P}_1}{\overline{P}_2} = \frac{A_1^{\ 2}}{A_2^{\ 2}} = \frac{R_2^{\ 2}}{R_1^{\ 2}}$。

6. 如图所示，S_1 和 S_2 为同相位的两相干波源，相距为 L，P 点距 S_1 为 r；波源 S_1 在 P 点引起的振动振幅为 A_1，波源 S_2 在 P 点引起的振动振幅为 A_2，两波波长都是 λ，则 P 点的振幅 A



$= \underline{\sqrt{A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\left(2\pi\frac{L-2r}{\lambda}\right)}}$。

解： P 点相位差：$\Delta\varphi = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = 2\pi\frac{(L-r)-r}{\lambda} = 2\pi\frac{L-2r}{\lambda}$，（或者 $\Delta\varphi = 2\pi\frac{2r-L}{\lambda}$）

P 点振幅： $A = \sqrt{A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = \sqrt{A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\left(2\pi\frac{L-2r}{\lambda}\right)}$。

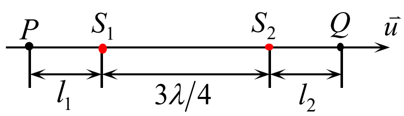
二、选择题

1. S_1 和 S_2 是波长均为 λ 的两个相干波的波源，相距 $3\lambda/4$，S_1 的相位比 S_2 落后 $\pi/2$。若两波单独传播时，在过 S_1 和 S_2 的直线上各点的强度相同，不随距离变化，且两波的强度都是 I_0，则在 S_1、S_2 连线上 S_1 外侧和 S_2 外侧各点，合成波的强度分别是

[C] (A) $4I_0$， $4I_0$。 (B) 0，0。

(C) 0， $4I_0$。 (D) $4I_0$，0。

解： 在 S_1 的外侧，两波源引起的分振动的相位差



$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = -\pi，$$

合振动振幅 $A = 0$，波的强度 $I = 0$；

在 S_2 外侧，两波源引起的分振动的相位差 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{3\pi}{2} = 2\pi$，

所以合振动振幅 $A = 2A_0$ ，波的强度 $I = 4I_0$ 。

2. 沿着相反方向传播的两列相干波，其波动方程分别为 $y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$ 和 $y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + x/\lambda)$。在叠加后形成的驻波中，各处的振幅是

[D] (A) A; (B) $2A$;

(C) $2A\cos(2\pi x/\lambda)$; (D) $\left|2A\cos(2\pi x/\lambda)\right|$。

解: 两列波叠加后形成的驻波方程为

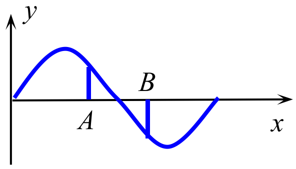
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos(2\pi\nu t) = A(x)\cos(2\pi\nu t),$$

振幅为 $|A(x)| = \left|2A\cos\left(2\pi\dfrac{x}{\lambda}\right)\right|$。

3. 图示为 t 时刻的某驻波波形曲线。若此时 A 点处媒质质元的振动动能在减小，则 A 点处媒质质元的振动势能和 B 点处媒质质元的振动动能分别在。

[A] (A)增大，减小; (B) 增大，减小;

(C) 减小，减小; (D) 增大，增大。



解：因为 A 点处媒质质元的振动动能在减小，故 A 点此时沿 y 轴正向运动，所以其形变在增大，所以势能在增大；而 B 点此时沿 y 轴负向运动，其动能在减小。

4. 有两列沿相反方向传播的相干波，其波动方程分别为 $y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$ 和 $y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + x/\lambda)$。叠加后形成驻波，其波节位置的坐标为：

[D] (A) $x = \pm k\lambda$ 。 (B) $x = \pm(2k+1)\lambda/2$ 。

(C) $x = \pm k\lambda/2$ 。 (D) $x = \pm(2k+1)\lambda/4$ 。

其中的 $k = 0, 1, 2, 3\cdots\cdots$。

解：驻波方程为 $y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(2\pi\dfrac{x}{\lambda}\right)\cos(2\pi\nu t)$

波节处满足： $2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)=0,\quad \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)=0,\quad 2\pi\frac{x}{\lambda}=\pm(k\pi+\frac{\pi}{2})$，

所以 $x=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}\qquad (k=0,1,2\cdots\cdots)$

5. 在弦线上有一简谐波，其表达式为 $y_1=2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t+\frac{x}{20}\right)-\frac{\pi}{3}\right]$ (SI)

为了在此弦线上形成驻波，并且在 $x=0$ 处为一波腹，此弦线上还应有一简谐波，其表达式应为：

[C] (A) $y_2=2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)+\frac{\pi}{3}\right]$ (SI)

(B) $y_2=2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)+\frac{4\pi}{3}\right]$ (SI)

(C) $y_2=2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)-\frac{\pi}{3}\right]$ (SI)

(D) $y_2=2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)-\frac{4\pi}{3}\right]$ (SI)

解：设另一波的波动方程为 $y_2=2.0\times10^{-2}\cos\left[100\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)+\varphi\right]$，因为 $x=0$ 处为一波腹，

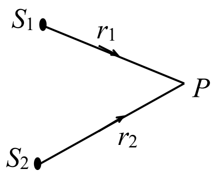
所以 $x=0$ 处两分振动的相位相同，即：$100\pi\left(t+\frac{0}{20}\right)-\frac{\pi}{3}=100\pi\left(t-\frac{0}{20}\right)+\varphi$，

故 $\varphi=-\frac{1}{3}\pi$。

三、计算题

1. 如图所示，S_1，S_2为两平面简谐波相干波源．S_2的相位比S_1的相位超前$\pi/4$ ，波长$\lambda=8.00$ m，$r_1=12.0$ m，$r_2=14.0$ m，S_1、S_2在P点引起的振动振幅分别为0.30 m、 0.20 m，求P点的合振幅．

解：



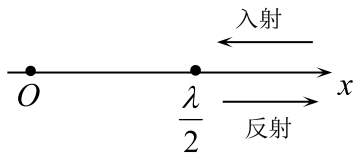
$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$
$$=\frac{\pi}{4}-\frac{2\pi}{8}(14-12)$$
$$=-\frac{\pi}{4}$$

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}=0.464\quad(m)$$

2. 设入射波的方程式为 $y_1=A\cos 2\pi\left(\dfrac{x}{\lambda}+\dfrac{t}{T}\right)$，在 $x=\dfrac{\lambda}{2}$ 处发生反射，反射点为固定端。设反射时无能量损失，求：

(1) 反射波的方程式； (2) 合成的驻波的方程式； (3) 波腹和波节的位置。

解：(1)反射点是固定端，反射时有半波损失，且振幅不变，所以反射波在 $x=\dfrac{\lambda}{2}$ 的振动方程式为：



$$y_2(\frac{\lambda}{2})=A\cos\left[2\pi\left(\frac{\lambda/2}{\lambda}+\frac{t}{T}\right)+\pi\right]=A\cos(2\pi\frac{t}{T}),$$

所以反射波的波动方程为：$y_2=A\cos\left[2\pi\dfrac{t}{T}-\dfrac{2\pi}{\lambda}(x-\dfrac{\lambda}{2})\right]=A\cos(2\pi\dfrac{t}{T}-\dfrac{2\pi}{\lambda}x+\pi)$

(2)合成的驻波的方程式为

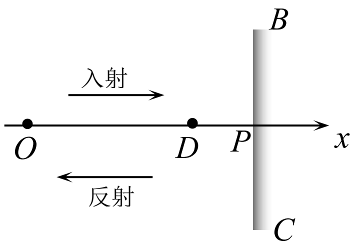
$$y=y_1+y_2=2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\frac{\pi}{2}\right)$$

(3) 波腹位置满足：$2\pi\dfrac{x}{\lambda}-\dfrac{\pi}{2}=n\pi\quad n=1,2,3\cdots$，

所以波腹的位置为：$x=\dfrac{1}{2}\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\lambda\qquad n=1,2,3\cdots$

波节位置满足 $2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}=(2n+1)\frac{\pi}{2}$， $n=1,2,3\cdots$， $x=\frac{1}{2}n\lambda$ $n=1,2,3\cdots$。

3. 如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正方向传播，BC 为波密介质的反射面。波在 P 点反射，**$OP=5\lambda/4$，$DP=\lambda/8$。** 在 t=0 时，O 处质点的合振动是经过平衡位置向正方向运动。求（1）驻波方程；（2）D 点处的合振动方程。(设入射波和反射波的振幅皆为 A，频率为 ν 。)



解：（1）以 O 点为坐标原点，设入射波方程式为

$$y_1=A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]$$

入射波在 P 点引起振动的振动方程为

$$y_{1P}=A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{5\lambda/4}{\lambda}\right)+\varphi\right]=A\cos\left(2\pi\nu t-\frac{1}{2}\pi+\varphi\right)$$

反射时有半波损失， $y_{2P}=A\cos\left(2\pi\nu t+\frac{\pi}{2}+\varphi\right)$，

反射波方程式为

$$y_2=A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{5\lambda/4-x}{\lambda}\right)+\frac{\pi}{2}+\varphi\right]=A\cos\left[2\pi\left(\nu t+\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]$$

合成驻波方程式为

$$y=y_1+y_2=2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos(2\pi\nu t+\varphi)$$

由题设条件：t=0 时，x=0 处，y=0，且向 y 轴正方向运动，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{2}$，

故驻波方程为： $y=2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos\left(2\pi\nu t-\frac{\pi}{2}\right)$

（2）又 $x_D=\frac{5\lambda}{4}-\frac{\lambda}{8}=\frac{9\lambda}{8}$，代入上式，得 D 点的振动方程

$$y_D=2A\cos\left(2\pi\times\frac{9}{8}\right)\cos\left(2\pi\nu t-\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}A\cos\left(2\pi\nu t-\frac{\pi}{2}\right)$$。