

西南交通大学 2017 —2018 学年第 (一) 学期中考试 A 卷

课程代码 6010500 课程名称 线性代数 考试时间 90 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字: _____

一、选填空题 (每空 5 分, 共 20 分)

1. 计算行列式 $D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 设 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 均为三维列向量, 记 $A = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3), B = (\gamma_1 + 2\gamma_2, 3\gamma_1 + 4\gamma_3, 5\gamma_2)$, 如果 $|A| = 2$, 则 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 已知 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $R(A^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 2x & 3 & 4 & 2x \\ 1 & 3x & 2 & 5 \\ 3 & 5 & -x & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4x \end{vmatrix}$, 则 $f(x)$ 中 x^3 为系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$

二、选择题 (每空 5 分, 共 20 分)

5. 设 A 为三阶方阵, 且 $|A| = 3$, A^* 为 A 的伴随阵, 若交换 A 的第一行与第二行得 B , 则 $|BA^*| = (\quad)$

A. 9 B. -9 C. 27 D. -27

6. 已知 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + A - 2E = O$, 则下列矩阵不一定可逆的是 ()

- A. A B. $A+E$ C. $A+2E$ D. $A+3E$

7. 设 P, Q 均为三阶可逆矩阵, A 均为三阶方阵, 则 ()

- A. $R(AP) > R(QA)$ B. $R(AP) < R(QA)$ C. $R(AP) = R(QA)$
D. 由所给条件不能判定 $R(AP)$ 和 $R(QA)$ 的大小

8. 方程 $\begin{vmatrix} \lambda & 2 & -2 \\ 2 & \lambda-4 & 4 \\ -2 & 4 & \lambda-4 \end{vmatrix} = 0$ 有 () 个实数根。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

三、计算题 (每空 10 分, 共 60 分)

9. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$

10. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & & \\ 4 & -3 & & \\ & & 2 & 0 \\ & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, 求 $|A^8|$ 及 A^4

11. 已知 $\alpha = (1, 1, 1)^T, \beta = (1, -1, 1)^T$, 求

(1) $\alpha^T \beta, \beta^T \alpha, \beta \alpha^T$.

(2) $(\beta \alpha^T)^{2017}$.

12. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 & 3 & 7 \\ 2 & -3 & 0 & 7 & -5 \\ 3 & -2 & 5 & 8 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩, 并求一个最高阶非零子式。

13. 问 λ 取何值时, 齐次线性方程组 $\begin{cases} (1-\lambda)x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + (3-\lambda)x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 = 0 \end{cases}$

有非零解?

14. 设 A 不可逆, 证明 A^* 也不可逆。
15. 设 A 是 5 阶矩阵, 证明 $A - A^T$ 不可逆。