西南交通大学 2015－2016 学年第(2)学期考试试卷

课程代码 3122400 课程名称 信号与系统 A 考试时间 120 分钟

密封装订线 姓 名______ 学 号______ 班 级______

一、选择题：（20 分）

本题共 10 个小题，每题回答正确得 2 分，否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。

1．$x(n)=e^{j(\frac{2\pi}{3})n}+e^{j(\frac{4\pi}{3})n}$，该序列的基波周期是（ B ）。

A. $N=\infty$ B. $N=3$ C. $N=3/8$ D. $N=24$

2.信号 $f(-2t+4)$ 的波形是由（ D ）。

A. $f(-2t)$ 左移 4 构成 B. $f(-2t)$ 左移 2 构成

C. $f(-2t)$ 右移 4 构成 D. $f(-2t)$ 右移 2 构成

3.若 $f(t)$ 为实信号，下列说法中不正确的是（ C ）

A.该信号的幅度谱为偶对称 B.该信号的相位谱为奇对称

C.该信号的频谱为实偶信号 D.该信号的频谱的实部为偶函数，虚部为奇函数

4. 若 $f(t)$ 为系统的输入激励，$y(t)$ 为系统的输出响应，$y(0)$ 为系统的初始状态，下列哪个输出响应所对应的系统是线性系统（ B ）。

A. $y(t)=5y^2(0)+3f(t)$ B. $y(t)=3y(0)+2f(t)+\frac{df(t)}{dt}$

C. $y(t)=2y(0)f(t)+2f(t)$ D. $y(t)=4y(0)+2f^2(t)$

5. $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2n)$ 周期信号的傅立叶变换为（ A ）

A. $\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\pi)$ B. $2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\pi)$ C. $\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2n\pi)$ D. $0.5\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\pi)$

6.某理想低通滤波器的 $H(j\omega)=[u(\omega+2\pi)-u(\omega-2\pi)]e^{-j3\omega}$,则系统单位冲激响应 $h(t)=$（ B ）

A. $Sa[2\pi(t-3)]$ B. $2Sa[2\pi(t-3)]$ C. $Sa(2\pi t)$ D. $2Sa(2\pi t)$

7.信号 $f(t)=u(t)-u(t-1)$ 的拉氏变换为（ A ）。

A. $\frac{1}{s}(1-e^{-s})$ B. $\frac{1}{s}(1-e^{s})$ C. $s(1-e^{-s})$ D. $s(1-e^{s})$

8.信号 $x(t)$ 的带宽为 20KHz，则信号 $x^2(2t)$ 的奈奎斯特采样频率为（ D ）。

A.20KHz B.40KHz C.80KHz D.160KHz

9. 已知某线性时不变系统的系统函数为$H(z)=\dfrac{1-z^{-1}}{(1-0.2z^{-1})(1-2z^{-1})}$，若系统为稳定的，则系统函数$H(z)$的收敛域 ROC 应为（ D ）。

A. $|z|<0.2$ B. $|z|>2$ C. $|z|<2$ D. $0.2<|z|<2$

10. 理想不失真传输系统的传输函数H（$j\omega$）是 （ C ）。

A. $Ke^{-j\omega_0 t}$ B. $Ke^{-j\omega t_0}[u(\omega+\omega_c)-u(\omega-\omega_c)]$ C. $Ke^{-j\omega t_0}$ D. $Ke^{-j\omega_0 t_0}$

二、判断题（每题 2 分，共 10 分）

对以下各题的说法，认为对的在括号内填“√”，认为错的在括号内填“×”

1.（×）一个系统的零状态响应就等于它的自由响应。

2.（×）若一个连续 LTI 系统是因果系统，它一定是一个稳定系统。

3.（√）用有限项傅里叶级数表示周期信号，吉布斯现象是不可避免的。

4.（√）一个信号可能既不是能量信号，也不是功率信号。

5.（√）因果信号的双边Z变换与单边Z变换相等。

三、填空题：（20 分）10 个小题，每小题 2 分

1. 一连续时间周期信号表示为$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}a_k e^{jk\omega_0 t}$，则$x(t)$的傅立叶变换

$X(j\omega)=$（ $2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}a_k\delta(\omega-k\omega_0)$ ）。

2. 已知因果信号$f(t)$的拉氏变换$F(s)=\dfrac{1}{s(s+2)}$，$\mathrm{Re}(s)>0$，则终值$f(\infty)=$（ $\dfrac{1}{2}$ ）。

3. 已知$X(s)=\dfrac{1}{s+2}+\dfrac{1}{s+3}$ 的收敛域为$-3<\mathrm{Re}\{s\}<-2$，$X(s)$的逆变换为

（ $x(t)=e^{-3t}u(t)-e^{-2t}u(-t)$ ）。

4. 已知$x(n)=\{1,\underset{\uparrow}{2},2,1\}$，$h(n)=\{3,\underset{\uparrow}{6},5\}$，则卷积和$x(n)*h(n)=$（ $\{3,12,\underset{\uparrow}{23},25,16,5\}$ ）。

5. $\delta(t)\cdot\cos\omega_0(t-\tau)=$（ $\cos(\omega_0\tau)\delta(t)$ ）。

6. 一起始储能为零的系统，当输入为$u(t)$时，系统响应为$e^{-3t}u(t)$，则当输入为$\delta(t)$时，系统的响应为$h(t)=$ （ $\delta(t)-3e^{-3t}u(t)$ ）。

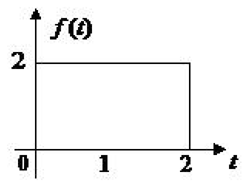
7. 对连续时间信号$x_a(t)=2\sin(400\pi t)+5\cos(600\pi t)$进行抽样，则其奈奎斯特频率为（ $\omega_s=1200\pi$ ）rad/s。

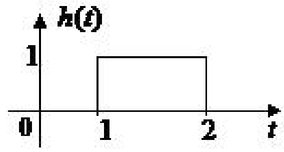
8. 已知变换 $Z[x(n)]=\dfrac{z}{(z-1)(z-2)}$ 若收敛域 $|z|>2$， 求逆变换得 $x(n)=$（　　$\left(2^n-1\right)u(n)$　　）。

9. 信号 $x(t)=\dfrac{1}{t}$ 的傅里叶变换为 $X(j\omega)=$（　$-j\pi\,\mathrm{sgn}(\omega)$　）。（提示：利用傅里叶变换的互易对称性求解）

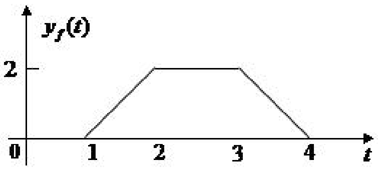
10. 积分器的单位冲激响应 $h(t)=$（　$u(t)$　　）。

四（5 分）已知连续系统的激励 $f(t)$ 和单位冲激响应 $h(t)$ 的波形如下图所示，试求系统的零状态响应 $y_f(t)$。





解： $y_f(t)=f(t)*h(t)$　　　2 分



3 分

解法二： $f(t)=2[u(t)-u(t-2)]$-1）， $h(t)=u(t-1)-u(t-2)$

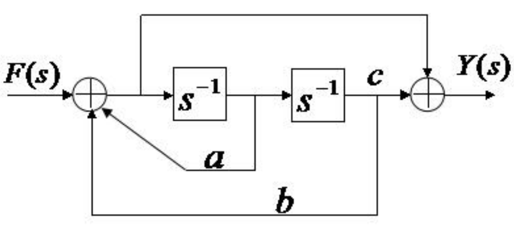
则 $y_f(t)=f(t)*h(t)=2[u(t)-u(t-2)]*[u(t-1)-u(t-2)]$

$$\begin{aligned}y_f(t)&=2[u(t)-u(t-2)]*[u(t-1)-u(t-2)]\\&=2[u(t)*u(t-1)-u(t)*u(t-2)-u(t-2)*u(t-1)+u(t-2)*u(t-2)]\end{aligned}$$

根据 $u(t)*u(t)=r(t)$**，以及卷积的时移性质，有**

$y_f(t)=2[r(t-1)-r(t-2)-r(t-3)+r(t-4)]$

五、（10 分）如图所示的因果 LTI 系统，当输入信号为 $f(t)=u(t)$ 时，系统的零状态响应为 $y_f(t)=(1-5e^{-2t}+5e^{-3t})u(t)$，求系统的单位冲激响应 $h(t)$ 和图中参数 a,b,c 的值。



解：$f(t)=u(t)$，$F(s)=\dfrac{1}{s}$ ，

$y_f(t)=(1-5e^{-2t}+5e^{-3t})u(t)$，$Y(s)=\dfrac{1}{s}-\dfrac{5}{s+2}+\dfrac{5}{s+3}=\dfrac{s^2+6}{s(s+2)(s+3)}$

则 $H(s)=\dfrac{Y(s)}{F(s)}=\dfrac{s^2+6}{(s+2)(s+3)}=\dfrac{s^2+6}{s^2+5s+6}$。

根据系统框图可得 $H(s)=\dfrac{1+cs^{-2}}{1-as^{-1}-bs^{-2}}=\dfrac{s^2+c}{s^2-as-b}$

对照可得 $a=-5,b=-6,c=6$

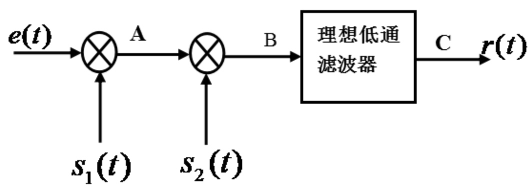
$$H(s)=\frac{s^2+6}{s^2+5s+6}=1+\frac{-5s}{s^2+5s+6}=1+\frac{-5s}{(s+2)(s+3)}=1+\frac{10}{s+2}-\frac{15}{s+3}$$

$$h(t)=\delta(t)+10e^{-2t}u(t)-15e^{-3t}u(t)$$

六、（10 分）图（a）所示系统中 $e(t)=\dfrac{\sin 1000\pi t}{\pi t}$，$s_1(t)=\sin(1000\pi t)$, $s_2(t)=\cos(1000\pi t)$, $-\infty<t<\infty$。理想低通滤波器的传输函数如图（b）所示。

（1） 画出 A、B、C 处的频谱图。

（2） 求输出信号 $r(t)$ 。



图（a）

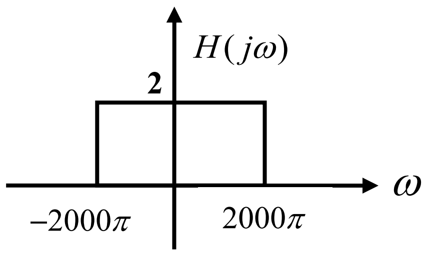


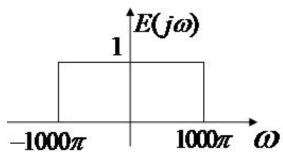
图 （b）

解：（1）

$$E(jw)=F\left[e(t)\right]=G_\tau(w),\ \tau=2000\pi$$

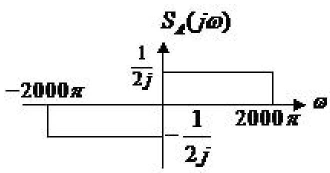
$$S_1(jw)=\frac{\pi}{j}\big(\delta(w-1000\pi)-\delta(w+1000\pi)\big)$$

$$S_2(jw)=\pi\big(\delta(w-1000\pi)+\delta(w+1000\pi)\big)$$

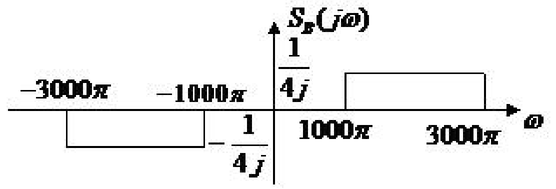


设 A、B 和 C 处的信号分别记为 s_A,s_B,s_C，则由时频域卷积性质得：

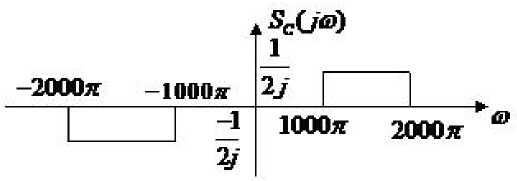
$$S_A(jw)=\frac{1}{2\pi}E(jw)*S_1(jw)$$
$$=\frac{1}{2j}\left[G_\tau(w-1000\pi)-G_\tau(w+1000\pi)\right]$$



$$S_B(jw)=\frac{1}{2\pi}S_A(jw)*S_2(jw)=\frac{1}{2\pi}S_A(jw)*\ \pi\left(\delta(w-1000\pi)+\delta(w+1000\pi)\right)$$
$$=\frac{1}{2}\{S_A[j(w-1000\pi)]+S_A[j(w+1000\pi)]\}$$
$$=\frac{1}{4j}\left[G_\tau(w-2000\pi)-G_\tau(w+2000\pi)\right]$$



$$S_C(jw)=S_B(jw)\cdot H(jw)=\frac{1}{2j}\left[G_{\tau/2}(w-1500\pi)-G_{\tau/2}(w+1500\pi)\right]$$



（2）利用正弦信号的幅度调制性质，易得：

$r(t)=F^{-1}[S_c(jw)]=500Sa(500\pi t)\cdot\sin(1500\pi t)$ **或** $=\dfrac{\sin(500\pi t)}{\pi t}\cdot\sin(1500\pi t)$

七、（16 分）某因果 LTI 系统的微分方程为 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=4x'(t)+x(t)$，初始状态为：

$y(0^-)=1, y'(0^-)=1$，输入 $f(t)=e^{-t}u(t)$，试求下列问题：

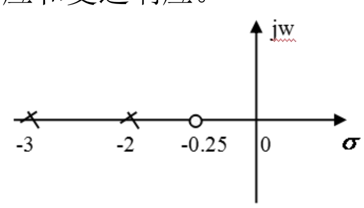
（1）系统的系统函数 $H(s)$，画出零极点图，判断系统是否稳定并说明理由；

（2）画出系统的直接型实现框图；

（3）系统的零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和零状态响应 $y_{zs}(t)$；（4）自由响应和受迫响应。

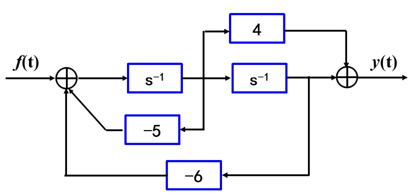
解：（1） $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=4x'(t)+x(t)$

$(s^2+5s+6)Y(s)=(4s+1)X(s)$，$H(s)=\dfrac{Y(s)}{X(s)}=\dfrac{4s+1}{s^2+5s+6}=\dfrac{4s+1}{(s+2)(s+3)}$，



系统因果，则 $\text{Re}[s]>-2$ 收敛域包含虚轴，系统稳定。 或者极点都位于 s 平面左边所以系统稳定。

（2）系统直接型实现框图



(3) 解法一：由微分方程得：

$$s^2Y(s)-sy(0^-)-y'(0^-)+5sY(s)-5y(0^-)+6Y(s)=4sX(s)+X(s)$$

$$Y(s)=\frac{4s+1}{s^2+5s+6}\cdot X(s)+\frac{(s+5)y(0^-)+y'(0^-)}{s^2+5s+6}, Y_{zs}(s)=\frac{4s+1}{(s+2)(s+3)}\frac{1}{s+1}=\frac{7}{s+2}-\frac{11}{2}\frac{1}{s+3}-\frac{3}{2}\frac{1}{s+1},$$

$X(s)=\dfrac{1}{s+1}$，$y_{zs}(t)=\left(-\dfrac{11}{2}e^{-3t}+7e^{-2t}-\dfrac{3}{2}e^{-t}\right)u(t)$

$$Y_{zi}(s)=\frac{(s+5)y(0^-)+y'(0^-)}{s^2+5s+6}=\frac{s+6}{(s+2)(s+3)}=\frac{4}{s+2}-\frac{3}{s+3},\qquad y_{zi}(t)=4e^{-2t}u(t)-3e^{-3t}u(t)$$

解法二：

$Y_{zs}(s)=H(s)\cdot X(s)=\dfrac{4s+1}{(s+2)(s+3)}\dfrac{1}{s+1}=\dfrac{7}{s+2}-\dfrac{11}{2}\dfrac{1}{s+3}-\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{s+1}$，$y_{zi}(t)=k_1e^{-2t}u(t)+k_2e^{-3t}u(t)$

$y_{zs}(t)=\left(-\dfrac{11}{2}e^{-3t}+7e^{-2t}-\dfrac{3}{2}e^{-t}\right)u(t)$，$\begin{cases}k_1+k_2=1\\-2k_1-3k_2=1\end{cases}\Rightarrow k_1=4,k_2=-3,y_{zi}(t)=4e^{-2t}u(t)-3e^{-3t}u(t)$

（4） $y(t)=y_{zs}(t)+y_{zi}(t)=(11e^{-2t}-\dfrac{17}{2}e^{-3t}-\dfrac{3}{2}e^{-t})u(t)$，

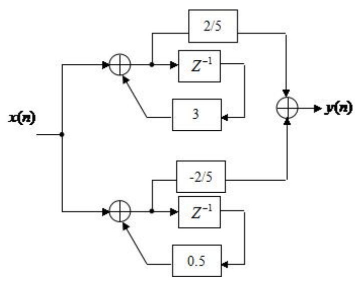
（5） 自由响应$11e^{-2t}-\dfrac{17}{2}e^{-3t}$，$t>0$ ，受迫响应$-\dfrac{3}{2}e^{-t}$，$t>0$

八（9 分）有一离散因果线性时不变系统，其并联结构的方框图如图所示，

（1）求该系统的系统函数$H(z)$，并画出零、极点图，判断稳定性并说明理由；

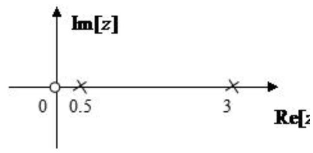
（2）单位函数响应$h(n)$；

（3）系统的差分方程。



解：（1）

$$H(z)=\frac{2}{5}\frac{1}{1-3z^{-1}}-\frac{2}{5}\frac{1}{1-0.5z^{-1}}=\frac{z}{z^2-\frac{7}{2}z+\frac{3}{2}}=\frac{z}{(z-3)(z-\frac{1}{2})}$$



系统因果，收敛域为$|z|>3$，不包括单位圆，所以系统不稳定。

或者因果系统的极点不在 z 平面的单位圆以内，系统不稳定。

（2）系统因果，收敛域为$|z|>3$

$$\frac{H(z)}{z}=\frac{z}{z(z-3)(z-\frac{1}{2})}=\frac{k_1}{z-3}+\frac{k_2}{z-0.5},\quad k_1=(z-3)\frac{H(z)}{z}\bigg|_{z=3}=\frac{1}{z-0.5}\bigg|_{z=3}=\frac{2}{5},$$

$$k_2=(z-0.5)\frac{H(z)}{z}\bigg|_{z=0.5}=\frac{1}{z-3}\bigg|_{z=0.5}=-\frac{2}{5},\quad H(z)=\frac{2}{5}\frac{z}{z-3}-\frac{2}{5}\frac{z}{z-0.5},\quad h(n)=\left[\frac{2}{5}(3)^n-\frac{2}{5}(0.5)^n\right]u(n)$$

（3）差分方程为$y(n)-\dfrac{7}{2}y(n-1)+\dfrac{3}{2}y(n-2)=x(n-1)$