

西南交通大学 2018-2019 学年第 (2) 学期考试试卷

课程代码 3271018 课程名称 复变函数 A 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总成绩
得分									

一、计算(每小题 5 分，共 10 分)

1. $Ln(-1-i);$
2. $e^z-1-\sqrt{3}i=0;$

二、计算下列积分（每小题 8 分，共 32 分）

1. $I=\oint_C \frac{e^z}{z^2(z^2+1)}dz$ ，其中 C 是圆周 $|z|=\sqrt{2}$ ，取逆时针方向；

2. $I=\oint_{|z|=4} \frac{z^{15}}{(z^2+1)^2(z^4+2)^3}dz$ ，取逆时针方向；

3. $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos\theta}$ (要求使用复变函数方法);

4. $I = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)} dx;$

三、函数 $f(z) = e^{x^2-y^2} \cos 2xy + ie^{x^2-y^2} \sin 2xy$ 何处可微? 何处解析? (8 分)

四、求函数 $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-3)^2}$ 分别在

(1) $0 < |z-1| < 2$;

(2) $2 < |z-1| < +\infty$ 内的洛朗展式; (10 分)

五、求分式线性变换 $w = L(z)$, 将 $-1, \infty, i$ 分别映射成 $\infty, i, 1$; (6 分)

六、设 $f(z)$ 在 $|z - z_0| > r_0$ 内解析 ($r_0 > 0$), 且 $\lim_{z \rightarrow \infty} zf(z) = A (\neq \infty)$, 证明: 对任意的 $r > r_0$,

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{K_r} f(z) dz = A, \text{ 其中 } K_r \text{ 是圆周 } |z - z_0| = r, \text{ 取逆时针方向; (10 分)}$$

七、在扩充复平面上求函数 $f(z) = \frac{z}{(1+z^2)(1+e^{\pi z})}$ 的奇点及类型，并求其留数；(12 分)

八、利用 *Rouche*' 定理断定方程 $z^4 - 8z + 10 = 0$ 在圆环 $1 < |z| < 3$ 内有几个根. (12 分)