# Moch. Alldho Candra Ramadhan 1227030020

## Materi-8 Analisis Double Pendulum

Soal 1 Buatkan diagram alir (flowchart) dari kode program double pendulum di atas! Jawab :

Flowchart

## Mulai (Start)

Awal program dimulai dengan mendefinisikan semua parameter dan variabel yang diperlukan.

## **Input Parameter**

(L1, L2, m1, m2, g,  $\theta$ 1,  $\theta$ 2,  $\omega$ 1,  $\omega$ 2, total\_time, dt)

Panjang tali (L1, L2), Massa (m1, m2), Gravitasi (g), Sudut awal ( $\theta$ 1,  $\theta$ 2) dan kecepatan sudut awal ( $\omega$ 1,  $\omega$ 2), Waktu simulasi (total\_time, dt).

#### Persiapan Lagrangian

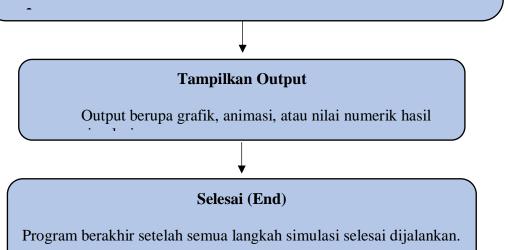
- Hitung energi kinetik dan potensial untuk menentukan Lagrangian L=T-VL = T - VL=T-V.
- Gunakan persamaan Euler-Lagrange untuk mendapatkan persamaan gerak (ODE) untuk  $\theta$ 1 dan  $\theta$ 2.

## **Setup Metode Numerik**

- Pilih metode penyelesaian, seperti metode Runge-Kutta atau Euler, untuk menyelesaikan persamaan gerak.
- Tentukan langkah waktu (dtdtdt).

## Visualisasi

- Buat grafik trajektori sudut  $(\theta 1, \theta 2 \mid \theta 1, \theta 2 \mid \theta 1, \theta 2)$  atau lintasan bandul dalam ruang.
- Animasi dapat dibuat dari data posisi yang disimpan.



Soal no 2 Jelaskan algoritma pada kode program di atas!

Jawab:

## Struktur Algoritma

#### 1. Inisialisasi Parameter

Input nilai-nilai awal untuk panjang tali, massa, gravitasi, kondisi sudut, dan langkah waktu.

## 2. Hitung Persamaan Gerak

Menentukan percepatan sudut berdasarkan persamaan Lagrangian.

## 3. Iterasi Waktu

Untuk setiap waktu ttt:

- o Hitung nilai baru untuk  $\theta$ 1, $\theta$ 2 dan  $\omega$ 1, $\omega$ 2
- Simpan data.

## 4. Konversi Posisi ke Koordinat Cartesian

Transformasi nilai sudut menjadi posisi Cartesian (x,yx, yx,y).

## 5. Visualisasi dan Output

- o Plot grafik posisi dan lintasan.
- Animasi gerakan pendulum.

Soal no 3 Analisis grafik dan animasi double pendulum!

Jawab:

## - Grafik Waktu terhadap Sudut ()θ1,θ2

Grafik menunjukkan bagaimana sudut bandul pertama ( $\theta$ 1) dan kedua ( $\theta$ 2) berubah seiring waktu. Pada awal simulasi, pergerakan sudut biasanya teratur, namun dengan cepat menjadi kacau akibat sifat chaos dan sensitivitas terhadap kondisi awal.

## - Grafik Energi Sistem

Energi total sistem ideal konstan, menunjukkan energi yang Fluktuasi energi kinetik dan potensial menggambarkan transfer energi antara bandulnya.

## - Grafik Fase

Hubungan antara sudut  $(\theta)$  dan kecepatan sudut  $(\omega)$  menghasilkan pola fase yang kompleks dan tak beraturan, yang menunjukan ciri khas dari sistem chaos.

#### - Animasi Double Pendulum

Animasi memperlihatkan transisi gerak dari teratur ke kacau, menggambarkan dinamika sistem dan distribusi energi secara visual pada simulasinya.

#### - Pola Chaos

Double pendulum menunjukkan sensitivitas tinggi terhadap perubahan kecil dalam kondisi awal, menghasilkan pola gerak yang sangat tidak stabil dan sulit diprediksi.

## Lampiran Kode Pemrograman

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""ANALISIS DOUBLE PENDULUM Alldho
Automatically generated by Colab.
Original file is located at
  https://colab.research.google.com/drive/1fiJIiTBWF3_FkRPtD3PqnoselbVOzDff
*****
import numpy as np
import sympy as smp
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import animation
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib.animation import PillowWriter
from IPython.display import HTML
t, m, g, L1, L2, w, C, alph, beta = smp.symbols(r't m g L_1, L_2 \land C \land beta')
the1, the2, = smp.symbols(r'\theta_1 \theta_2', cls=smp.Function)
the1 = the1(t)
the1_d = smp.diff(the1, t)
```

```
the1_dd = smp.diff(the1_d, t)
the2 = the2(t)
the2_d = smp.diff(the2, t)
the2_dd = smp.diff(smp.diff(the2, t), t)
x_1, y_1, x_2, y_2 = \text{smp.symbols}('x_1, y_1, x_2, y_2', \text{cls=smp.Function})
x1 = x1(t, the1)
y1 = y1(t, the1)
x2 = x2(t, the 1, the 2)
y2 = y2(t, the1, the2)
x1 = smp.cos(w*t) + L1 * smp.sin(the1)
y1 = -L1 * smp.cos(the1)
x2 = smp.cos(w*t) + L1 * smp.sin(the1) + L2 * smp.sin(the2)
y2 = -L1 * smp.cos(the1) - L2 * smp.cos(the2)
smp.diff(x1, t)
vx1_f = smp.lambdify((t, w, L1, L2, the1, the2, the1_d, the2_d), smp.diff(x1, t))
vx2_f = smp.lambdify((t, w, L1, L2, the1, the2, the1_d, the2_d), smp.diff(x2, t))
vy1_f = smp.lambdify((t, w, L1, L2, the1, the2, the1_d, the2_d), smp.diff(y1, t))
vy2_f = smp.lambdify((t, w, L1, L2, the1, the2, the1_d, the2_d), smp.diff(y2, t))
T = 1/2 * (smp.diff(x1, t)**2 + smp.diff(y1, t)**2) + \\ \\
```

```
1/2 * m * (smp.diff(x2, t)**2 + + smp.diff(y2, t)**2)
V = g * y1 + m * g * y2
L = T - V
# Persamaan Lagrange-Euler untuk theta1
LE1 = smp.diff(L, the1) - smp.diff(smp.diff(L, the1_d), t)
LE1 = LE1.simplify()
# Persamaan Lagrange-Euler untuk theta2
LE2 = smp.diff(L, the2) - smp.diff(smp.diff(L, the2_d), t)
LE2 = LE2.simplify()
sols = smp.solve([LE1, LE2], (the1_dd, the2_dd),
          simplify=False, rational=False)
sols[the1_dd]
a = LE1.subs([(smp.sin(the1 - the2), the1 - the2),
  (smp.cos(the1 - the2), 1),
  (smp.cos(the1), 1),
  (smp.sin(the1), the1),
  (the1, C * smp.cos(w * t)),
  (the2, C * alph * smp.cos(w * t)),
  (m, 1),
  (L2, L1),
```

```
]).doit().series(C, 0, 2).removeO().simplify()
b = LE2.subs([(smp.sin(the1 - the2), the1 - the2),
  (smp.cos(the1 - the2), 1),
  (smp.cos(the1), 1),
  (smp.sin(the1), the1),
  (smp.sin(the2), the2),
  (the1, C * smp.cos(w * t)),
  (the2, C * alph * smp.cos(w * t)),
  (m, 1),
  (L2, L1),
]).doit().series(C, 0, 2).removeO().simplify()
yeet = smp.solve([a.args[1], b.args[2]], (w, alph))
yeet [2][0]
yeet[0][0]
smp.limit(yeet[1][0].subs(C, beta/L1).simplify(), beta, smp.oo)
dz1dt_f = smp.lambdify((t, m, g, w, L1, L2, the1, the2, the1_d, the2_d), sols[the1_dd])
dthe1dt_f = smp.lambdify(the1_d, the1_d)
dz2dt_f = smp.lambdify((t, m, g, w, L1, L2, the1, the2, the1_d, the2_d), sols[the2_dd])
dthe2dt_f = smp.lambdify(the2_d, the2_d)
```

```
def dSdt(S, t):
 the 1, z_1, the 2, z_2 = S
 return [
   dthe1dt_f(z1),
   dz1dt_f(t, m, g, w, L1, L2, the1, the2, z1, z2),
   dthe2dt_f(z2),
   dz2dt_f(t, m, g, w, L1, L2, the1, the2, z1, z2),
 ]
t = np.linspace(0, 20, 1000)
g = 9.81
m = 1
L1 = 20
L2 = 20
w = np.sqrt(g/L1)
ans = odeint(dSdt, y0=[0, 0, 0, 0], t=t)
plt.plot(ans.T[0])
def get_energy(w):
  t = np.linspace(0, 100, 2000)
  ans = odeint(dSdt, y0=[0.1, 0.1, 0, 0], t=t)
  vx1 = vx1_f(t,w,L1,L2,ans.T[0],ans.T[2],ans.T[1],ans.T[3])
  vx2 = vx2_f(t,w,L1,L2,ans.T[0],ans.T[2],ans.T[1],ans.T[3])
```

```
vy1 = vy1_f(t,w,L1,L2,ans.T[0],ans.T[2],ans.T[1],ans.T[3])
  vy2 = vy2_f(t, w, L1, L2, ans. T[0], ans. T[2], ans. T[1], ans. T[3])
  E = 1/2 * np.mean(vx1**2 + vx2**2 + vy1**2 + vy2**2)
  return E
ws = np.linspace(0.4, 1.3, 100)
Es = np.vectorize(get\_energy)(ws)
plt.plot(ws, Es)
plt.axvline(1.84775 * np.sqrt(g / L1), c='k', ls='--')
plt.axvline(0.76536 * np.sqrt(g / L1), c='k', ls='--')
plt.grid()
t = np.linspace(0, 200, 20000)
g = 9.81
m = 1
L1 = 20
L2 = 20
w = ws[ws>1][np.argmax(Es[ws>1])]
ans = odeint(dSdt, y0=[0.1, 0.1, 0, 0], t=t)
def get_x0y0x1y1x2y2(t, the1, the2, L1, L2):
  return (np.cos(w*t),
       0*t,
```

```
np.cos(w*t) + L1*np.sin(the1),
       -L1*np.cos(the1),
       np.cos(w*t) + L1*np.sin(the1) + L2*np.sin(the2),
       -L1*np.cos(the1) - L2*np.cos(the2)
   )
x0, y0, x1, y1, x2, y2 = get_x0y0x1y1x2y2(t, ans.T[0], ans.T[2], L1, L2)
def animate(i):
  ln1.set_data([x0[::10][i], x1[::10][i], x2[::10][i]], [y0[::10][i], y1[::10][i], y2[::10][i]])
  trail1 = 50
  trail2 = 50
  ln2.set_data(x1[::10][i:max(1,i-trail1):-1], y1[::10][i:max(1,i-trail1):-1]) # Use the built-
in function max()
  ln3.set_data(x2[::10][i:max(1,i-trail2):-1], y2[::10][i:max(1,i-trail2):-1]) # Use the built-
in function max()
fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(8, 8))
ax.set_facecolor('k')
ax.get_xaxis().set_ticks([])
ax.get_yaxis().set_ticks([])
ln1, = ax.plot([], [], 'ro--', lw=3, markersize=8)
ln2, = ax.plot([], [], 'ro-', markersize=8, alpha=0.05, color='cyan')
ln3, = ax.plot([], [], 'ro-', markersize=8, alpha=0.05, color='cyan')
```

```
ax.set_ylim(-44, 44)

ax.set_xlim(-44, 44)

ani = animation.FuncAnimation(fig, animate, frames=2000, interval=50)

HTML(ani.to_html5_video())
```

## Link google collab

 $https://colab.research.google.com/drive/1fiJIiTBWF3\_FkRPtD3PqnoselbVOzDff\#scrollTo=SztElVj-\_oz\_$