
二次関数

一、二次関数の表現形

1. 一般形 _____
2. 標準形(頂点式) _____
3. 因数分解形(両点式) _____

二、二次関数のグラフ

(1) 平行移動

$y = f(x)$ → x 軸方向に p , y 軸方向に q

$(a, b) \rightarrow (a', b')$ ここで $a' = a + p, b' = b + q$ _____

<例> $y = 4(x + 2)^2 - 4$ のグラフを x 軸方向に 2、 y 軸方向に -4 平行移動した方程式?

(2) 対称移動

x 軸に関する対称移動 _____

y 軸に関する対称移動 _____

原点に関する対称移動 _____

<例> $y = m$ に関する対称移動

<解き方 1> $b' = 2m - b$ を $b = f(a)$ に代入する

<解き方 2> 「頂点」と「 x^2 の係数」を調べる

<問>二次関数 $y = 2x^2 - 4x + 5$... ①のグラフをどのように平行移動すれば、
二次関数 $y = 2x^2 + 8x + 13$... ②のグラフになるか？

<解>

<問> $y = x^2 - 2x - 1$ を

(1) 直線 $x = -1$ に関する対称移動

(2) 直線 $y = 2$ に関する対称移動

<解>

三、二次方程式

(1) 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解法(a, b, c は実数、 $a \neq 0$)

① 因数分解： $ax^2 + bx + c = (px + q)(rx + s)$ の時、 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は $x =$

② 解の公式：二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)について、 $b^2 - 4ac \geq 0$ の時、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

<判別式> $D = b^2 - 4ac$

$$\begin{cases} D > 0 \text{ の時、異なる 2 つの実数解を持つ} \\ D = 0 \text{ の時、実数の重解を持つ} \\ D < 0 \text{ の時、実数解を持たない} \end{cases}$$

(1) 二次関数のグラフが x 軸から切り取る線分の長さ：

$$d = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

(2) 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)の解 x_1, x_2 について、

$$x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

<例>二次方程式 $x^2 + 2x - k + 3 = 0$ の実数解の個数を調べよ。ただし、 k は定数である。

四、二次不等式

<グラフから解く>

$a > 0$ かつ $D = b^2 - 4ac > 0$ のとき、2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の異なる 2 つの実数解を $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ とすると

$ax^2 + bx + c > 0$ の解は $x < \alpha, \beta < x$; $ax^2 + bx + c \geq 0$ の解は $\underline{\hspace{2cm}}$

$ax^2 + bx + c < 0$ の解は $\alpha < x < \beta$; $ax^2 + bx + c \leq 0$ の解は $\underline{\hspace{2cm}}$

五、二次関数の最大最小

(3) グラフが動く

<問> $0 \leq x \leq 2$ の時、 $f(x) = x^2 - 2ax$ の最小値 m と最大値 M をそれぞれ求めよ。

<解>

< 答 > m について

(i) $\underline{\hspace{2cm}}$ の時 $m = f(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}}$

(ii) $\underline{\hspace{2cm}}$ の時 $m = f(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}}$

(iii) $\underline{\hspace{2cm}}$ の時 $m = f(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}}$

よって、 $m = \left\{ \right.$

次に、 M について、

(i) _____ の時

(ii) _____ の時

よって、

(2) 区間が動く

<問> $f(x) = x^2 - 2x$ について、 $a \leq x \leq a + 2$ の時、 $f(x)$ の最小値 m と最大値 M をそれぞれ求めよ。

<解>