Eksamen info102 juni 2017

Alle oppgavene teller like mye. Innenfor hver oppgave teller del-oppgavene like mye

Oppgave 1 diverse

a) Forklar kort følgende begreper

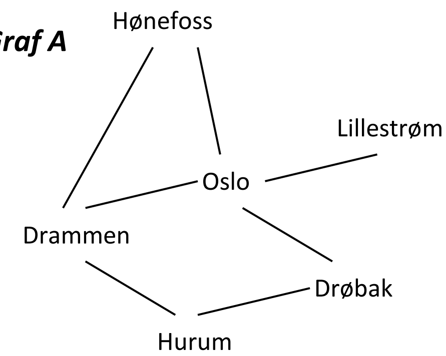
i. Universalmengde
ii. Ekvivalensrelasjon
iii. Invers funksjon
iv. Kontrapositivt bevis
v. Topologisk sortering

b) Her er definisjonen på at to grafer er isomorfe:

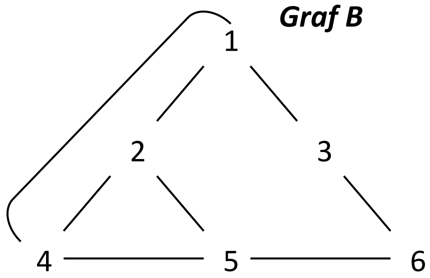
> To grafer G=(V, E) og G'=(V', E') er isomorfe hviss det finnes en bijeksjon $i : V \to V'$ slik at $uv \in E$ hviss $u'v' \in E'$, der $u'=i(u)$ og $v'=i(v)$.

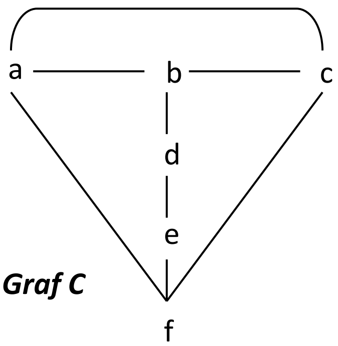
Forklar kort hva dette betyr og avgjør hvilke av følgende grafer som er isomorfe:

Graf A

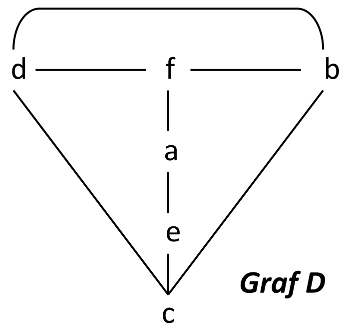


Graf B





Graf C



Graf D

c) Lag et binært søketre ved å sette inn følgende tall i den gitte rekkefølgen.

14, 21, 5, 19, 2, 6, 11, 9, 17, 25, 1, 7

Oppgave 2 Mengder, relasjoner og funksjoner

Ta utgangspunkt i følgende mengder: A = {1, 2, 3}, B = {a, b, c}, C = {0, 1}

a) Hva er

i. $A \cup B$
ii. $A \cup C$
iii. $A \cap B$
iv. $A \cap C$
v. $B \times C$
vi. $(C-A) \times (A-C)$
vii. $(C \times A) - (A \times C)$
viii. $\wp(C)$
ix. $\wp(C) - A$
x. $\{(x,y) \mid x \in A \text{ and } y \in C \text{ and } x+y = 2\}$

Vi ser på relasjonen $R \subseteq B \times B$ (B som over) definert ved $R = \{(a,a), (a,b), (a,c), (c,a), (b,c)\}$

b) Er *R* en funksjon? Begrunn svaret nøye.

c) Har *R* noen av de følgende egenskapene:
refleksiv, irrefleksiv, symmetrisk, antisymmetrisk, asymmetrisk?
Begrunn svaret nøye.

d) Forklar hvorfor R ikke er transitiv og finn den transitive tillukningen.

e) Kan en relasjon være både symmetrisk og antisymmetrisk? Begrunn svaret.

Oppgave 3 Logikk og bevisteknikker

a) Forklar kort følgende begreper

i. tautologi
ii. predikat
iii. implikasjon $\Rightarrow$
iv. kvantorer
v. matematisk induksjon

b) Vis vha sannhetsverditabell at ((P and (not P)) or Q) $\equiv$ Q

c) Vis vha boole'sk algebra at ((not P) and (not Q)) $\equiv$ not (P or ((not P) and Q))
Hvis du vil kan du bruke ekvivalensen fra b) som en regel

d) Relasjonen *liker* $\subseteq$ *Personer* $\times$ *Personer* er definert ved at *liker*(x,y) er sant hviss personen x liker personen y.

Oversett det følgende til predikatlogikk:

i. Per og Kari liker hverandre
ii. Alle liker Kari
iii. Jon liker ikke noen
iv. De som liker Per liker også Liv
v. Noen liker bare seg selv

Vedlegg til eksamen INFO102

Mengde algebra (Gitt en universell mengde *U*)

Assosiative lover

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Kommutative lover

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

Identitetslover

$A \cup \varnothing = A$

$A \cap \varnothing = \varnothing$

$A \cup U = U$

$A \cap U = A$

Idempotente lover

$A \cup A = A$

$A \cap A = A$

Distributive lover

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Komplement lover

$A \cup \sim A = U$

$\sim U = \varnothing$

$\sim(\sim A) = A$

$A \cap \sim A = \varnothing$

$\sim \varnothing = U$

De Morgans lover

$\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$

$\sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$

Boole'sk algebra

Kommutative lover

(P and Q) ≡ (Q and P)
(P or Q) ≡ (Q or P)

Assosiative lover

(P and (Q and R)) ≡ ((P and Q) and R)
(P or (Q or R)) ≡ ((P or Q) or R)

Distributive lover

(P and (Q or R)) ≡ ((P and Q) or (P and R))
(P or (Q and R)) ≡ ((P or Q) and (P or R))

Idempotente lover

(P and P) ≡ P
(P or P) ≡ P

Absorbsjonslover

(P and (P or Q)) ≡ P
(P or (P and Q)) ≡ P

De Morgans lover

not (P and Q) ≡ ((not P) or (not Q))
not (P or Q) ≡ ((not P) and (not Q))

Dobbel negasjon

(not (not P)) ≡ P