

## Eksamen info102 mai 2015

### Oppgave 1

a) Forklar følgende begreper:

- i) Tautologi
- ii) Euler-graf.
- iii) Funksjon.
- iv) Komplement  $\sim$
- v) Topologisk sortering

b) Lag et binært søketre ved å sette inn følgende tall i den gitte rekkefølgen.

11, 5, 17, 4, 10, 21, 3, 7, 13, 18, 9

c) La  $M = \{1,2,3,4\}$  og la  $R \subseteq M \times M$ . Spesifikt er  $R = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$

Hva er:

- i) den refleksive tillukningen til  $R$ ?
- ii) den symmetriske tillukningen til  $R$ ?
- iii) den transitive tillukningen til  $R$ ?

## Oppgave 2 Mengder

Ta utgangspunkt i følgende mengder:  $A = \{1,2,3\}$ ,  $B = \{2,3,4,5\}$ ,  $C = \{3,6\}$

a) Hva er

1.  $A \cup B$
2.  $A \cap B$
3.  $A - B$
5.  $(A - C) \cap (B - C)$
6.  $(A - B) - (A \times B)$
7.  $(A \cup C) - ((B \cap C) \cup (A - C))$
8.  $(A \times C) \cap (C \times B)$
9.  $A \cap \emptyset(A)$
10.  $\{X \cap Y \mid X \subseteq A \text{ and } Y \subseteq C\}$

I det følgende er  $M_1$ ,  $M_2$  og  $M_3$  vilkårlige mengder

b) Sant eller galt?

1.  $M_1 \times (M_2 \times M_3) = (M_1 \times M_2) \times M_3$
2.  $M_1 \times (M_2 \times M_3) = M_1 \times M_2 \times M_3$
3.  $M_1 \times (M_2 \times M_3) = (M_3 \times M_2) \times M_1$
4.  $\emptyset(M_1 \cup M_2) = \emptyset(M_1) \cup \emptyset(M_2)$
5.  $\emptyset(M_1) \cap \emptyset(\emptyset(M_1)) = \emptyset$

c) Bruk mengdealgebra til å vise at  $((M_1 \cap M_2) \cup \sim(M_2 \cup \sim M_1)) = M_1$

## Oppgave 3 Logikk

a) Lag sannhetsverditabell for utsagnet  $R \Rightarrow (P \text{ and } (\text{not } Q))$

b) Hva vil det si at to utsagn er ekvivalente?

c) Bevis ved selvmotsigelse at det følgende er en tautologi:

$$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (Q \Rightarrow (P \Rightarrow R))$$

d) Relasjonen  $\text{liker} \subseteq \text{Personer} \times \text{Personer}$  er definert ved at  $\text{liker}(x,y)$  er sant hvis personen  $x$  liker personen  $y$ .

Oversett det følgende til predikatlogikk:

- i) Per liker ikke Kari
- ii) Noen som liker Kari liker ikke Per
- iii) Den som liker Per liker også Kari
- iv) Den som liker alle liker også seg selv

**Mengde algebra (Gitt en universell mengde  $U$ )**

**Assosiative lover**

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

**Kommutative lover**

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

**Identitetslover**

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup U = U$$

$$A \cap U = A$$

**Idempotente lover**

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

**Distributive lover**

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

**Komplement lover**

$$A \cup \sim A = U$$

$$\sim U = \emptyset$$

$$\sim(\sim A) = A$$

$$A \cap \sim A = \emptyset$$

$$\sim \emptyset = U$$

**De Morgans lover**

$$\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$$

$$\sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$$

## **Boole'sk algebra**

### **Kommutative lover**

$$(P \text{ and } Q) \equiv (Q \text{ and } P)$$

$$(P \text{ or } Q) \equiv (Q \text{ or } P)$$

### **Assosiative lover**

$$(P \text{ and } (Q \text{ and } R)) \equiv ((P \text{ and } Q) \text{ and } R)$$

$$(P \text{ or } (Q \text{ or } R)) \equiv ((P \text{ or } Q) \text{ or } R)$$

### **Distributive lover**

$$(P \text{ and } (Q \text{ or } R)) \equiv ((P \text{ and } Q) \text{ or } (P \text{ and } R))$$

$$(P \text{ or } (Q \text{ and } R)) \equiv ((P \text{ or } Q) \text{ and } (P \text{ or } R))$$

### **Idempotente lover**

$$(P \text{ and } P) \equiv P$$

$$(P \text{ or } P) \equiv P$$

### **Absorbsjonslover**

$$(P \text{ and } (P \text{ or } Q)) \equiv P$$

$$(P \text{ or } (P \text{ and } Q)) \equiv P$$

### **De Morgans lover**

$$\text{not } (P \text{ and } Q) \equiv ((\text{not } P) \text{ or } (\text{not } Q))$$

$$\text{not } (P \text{ or } Q) \equiv ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q))$$

### **Dobbel negasjon**

$$(\text{not } (\text{not } P)) \equiv P$$