



UNIVERSITETET I BERGEN

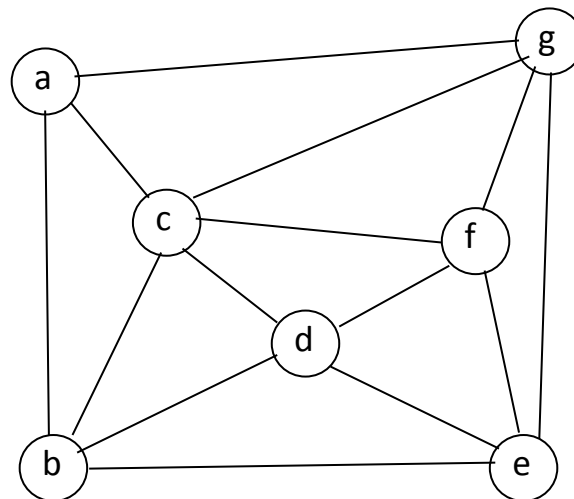
EKSAMEN UNDER SAMFUNNSVITENSKAPELIG GRAD

27.05. kl. 9 - 12

Alle oppgavene teller like mye. Innenfor hver oppgave teller del-oppgavene like mye

Oppgave 1 Grafer og trær

- a) Hva er en Euler-graf
- b) Hva er en Hamilton-graf
- c) Avgjør om den følgende grafen er en Euler- og/eller Hamilton-graf.



- d) Lag et binært søketre ved å sette inn følgende tall i den gitte rekkefølgen.

9, 15, 6, 21, 3, 12, 4, 7, 10, 18, 25, 20

Oppgave 2 Mengder, relasjoner og funksjoner

Ta utgangspunkt i følgende mengder: $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,4,5\}$, $C = \{3,6\}$

a) Hva er

1. $A \cup B$
2. $A \cap B$
3. $A \times B$
4. $A - B$
5. $(A - C) \cap (B - C)$
6. $(C - A) \cap (C - B)$
7. $(A \cup C) - ((B \cap C) \cup (A - C))$
8. $(A \times C) \cap (C \times B)$
9. $\wp(C)$
10. $|\wp(A)|$

b)

Sant eller galt?

1. $A \in \wp(A)$
2. $A \subseteq \wp(A)$
3. $A \in A \times A$
4. $A \subseteq A \times A$
5. $\emptyset \in A$
6. $\emptyset \subseteq A$
7. $\emptyset \in \wp(A)$
8. $\emptyset \subseteq \wp(A)$
9. $\emptyset \in A \times A$
10. $\emptyset \subseteq A \times A$

c) Vis ved hjelp av mengdealgebra at følgende likhet holder for vilkårlige mengder A og B.

$$(B \cup (B \cap A)) \cap ((A \cap B) \cup A) = (A \cap B)$$

Oppgave 3 Logikk

a) Hva er en tautologi?

b) Bevis ved selvmotsigelse at det følgende er en tautologi:

$$(A \Rightarrow (C \text{ or } (\text{not} B))) \Rightarrow (B \Rightarrow ((\text{not } A) \text{ or } C))$$

c) Relasjonen $liker \subseteq Personer \times Personer$ er definert ved at $liker(x,y)$ er sant hviss personen x liker personen y.

Oversett det følgende til predikatlogikk:

1. Per liker noen.
2. Alle liker Per
3. Per liker ikke noen som Pål liker.
4. Pål liker bare seg selv.

d) Bevis at sannhetsverditabellen til et utsagn med n utsagnsvariable har 2^n rekker (utenom overskriften).

Mengde algebra (Gitt en universell mengde U)

Assosiative lover

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

Kommutative lover

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Identitetslover

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup U = U$$

$$A \cap U = A$$

Idempotente lover

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

Distributive lover

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Komplement lover

$$A \cup \sim A = U$$

$$\sim U = \emptyset$$

$$\sim(\sim A) = A$$

$$A \cap \sim A = \emptyset$$

$$\sim \emptyset = U$$

De Morgans lover

$$\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$$

$$\sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$$

Boole'sk algebra

Kommutative lover

$$(P \text{ and } Q) \equiv (Q \text{ and } P)$$

$$(P \text{ or } Q) \equiv (Q \text{ or } P)$$

Assosiative lover

$$(P \text{ and } (Q \text{ and } R)) \equiv ((P \text{ and } Q) \text{ and } R)$$

$$(P \text{ or } (Q \text{ or } R)) \equiv ((P \text{ or } Q) \text{ or } R)$$

Distributive lover

$$(P \text{ and } (Q \text{ or } R)) \equiv ((P \text{ and } Q) \text{ or } (P \text{ and } R))$$

$$(P \text{ or } (Q \text{ and } R)) \equiv ((P \text{ or } Q) \text{ and } (P \text{ or } R))$$

Idempotente lover

$$(P \text{ and } P) \equiv P$$

$$(P \text{ or } P) \equiv P$$

Absorbsjonslover

$$(P \text{ and } (P \text{ or } Q)) \equiv P$$

$$(P \text{ or } (P \text{ and } Q)) \equiv P$$

De Morgans lover

$$\text{not } (P \text{ and } Q) \equiv ((\text{not } P) \text{ or } (\text{not } Q))$$

$$\text{not } (P \text{ or } Q) \equiv ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q))$$

Dobbel negasjon

$$(\text{not } (\text{not } P)) \equiv P$$