

**Linjär algebra och geometri I**  
**Svar på tentamen 2009–03–18**

1.  $L = \{(-8, 0, 3, 4) + t(-2, 1, 0, 0) \mid t \in \mathbb{R}\}.$
2. (a)  $\det(S) \neq 0, \quad S^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}, \quad$  (b)  $X = \frac{1}{4}I.$
3. (a)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A = I,$  exempelvis.  
(b)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$  exempelvis.
4.  $A$  är inte inverterbar om  $x \in \{-3, 1\}.$
5.  $d(P, \pi) = 3\sqrt{3}, \quad N = (5, 5, 11).$
6. (a)  $D = (2, 2, 5),$  exempelvis, (b)  $\mathcal{A} = 3\sqrt{3}, \quad$  (c)  $V = 27.$
7.  $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad S(P) = \left(-\frac{11}{3}, -\frac{40}{3}, -\frac{5}{3}\right).$
8. (a) Avbildningen  $f$  är *linjär*, då alla fyra reellvärda funktioner

$$\begin{cases} y_1 &= -x_1 - 3x_2 + x_3 \\ y_2 &= x_1 - x_3 \\ y_3 &= x_1 - 6x_2 - x_3 \\ y_4 &= x_4 \end{cases}$$

ges av linjära ekvationer i variablerna  $x_1, x_2, x_3, x_4$ . Avbildningen  $f$  är en *operator*, då den avbildar det euklidiska rummet  $\mathbb{R}^4$  på sig självt.

$$(b) A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -6 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(c) Operatoren  $f$  är inte inverterbar, då dess matris  $A$  inte är inverterbar. (Eftersom första kolonnen och tredje kolonnen i  $A$  är proportionella, så är  $\det(A) = 0$ .)

(d) Då operatorn  $f$  inte är inverterbar, så är den inte heller injektiv. Svaret på frågan är alltså ja.

(e) Då operatorn  $f$  inte är inverterbar, så är den inte heller surjektiv. Svaret på frågan är alltså ja.