

UPPSALA UNIVERSITET  
Matematiska institutionen

Seidon Alsaody  
018-471 32 81  
073-990 96 58

Prov i matematik  
KandData, KandMat, IT  
Lärare, Fristående  
Algebra I  
14/12-2011

*Skrivtid 5 timmar. Hjälpmedel: skrivdon. Provet består av 8 uppgifter, om vardera 5 poäng, totalt 40 poäng. För betyget 3, 4 och 5 krävs minst 18, 25 resp. 32 poäng inkl. bonuspoäng. Skriv tydligt, **motivera väl** om inget annat anges och påbörja varje uppgift på nytt blad. Lycka till!*

1. a) Visa, med sanningsvärdestabell, att utsagorna “om  $p$  gäller, så gäller  $q$ ” och “om inte  $p$  gäller, så gäller inte  $q$ ” *inte* är ekvivalenta.  
b) Illustrera med ett Venn-diagram att för två mängder  $A$  och  $B$  gäller att  $B \setminus A = A^* \cap B$ . (\* betyder komplement.)  
c) Formulera aritmetikens fundamentalsats, utan bevis.  
d) Är mängden  $\mathbb{N} \cup \{-1\}$  uppräknelig? Motivera mycket kort.
2. Relationen  $\nmid$  på mängden  $\mathbb{Z}$  definieras enligt  $a \nmid b \iff a$  delar inte  $b$ . Är relationen reflexiv? Symmetrisk? Transitiv?
3. Visa med induktion att  $n! \leq n^n$  för alla positiva heltal  $n$ .
4. Alice handlar på “Bobs livs”, där man säljer pepparkaksburkar för 28 kr, och julmustflaskor för 18 kr. Hon fyller sin korg och går till kassan. Kassören ber om 83 kronor för pepparkakorna och julmusten. Utan att veta hur många burkar och flaskor hon har, inser Alice att kassören har fel.  
a) Hur kan hon veta det?  
b) Kassören räknar om och får att det faktiskt ska vara 82 kronor. Hur många av varje har Alice alltså köpt? (*Gissning av svar godtas inte.*)
5. Funktionen  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  ges av  $x \mapsto x^2$ . Är  $f$  injektiv? Är den surjektiv?
6. Beräkna  $(1101)_2 + (10111)_2$ . Ange svaret i basen två.
7. Ekvationen  $3z^3 + z^2 + z + 35 = 0$  har en rationell rot som ligger mellan  $-2$  och  $-3$ . Lös ekvationen.
8. Polynomet  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8x - 8$  har ett nollställe med multiplicitet 2. Bestäm samtliga nollställena.