

Skrivtid: 13-18. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För betyget tre fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. Observera att helhetsintrycket påverkar bedömningen så skriv tydligt och motivera resonemangen.

1. Lös olikheten

$$1 \leq \frac{x-2}{x-3} \leq 2.$$

2. Visa med induktion att för alla heltal $n \geq 1$ gäller formeln

$$\sum_{k=1}^n k(k+3) = \frac{n(n+1)(n+5)}{3}.$$

(För full poäng krävs att alla steg redovisas klart och tydligt!)

3. Lös ekvationen

$$\log_2(x+2) + \log_2(x-4) = 4.$$

4. a) Ange ekvationen för en cirkel med radie 3 och centrum i $(2, -4)$.
b) Skissa kurvan som beskrivs av $4x^2 + 25y^2 + 24x - 100y + 36 = 0$.

5. Bestäm alla lösningar till ekvationen

$$\sin^2 v - \sin v - \cos^2 v = 0.$$

6. En skolklass består av 10 pojkar och 12 flickor. Man vill dela upp klassen i 2 lag om 11 personer och spela fotboll på rasten.
a) På hur många sätt kan dessa lag väljas?
b) På hur många sätt kan dessa lag väljas om varje lag måste innehålla åtminstone en pojke?

7. Visa att

$$|3 \cos \theta + 3i \sin \theta - 1| = |\cos \theta + i \sin \theta - 3|$$

för alla $\theta \in \mathbf{R}$, och illustrera likheten i det komplexa talplanet.

8. a) Vad blir resten vid division av $x^3 + 2x^2 - 7x + 5$ med $x + 2$?
b) Lös fullständigt ekvationen

$$x^3 + 2x^2 - 7x - 14 = 0.$$

(OBS! Ej samma polynom i a) och b).)

LYCKA TILL!