

Skrivtid: 9-14. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För betyget tre fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. Observera att helhetsintrycket påverkar bedömningen så skriv tydligt och motivera resonemangen.

1. a) Lös ekvationen $\sqrt{9+5x} = x-1$.
b) Ange för vilka $x \in \mathbf{R}$ olikhet $x^2 > 4$ gäller.
c) Ange ekvationen för en cirkel i planet \mathbf{R}^2 med centrum i punkten $(2, 0)$ och med radie 2.

2. Lös ekvationen

$$\log_3 x^2 - \log_3(x-2) = 2.$$

3. Lös olikheten

$$\left| \frac{x+1}{5-x} \right| > 1.$$

4. Bestäm alla lösningar till ekvationen

$$\sin^2 2x - \sin^2 x = 0.$$

5. a) Låt $z = x + iy$ med $x, y \in \mathbf{R}$. Ange ett uttryck för $|z|$ i termer av x och y .
(Endast svar krävs på denna uppgift.)
b) Bestäm vilka komplexa tal z som uppfyller $|\bar{z} + i| = |z|$ och rita ut dem i det komplexa planet.
6. Visa, t.ex. med induktion, att om n är ett positivt heltal så är $4^n - 1$ jämnt delbart med 3.
7. Antag att denna tenta skall rättas av fyra lärare, som var och en tar hand om två uppgifter. Den som rättar uppgift 5 skall också rätta uppgift 8. På hur många sätt kan uppgifterna fördelas bland lärarna?
8. Om ekvationen

$$z^4 - 2z^3 + 11z^2 - 18z + 18 = 0$$

vet man att den har en *rent imaginär* rot. Bestäm samtliga rötter.

LYCKA TILL!