

Skrivtid: 14-19. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 1 poäng på A-delen, 2 poäng på B-delen och 5 poäng på C-delen. För Godkänd fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. På B-och C-delarna accepteras endast välskrivna och tydliga lösningar för rättning.

A-del. (Endast svar krävs!)

1. Förenkla uttrycket

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 1}.$$

2. Bestäm värdet av $\sin(-\pi/6)$.

3. För vilka x gäller $2 - 2x > 1$?

4. Bestäm beloppet av det komplexa talet $3 - 5i$.

5. Om $\log_a 49 = 2$, vad är a ?

6. Ge ekvationen för en cirkel med medelpunkt i $(-5, 2)$ och radie 3.

7. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\cos x + 1 = 0$.

8. Vilka reella tal uppfyller $|x + 1| = 3$?

B-del. (Fullständiga lösningar krävs!)

9. Lös olikheten

$$\frac{x}{x-1} \leq 2.$$

10. Vad blir resten vid division av $3x^4 - 2x^3 + 6x - 4$ med $x + 1$?

11. Bestäm det naturliga talet n om man vet att $\binom{n}{2} = 10$.

12. Skriv talet $1 + i\sqrt{3}$ på polär form.

13. Bestäm medelpunkt och radie för cirkeln $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 4$.

14. Lös ekvationen $\ln(x^2 - 1) - \ln(x + 1) = 0$.

C-del. (Fullständiga lösningar krävs!)

15. Bevisa med induktion att för alla positiva heltal n gäller

$$\sum_{k=1}^n k(3k+1) = n(n+1)^2.$$

16. Ekvationen $z^4 - z^3 - 5z^2 - z - 6 = 0$ har en rot $z = i$. Bestäm samtliga rötter.

17. Bestäm den konstanta termen, om den existerar, i utvecklingen

$$\left(\frac{x^3}{2} - \frac{1}{x^2}\right)^{10}.$$

18. Bestäm ekvationen för de två cirklor som har samma medelpunkt som ellipsen

$$2x^2 + 8x + 3y^2 - 18y + 29 = 0$$

och som tangerar denna. (*Ledning:* att två kurvor tangerar varandra i en punkt betyder att de vidrör varandra utan att skära eller korsa varandra i punkten.)

LYCKA TILL!