

Algebra II: Provtenta

1. Låt $\varphi : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ vara Eulers φ -funktion. Bestäm alla $n \in \mathbb{N}$ med $\varphi(n) = 32$.
2. Hitta en primitiv rot för enhetsgruppen \mathbb{Z}_{49}^* .
3. Given den offentliga nyckeln $(91, 53)$ avkoda $\overline{41} \in \mathbb{Z}_{91}$.
4. Ange alla idempotenta och alla nilpotenta element i restklassringen \mathbb{Z}_{693} .
5. För vilka primtal p har polynomet $X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 \in \mathbb{Z}_p[X]$ ett nollställe i \mathbb{Z}_p ? Kan det då faktoriseras som produkt av linjära polynom? Gör det ifall $p = 11$.
6. Visa: Ett ändligt integritetsområde är en kropp!
7. Faktorisera det Gaußiska heltalet $70+i$ som produkt av Gaußiska primtal!
8. Är ringen $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\sqrt{-5}$ ett principalidealområde? Bevis eller motbevis!