

UPPSALA UNIVERSITET

Matematiska institutionen

Ole Andersson, Lennart Salling, Daniel Strömbom

DUGGA I MATEMATIK

ENVARIABELANALYS

11 november 2008

Skrivtid: 15.15-17.15.

Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon och bifogad formelsamling.

Varje löst uppgift belönas med maximalt 5 poäng. Maximal totalpoäng är sålunda 20p. Du som fått en slutpoäng i intervallet 10p-14p har du klarat första uppgiften på sluttentamen. Och om din slutpoäng ligger i intervallet 15p-20p har du klarat första och andra uppgiften på sluttentamen. Lycka till!

1. Derivera funktionen $f(x) = \cos(e^{2x})$ och bestäm lutningen för tangenten till f 's graf i punkten $(0, \cos 1)$.
2. Bestäm Maclaurinpolynomen av grad 3 för $\arctan 2x$ och $\sin 2x$. Använd sedan dessa för att beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 2x - \sin 2x}{x^3}$$

Anm: Maclaurinpolynomen har ingen "ordo-term", men sådana måste införas i dina beräkningar av gränsvärdet för att alla "identiteter" ska vara korrekta.

3. Beräkna integralerna

a) $\int_0^1 x^3 - 4x^2 + 3 dx$

b) $\int_0^1 \frac{1}{3-2x} dx$

c) $\int_0^\pi \cos x e^{\sin x} dx$

4. Bestäm största och minsta värdet av funktionen

$$f(x) = \begin{cases} -x & -3 \leq x < 0 \\ 2x^2 - x & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Förklara också varför funktionen $g(x) = x^2 + 3$ inte har något största värde på det öppna intervallet $(-1, 1)$.