

UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Seidon Alsaody
073-990 96 58

Prov i matematik
KandData, KandMat, IT
Lärare, Frist.
Algebra I
18/12-2009

*Skrivtid 5 timmar. **Inga hjälpmedel** utom skrivdon tillåtna! Provet består av 8 uppgifter, om vardera 5 poäng, totalt 40 poäng. För betyget 3, 4 och 5 krävs minst 18, 25 resp. 32 poäng inklusive bonuspoäng. Skriv tydligt, **motivera väl** om inget annat anges och påbörja varje uppgift på ett nytt blad. Lycka till!*

1. a) Ge, utan motivering, ett exempel på en överuppräknelig mängd.
b) Motivera med högst två rader varför $x = 3/4$ inte kan vara en rot till ekvationen $2x^{35} - 4x^{13} + 3 = 0$.
c) Formulera faktorsatsen (utan bevis).
d) Ge, utan motivering, ett exempel på en relation på \mathbf{Z} som är reflexiv och transitiv, men inte symmetrisk.
e) Visa, med sanningsvärdestabell, att $p \wedge \neg p$ inte kan gälla för en utsaga p .
2. Visa med induktion att $3|(4^n - 1)$ för alla positiva heltal n .
3. Efter att algebratentan rättats träffas några vänner och jämför sina resultat. Det visar sig att var och en av dem antingen fått 40 eller 28 poäng.
a) Motivera varför deras totala poängsumma inte kan vara 94.
b) Om deras totala poängsumma är 96; hur många personer hade fått 40 poäng och hur många hade fått 28 poäng? *Gissning av svar godtas inte!*
4. Skriv om $(138)_{nio}$ i basen två.
5. Visa att $\sqrt{15}$ är irrationellt.
6. Definiera funktionen $f : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$ enligt $f(x) = \frac{1}{x} + 2$, där \mathbf{R}_+ är mängden av alla positiva reella tal.
a) Visa att f är injektiv.
b) Visa, med ett motexempel, att f inte är surjektiv.
7. Ekvationen $g(x) = x^4 + 7x^3 + 19x^2 + 24x + 14 = 0$ och $h(x) = x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 8x + 2 = 0$ har (minst) en gemensam rot. Finn alla rötter till den första ekvationen.
8. Polynomet $f(x) = x^4 - 2x^3 + 11x^2 - 6x + 24$ har (minst) ett imaginärt nollställe. Finn alla nollställena till $f(x)$.