UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Staffan Rodhe & Gunnar Berg

Prov i matematik

Baskurs i matematik

ES1,IT1,W1,KandDV1
K1,STS1,X1,KandKe1
Lärare, Matematik A
Distans
2013-01-19

Skrivtid: 14-19. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 1 poäng på A-delen, 2 poäng på B-delen och 5 poäng på C-delen. För betyget tre fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. **På B- och C-delarna accepteras endast välskrivna och tydliga lösningar för rättning.**

A-del. (Endast svar krävs!)

1. Bestäm värdet av $\cos(19\pi/3)$.
2. Förenkla uttrycket
$$\frac{3x+12}{16-x^2}+\frac{3+x}{x-4}.$$
3. Bestäm värdet av $\sum_{p=0}^{3} 2^p$.
4. Skissa i komplexa planet mängden $|z-1+2i|=0$.
5. Bestäm värdet av $3\log_2 24-\log_2 27$.
6. Lös ekvationen $\sin(4x)=-\sin(5\pi/2)$.
7. Vilka reella tal uppfyller $|2x-1|=5$?
8. Bestäm radien för cirkeln $x^2+y^2-4y=0$.

B-del. (Fullständiga lösningar krävs!)

9. Visa med induktion att för alla naturliga tal n gäller
$$\sum_{k=0}^{n} 3\cdot 4^k = 4^{n+1}-1.$$
10. För vilka reella tal x gäller olikheten
$$\frac{3x-5}{1-2x}\geq 2 \ \ ?$$
11. Skriv på polär form det komplexa talet
$$\frac{i(i+1)}{1-i}.$$

Det finns uppgifter på nästa sida också!

12. Visa att om a och b är positiva reella tal så gäller

$$a^{\ln b} = b^{\ln a}.$$

13. Hur många tresiffriga tal kan man bilda om man bara får använda sifforna 2, 3, 5, 7 och 9? (Samma siffra får förekomma flera gånger i talet.)

14. Bestäm de reella tal x som uppfyller

$$5^{2x} + 1 = 2 \cdot 5^x.$$

C-del. (Fullständiga lösningar krävs!)

15. Lös ekvationen

$$z^4 = -16$$

och illustrera rötternas läge i det komplexa talplanet.

16. Lös den trigonometriska ekvationen

$$\cos(2x) = \cos x - 1.$$

17. Bestäm kvoten mellan areorna för den omskrivna och den inskrivna cirkeln till ellipsen

$$x^2 - 4x + 4y^2 + 4y = 11.$$

(Den omskrivna cirkeln har storaxeln som diameter och den inskrivna cirkeln har lillaxeln som diameter.) Rita en figur med ellipsen och cirklarna angivna.

18. Bestäm konstanten a så att ekvationen

$$x^3 - a\,x = 6$$

får roten $x = -2$. Lös därefter den så erhållna ekvationen fullständigt.

LYCKA TILL!