

UPPSALA UNIVERSITET
 MATEMATISKA INSTITUTIONEN
 ERNST DIETERICH
 CECILIA HOLMGREN
 JIMMY KUNGSMAN

VÅRTERMINEN 2009
 CIVILINGENJÖRSPROGRAMMET X
 GYMNASIELÄRARPROGRAMMET
 GEOKANDIDATPROGRAMMET
 FRISTAENDE KURSER

Linjär algebra och geometri I
Svar på tentamen 2009–03–18

1. $L = \{(-8, 0, 3, 4) + t(-2, 1, 0, 0) \mid t \in \mathbb{R}\}.$
2. (a) $\det(S) \neq 0, S^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix},$ (b) $X = \frac{1}{4}I.$
3. (a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A = I,$ exempelvis.
 (b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$ exempelvis.
4. A är inte inverterbar omm $x \in \{-3, 1\}.$
5. $d(P, \pi) = 3\sqrt{3}, N = (5, 5, 11).$
6. (a) $D = (2, 2, 5),$ exempelvis, (b) $\mathcal{A} = 3\sqrt{3},$ (c) $V = 27.$
7. $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, S(P) = \left(-\frac{11}{3}, -\frac{40}{3}, -\frac{5}{3}\right).$
8. (a) Avbildningen f är *linjär*, då alla fyra reellvärda funktioner

$$\begin{cases} y_1 = -x_1 - 3x_2 + x_3 \\ y_2 = x_1 - x_3 \\ y_3 = x_1 - 6x_2 - x_3 \\ y_4 = x_4 \end{cases}$$

ges av linjära ekvationer i variablerna $x_1, x_2, x_3, x_4.$ Avbildningen f är en *operator*, då den avbildar det euklidiska rummet \mathbb{R}^4 på sig självt.

$$(b) A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -6 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(c) Operatorn f är inte inverterbar, då dess matris A inte är inverterbar. (Eftersom första kolonnen och tredje kolonnen i A är proportionella, så är $\det(A) = 0.$)

(d) Då operatorn f inte är inverterbar, så är den inte heller injektiv. Svaret på frågan är alltså ja.

(e) Då operatorn f inte är inverterbar, så är den inte heller surjektiv. Svaret på frågan är alltså ja.