

Skrivtid: 8-13. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt på A-delen 1 poäng, på B-delen 2 poäng och på C-delen 5 poäng, totalt 40 poäng. För betyget tre fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. För B- och C-delarna accepteras endast väl skrivna och tydliga lösningar för rättning.

A-del (endast svar krävs!)

1. Beräkna värdet av $\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right)$.
2. Beräkna $(3^{-14} - 3^{-16})(3^{14} - 9^8)$.
3. Förenkla
$$\frac{2x+1}{4x^2-1} - \frac{1-2x}{4x^2-1}$$
.
4. Beskriv området $|z+1+i| > 2$ då z är ett tal i det komplexa talplanet.
5. Lös ekvationen $\sin(2x) = \sin(4\pi)$.
6. Bestäm medelpunkt och radie för cirkeln $y^2 + x^2 - 4x = 5$.
7. Beräkna summan $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$.
8. Lös ekvationen $x^3 + x = 2x^2$.

B-del (Fullständiga lösningar krävs!)

9. Vilka reella tal uppfyller olikheten

$$|x| - 2 \leq x.$$

10. Använd induktion för visa att

$$\sum_{k=1}^n (6k+2) = 3n^2 + 5n$$

gäller för alla naturliga tal $n \geq 1$.

11. Hur många 6-bokstaviga ord kan skrivas med bokstäverna i ordet PANNAN?
12. Uttryck det komplexa talet

$$\frac{(-1+i)(1+i\sqrt{3})}{\sqrt{3}-i}$$

på polär form.

13. Bestäm skärningspunkterna mellan parablerna $x^2 - 6x + 8y + 9 = 0$ och $y^2 = x - 3$.

14. Lös ekvationen

$$\frac{3^x - 3^{-x}}{3^{-x}} = 80.$$

C-del (Fullständiga lösningar krävs!)

15. Lös den trigonometriska ekvationen

$$\sin(2x) + \sin x = 0 .$$

16. Lös den binomiska ekvationen

$$z^5 = 32$$

och illustrera rötternas läge i komplexa talplanet.

17. Lös olikheten $x < \frac{2x + 4}{x - 1}$.

18. Polynomet $z^4 - 2z^3 + z^2 + 6z - 12$ har nollstället $z = i\sqrt{3} + 1$. Bestäm de övriga nollställena.

LYCKA TILL!