

*Skrivtid: 8-13. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt på A-delen 1 poäng, på B-delen 2 poäng och på C-delen 5 poäng, totalt 40 poäng. För betyget tre fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. För B- och C-delarna accepteras endast välskrivna och tydliga lösningar för rättning.*

**A-del** (endast svar krävs!)

1. Beräkna värdet av  $\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right)$ .
2. Beräkna  $(3^{-14} - 3^{-16})(3^{14} - 9^8)$ .
3. Förenkla  $\frac{2x+1}{4x^2-1} - \frac{1-2x}{4x^2-1}$ .
4. Beskriv området  $|z + 1 + i| > 2$  då  $z$  är ett tal i det komplexa talplanet.
5. Lös ekvationen  $\sin(2x) = \sin(4\pi)$ .
6. Bestäm medelpunkt och radie för cirkeln  $y^2 + x^2 - 4x = 5$ .
7. Beräkna summan  $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$ .
8. Lös ekvationen  $x^3 + x = 2x^2$ .

**B-del** (Fullständiga lösningar krävs!)

9. Vilka reella tal uppfyller olikheten

$$|x| - 2 \leq x.$$

10. Använd induktion för visa att

$$\sum_{k=1}^n (6k+2) = 3n^2 + 5n$$

gäller för alla naturliga tal  $n \geq 1$ .

11. Hur många 6-bokstaviga ord kan skrivas med bokstäverna i ordet PANNAN?
12. Uttryck det komplexa talet

$$\frac{(-1+i)(1+i\sqrt{3})}{\sqrt{3}-i}$$

på polär form.

13. Bestäm skärningspunkterna mellan parablene  $x^2 - 6x + 8y + 9 = 0$  och  $y^2 = x - 3$ .

14. Lös ekvationen

$$\frac{3^x - 3^{-x}}{3^{-x}} = 80.$$

C-del (Fullständiga lösningar krävs!)

15. Lös den trigonometriska ekvationen

$$\sin(2x) + \sin x = 0 .$$

16. Lös den binomiska ekvationen

$$z^5 = 32$$

och illustrera rötternas läge i komplexa talplanet.

17. Lös olikheten  $x < \frac{2x+4}{x-1}$ .

18. Polynomet  $z^4 - 2z^3 + z^2 + 6z - 12$  har nollstället  $z = i\sqrt{3} + 1$ . Bestäm de övriga nollställena.

**LYCKA TILL!**