Matematiska institutionen
UPPSALA UNIVERSITET
Gunnar Berg, Staffan Rodhe

Prov i matematik
Baskurs i matematik
div. program
10 januari 2012

Skrivtid: 8-13. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt på A-delen 1 poäng, på B-delen 2 poäng och på C-delen 5 poäng, totalt 40 poäng. För betyget tre fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. **För B- och C-delarna accepteras endast välskrivna och tydliga lösningar för rättning.**

A-del (endast svar krävs!)

1. Beräkna värdet av $\tan\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$.

2. Beräkna $4\lg 50 + \lg 16$.

3. Förenkla
$$1 - \frac{x-2}{4-x^2} - \frac{2-x}{x^2-4} \, .$$

4. Illustrera i det komplexa talplanet mängden som ges av
$$|2z - 1| = 2 \, .$$

5. Lös ekvationen $\cos(2x) = \cos\frac{\pi}{4}$.

6. Bestäm vertex för parabeln $y = x^2 + 7x - 15$.

7. Beräkna summan $\sum_{k=1}^{4} \frac{k}{2^k}$.

8. Lös ekvationen $(x^2 - 1)(1 + x) = (x^2 - 1)$.

B-del (Fullständiga lösningar krävs!)

9. Vilka reella tal uppfyller olikheten
$$\frac{2x-1}{4+x} \leq 2 \, .$$

10. Visa med induktion att för alla naturliga tal n gäller
$$\sum_{k=0}^{n} \left(\frac{2}{3}\right)^k = 3 - \frac{2^{n+1}}{3^n}.$$

11. Hur många delmängder med tre element kan man välja ur mängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ om man kräver ett elementet 1 skall vara med?

FLER UPPGIFTER PÅ NÄSTA SIDA!

12. Uttryck det komplexa talet

$$\frac{3+i\sqrt{3}}{1+i}$$

på polär form.

13. Termen $-10x$ ingår i binomialutvecklingen för $\left(2-\dfrac{a}{2x}\right)^7$.
Bestäm värdet av konstanten a .

14. Lös ekvationen

$$\lg(x^2+1)-\lg(4-x)=1 \ .$$

C-del (Fullständiga lösningar krävs!)

15. Lös den trigonometriska ekvationen

$$\sin(2x)-2\sin x=0 \ .$$

16. Lös den binomiska ekvationen

$$z^4=-16i$$

och illustrera rötternas läge i komplexa talplanet.

17. Bestäm skärningspunkterna mellan ellipsen $6x^2+4y^2-10y=0$ och linjen $y=2x-1$.

18. Polynomet $z^4-2z^3+2z^2+2z-3$ har nollstället $z=1+i\sqrt{2}$. Bestäm de övriga nollställena.

LYCKA TILL!