

گزارش پروژه‌ی نهایی

درس آشوب

دانشجو:

سیدمعین طیبی

۹۶۲۳۰۷۳

استاد درس:

دکتر سجّاد جعفری

عنوان مقاله‌ی بازتولید شده:

Spike-burst chimera states in an adaptive exponential integrate-and-fire  
neuronal network

بهمن ۱۴۰۰

توضیح کلی:

مدل نوروئی Adaptive Exponential Integrate-and-Fire (به اختصار AEIF یا AdEx) یک مدل دو بعدی شامل یک متغیر حالت به عنوان ولتاژ غشا و یک متغیر حالت به عنوان جریان تطبیقی (adaptive) است. با تنظیم پارامترهای این مدل می‌توان رفتارهای متنوعی که از نوروئ‌های واقعی ثبت شده (in vitro) شبیه سازی کرد. این مدل به علت داشتن دقت بالا در پیش بینی زمان spike ها، در عین دو بعدی بودن و سادگی نسبت به مدل‌های سه بعدی مثل Hindmarsh-Rose یا چهار بعدی مثل Hodgkin-Huxley محبوبیت بالایی در تحقیقات حوزه‌ی علوم اعصاب تئوری دارد.

$$\begin{aligned}C_m \frac{dV_i}{dt} &= -g_L(V_i - E_L) + g_L \Delta_T \exp\left(\frac{V_i - V_T}{\Delta_T}\right) \\&\quad - w_i + I_i + (V_{\text{REV}} - V_i) \sum_{j=i-R, j \neq i}^{i+R} g_j, \\ \tau_w \frac{dw_i}{dt} &= a(V_i - E_L) - w_i, \\ \tau_s \frac{dg_i}{dt} &= -g_i,\end{aligned}$$

در این مقاله، این مدل (به همراه یک بعد سوم برای گذردهی سیناپس‌ها) به عنوان گره‌های شبکه‌ای با سیناپس‌های دارای گذردهی متغیر انتخاب شده. نوع کوپلینگ غیر خطی است و متغیر حالت سوم که گذردهی سیناپس‌ها است در معادله‌ی اول که ولتاژ است وارد شده است. هدف مقاله بررسی پدیده‌های هم آوایی و کیمرا در مد‌های مختلف spike و burst و spike-burst است.

نکات پیاده سازی:

روش‌های عددی مختلفی را برای شبیه سازی این مدل امتحان کردم ولی در نهایت از روش Forward Euler استفاده کردم چون استفاده از روش‌های مربوط به رانگ کوتاه برای شبکه‌ای که ۱۰۰۰ گره دارد بسیار زمان‌بر می‌شد. همچنین به خاطر شیب شدید افزایشدهی متغیر ولتاژ مدل در ناحیه‌ی نمایی (بعد از گذشتن ولتاژ از آستانه‌ی درونی مدل)، وقتی از روش رانگ کوتاه استفاده

می‌شد ممکن بود در نقاط میانی دوم و سوم و چهارم الگوریتم ولتاژ به شدت بزرگ شود و شبیه سازی را با چالش رو به رو کند. برای حل این مشکل، رانگ کوتا را طوری تغییر دادم که در شرایطی که ولتاژ در نقطه‌ی میانی دوم از حدی بزرگ‌تر باشد معادل روش اوایلر عمل کند. البته پیاده سازی این روش به صورت برداری (vectorized) که برای بهینه بودن کد در شبکه‌ای شامل ۱۰۰۰ گره الزامی است خیلی مشکل بود و چالش اصلی که زمان‌بر تر بودن روش رانگ کوتا بود هم پا بر جا بود.

با توجه به این که در مقاله به مقادیر انتخابی به عنوان شرط اولیه‌ی متغیر حالت سوم اشاره نشده است، در شبیه سازی مقدار صفر برای این شرط اولیه استفاده شد.

برای ساخت شبکه، از تابع `connectivity_matrix()` استفاده شد.

برای پیاده سازی بخش بریدن ولتاژ پس از گذشتنش از یک حد و تنظیم دوباره‌ی مقادیر (reset condition)، زمانی که ولتاژ از آستانه‌ی  $V_{peak}$  بگذرد مقدار آن برابر با مقداری اندکی کمتر از  $V_{peak}$  قرار داده می‌شود و برای هر نقطه‌ای از زمان بررسی می‌شود که اگر ولتاژ در آن مقدار اندکی کمتر از  $V_{peak}$  است، ولتاژ به  $V_r$  برگردد و متغیرهای دوم و سوم هم به ترتیب با اضافه شدن  $b$  و  $g_{exc}$  به روز رسانی می‌شوند.

$$\begin{aligned} V_i &\rightarrow V_r, \\ w_i &\rightarrow w_i + b, \\ g_i &\rightarrow g_i + g_{exc}, \end{aligned}$$

برای برداری کردن معادلات به روز رسانی، کمی با متغیرهای منطقی کار کردم.

مطابق توضیحات مقاله، شبیه سازی برای ۶ ثانیه انجام می‌شود (با رزولوشن زمانی ۱ میلی‌ثانیه) و از این ۶ ثانیه، ۴ ثانیه‌ی ابتدایی به عنوان حالت گذار کنار گذاشته می‌شوند و تمام کارهای بعدی (رسم نمودارها، محاسبه‌ی  $Z$  و محاسبه‌ی  $CV$ ) برای مقادیر متناظر با ۲ ثانیه‌ی انتهایی انجام شده است.

با توجه به این که استفاده از تابع آماده‌ی `findpeaks()` زمان‌بر است، به منظور صرفه جویی در زمان و مصرف حافظه یک بردار مخصوص قطارهای اسپایک ساختم که هر بار هر گره‌ای اسپایک می‌زد در آن لحظه مقدارش ۱ می‌شد و در باقی لحظات مقدارش صفر بود.

در تابع مخصوص محاسبه‌ی پارامتر هم بستگی مکانی ( $Z$ ) سعی کردم بخش محاسبه‌ی فاز نوسانگرها را به صورت برداری انجام دهم ولی فکر می‌کنم ساخت بردارهای لازم برای این کار خودش از نظر زمان و حافظه کار را بدتر می‌کند. بخش رسیدن از فازها به  $Z$  را برداری پیاده کردم.

$$Z_j(t) = \left| \frac{1}{2\delta + 1} \sum_{|j-k| \leq \delta} e^{i\phi_k(t)} \right|, \quad k = 1, \dots, N.$$

The phase is defined as

$$\phi_k(t) = 2\pi m + 2\pi \frac{t - t_{k,m}}{t_{k,m+1} - t_{k,m}},$$

تابع مخصوص محاسبه‌ی ضریب تغییرات (CV) بدون چالش یا نکته‌ی خاصی پیاده شد.

$$CV_i = \frac{\sigma_{ISI_i}}{\overline{ISI_i}},$$

$$\overline{CV} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N CV_i.$$

برای رسیدن به برخی از شکل‌های مقاله نیاز بود سیگنال‌هایی که قرار بود به تابع `imagesc()` داده شود در زمان یا در اندیس قرینه شوند.

در ادامه شکل‌های حاصل از شبیه سازی و شکل‌های مقاله دیده می‌شوند.

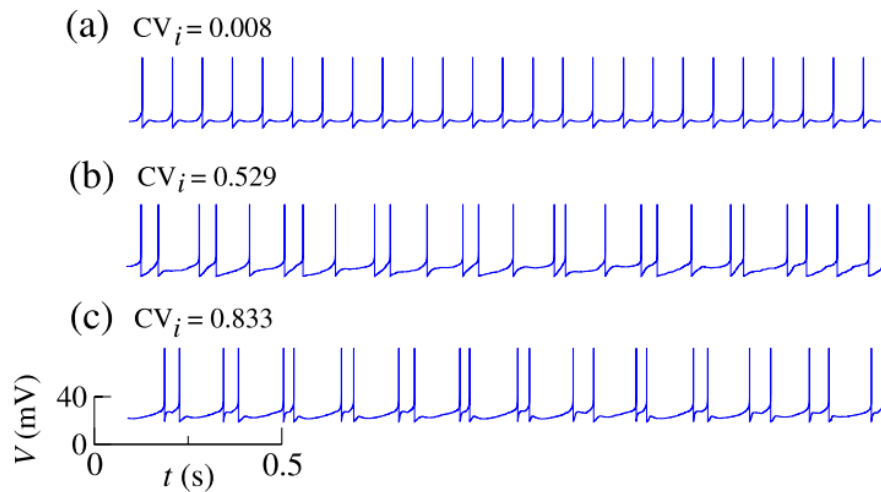


Figure 1 (From Paper): Action potential of the neuron  $i$  in our neuronal network for (a) spikes ( $CV_i = 0.008$ ), (b) spikes and bursts ( $CV_i = 0.529$ ), and (c) bursts ( $CV_i = 0.833$ ).

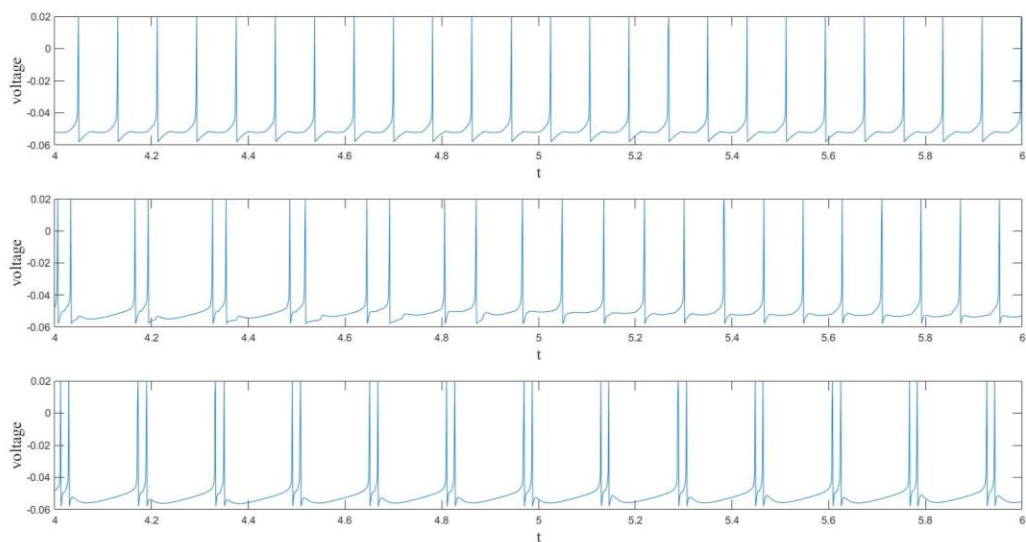


Figure 2 (From Simulation): Action potential of the neuron 1 in our neuronal network for (a) spikes ( $CV_i = 0.0051$ ), (b) spikes and bursts ( $CV_i = 0.3976$ ), and (c) bursts ( $CV_i = 0.8307$ ).

به دلیل این که در مقاله اشاره‌ای به پارامترهای استفاده شده برای رسیدن به نمودارهای شکل ۱ نشده است، با سعی و خطا و استفاده از نمودار شکل ۳ تلاش شد هر سه مد رفتاری نورون را با مقدار ضریب تغییرات تا حد ممکن نزدیک به مقادیر مقاله ترسیم شوند. رسیدن به حالت spike-burst بسیار سخت بود و همان طور که در شکل ۳ و ۴ هم قابل مشاهده است، به ازای بازه‌ی خیلی محدودی از پارامترهای  $R$  و  $g_{ex}$  این مد رفتاری قابل مشاهده است.

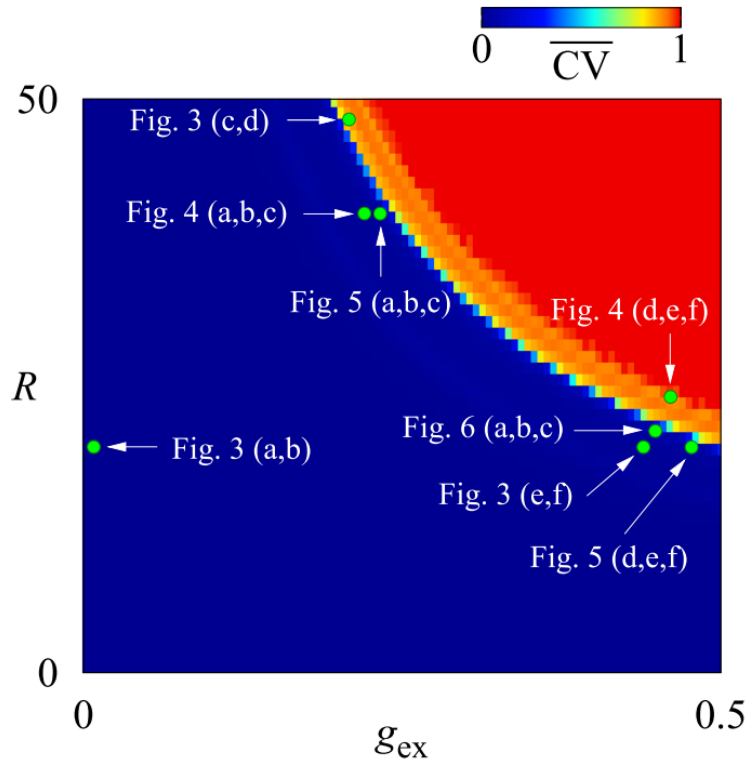


Figure 3 (From Paper): Parameter space  $R \times g_{ex}$  for  $\overline{CV}$ , where we consider  $N = 1000$  coupled AEIF neurons and 50 different initial conditions. The regions have spiking ( $\overline{CV} < 0.5$ ), bursting ( $\overline{CV} \geq 0.5$ ) neurons, and the coexistence of bursting and spiking can be seen according to the color.

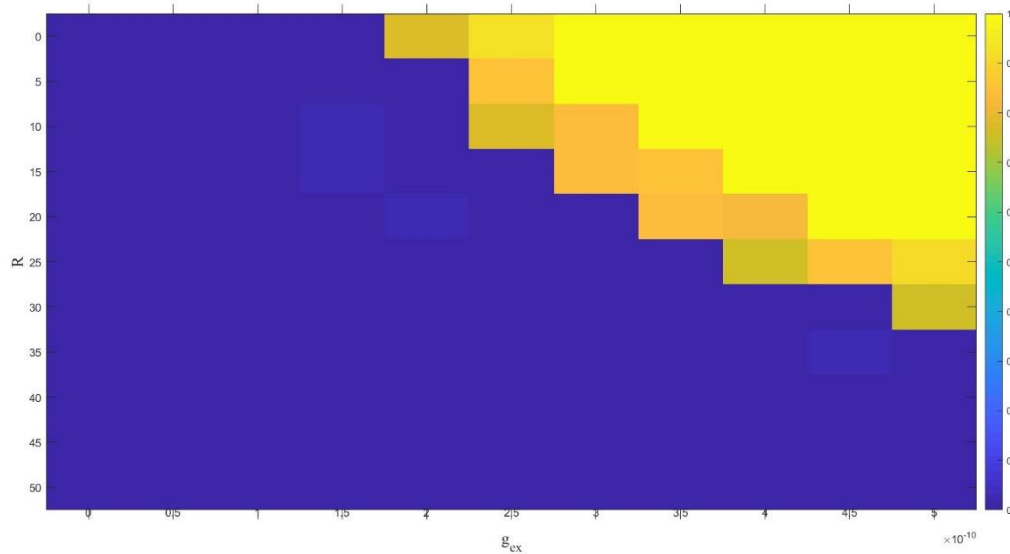


Figure 4 (From Simulation): Parameter space  $R \times g_{ex}$  for  $\overline{CV}$ , where we consider  $N = 1000$  coupled AEIF neurons. The regions have spiking ( $\overline{CV} < 0.5$ ), bursting ( $\overline{CV} \geq 0.5$ ) neurons, and the coexistence of bursting and spiking can be seen according to the color.

برای رسم شکل چهار، ۱۰ مقدار بین ۰ تا ۲ برای  $R$  و ۱۰ مقدار بین ۰ تا ۰.۵ nS انتخاب شد. رسم با رزولوشن بالاتر زمان خیلی زیادی می‌گرفت. ضمناً شکل رسم شده مانند شکل مقاله (شکل ۳) حاصل میانگین‌گیری از ۵۰ شرط اولیه‌ی متفاوت نیست.

همان‌طور که در شکل‌ها مشخص است، شکل حاصل از شبیه‌سازی تا حد قابل‌قبولی رفتاری مشابه شکل مقاله را نشان می‌دهد.

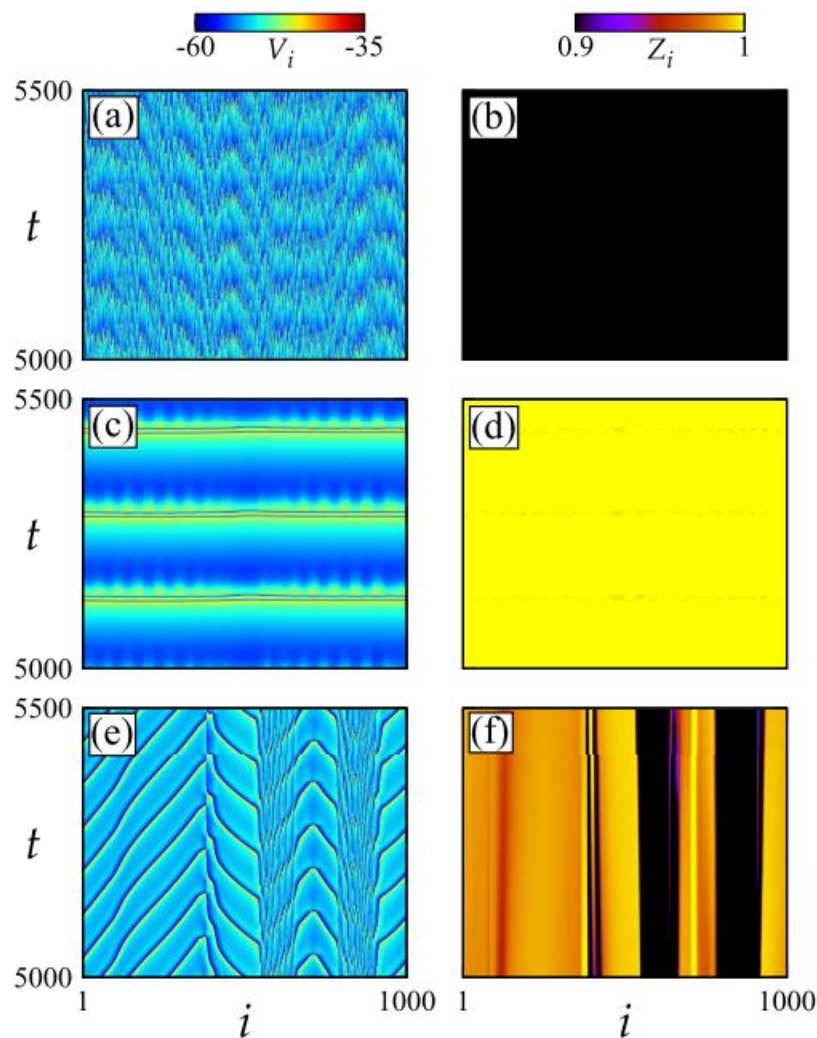


Figure 5 (From Paper): Time evolution of  $V_i$  and  $Z_i$  of each neuron  $i$  for incoherent pattern for  $R = 20$  and  $g_{ex} = 0.01$  nS [(a) and (b)], synchronized behavior for  $R = 48$  and  $g_{ex} = 0.21$  nS [(c) and (d)], and chimera state for  $R = 20$  and  $g_{ex} = 0.44$  nS [(e) and (f)].

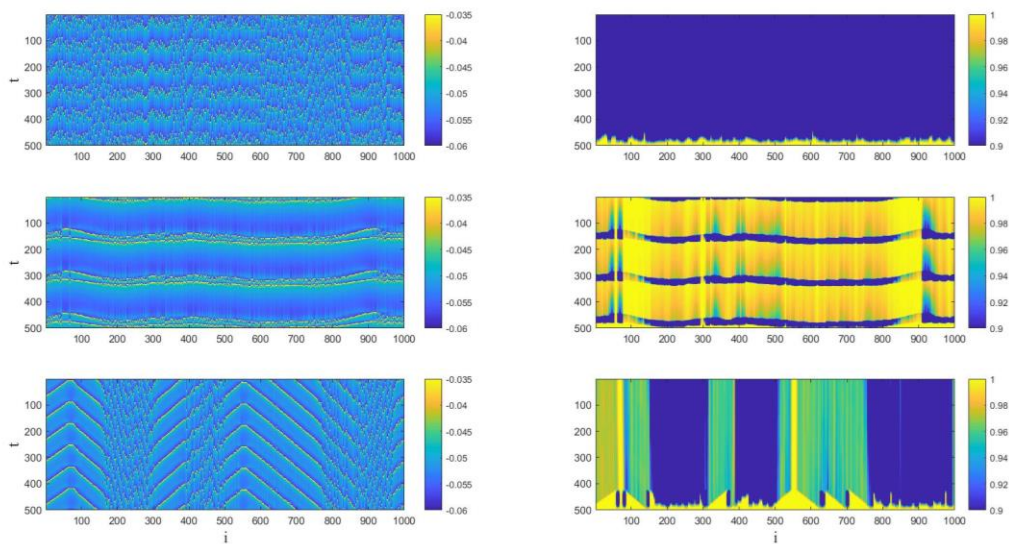


Figure 6 (From Simulation): Time evolution of  $V_i$  and  $Z_i$  of each neuron  $i$  for incoherent pattern for  $R = 20$  and  $g_{ex} = 0.01$  nS [(a) and (b)], synchronized behavior for  $R = 48$  and  $g_{ex} = 0.21$  nS [(c) and (d)], and chimera state for  $R = 20$  and  $g_{ex} = 0.44$  nS [(e) and (f)].

همان طور که از شکل‌ها (شکل ۵ و ۶) مشخص است، نمودارها عیناً یکسان نیستند اما رفتارهای مختلف متناظر در مقادیر یکسان پارامترها بین شبیه سازی و مقاله دیده می‌شوند.



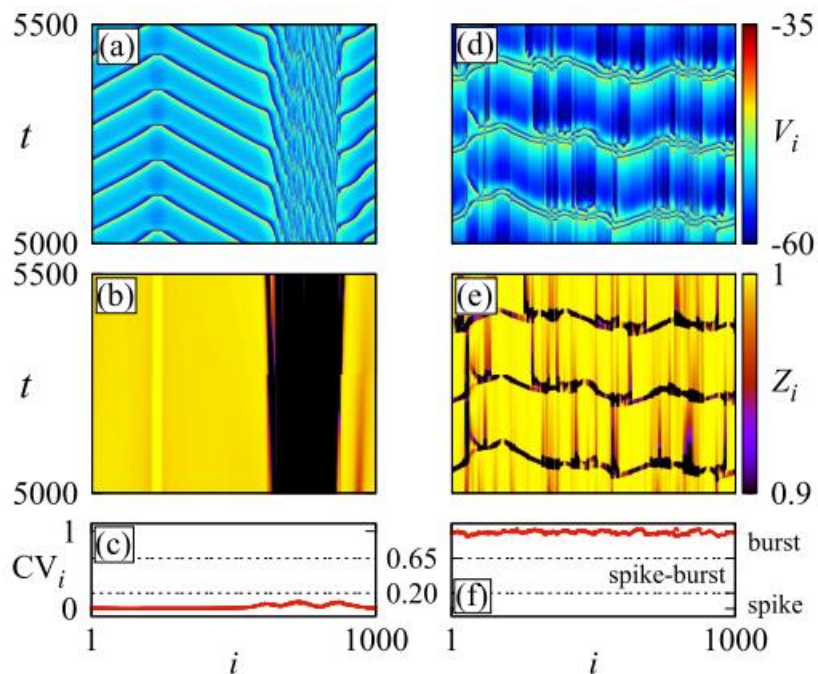


Figure 7 (From Paper):  $V_i$  and  $Z_i$  in color scale for  $t \times i$  and  $CV_i \times i$ . Chimera with spiking neurons for  $R = 40$  and  $g_{ex} = 0.22$  nS [(a)-(c)], and chimera with bursting neurons for  $R = 24$  and  $g_{ex} = 0.46372$  nS [(d)-(f)].

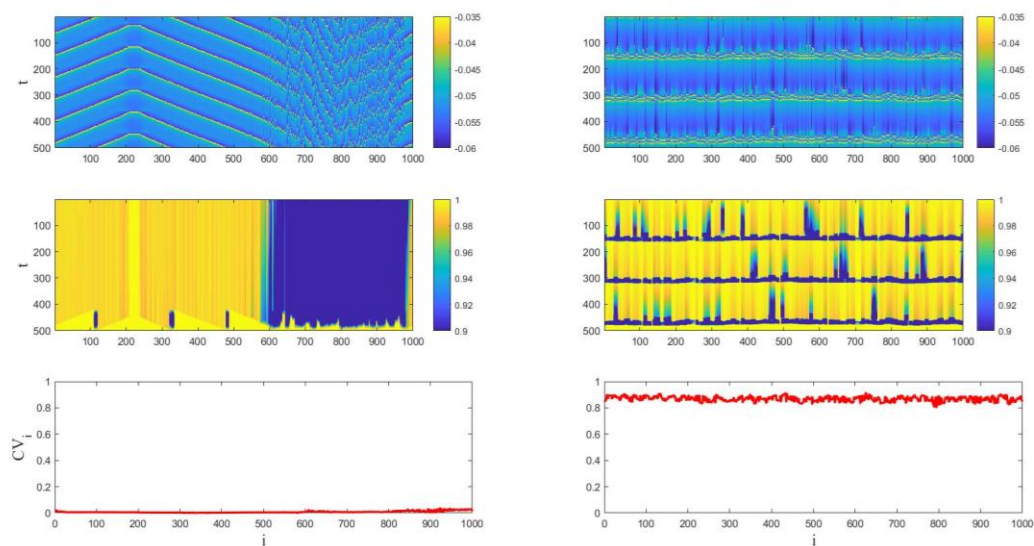


Figure 8 (From Simulation):  $V_i$  and  $Z_i$  in color scale for  $t \times i$  and  $CV_i \times i$ . Chimera with spiking neurons for  $R = 40$  and  $g_{ex} = 0.22$  nS [(a)-(c)], and chimera with bursting neurons for  $R = 24$  and  $g_{ex} = 0.46372$  nS [(d)-(f)].

همان طور که مشهود است، در این پارامترها، شکل مقاله (شکل ۷) و شکل حاصل از شبیه سازی (شکل ۸) شباهت بسیار زیادی در هر سه نمودارشان (نمودار مکانی - زمانی ولتاژ، نمودار پارامتر نظم مکانی ( $Z$ ) و نمودار

ضریب تغییرات ( $CV$ ) دارند. بیشترین تفاوت در نمودار پارامتر نظم مکانی دیده می‌شود که می‌تواند ریشه در دقیق نبودن روش عددی داشته باشد که دقیق نبودن زمان اسپایک‌ها و در نتیجه دقیق نبودن فاز گره‌ها را نتیجه می‌دهد.

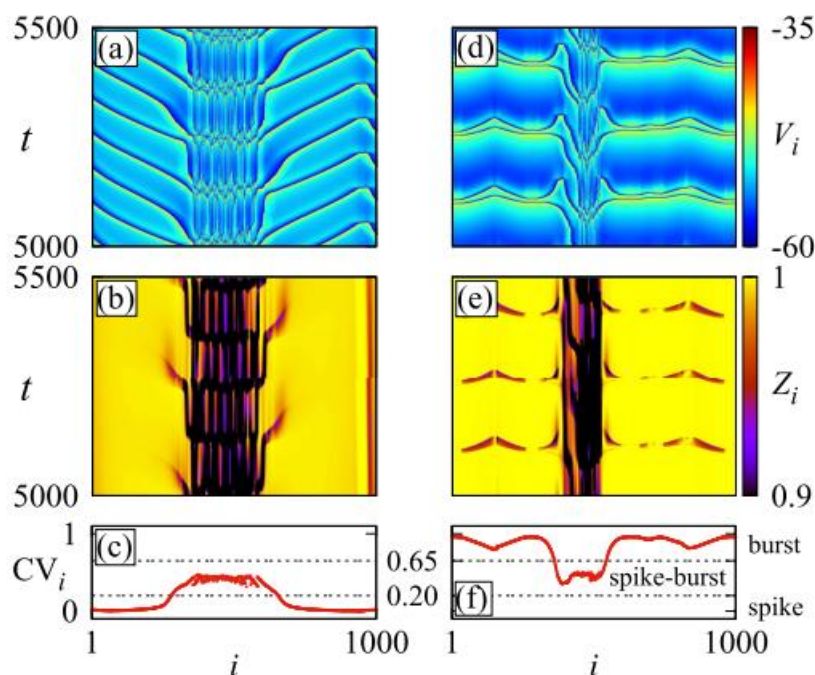


Figure 9 (From Paper):  $V_i$  and  $Z_i$  in color scale for  $t \times i$  and  $CV_i \times i$ . The SBC with synchronized for  $R = 40$  and  $g_{ex} = 0.233$  nS [(a)-(c)], and synchronized bursts for  $R = 20$  and  $g_{ex} = 0.48$  nS [(d)-(f)].

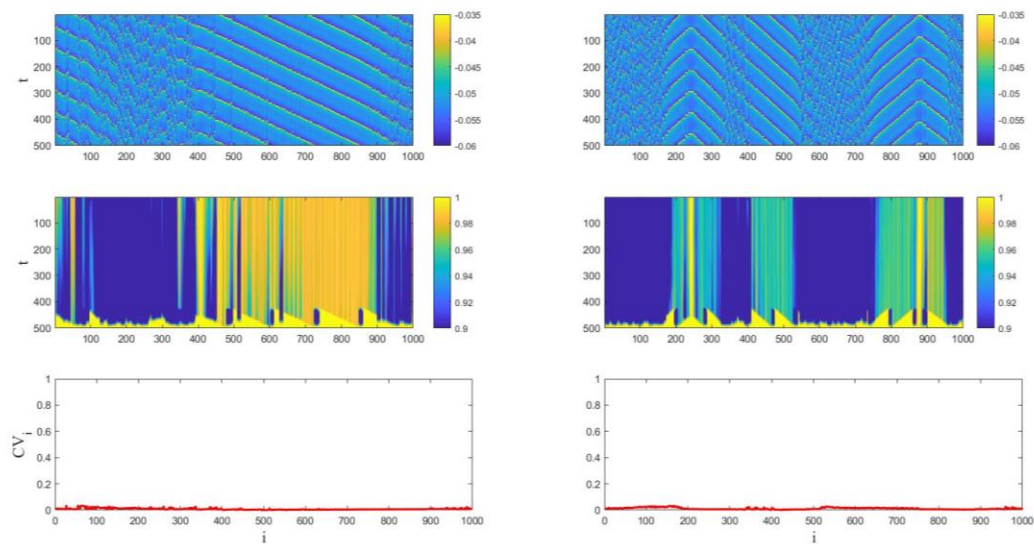


Figure 10 (From Simulation):  $V_i$  and  $Z_i$  in color scale for  $t \times i$  and  $CV_i \times i$ . The SBC with synchronized for  $R = 40$  and  $g_{ex} = 0.233$  nS [(a)-(c)], and synchronized bursts for  $R = 20$  and  $g_{ex} = 0.48$  nS [(d)-(f)].

در شکل ۱۰، سیگنال  $CV_i$  به دست آمده از شبیه سازی در مقادیر یکسان با مقاله، با سیگنال نمایش داده شده در شکل ۹ تفاوت دارد. ریشه‌ی این مشکل پیدا نشد. این احتمال وجود دارد که یکسان نبودن شروط اولیه و روش عددی پیاده سازی شده بین نگارنده‌ی گزارش و مقاله، موجب تفاوت در برخی رفتارهای شبکه به ازای پارامترهای یکسان شود.

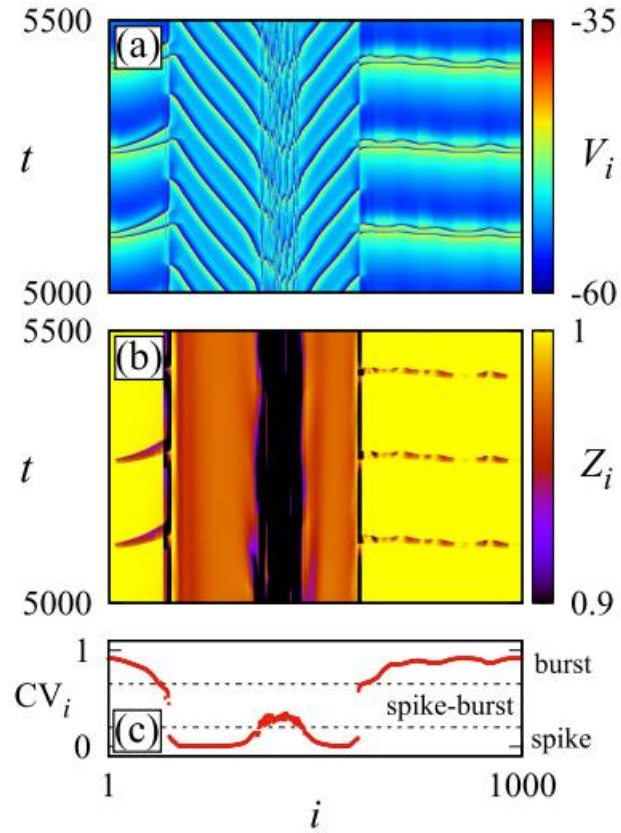


Figure 11 (From Paper): (a)  $V_i$ , (b)  $Z_i$  in color scale for  $t \times i$ , and (c)  $CV_i \times i$ . The figure exhibits multicluster chimera states, where we consider  $R = 21$  and  $g_{ex} = 0.45$  nS.

گزارش پروژه‌ی نهایی  
درس آشوب – نیم‌سال اول ۱۴۰۰-۱۴۰۱

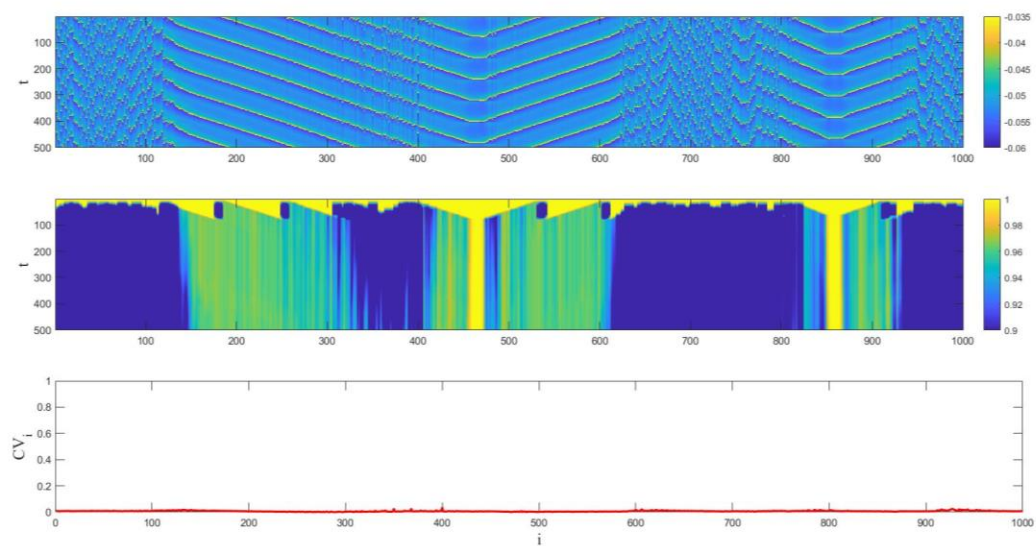


Figure 12 (From Simulation): (a)  $V_i$ , (b)  $Z_i$  in color scale for  $t \times i$ , and (c)  $CV_i \times i$ . The figure exhibits multicluster chimera states, where we consider  $R = 21$  and  $g_{ex} = 0.45$  nS.

بین شکل ۱۱ و ۱۲ نیز مانند شکل ۹ و ۱۰ تفاوت در سیگنال  $CV_i$  وجود دارد.

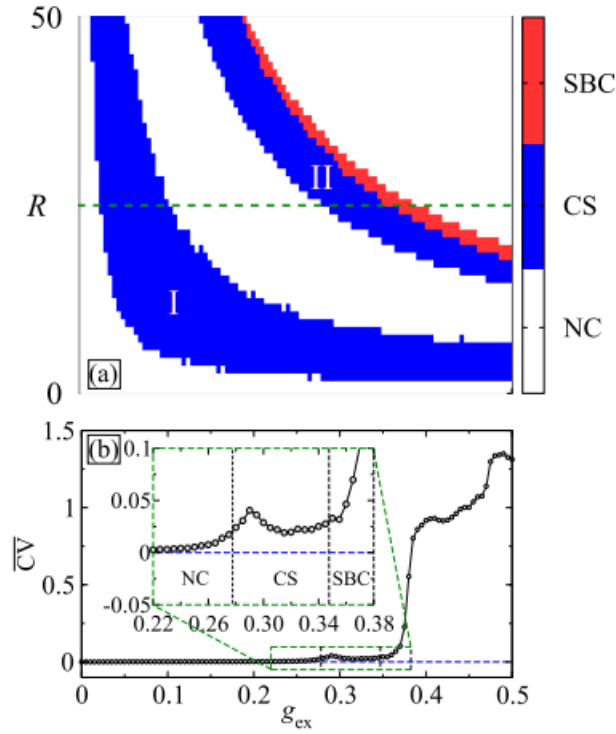


Figure 13 (From Paper): (a) Parameter space  $R \times g_{ex}$  showing regions with chimera (CS) and spike-burst chimera (SBC), as well as without chimera (NC), where we consider  $N = 1000$  coupled AEIF neurons and 50 different random initial conditions. (b)  $\overline{CV}$  as a function of  $g_{ex}$  for  $R = 25$  [green dashed line in Fig. 7(a)].

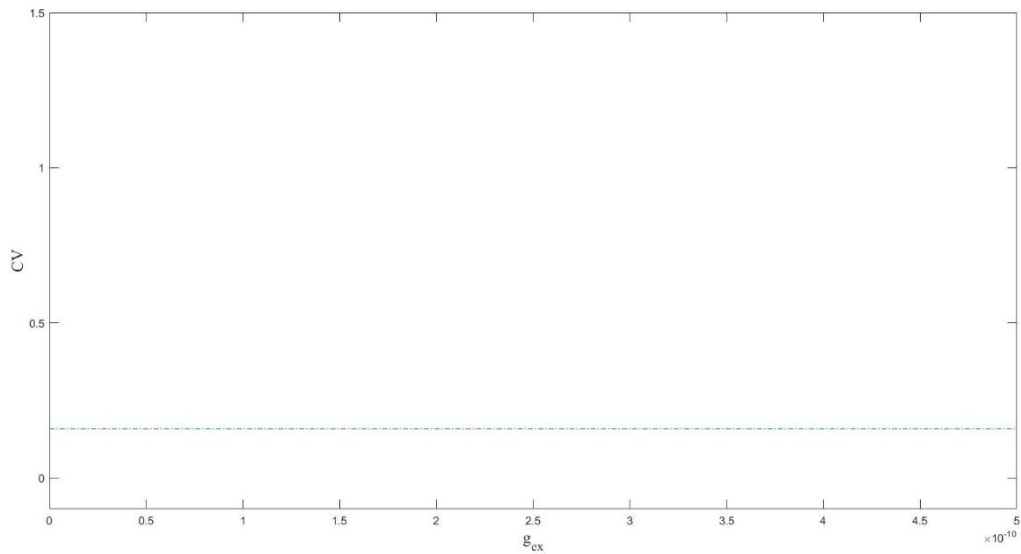


Figure 14 (From Simulation):  $\overline{CV}$  as a function of  $g_{ex}$  for  $R = 25$  [green dashed line in Fig. 7(a)].

به دلیل تفاوت در سیگنال‌های  $CV_i$  شبیه سازی با مقاله، موفق به بازتولید نمودار a شکل ۱۳ نشدم. ضمناً شکل رسم شده (شکل ۱۴) مانند شکل ۱۳ حاصل میانگین گیری از ۵۰ شرط اولیه نیست.