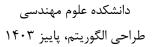


دانشگاه تهران دانشکدگان فنی





تمرینهای فصل NP-Completeness

- ۱- فرض کنید که شخصی یک الگوریتم جعبه سیاه A به شما می دهد که یک گراف غیر جهت دار G و یک عدد k را به عنوان ورودی می گیرد و به صورت زیر رفتار می کند:
 - اگر G همبند نباشد، صرفاً برمی گرداند "G همبند نیست".
 - اگر G همبند باشد و یک مجموعه مستقل به اندازه حداقل k داشته باشد، برمی گرداند "بله".
 - اگر G همبند باشد و مجموعه مستقلی به اندازه حداقل k نداشته باشد، برمی گرداند "خیر".
 - فرض کنید که الگوریتم A در زمانی چندجملهای نسبت به اندازه G و A اجرا می شود.
- نشان دهید که چگونه با استفاده از فراخوانیهای الگوریتم A، می توانید مسئله مجموعه مستقل را در زمان چندجملهای حل کنید؛ به این صورت که برای یک گراف غیر جهتدار دلخواه G و یک عدد k مشخص کنید که آیا G شامل یک مجموعه مستقل به اندازه حداقل K هست یا خیر.
 - ۲- گراف غیر جهتدار G را در نظر بگیرید. یک مجموعه مستقل قوی، زیرمجموعه ای از رئوس گراف است به طوری که برای هیچ دو راسی در این زیرمجموعه، مسیری با طول کمتر یا مساوی $\underline{\Upsilon}$ وجود نداشته باشد. نشان دهید مسئله زیر NP-Complete است:
 - یک گراف غیرجهتدار G و یک عدد صحیح k داده شده است. آیا G مجموعه مستقل قوی به اندازه k دارد؟
 - ۳- فرض کنید میدانیم مسئله (الف) در کلاس پیچیدگی NP-Complete قرار می گیرد. ثابت کنید مسئله (ب) نیز در کلاس پیچیدگی NP-Complete قرار می گیرد.
 - مسئله (الف): یک ماتریس A_{n} با دادههای \cdot و ۱ داده شده است. میخواهیم بردار X به طول n با دادههای \cdot و ۱ پیدا کنیم به طوری که داشته باشیم AX=1 .
- مسئله (ب): مجموعه A از اعداد طبیعی و عدد k داده شده است. آیا زیرمجموعهای از A وجود دارد که مجموع اعضای آن برابر با k باشد یا خیر؟