



دانشگاه تهران
دانشکده فنی

دانشکده علوم مهندسی
طراحی الگوریتم، پاییز ۱۴۰۳



تمرین‌های فصل NP-Completeness

- ۱- فرض کنید که شخصی یک الگوریتم جعبه سیاه A به شما می‌دهد که یک گراف غیر جهت‌دار G و یک عدد k را به عنوان ورودی می‌گیرد و به صورت زیر رفتار می‌کند:
اگر G همبند نباشد، صرفاً برمی‌گرداند " G همبند نیست".
اگر G همبند باشد و یک مجموعه مستقل به اندازه حداقل k داشته باشد، برمی‌گرداند "بله".
اگر G همبند باشد و مجموعه مستقلی به اندازه حداقل k نداشته باشد، برمی‌گرداند "خیر".
فرض کنید که الگوریتم A در زمانی چندجمله‌ای نسبت به اندازه G و k اجرا می‌شود.
نشان دهید که چگونه با استفاده از فراخوانی‌های الگوریتم A ، می‌توانید مسئله مجموعه مستقل را در زمان چندجمله‌ای حل کنید؛ به این صورت که برای یک گراف غیر جهت‌دار دلخواه G و یک عدد k مشخص کنید که آیا G شامل یک مجموعه مستقل به اندازه حداقل k هست یا خیر.
- ۲- گراف غیر جهت‌دار G را در نظر بگیرید. یک مجموعه مستقل قوی، زیرمجموعه‌ای از رئوس گراف است به طوری که برای هیچ دو راسی در این زیرمجموعه، مسیری با طول کمتر یا مساوی ۲ وجود نداشته باشد. نشان دهید مسئله زیر NP-Complete است:
یک گراف غیر جهت‌دار G و یک عدد صحیح k داده شده است. آیا G مجموعه مستقل قوی به اندازه k دارد؟
- ۳- فرض کنید می‌دانیم مسئله (الف) در کلاس پیچیدگی NP-Complete قرار می‌گیرد. ثابت کنید مسئله (ب) نیز در کلاس پیچیدگی NP-Complete قرار می‌گیرد.
مسئله (الف): یک ماتریس $A_{n \times n}$ با داده‌های ۰ و ۱ داده شده است. می‌خواهیم بردار X به طول n با داده‌های ۰ و ۱ پیدا کنیم به طوری که داشته باشیم $AX = 1$.
مسئله (ب): مجموعه A از اعداد طبیعی و عدد k داده شده است. آیا زیرمجموعه‌ای از A وجود دارد که مجموع اعضای آن برابر با k باشد یا خیر؟