

به نام خدا

تولید آب و آبگازی

گدورت

| سود | فروش | مواد اولیه | هزینه تولید |
|--------|---------|------------|-------------|
| سرباز | \$ ۲۷ | \$ ۱۰ | \$ ۱۴ |
| قطار | \$ ۲۱ | \$ ۹ | \$ ۱۰ |
| سرباز | ۱ ساعت | ۲ | ۴۰ |
| قطار | ۱ ساعت | ۱ | نامعلوم |
| میانجی | ۸۰ ساعت | ۱۰۰ ساعت | |

هدف مانعیم سود

تقسیم سیری

تغیر تقسیم گیری

۱. مقدار سرباز تولیدی در هفته
۲. مقدار قطار تولیدی در هفته

تابع هدف

قيود
حدوديتها

قيود علامت

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

Max

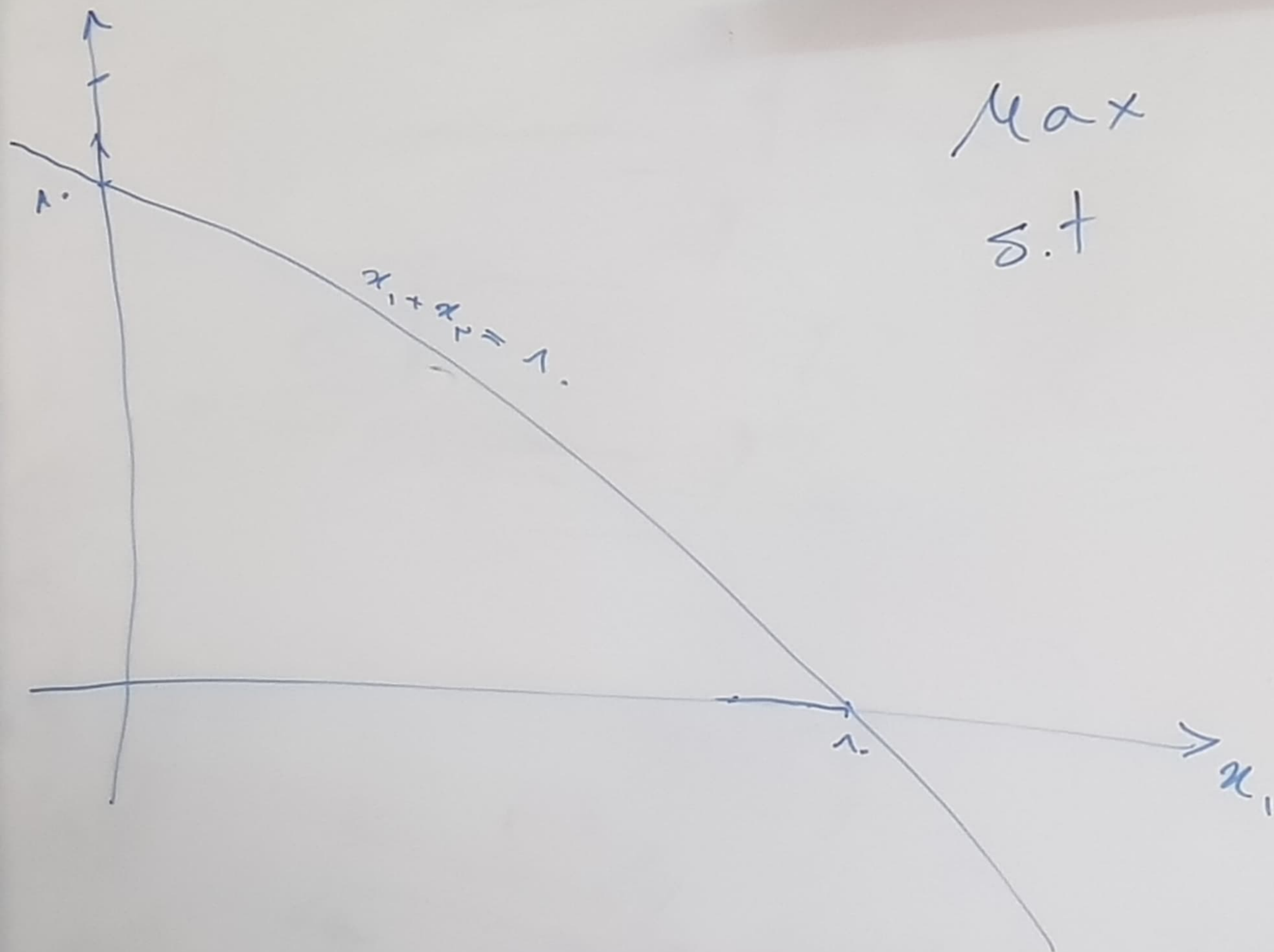
s.t

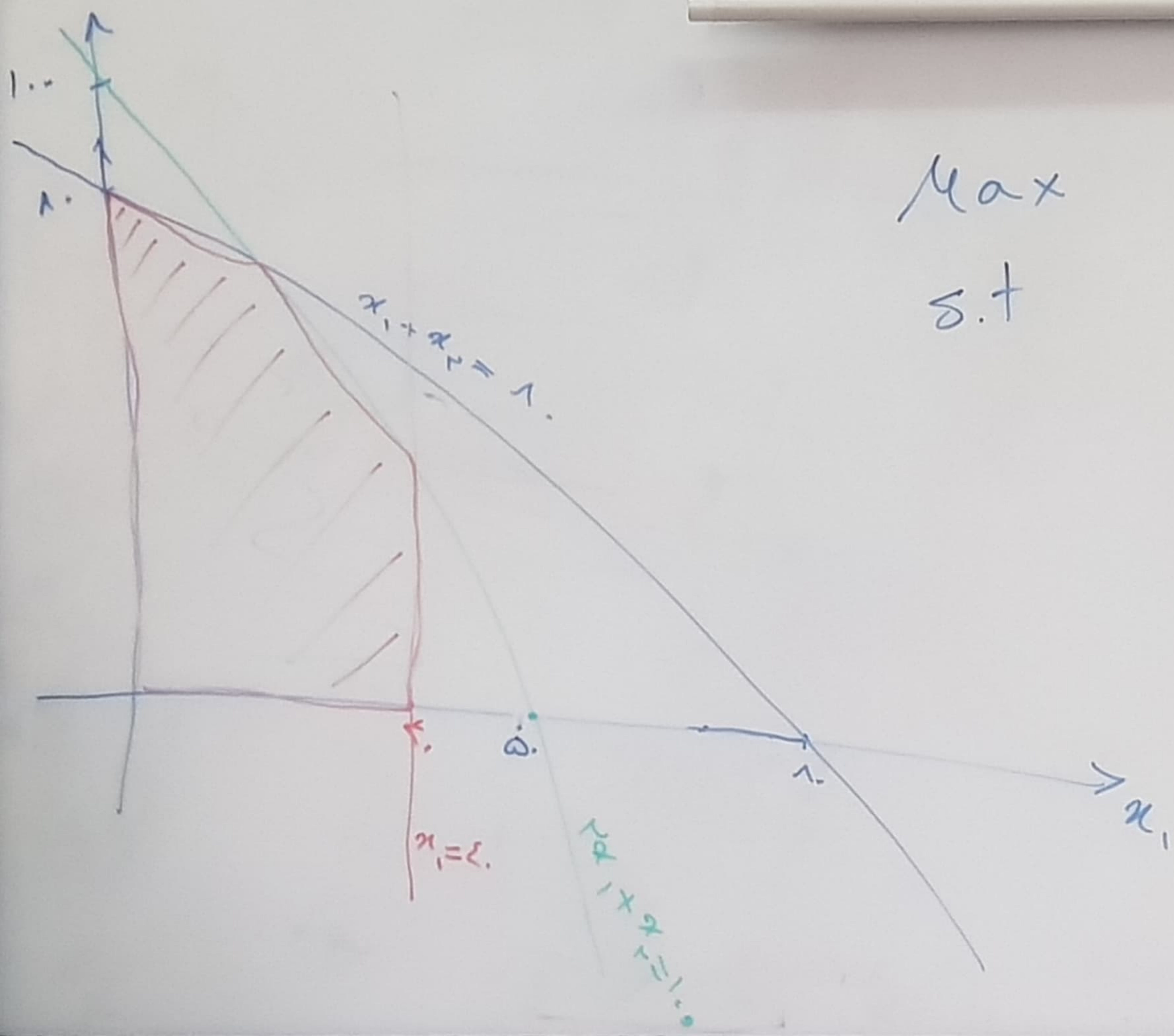
$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_1 \geq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$





Max

s.t

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

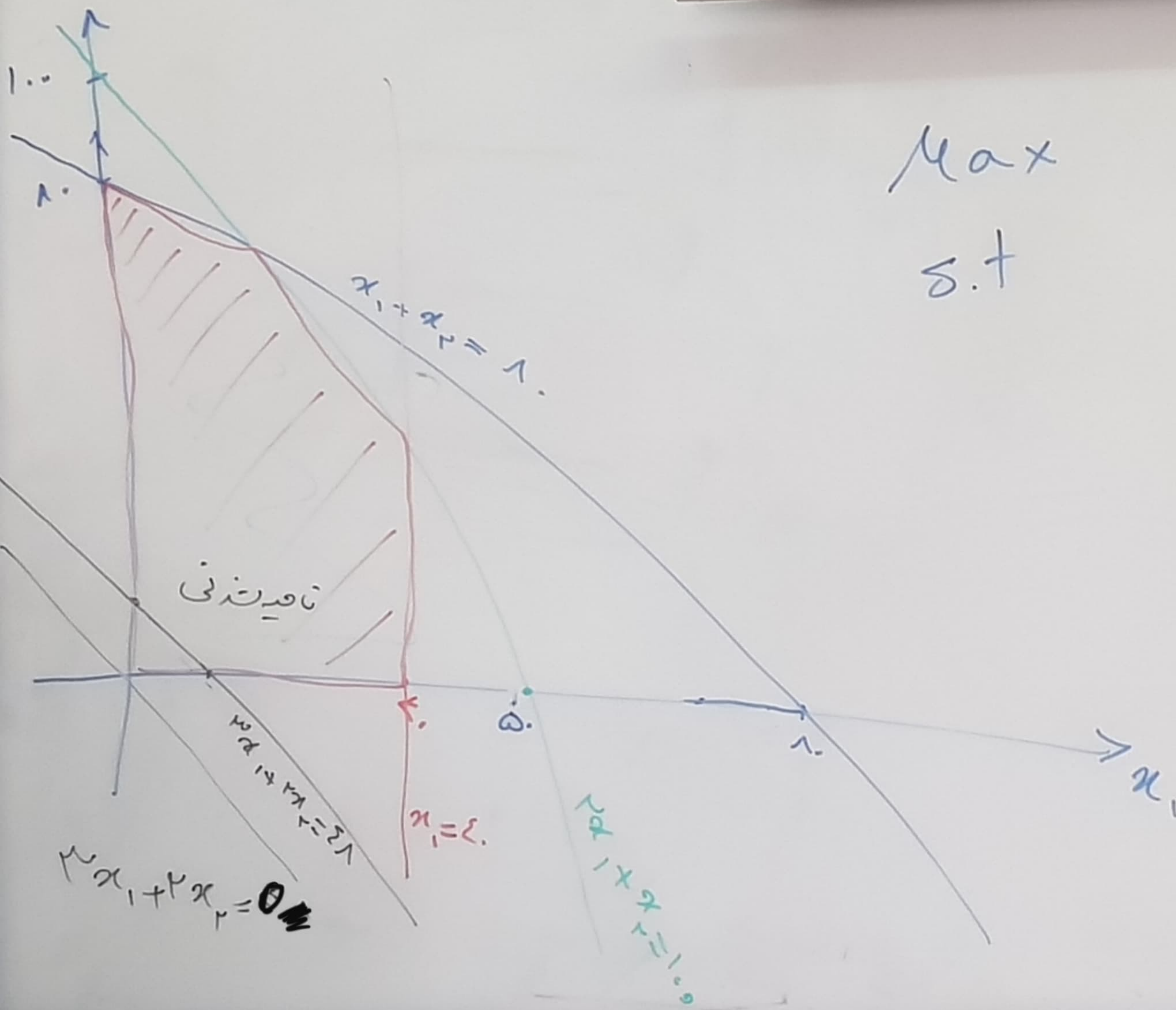
$$x_1 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

تابع هدف

قنود
محدودیتها

قنیر علامت



Max
s.t

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

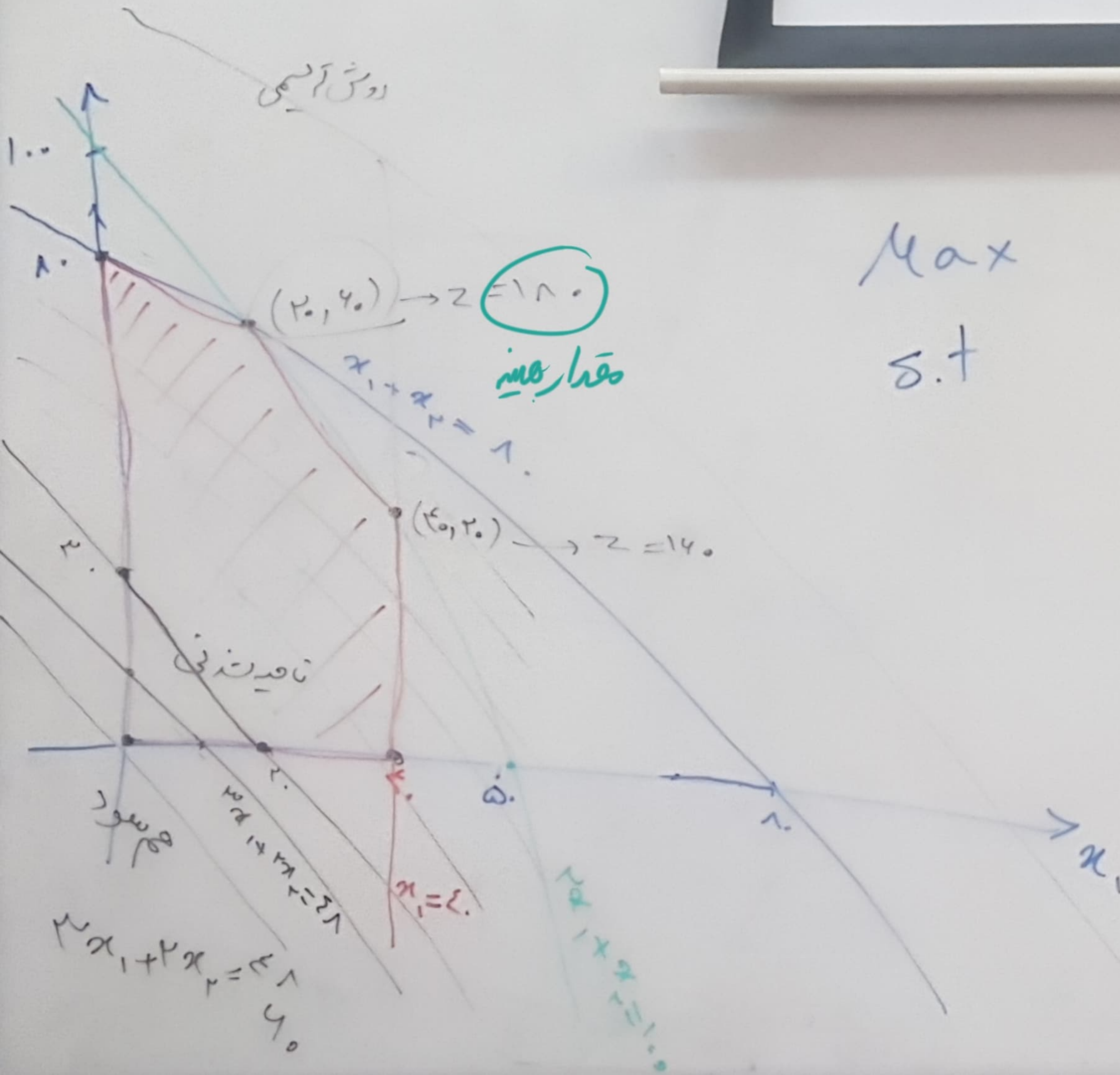
$$x_1 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

تابع هدف

محدودیتها

متغیر علامت



Max
s.t

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_1 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

تابع هدف

قید
محدودیتها

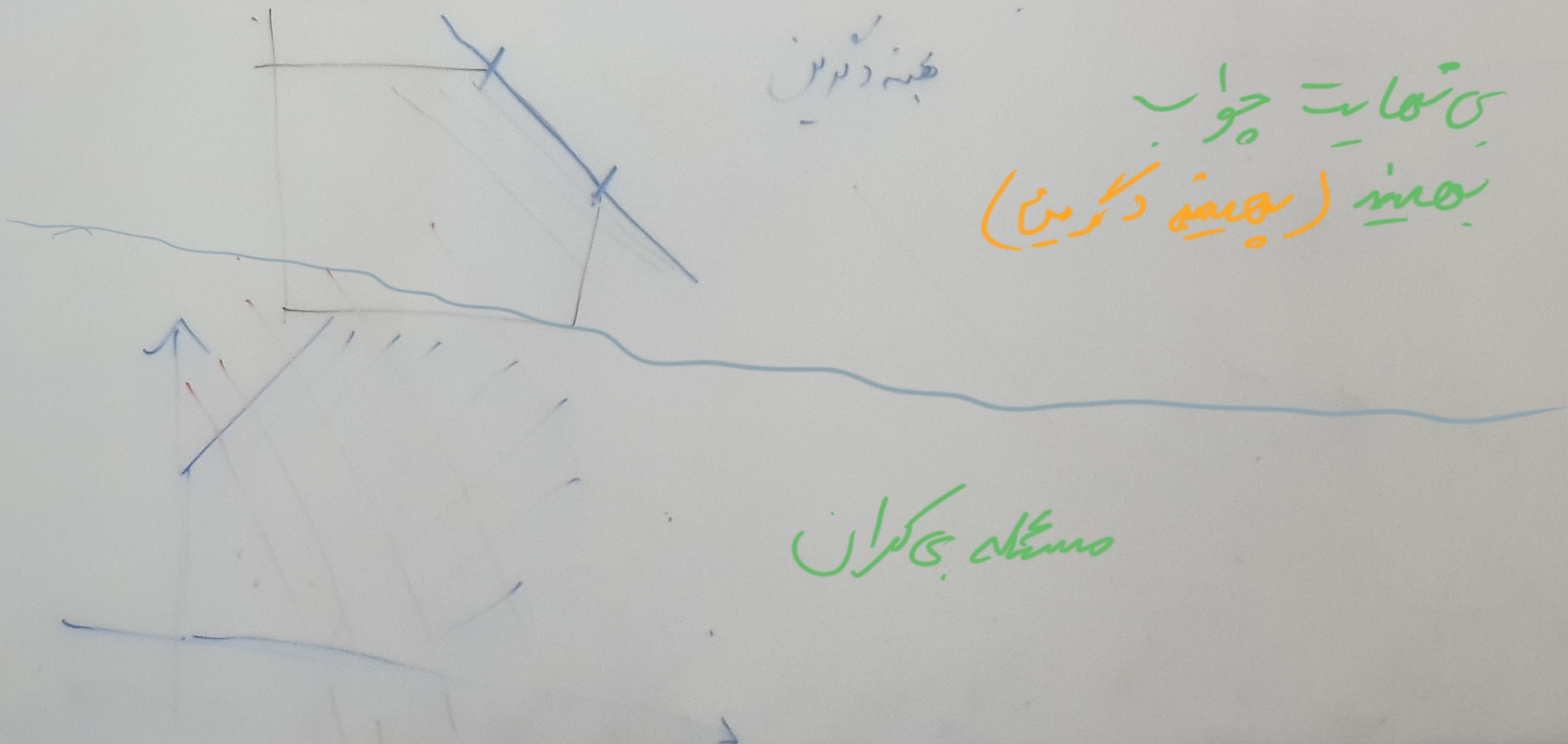
قید علامت

برنا (فدا)

کتاب دوم

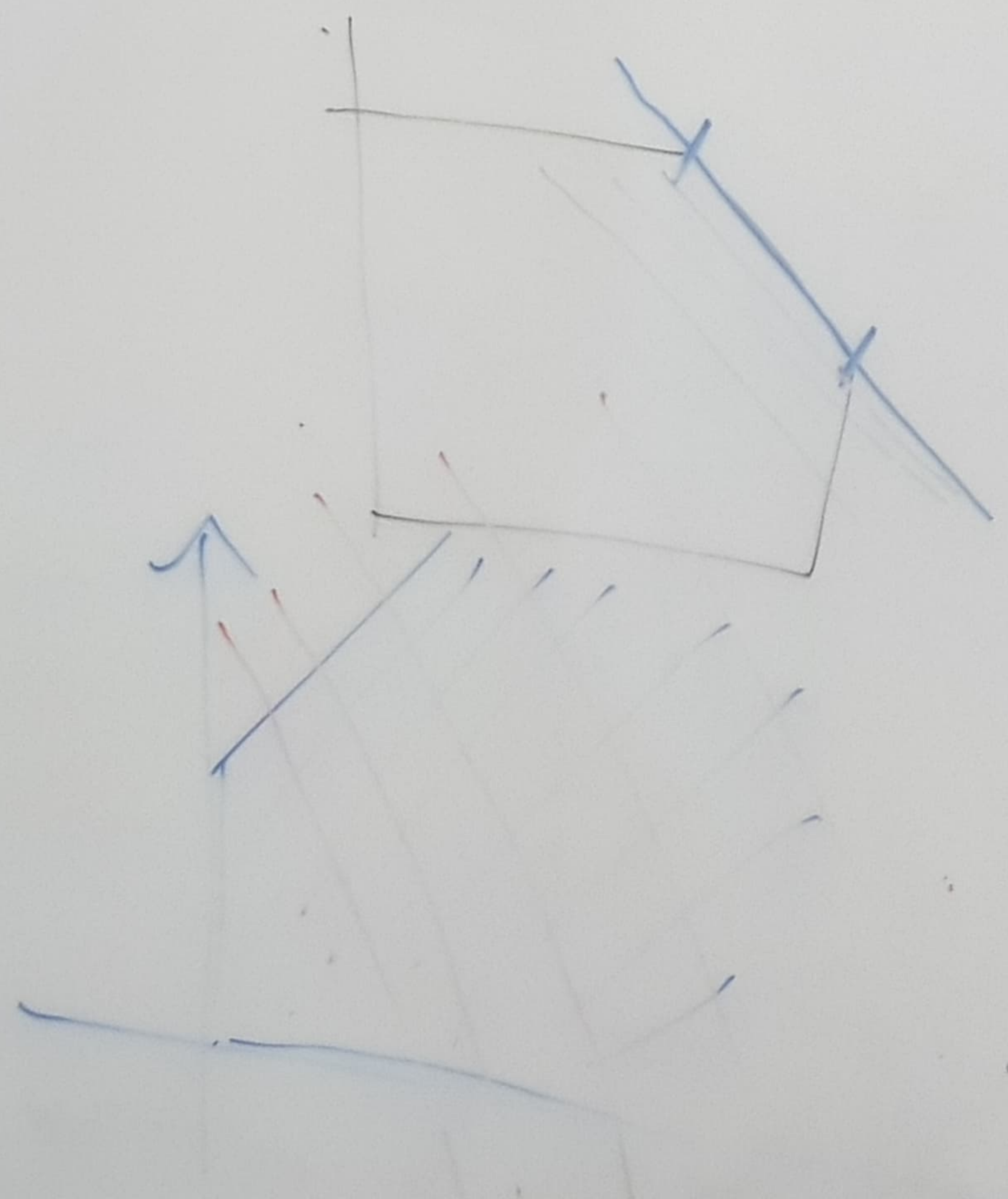
یستغاثت جواب
بسم (پیشہ دگر میں)

مسئلہ یکم



به نام خدا

کینه دیرین



$$\lambda_0 \geq x_1 + x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 1.$$

قرارداد:
عدم یابیت راست
راست قرار می دهیم

فرع مسه

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [3, 2]$$

نرمال

به نام خدا

$$\text{Max } Z = Cx$$

s.t

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

$$\text{Min } Z = Cx$$

s.t

$$Ax \geq b$$

$$x \geq 0$$

$$\text{Min} \quad \mu y$$

$$\mu y' - \mu y''$$

Max

s.t

$$x_1 + x_2 + \delta_1 = 1.0 \quad \text{کمیون}$$

$$x_1 + x_2 - \frac{e}{2} = 100 \quad \text{فاضل}$$

$$x \geq 0$$

$$x' = -x$$

$$x' \geq 0$$

$$\delta_1 \geq 0$$

$$e \geq 0$$

$$\mu y = y' - y''$$

$$y', y'' \geq 0$$

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

s.t

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_1 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

تلفه کینه
 $x_1 = 20$
 $x_2 = 60$
 مقدار کینه
 100

تابع هدف

محدودیت

محدودیتها
 قیود

تقدیر

قید علامت

برنامه خطی

نرمال

$$\text{Max } Z = c^T x$$

s.t

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

$$\text{Min } Z = c^T x$$

s.t

$$Ax \geq b$$

$$x \geq 0$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ 2x_1 + x_2 \\ x_1 + 0x_2 \end{bmatrix}$$

$$C = [3, 2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$3x_1 + 2x_2$$

$$\text{Max/Min} \quad C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n$$

s.t

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

\vdots

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_n]$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\text{Max/Min} \quad C^T x$$

s.t

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

$$\text{Max/Min} \quad C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n$$

s.t

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_n]$$

ضرایب تکنولوژی

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$\text{Max/Min} \quad C^T x$$

s.t

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\text{Max/Min} \quad C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n$$

s.t

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \dots + a_{rn}x_n = b_r$$

\vdots

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

is in

in

A
 $m \times n$

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_n]$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{r1} & a_{r2} & & a_{rn} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_r \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\text{Max/Min} \quad C^T x$$

s.t

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

به نام خدا

یک جواب پایه ای برای دستگاه $AX=b$ از مقدار $n-m$ متغیر

رایج با صفر و حل آن برای m متغیر باقی مانده به دست می آید.

$n-m$ متغیر را نیز برای n می نویسیم و برای متغیر پایه ای جواب $AX=b$ را به دست می آوریم.

BV

NBV

قضیه ۱: نامیه شدنی هر LP ، یک مجید محدود است.
قضیه ۲: در هر LP متناظر با هر جواب شدنی پایه ای یک شغل ای که به ای محصور در در ناحیه شدنی وجود دارد و عکس

جواب کی شراخی پایہ ای مجاور : اگر در مجموعہ معینہ کن در جواب پایہ ای ، $m-1$ فقیرہ فکرت و بردارنہ باشند .

$$x_1, x_2, \dots, x_m$$

$$A_{m \times n} X_{n \times 1} = b_{m \times 1}$$

m معادله n

n تا مجهول m

$$\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}$$

تقدیرات قابل
گوشه ای

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

NB $x_1 = 0$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$x_1 = 0$

جواب کی شش پائے ای مجاور : اگر در مجموع متغیر در جواب پائے ای ، $m-1$ متغیر فک و در دانه باشد .

x_1, x_2

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + s_1 &= 10 \\ 2x_1 + x_2 + s_2 &= 10 \\ x_1 + s_3 &= 4 \end{aligned} \quad A X = b$$

$m \times n \quad n \times 1 \quad m \times 1$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}$$

$$n = 5$$

$$m = 3$$

$$n - m = 2$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 10$$

$$\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}$$

تعداد متغیر
گزینه ای

$$NB \quad x_1 = x_2 = 0$$

$$BV \quad \begin{cases} s_1 = 10 \\ s_2 = 10 \end{cases}$$

$$s_3 = 4 \quad BV = \{x_1, x_2, s_1, s_2, s_3\}$$

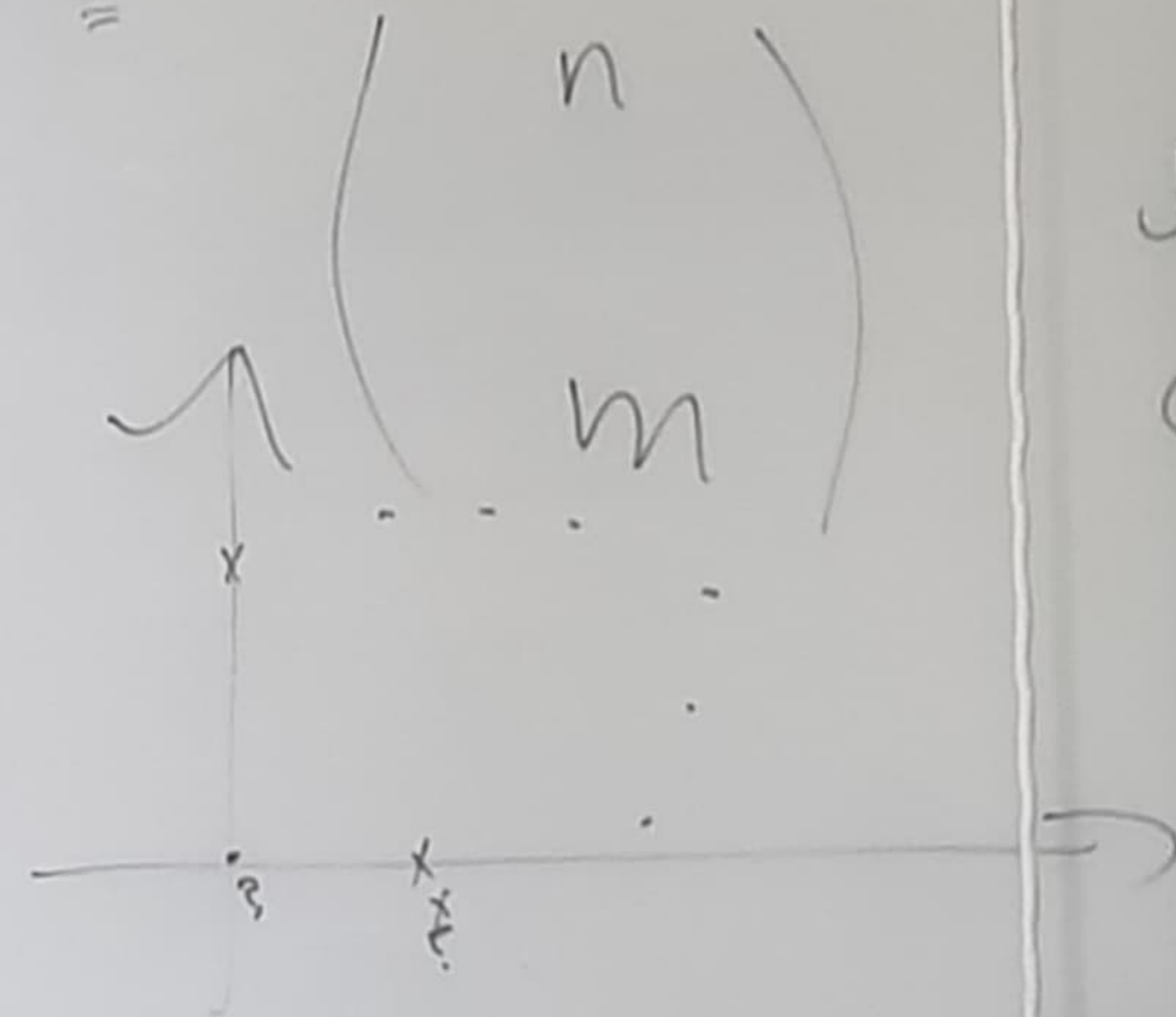
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \\ 20 \\ 4 \end{bmatrix}$$

جواب کی شناختی پایہ ای مجاور: اگر در مجموعہ منفی کن در جواب پایہ ای، $m-1$ فوری فکرت و در دانه پائین.

$$Z = 3x_1 + 2x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

تقدیر انتقال
گوشه ای



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} n=6 \\ m=3 \\ n-m=3 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 10$$

$$AX = b$$

$m \times n \quad n \times 1 \quad m \times 1$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + s_1 &= 10 \\ x_1 + x_2 + s_2 &= 10 \\ x_1 + s_3 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \\ 4 \end{bmatrix}$$

NB $x_1 = x_2 = 0$

BV $\begin{cases} s_1 = 10 \\ s_2 = 10 \\ s_3 = 4 \end{cases}$

NB $\{x_1, x_2\}$

BV $\{s_1, s_2, s_3\}$

NB $\{s_1, s_2\}$

BV $\{x_1, s_1, s_2\}$

NB $\{x_1, s_1, s_2\}$

BV $\{s_1, s_2, x_2\}$

<TRANSCRIPT>

<P1>

تقریباً اسباب یا زنی

محدودیت ها (زمان و حداکثر تقاضا)

سوال: چگونه سود رو max کنیم؟ هدف

مشترک تصمیم گیری

x_1 : سرباز x_2 : قطار

$$\text{Max } 3x_1 + 2x_2 = Z \quad \text{تابع هدف}$$

s.t.:

$$1x_1 + 1x_2 \leq 80$$

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_1 \leq 40$$

$$\text{محدودیت: } x_1, x_2 \geq 0$$

رسم محدودیت ها

رسم خطوط هدف

نقاط گوشه ای

مسئله نهایی (=) اشتراک قیود $\neq \emptyset$ باشد.

بی نهایت جواب بهینه (بهینه دیگری)

مسئله یکتا

الگوریتم Simplex \Leftarrow چند جمله ای نیست

الگوریتم هایی وجود دارند که این مسئله را در $O(p(n))$ حل می کنند (LP)

\Rightarrow Linear Programming EP

* فرم استاندارد

* حالت نرمال برای Max و Min

* تبدیل به حالت نرمال (برای الگوریتم Simplex)

* m معادله n مجهول | * نقاط پایانی

قیمت های پایه

See also.

<P2>

* جواب پایه ای

NBT

$$B \Leftarrow \text{ماتریس}$$

* جواب نهایی \Leftarrow $\frac{1}{2}$ به ای 50 باشد