

لوگین

Linear programming

LP

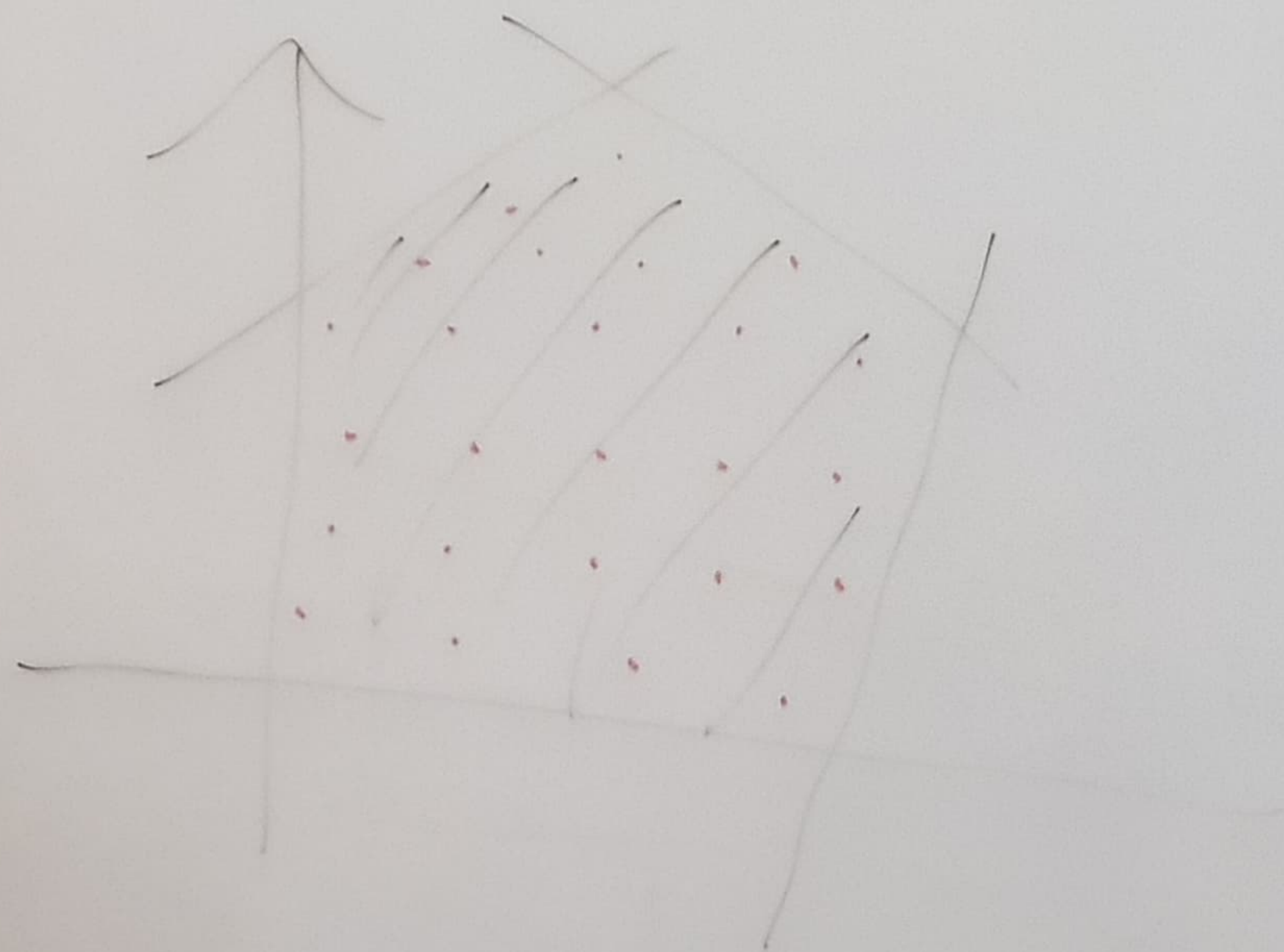
در زمان محدودی قابل حل است.

میشود

Sub-problem
Binary programming. $x_i \geq 0$

Integer programming

IP Integer programming



LP

$$\min \quad Cx$$

s.t

$$Ax \preceq b$$

$$x \in \mathbb{Z}$$

LP

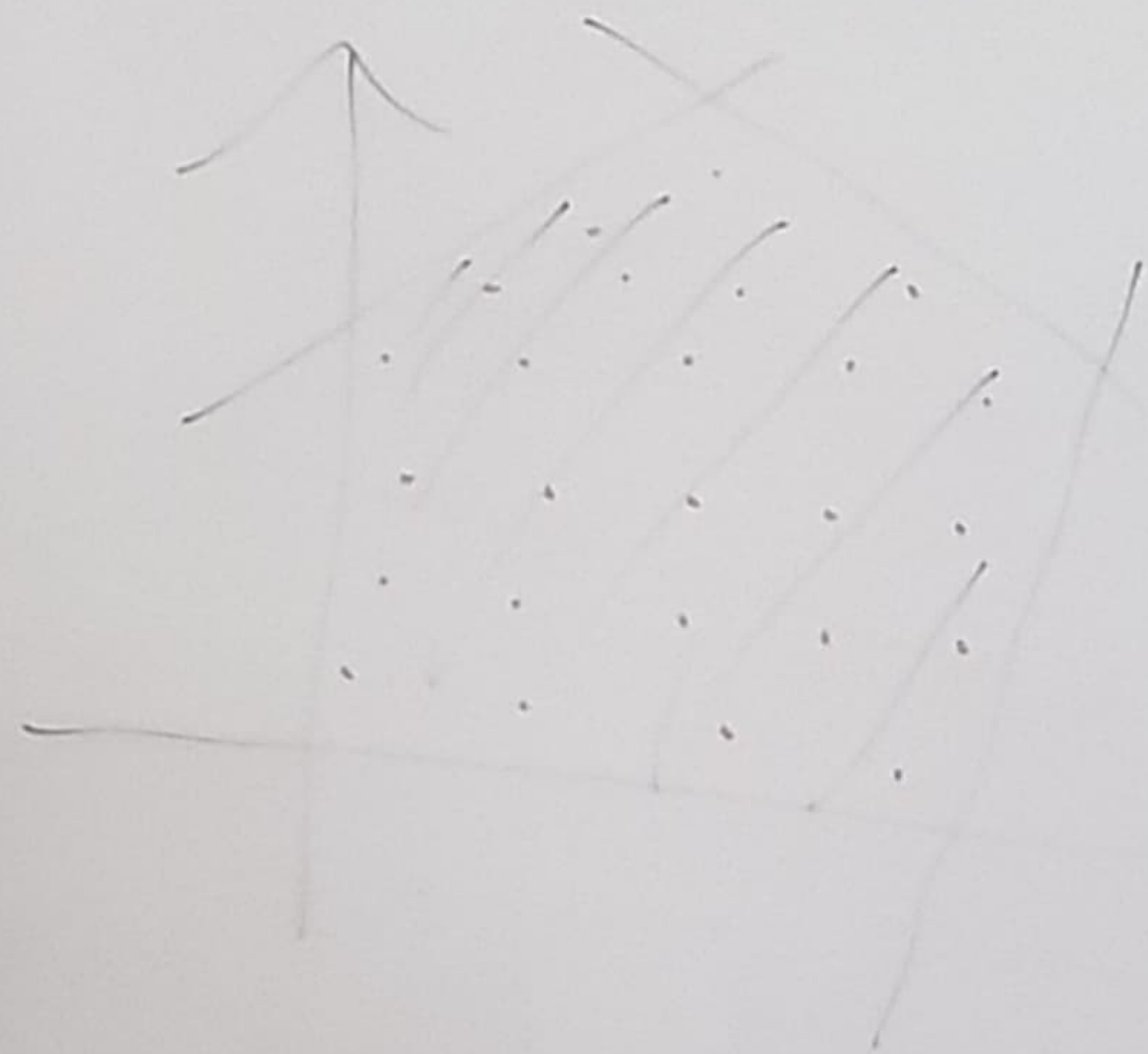
$$\min \quad Cx$$

st

$$Ax \preceq b$$

$$x \preceq_1$$

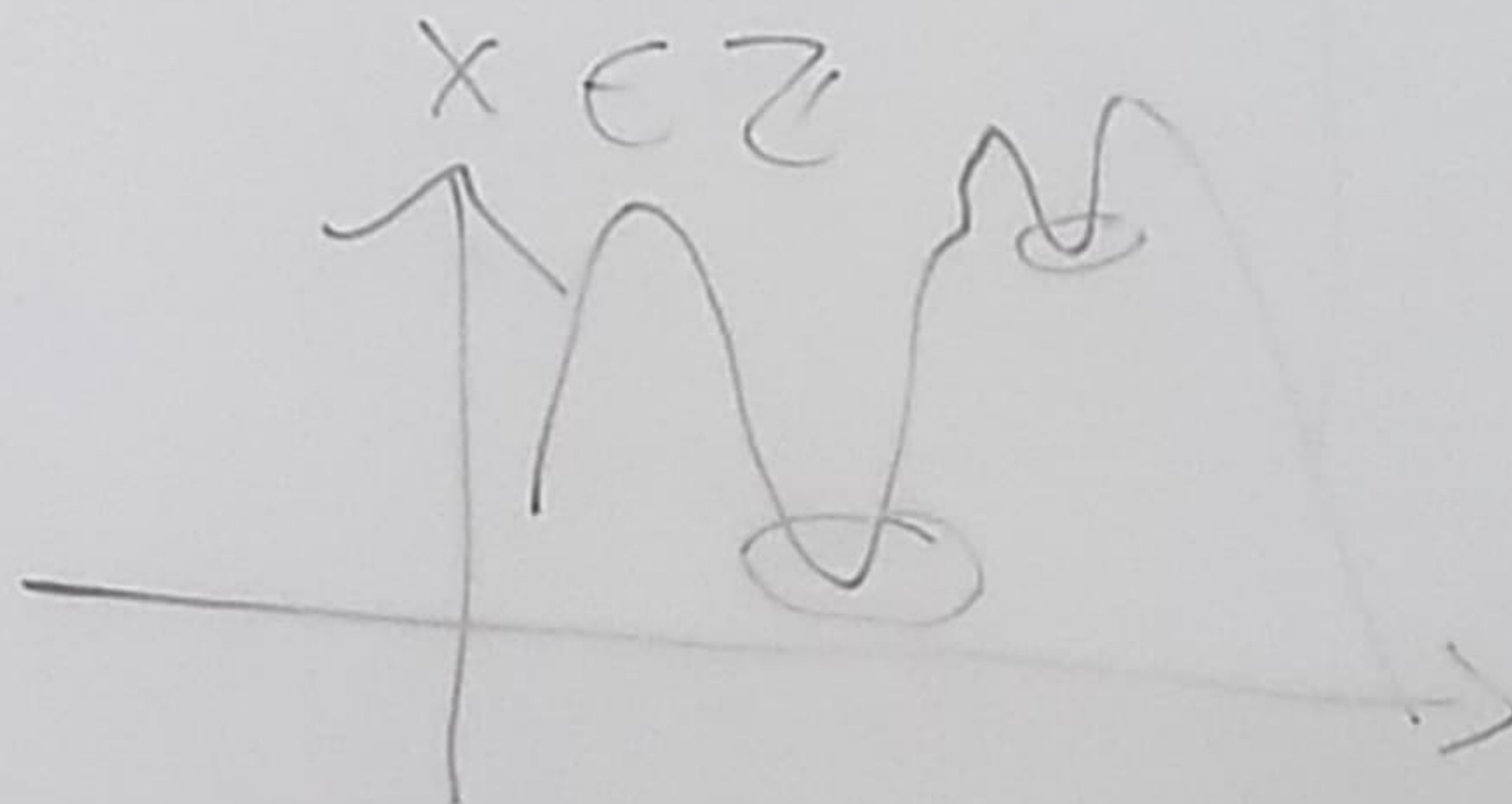
\min
 tight
 P
 App-Alg
 A
 $2 \rightarrow A \rightarrow 2$
 مثال



LP
 \min
 $c^T x$
 $s.t.$

$$Ax \geq b$$

$$x \in \mathbb{Z}$$



LP

\min
 $c^T x$

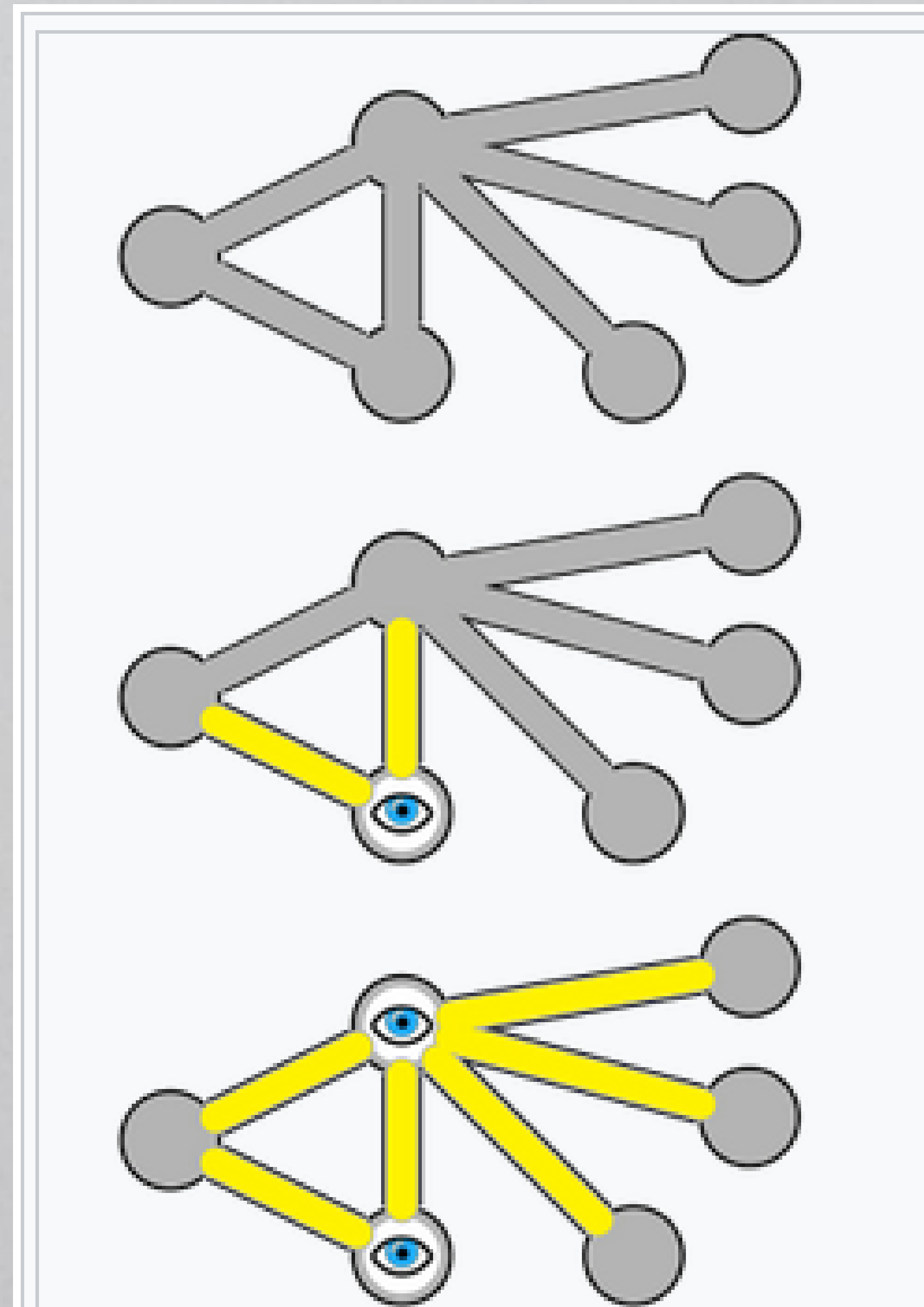
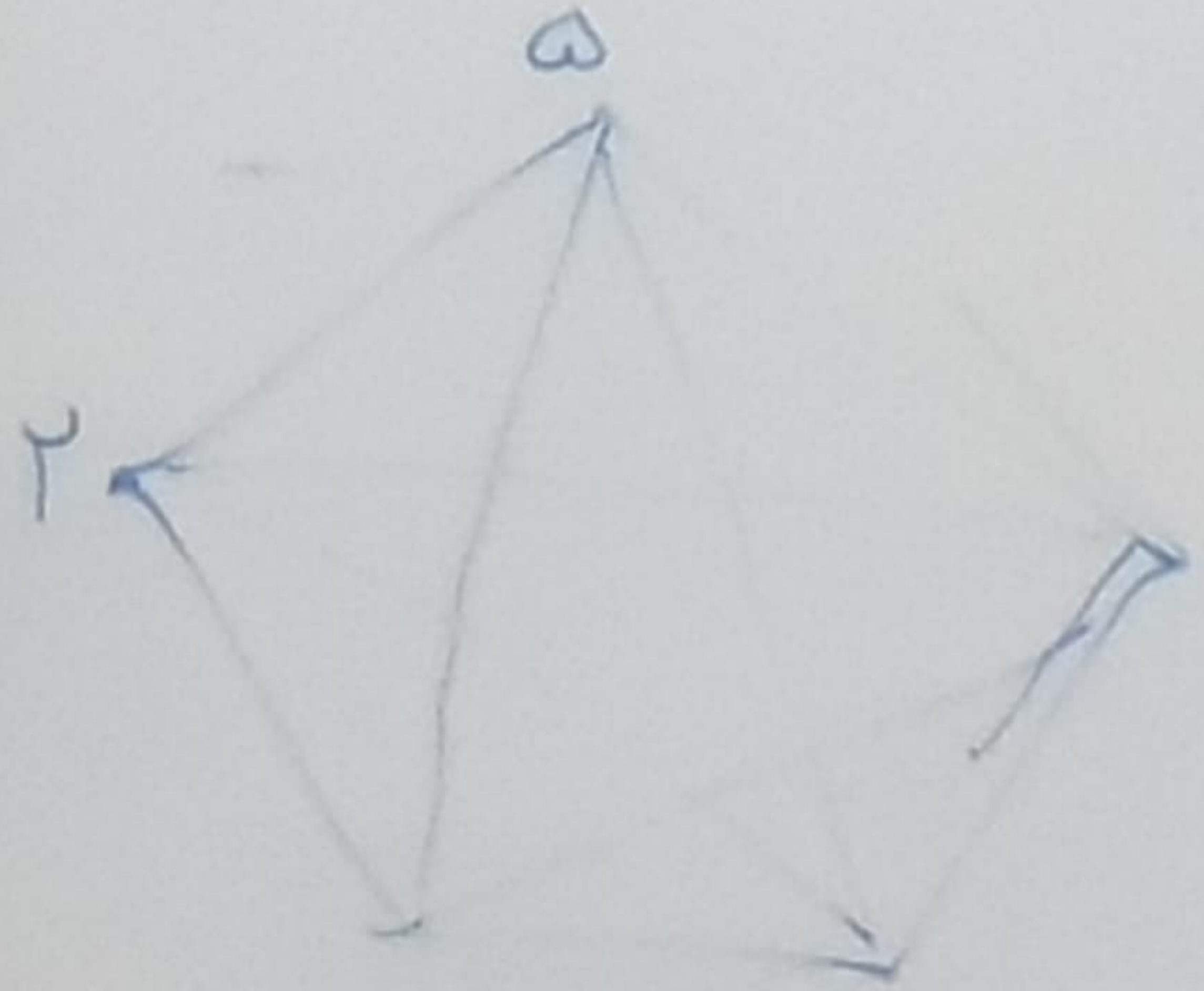
$s.t.$

$$Ax \geq b$$

$$x \geq 0$$

مانند $V \subseteq E$ است به طوری که

$$u-v \in E \Rightarrow u \in C \vee v \in C$$



مثالی از گرافی دارای یک پوشش
رأسی شامل 2 رأس (شکل پایین)، که
هیچ پوشش کوچکتری (با تعداد کمتری
رأس) در آن وجود ندارد.

به نام خدا

vertex cover

پوشش رأسی

$$|V|=n \quad |E|=m \quad \text{np-hard}$$

با داشتن گراف (وزن دار) $G=(V, E, w)$
هدف یافتن زیر مجموعه از رئوس با کمترین تعداد (وزن)

الگوریتم ۱

۱. $C = \emptyset$

۲. تا زمانی که $E \neq \emptyset$

یک u را از E انتخاب کن

$C = C \cup \{u\}$

تمام v های که E مستقیم مجاور
۳ یا ۴ یا ۶ باشد را از E حذف کن

۳. مجموعه C را به عنوان خروجی برگردان

الگوریتم ۱، یک پوشش دایمی به عنوان خروجی می‌دهد.

۱. در زمان چند عملی $O(m)$ است.

OPT : جواب بهینه (غیر دایمی)

$\pi^{min} < OPT$

$Alg < 2\pi$

$Alg \leq 2OPT$

این یک الگوریتم ضمیمه تقریب

الکوریتم !

۱. $C = \emptyset$

۲. تا وقتی که $E \neq \emptyset$

یک u دلخواه را از E بگیر

$C = C \cup \{u\}$

تمام ی‌های E را مسترد و محاسبه
 ی‌های E را از E حذف کن

۳. مجموعه C را به عنوان خروجی برگردان

۱۵۴ - ۵۴۶ $\rightarrow C^*$ جواب فینه مسئله باشد

الکوریتم ۱، یک پوشش رأسی به عنوان C باشد.

۲. در زمان چندجمله‌ای $O(m)$ است.

تحلیل فنی

فرض کنیم M مجموعه ی‌هایی باشد که توسط الکوریتم اثری می‌شود.

M را یک توافق (Matching) است.

از طرف $|M| \leq m$

هیچ دو ی‌ای در M دارای نقطه اشتراک نیستند پس هر پوشش رأسی
 باید حداقل یک نقطه اشتراک از هر ی‌ای در M باشد. از جمله پوشش رأسی C که

به نام خدا.

از طرف دیگر $|C| = 2|M|$

$$|C| = 2|M| \leq 2 \cdot \text{opt}$$

مثال

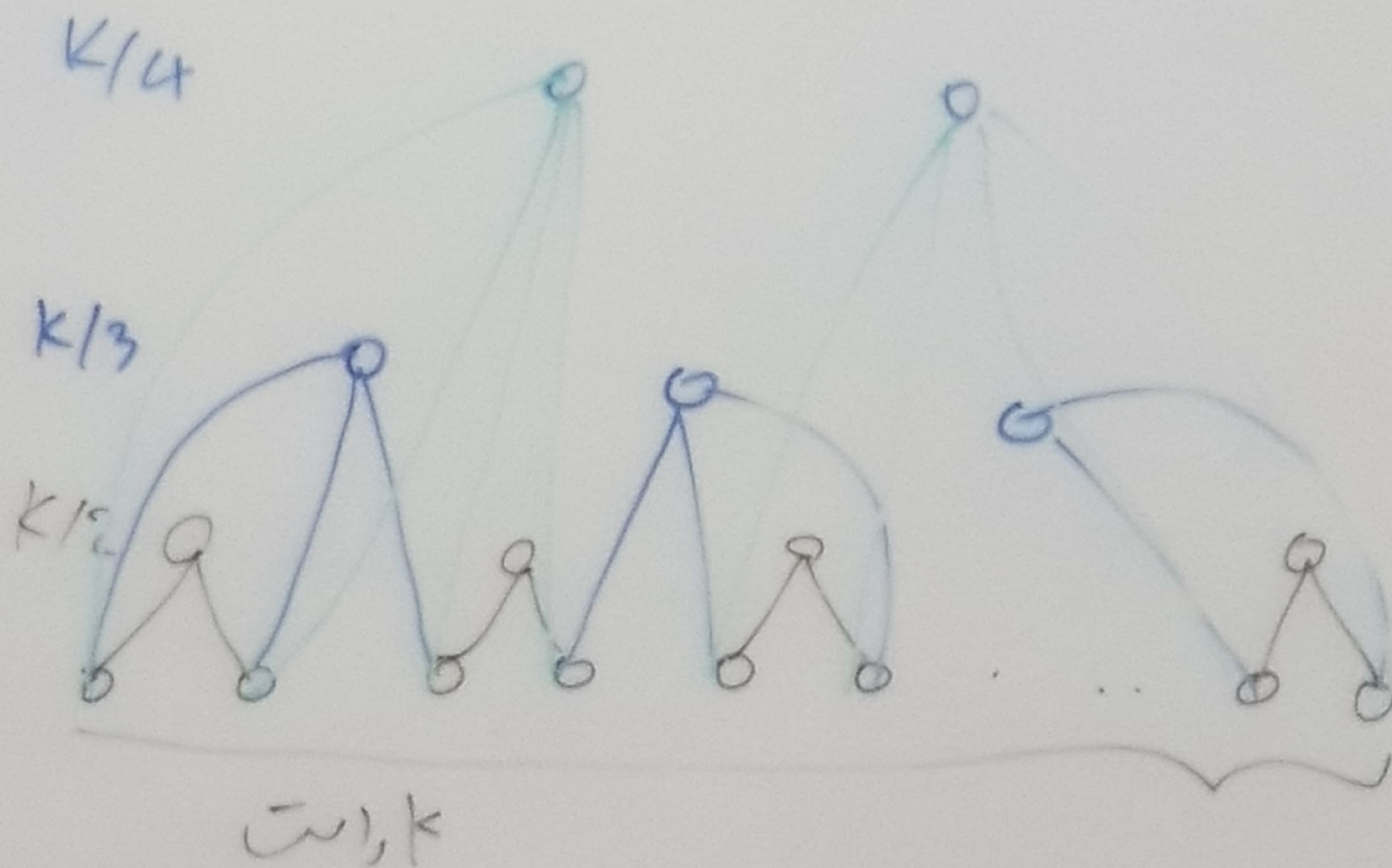


$$\text{opt} = 3$$

$$\text{Alg} = 6$$

$$\rightarrow d = 2$$

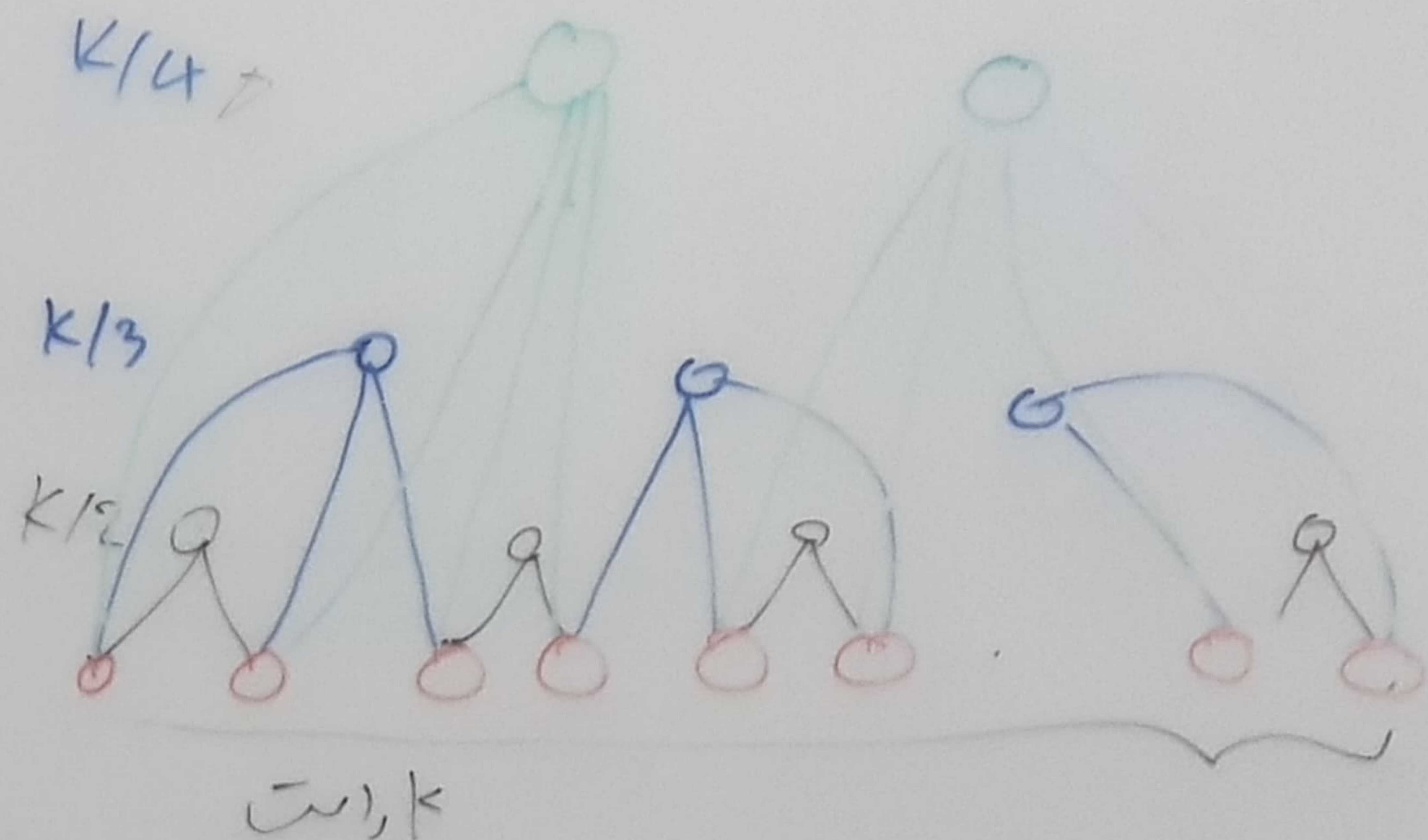
مسئله ۲. (حذف رأس با بیشترین درجه)



$$OPT = K$$

حرفیاً
آلگوریتم ۲: (حذف رأس با بیشترین درجه)

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \dots + \frac{k}{\Delta} \quad \Delta = \log \Delta$$



$$opt = k$$

$$Alg = \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \dots + \frac{k}{\Delta} = k \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{\Delta} \right) = O(\log \Delta)$$

★ اثبات $O(\lg \Delta)$:

$$\sum_{i=2}^{\Delta} \frac{1}{i} \leq \int_2^{\Delta} \frac{1}{x} dx = \ln(\Delta) - \ln(2) = O(\ln \Delta) = O(\lg \Delta)$$

SET COVER

Simplex نقطه‌های مجاور

LP

نقطه‌های مجاور

~~نقطه‌های مجاور~~

<TRANSCRIPT>

LP — Integer (IP)
Programming
Binary Pr

local min/max

نقطه‌های مجاور
مثال: روابط نزدیک

Vertex cover

از هر یک از این دو
نقطه‌های مجاور

Recall: Matching

see also: Bin Packing