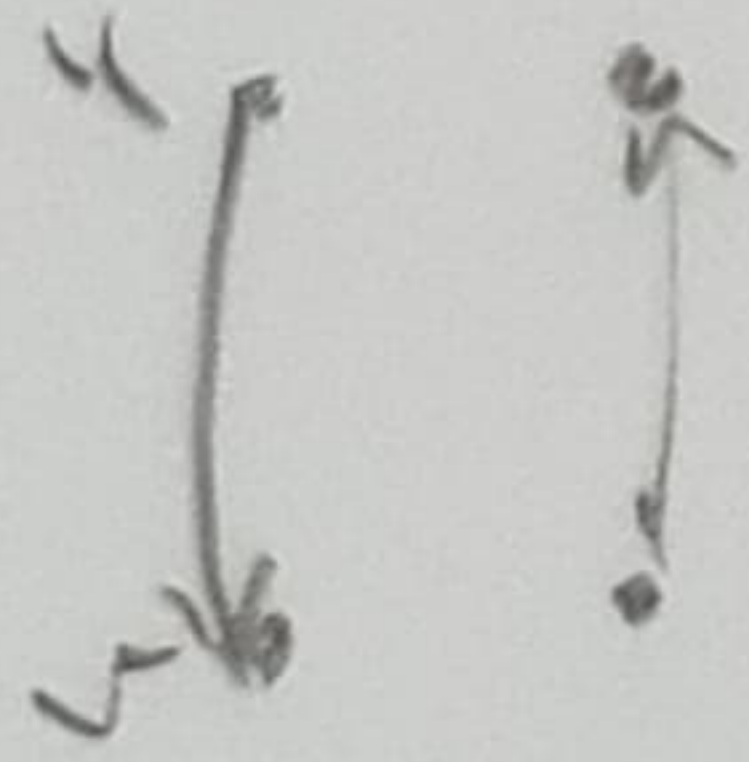


به نام خدا. شبکه جریان



$$G = (V, E) \quad \text{هر یال } (u, v) \in E \quad C(u, v)$$

رأس مبدأ s رأس مقصد t

$$\delta^+(u) = \{v \mid (u, v) \in E\}$$

راس هایی که راس u با یال خروجی بهشون وصله

$$\delta^-(u) = \{v \mid (v, u) \in E\}$$

راس هایی که راس u با یال ورودی بهشون وصله

$$|f| = \sum_{v \in V} f(s, v) - \sum_{v \in V} f(v, s)$$

مقدار جریان f

جریان $f: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع با ورودی یال و خروجی عدد حقیقیه

$$0 \leq f(u, v) \leq C(u, v) \quad \forall (u, v) \in E$$

قد تعادل رأس

$$\sum_{v \in V} f(u, v) - \sum_{v \in V} f(v, u) = 0 \quad \forall u \in V - \{s, t\}$$

شبکه باقی مانده

برای جریان f

$$G_f = (V, E_f)$$

$$C_f(u, v) = \begin{cases} C(u, v) - f(u, v) & (u, v) \in E \\ f(u, v) & (v, u) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

به حالت دوم برعکس فکر کنیم، یعنی به ازای هر یال در شبکه اصلی ما یک یال معکوس با ظرفیتی برابر با جریانی که ازش رد کردیم نسبت میدیم.

هر چی یال توی شبکه اصلی هست + برعکسش رو

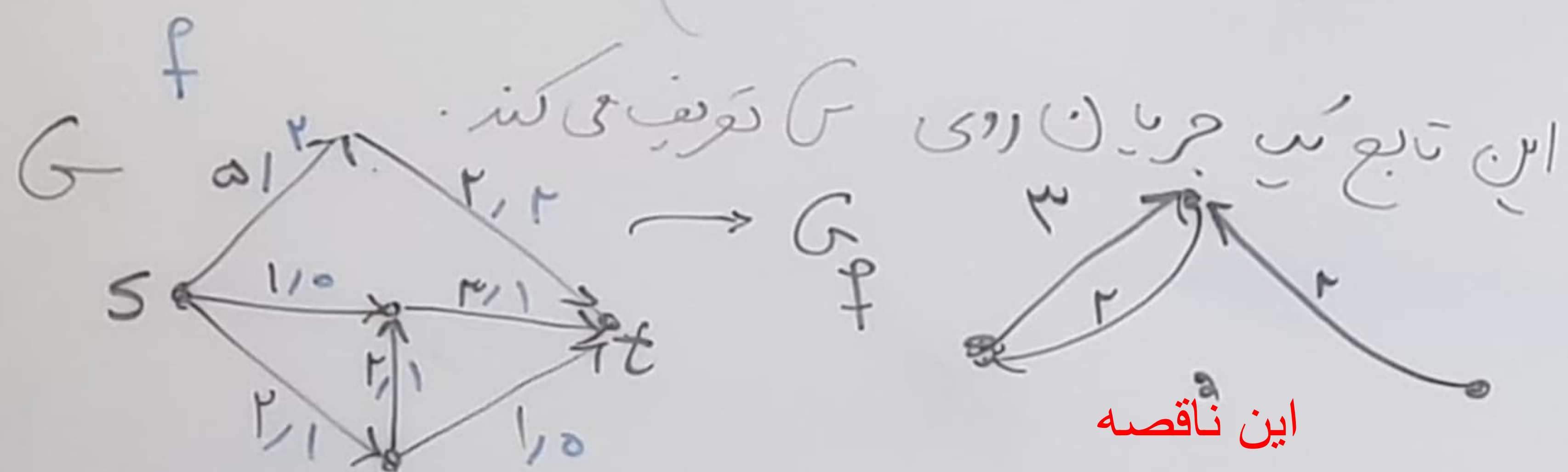
$$E_f = \left\{ (u, v) \mid \begin{array}{l} (u, v) \in E \\ \text{or} \\ (v, u) \in E \end{array} \right\}$$

$$|E_f| \leq 2|E|$$

نم: اگر f یک جریان روی G باشد و f یک شبکه باقی ماند منفرجه

و f' جریان روی G باشد، تابع زیر را تعریف می کنیم:

$$(f \uparrow f')(u, v) = \begin{cases} f(u, v) + f'(u, v) - f'(v, u) & (u, v) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



این ناقصه

برای جریان f

$$G_f = (V, E_f)$$

$$c_f(u, v) = \begin{cases} c(u, v) - f(u, v) & (u, v) \in E \\ f(u, v) & (v, u) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E_f = \left\{ (u, v) \mid \begin{array}{l} (u, v) \in E \\ \text{or} \\ (v, u) \in E \end{array} \right\}$$

$$|E_f| \leq 2|E|$$

نم: اگر f یک جریان روی G باشد و C یک شبکه باقی مانده متناظر است برای جریان f .

$$G_f = (V, E_f)$$

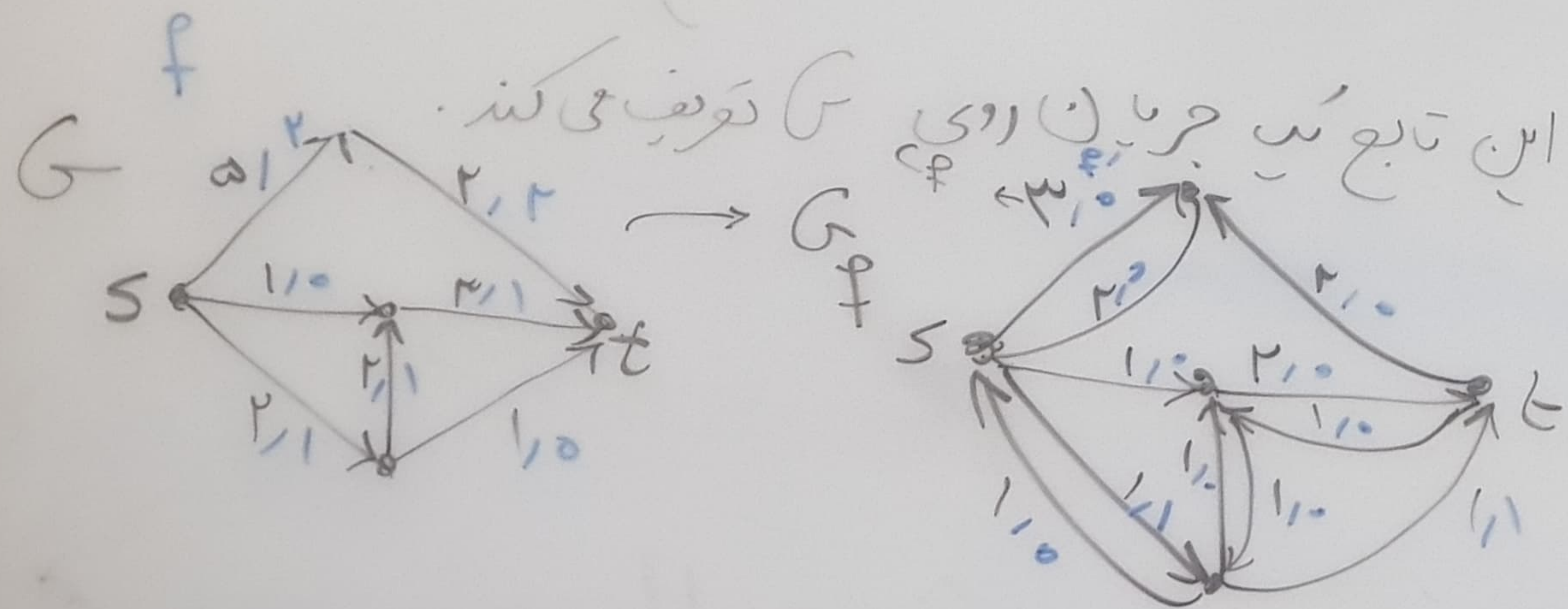
و f' جریان روی G باشد. تابع زیر را تعریف می کنیم:

$$(f \uparrow f')_{(u,v)} = \begin{cases} f(u,v) + f'(u,v) - f(v,u) \\ \text{otherwise} \end{cases} \quad (u,v) \in E$$

$$C_f(u,v) = \begin{cases} C(u,v) - f(u,v) & (u,v) \in E \\ f(u,v) & (v,u) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E_f = \{ (u,v) \mid (u,v) \in E \}$$

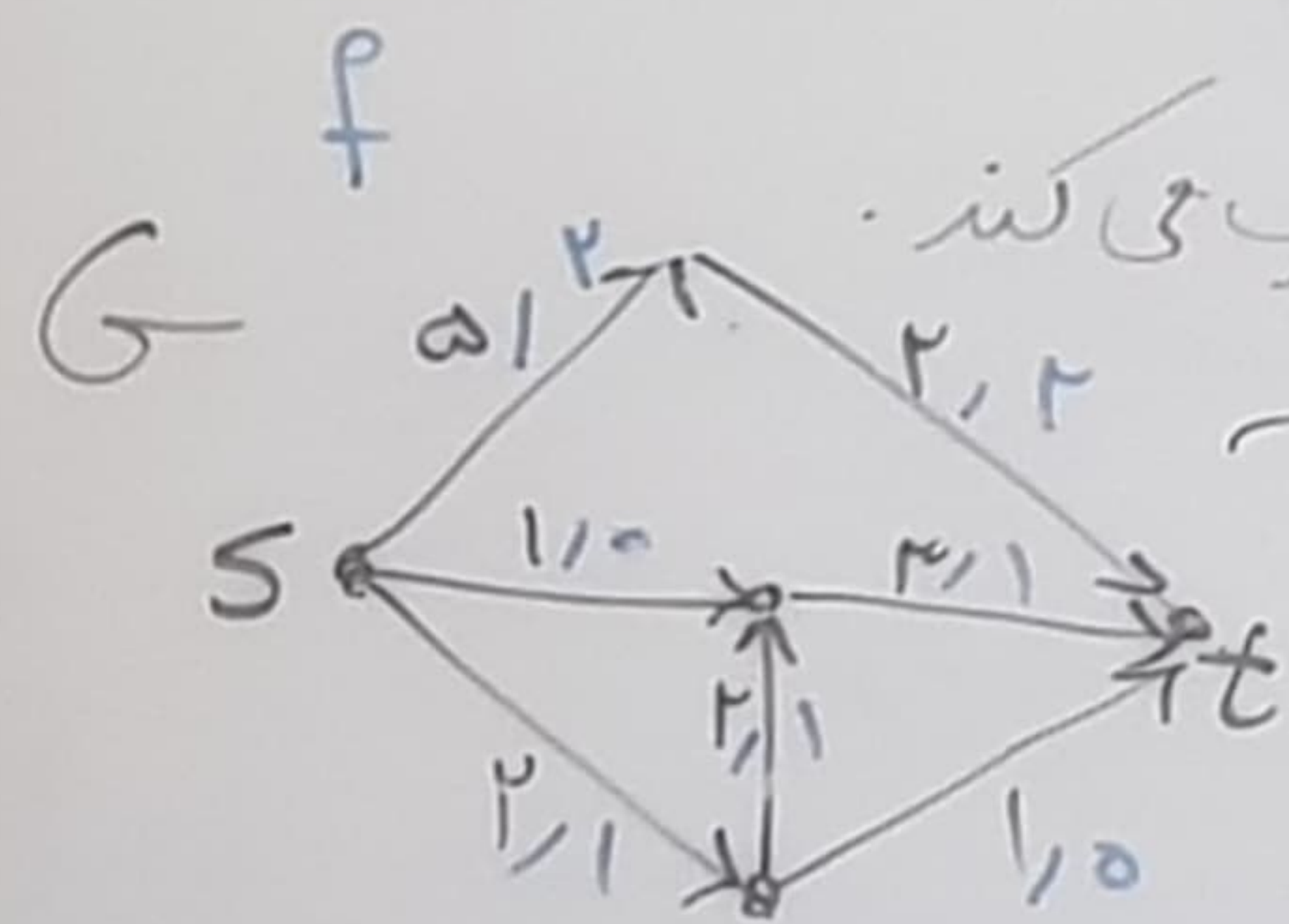
$$|E_f| \leq 2|E|$$



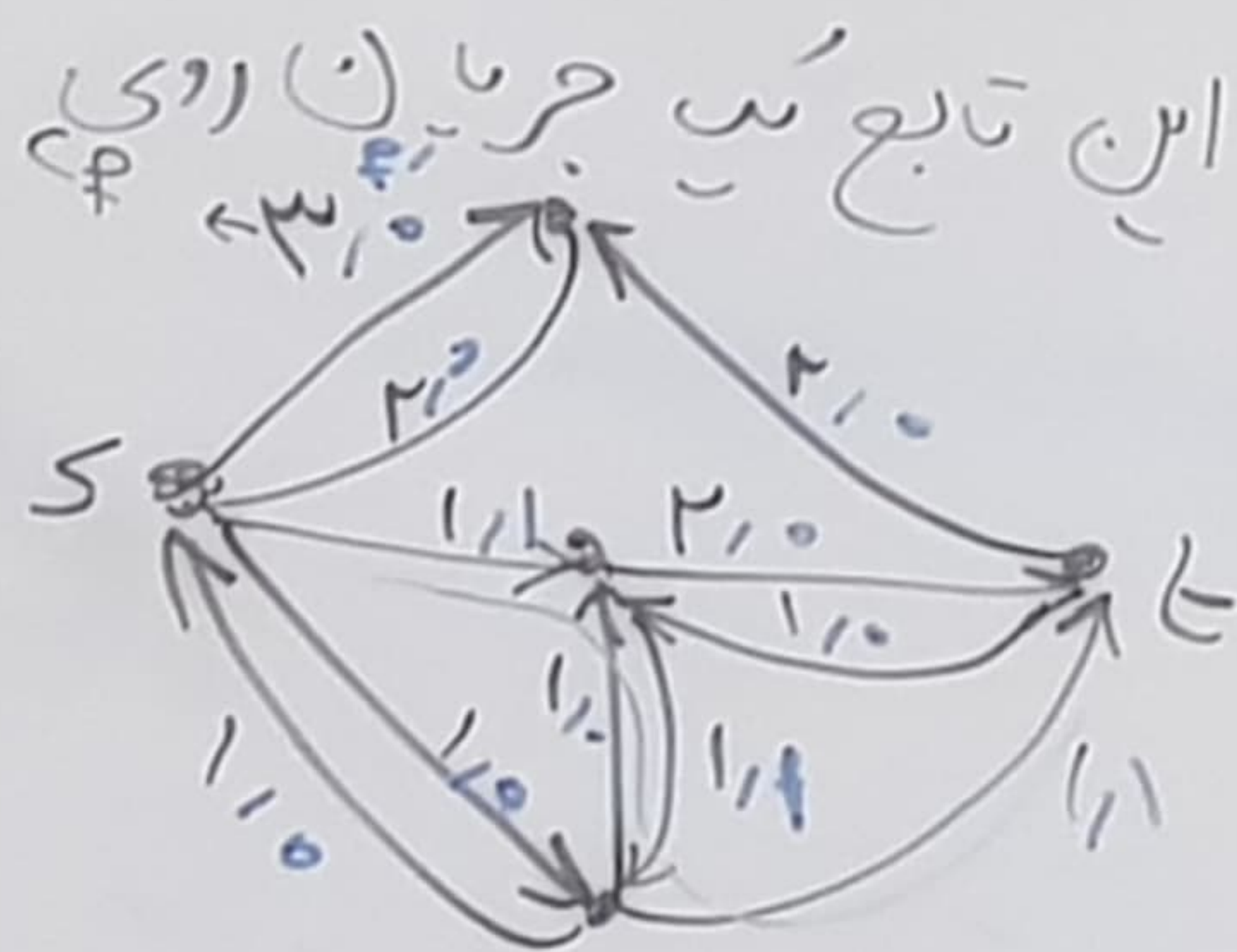
نم: اگر f یک جریان روی G باشد و G یک شبکه باقی ماند منفرجه

و f' یک جریان روی G باشد. تابع زیر را تعریف می کنیم:

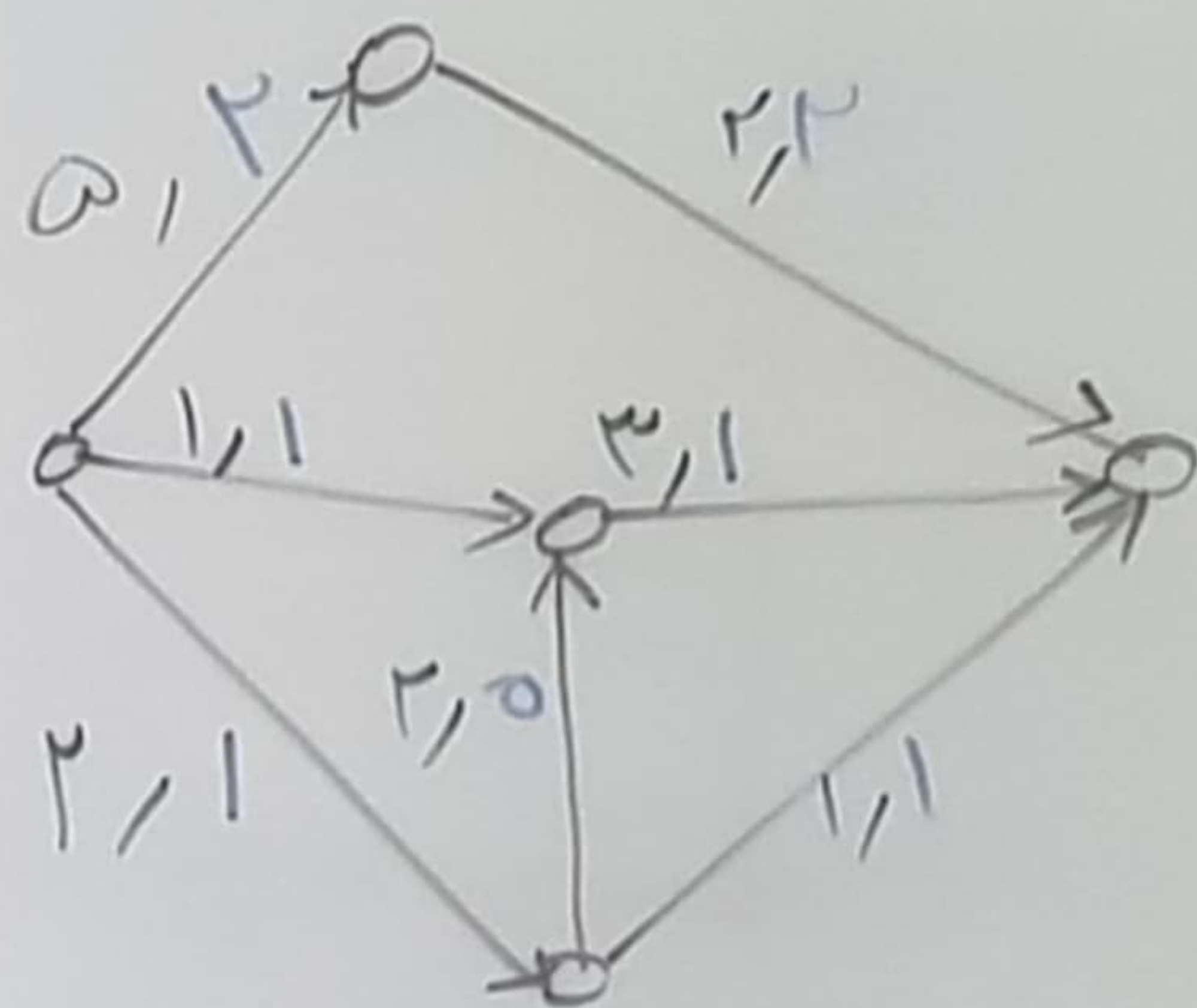
$$(f \uparrow f')(u, v) = \begin{cases} f(u, v) + f'(u, v) - f'(v, u) & (u, v) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



این تابع یک جریان روی G تعریف می کند.



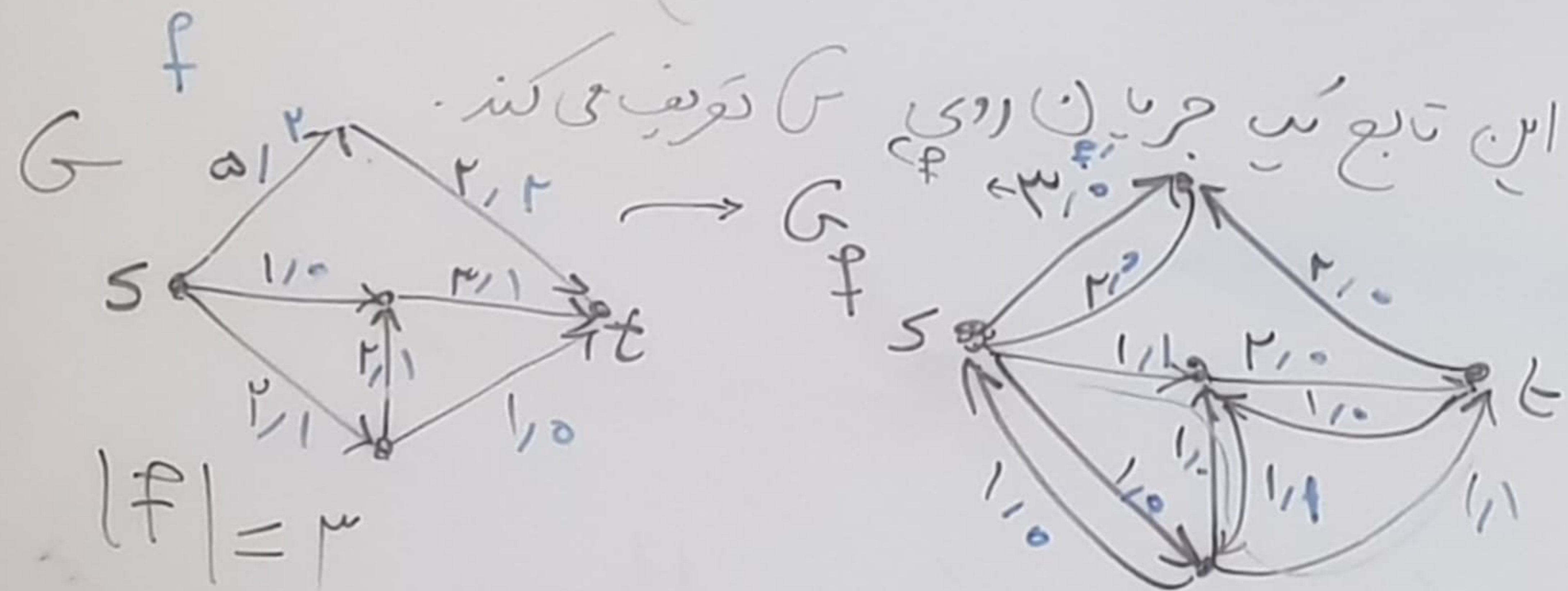
$f \uparrow f'$
جریان



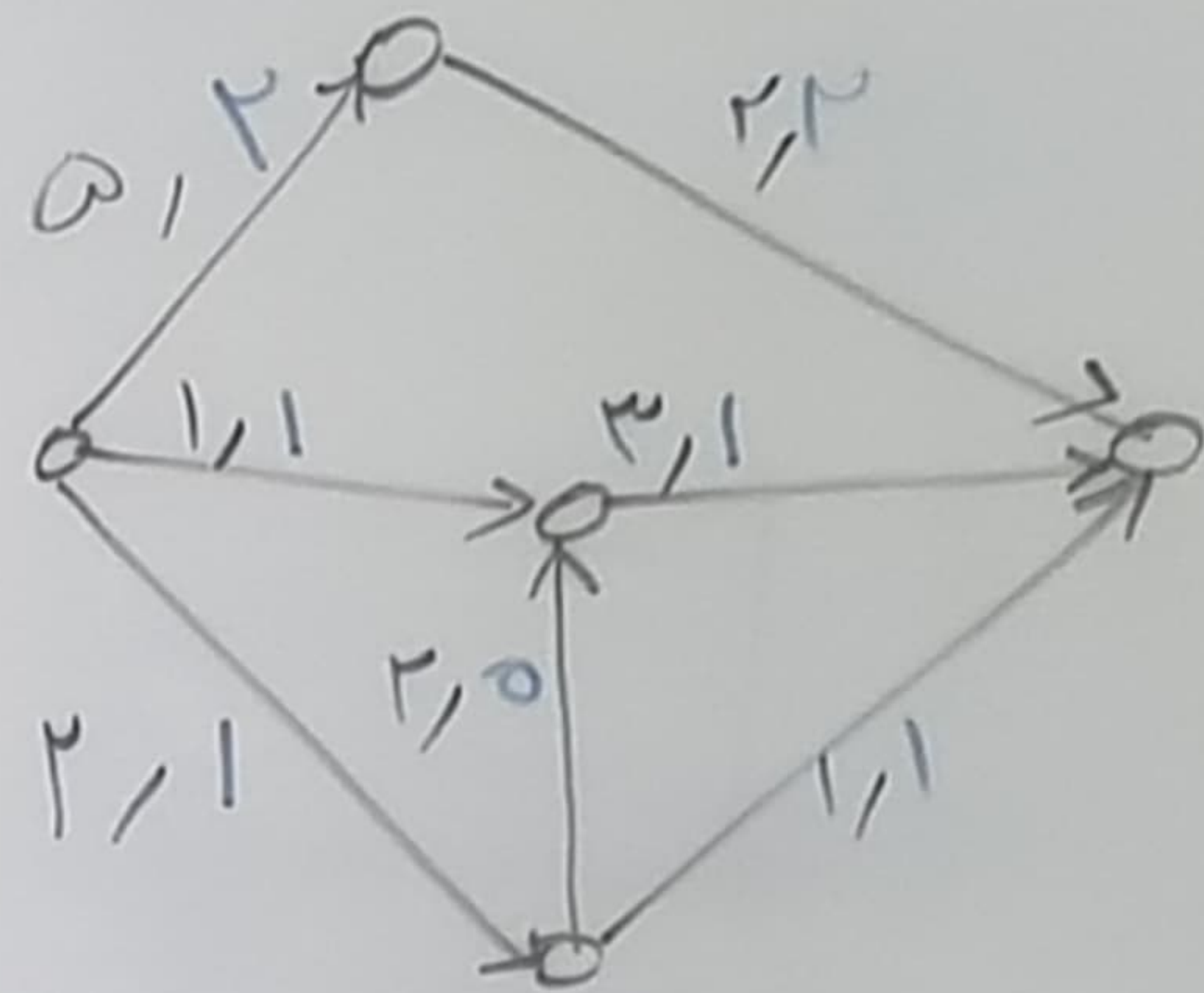
نم: اگر f یک جریان روی G باشد و f یک شبکه باقی مانده منهای f

و f' جریان روی G باشد. تابع زیر را تعریف می کنیم:

$$(f \uparrow f')(u, v) = \begin{cases} f(u, v) + f'(u, v) - f(v, u) & (u, v) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



$f \uparrow f'$
جریان



?

$$|f| < |f \uparrow f'| = 4$$

$|f^*|$

هم: اگر f یک جریان روی G باشد و f' یک شبکه باقی ماندن منهای آن

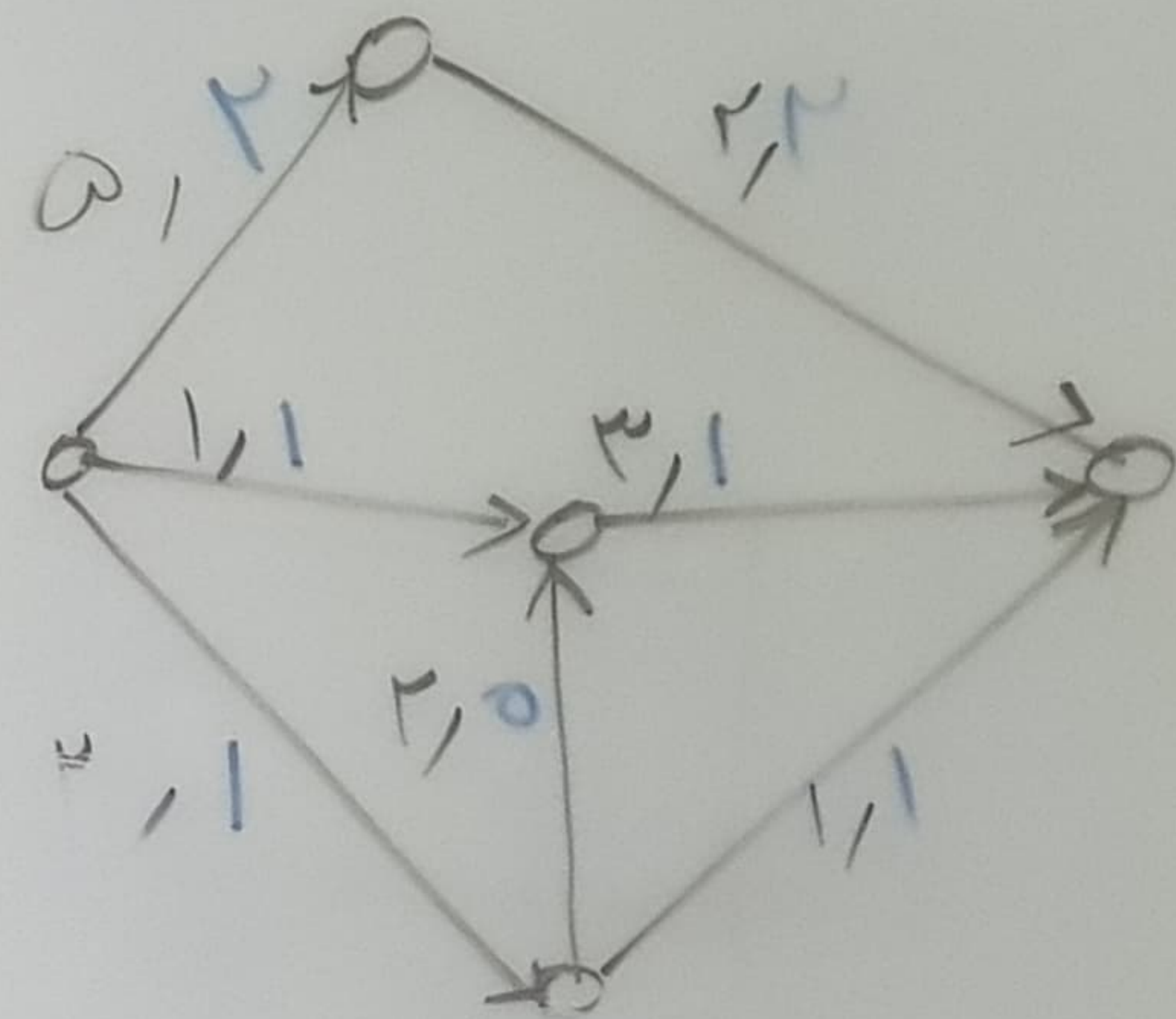
و f' جریان روی G باشد. تابع زیر را تعریف می کنیم:

$$(f \uparrow f')(u, v) = \begin{cases} f(u, v) + f'(u, v) - f(v, u) & (u, v) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

این تابع یک جریان روی G تعریف می کند. در مقدار آن
برابر است با

$$|f \uparrow f'| = |f| + |f'|$$

$f \uparrow f'$
جریان



$$c_f(u, v) = \begin{cases} c(u, v) - f(u, v) & \text{if } (u, v) \in E, \\ f(v, u) & \text{if } (v, u) \in E, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (24.2)$$

$$(u, v) \in E$$

$$(f \uparrow f')(u, v) = f(u, v) + f'(u, v) - f'(v, u)$$

$$\geq f(u, v) + f'(u, v) - f(u, v) \quad \text{if } (u, v) \in E \quad \text{and} \quad c_f(v, u) = f(u, v)$$

$$\geq 0$$

$$\text{از طرفی} \quad f'(v, u) \leq c_f(v, u)$$

$$f'(v, u) \leq f(u, v)$$

از طرف دیگر

$$(f \uparrow f')(u, v) = f(u, v) + f'(u, v) - f'(v, u)$$

$$\leq f(u, v) + f'(u, v)$$

$$\leq f(u, v) + c_f(u, v)$$

$$\leq f(u, v) + c(u, v) - f(u, v) = c(u, v)$$

$$(f \uparrow f')(u, v) = \begin{cases} f(u, v) + f'(u, v) - f'(v, u) & \text{if } (u, v) \in E, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (24.4)$$

به نام خدا.

اول قید ظرفیت، امتحان می دهیم.

خواص، اثبات:

$$\sum_{v \in S^+(u)} f(u, v) + \sum_{v \in S^-(u)} f(u, v)$$

$$+ \sum_{v \in S^+(u)} f'(u, v) + \sum_{v \in S^-(u)} f'(u, v)$$

$$- \sum_{v \in S^+(u)} f'(v, u) - \sum_{v \in S^-(u)} f'(v, u)$$

$$\forall u \in V - \{0\}$$

$$f \wedge f' = f''$$

$$\sum_{v \in V} f''(u, v) = \sum_{v \in V} f''(v, u)$$

$$= \sum_{v \in S^+(u)} f''(u, v) + \sum_{v \in S^-(u)} f''(u, v)$$

$$= \sum_{v \in S^+(u)} f''(v, u) + \sum_{v \in S^-(u)} f''(v, u)$$

$$f''(u, v) = f(u, v) + f'(u, v) - f'(v, u)$$

$$\sum_{v \in \delta^+(u)} f(u, v) - \sum_{v \in \delta^-(u)} f(v, u)$$

$$+ \sum_{v \in \delta^+(u) \cup \delta^-(u)} f'(u, v) - \sum_{v \in \delta^+(u) \cup \delta^-(u)} f'(v, u)$$

این ۴ حاصل جمع را می توان روی \mathcal{V} در نظر گرفت
زیرا جریب یابهای غیر صفری در \mathcal{V} است.

به هم فدا.

$$\sum_{v \in \delta^+(u)} f(u, v) - \sum_{v \in \delta^-(u)} f(v, u)$$

$$+ \sum_{v \in \delta^+(u)} f'(u, v) + \sum_{v \in \delta^-(u)} f'(u, v)$$

$$- \sum_{v \in \delta^+(u)} f'(v, u) - \sum_{v \in \delta^-(u)} f'(v, u)$$

در $u=s$:

$$|f \uparrow f'| = |f| + |f'|$$

$$\sum_{v \in V} f''(u, v) - \sum_{v \in V} f''(v, u) = \sum_{v \in V} f(u, v) - \sum_{v \in V} f(v, u) \\ + \sum_{v \in V} f'(u, v) - \sum_{v \in V} f'(v, u)$$

پس با توجه به اینکه مقادیر f و f' برقرار است یعنی

$$\forall u \in V - \{s\}$$

$$\sum_{v \in V} f^*(u, v) - \sum_{v \in V} f^*(v, u) = 0$$