به نام خدا

$A_{1\,(10\times 100)},\ A_{2\,(100\times 5)},\ A_{3\,(5\times 50)} = [\ \ ]_{10\times 50}$

زنجیره ضرب ماتریس ها:

$$\big((A_1A_2)A_3\big) = (10\times 100\times 5)+(10\times 5\times 50) = 7500$$

$$\big(A_1(\underbrace{A_2A_3}_{100\times 50})\big)_{10\times 100} = \underbrace{100\times 5\times 50}_{25000} + 10\times 100\times 50 = 75000$$

ماتریس ها : $\langle A_1 \quad A_2 \quad \dots \quad A_n \rangle$, with $A_1: p_0 p_1$, $A_2: p_1 p_2$, $\dots$, $A_n: p_{n-1} p_n$

ابعاد ماتریس ها : $\langle P_0 \quad P_1 \quad \dots \quad P_n \rangle$

$P_{i-1} P_k \qquad P_k P_j$

$A_i \dots \mid_k \dots A_j$

کمترین هزینه ضرب ماتریس i ام تا ماتریس j ام $= m_{ij}$

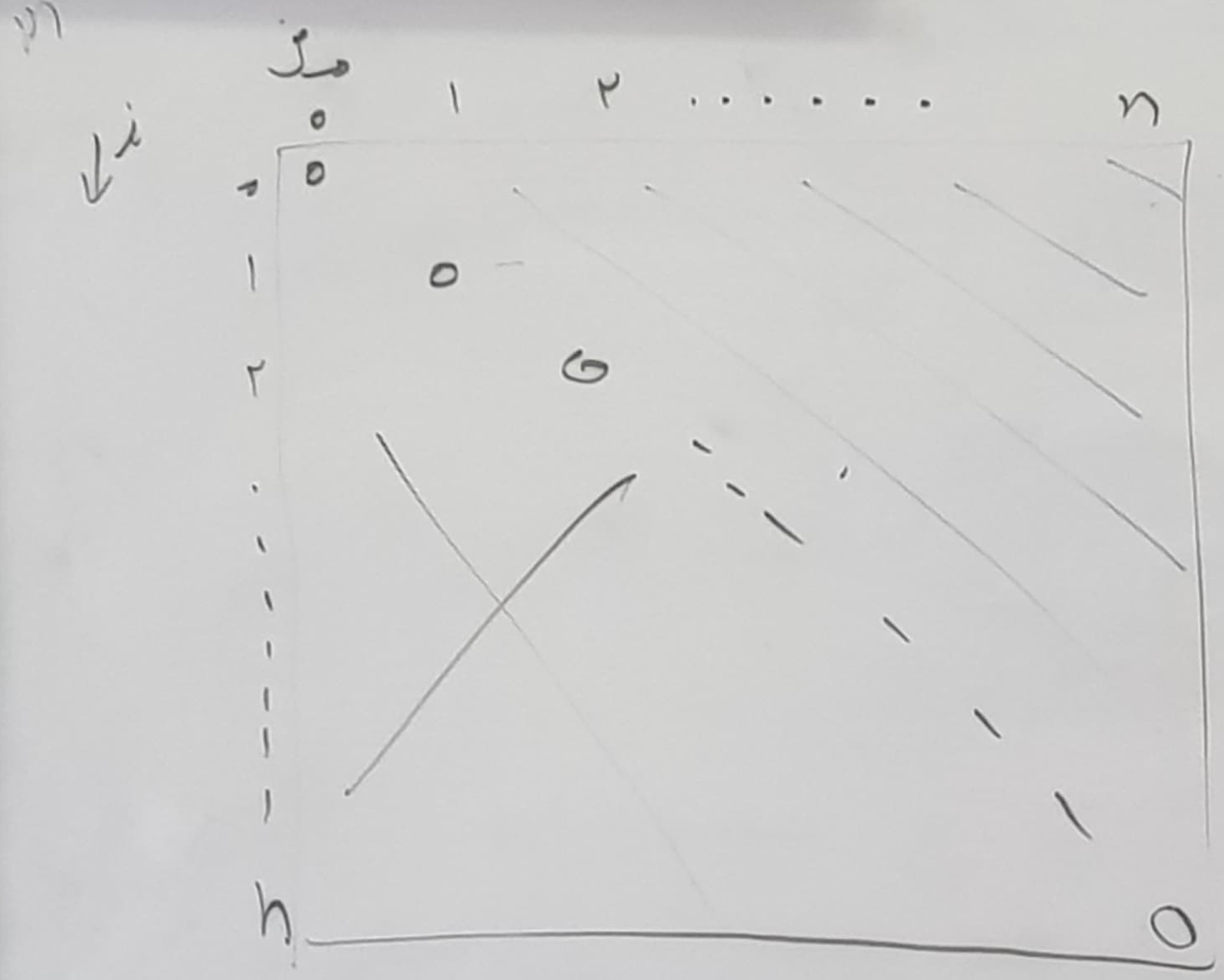
هزینه : تعداد ضرب های اسکالر .

$i \le j$

$$m_{ij} = \min_{i \le k < j} \left\{ m_{ik} + m_{k+1\,j} + P_{i-1} P_k P_j \right\}$$

$$m_{ii} = 0 \qquad i = 1, \dots, n$$

به نام خدا



$m_{۱۴}$

$m_{۱۲}$ $m_{۲۴}$

$m_{۱۳}$ $m_{۳۴}$

به نام خدا.

مسئله بلندترین زیردنباله مشترک.

CTCCGATAC

CAAGTCTT

هدف: یافتن بلندترین زیردنباله (غیرمتوالی) مشترک.

CGTC

$$X = \langle x_1, x_2, \dots x_n \rangle$$

$$Y = \langle y_1, y_2 \dots y_m \rangle$$

$$X_i = \langle x_1, \dots x_{i-1} x_i \rangle$$

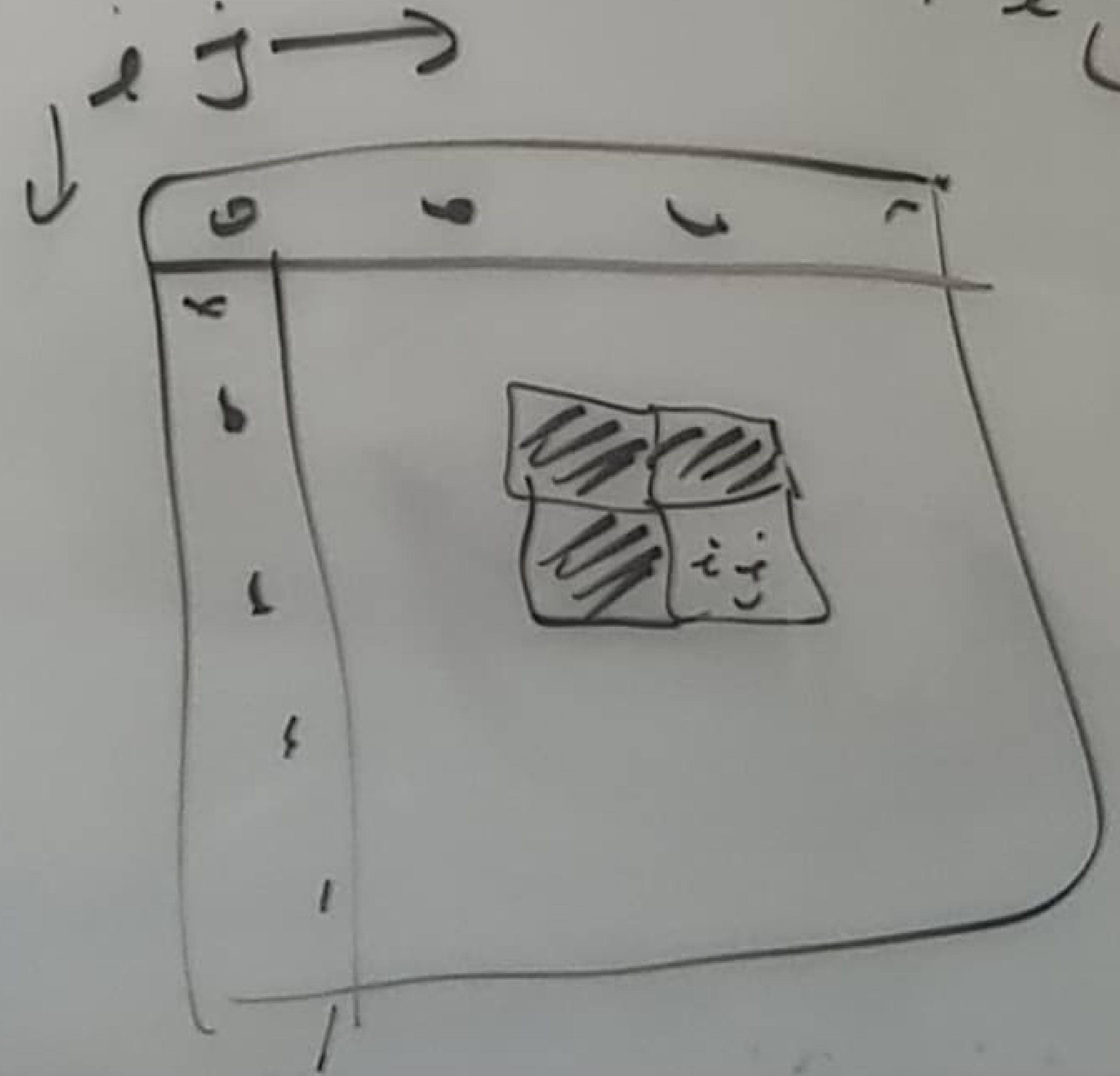
$$Y_j = \langle y_1, \dots y_{j-1} y_j \rangle$$

P_{ij} طول بلندترین زیر دنباله مشترک بین X_i و Y_j

$$D_{ij} = \begin{cases} D_{i-1,j-1} + 1 & x_i = y_j \\ \max\{D_{i-1,j}, D_{i,j-1}\} & x_i \neq y_j \end{cases}$$

$D_{ij} = 0$ $\quad$ $i = 0$ یا $j = 0$

$O(nm)$



فرض کنیم

$X = \langle x_1, x_2, \dots x_n \rangle$

$Y = \langle y_1, y_2 \dots y_m \rangle$

طول بلندترین زیردنباله مشترک بین X_i و Y_j : P_{ij}

$Z = \langle z_1, z_2, \dots z_k \rangle$ ، LCS دو دنباله X, Y است آنگاه

① اگر $x_n = y_m$ آنگاه $x_n = z_k$ و Z_{k-1} یک LCS دو رشته X_{n-1} و Y_{m-1} است.

اثبات: فرض کنیم Z_{k-1} ، LCS برای X_{n-1} و Y_{m-1} نباشد

پس ما را LCS این دو در نظر می‌گیریم که طول آن بزرگتر یا مساوی k است. حال با چسباندن x_n به ما رشته‌ای با طول بزرگتر از k به دست می‌آید که با فرض Z در تناقض است.

فرض کنیم

$X = \langle x_1, x_2, \dots x_n \rangle$

$Y = \langle y_1, y_2 \dots y_m \rangle$

P_{ij} طول بلندترین زیردنباله مشترک بین X_i و Y_j

$Z = \langle z_1, z_2, \dots z_k \rangle$ ، LCS دو دنباله X, Y است آنگاه

③ مشابه ② بیان و اثبات میشه.

① اگر $x_n = y_m$ آنگاه $z_k = x_n$ و Z_{k-1} یک LCS دو رشته X_{n-1} و Y_{m-1} است.

② اگر $x_n \neq y_m$ و $x_n \neq z_k$ آنگاه Z یک LCS برای X_{n-1} و Y است.

اثبات: اگر $x_n \neq z_k$ آنگاه Z زیردنباله مشترک بین X_{n-1}, Y است. اگر LCS، X_{n-1} و Y، ما باشد که طول آن از k بیشتر باشد، با اضافه کردن x_n به X_{n-1}، ما یک LCS برای X و Y نیز می‌یابد که با بیشینگی Z در تناقض است.

بنام خدا

مسئله بلندترین زیردنباله مشترک.

	0	T	C	C	G	A	T	A	C
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	1	1	1	1	1	1
A	0	0	1	1					
G	0								
T	0								
C	0								
T	0								
T	0								

TC C

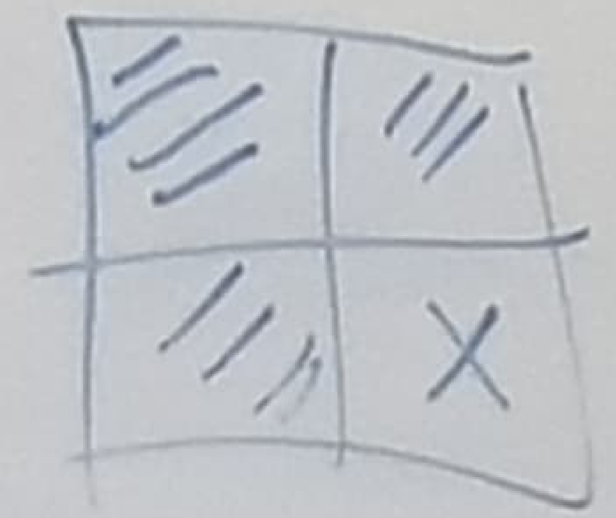
CA

C

X = TCCGATAC

Y = CAGTCTT

$$D_{ij} = \begin{cases} D_{i-1,j-1}+1 & x_i = y_j \\ \max\{D_{i-1,j},\ D_{i,j-1}\} & x_i \neq y_j \end{cases}$$



$D_{ij} = 0$ $\quad i=0$ یا $j=0$