

الکوارتم | هزینه |

set cover

$$U = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

$$F = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$$

مجموعه  
از زیر مجموعه

$W(S)$  هزینه انتخاب  $S$

$$C = \emptyset$$

$$U = \emptyset$$
 تا وقتی که

$$W(S) \text{ مقدار } S \in F$$

$$|S \cap U|$$

مکسیمی می کنند را انتخاب کن

$$C = C \cup S$$

$$U = U \setminus S$$

۳۰ - برای به عنوان جواب برادران



$$(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4)$$

$$V = \{ \phi, \Delta, \square, * \}$$

$$C = \left\{ \begin{array}{l} \{ \Delta, 0 \} \\ \{ \square, x \} \end{array} \right\}$$

$$\{ \Delta, 0, \square \}$$

3

3/2

$$\{ \Delta, 0 \}$$

1

1/2

$$\{ \square, x, \phi \}, \{ * \}$$

2

2

1

2/2



الکوارسما (حریبانه)

$$C = \emptyset$$

ک تا وقتی که  $U \neq \emptyset$

ک مجموعه  $S \in F$  را که مقدار  $\frac{w(S)}{|S \cap U|}$

کمینه می کند را انتخاب کن

$$C = C \cup S$$

$$U = U \setminus S$$

۳۰- برای به عنوان جواب برگردان

set cover

$$U = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

متریب تقریب

$$\log n$$

$\alpha$

$$F = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$$

مجموعه  
از عناصر

$w(S_i)$  هزینه انتخاب  $S_i$

اثبات  
تمرین



IP

$$\min \sum_{s \in F} w(s) x_s$$

s.t

$$\sum_{e \in S} x_s \geq 1$$

$$\forall e \in U$$

$$x_s \in \{0, 1\}$$

الکوریتم ۲.

$$x_s = \begin{cases} 1 & \text{اگر } s \in F \text{، جوابی باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$



الکوارسٹم (حریصانه)

$$C = \emptyset$$

$$U \neq \emptyset$$

$$W(s) \text{ مقدار } s \in F$$

کمیته های که را انتخاب کن

$$C = C \cup S$$

$$U = U \setminus S$$

۳- برای به عنوان جواب برگردان

set cover

$$U = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

متریب تقریب

$$\log n$$

$\alpha$

$$F = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$$

آبیت  
تمرین

مجموعه  
از عناصر  
 $W(s)$  هزینه انتخاب  $S_i$

$$x_{S_1} + x_{S_2} + x_{S_3} \leq 1$$

$$\{0, 1\}$$

$$\{1\}$$

$$\{0, 1, \dots\}$$



~~IP~~ LP-relaxation

$$\min \sum_{s \in F} w(s) x_s$$

s.t

$$\sum_{e \in S} x_s \geq 1$$

$$\forall e \in U$$

~~$x_s \in \{0, 1\}$~~

~~$0 \leq x_s \leq 1$~~

القرينة ٢.

$$x_s = \begin{cases} 1 & \text{اگر } s \in F, \text{ جوابی باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$



الکوارسما (حریبہ)

$$C = \emptyset$$

ک تا وقتی کہ  $U \neq \emptyset$

ک مجموعه  $s \in F$  را که مقدار  $\frac{w(s)}{|s \cap U|}$

کمینه می کنند را انتخاب کن

$$C = C \cup s$$

$$U = U \setminus s$$

۳- برای عنوان جواب برادران

set cover

$$U = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

خوب تقریب

$$\log n$$

$\alpha$

$$F = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$$

اثبات  
تمرین

مجموعه  
از عناصر  $s_i$   
 $w(s_i)$  هزینه انتخاب  $s_i$

$$x_{s_1} + x_{s_2} + x_{s_3} = 1$$

$$\{0, 1\}$$

$$s_1 = \frac{1}{2}$$

$$\{1\}$$

$$s_1 = \frac{1}{4}$$

$$\{0, 1, 2\}$$

$$s_2 = \frac{1}{2}$$

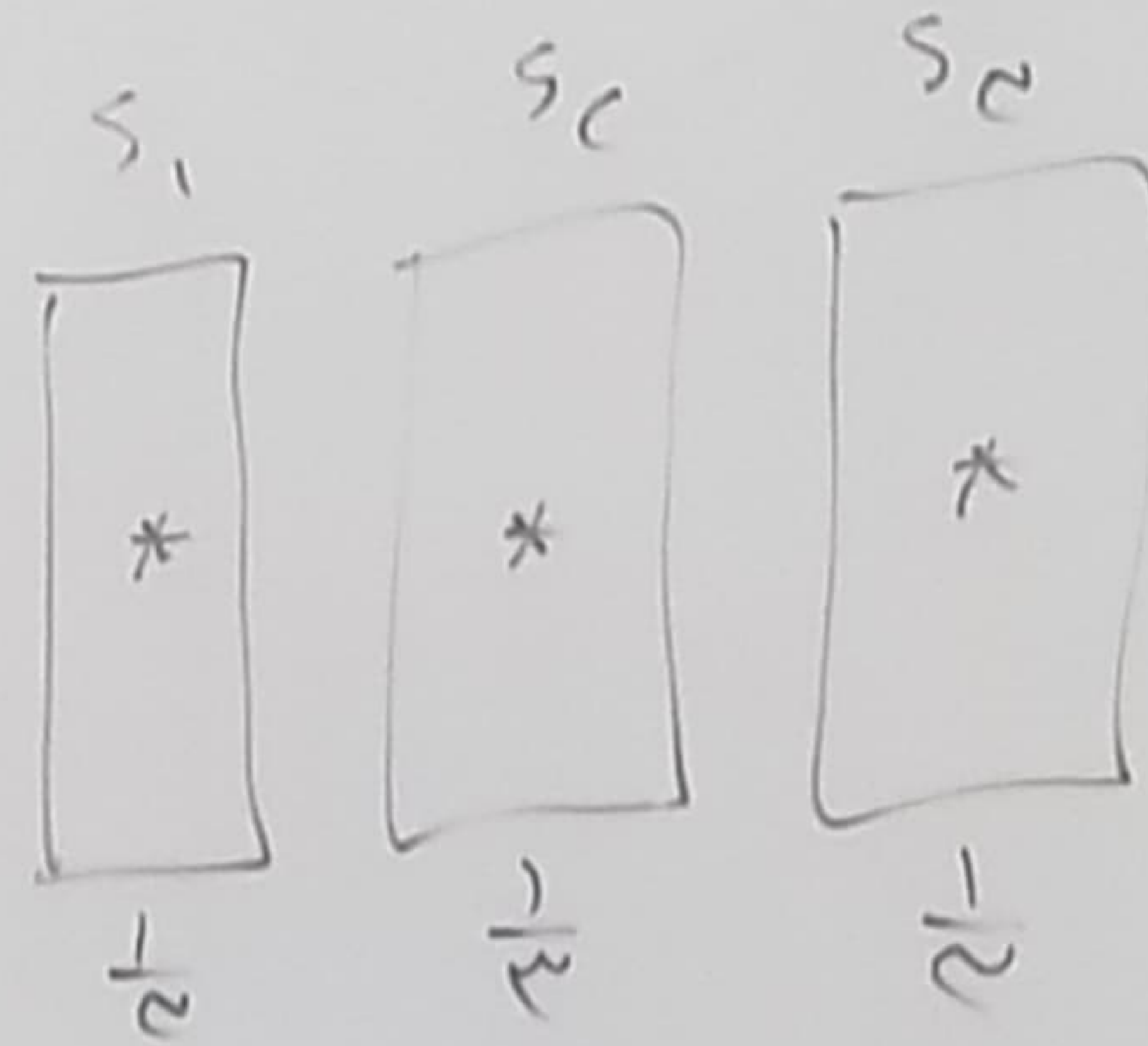


set cover

$$U = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

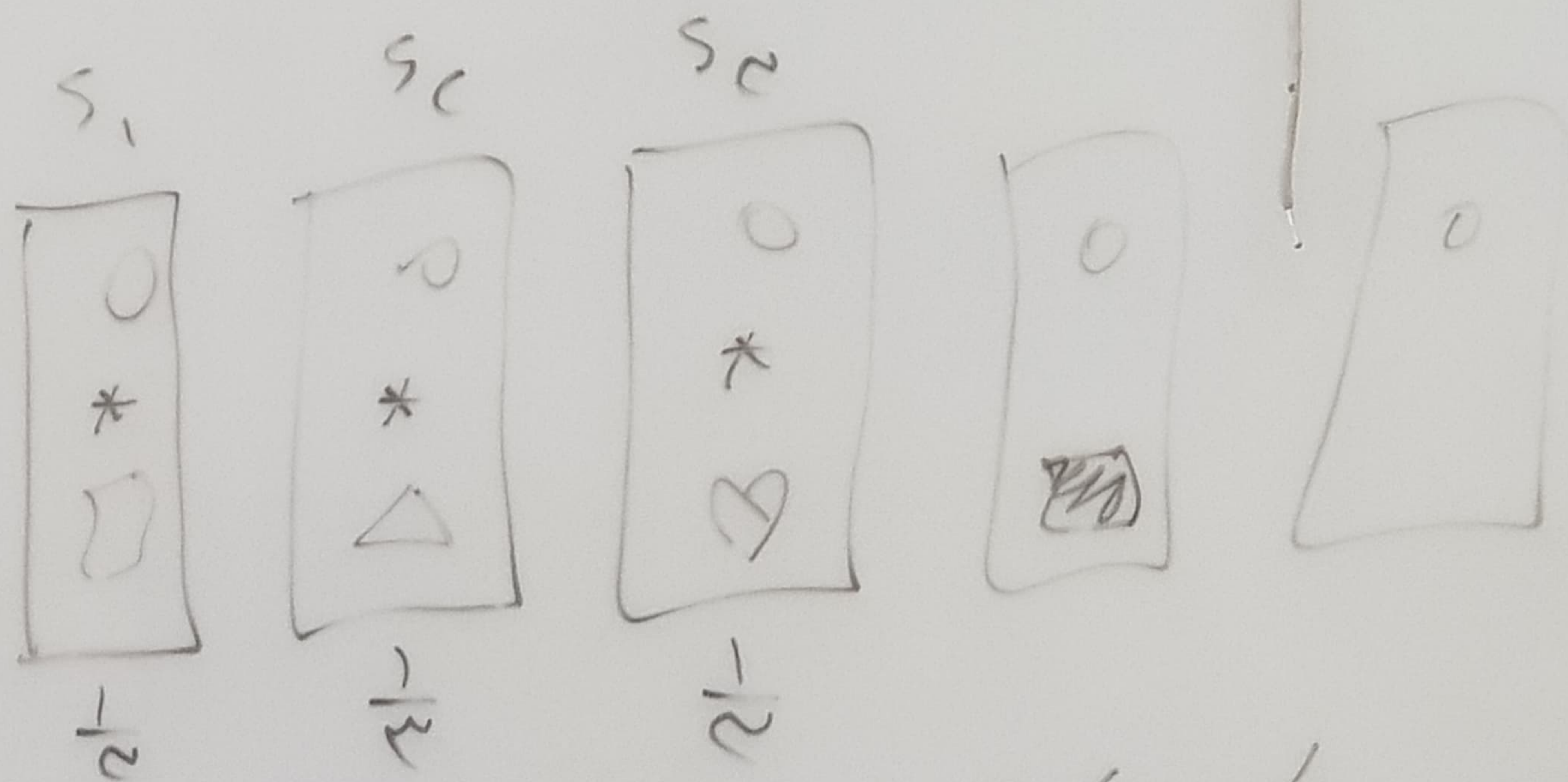
$$F = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$$

مجموعه  
از عناصر  
 $(S_i)$  هزینه انتخاب  $S_i$



↑  
نمی توانیم بالای 0.5  
هارد برداریم!





$F$ : بیشترین تعدادی که یک عنصر در مجموعه ها آمده است.

$$F = 5$$

$$Z = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$x_s^* \geq \frac{1}{p}$$

در این صورت



LP-relaxation

$$\min \sum_{s \in F} w(s) x_s$$

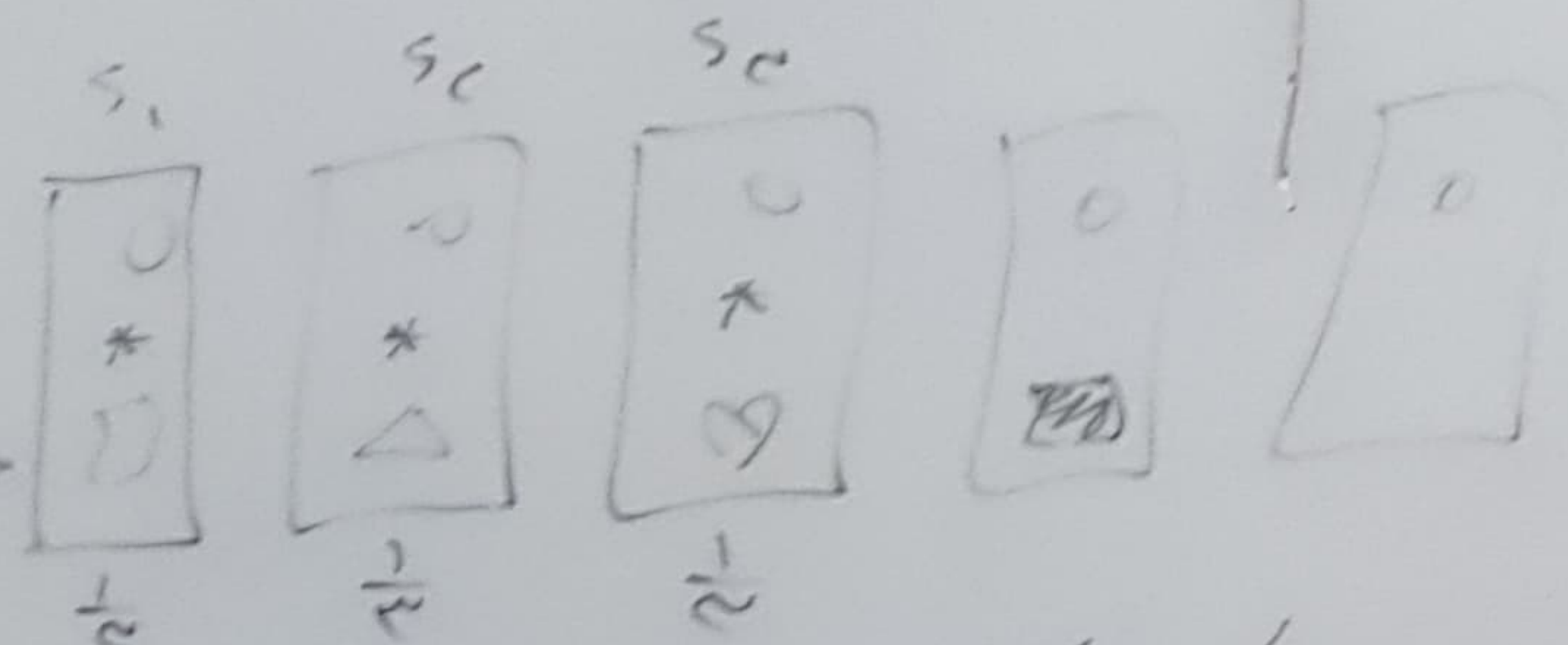
$$\text{s.t.} \quad \sum_{e \in S} x_s \geq 1 \quad \forall e \in U$$

$$x_s \in \{0, 1\}$$

$$0 \leq x_s \leq 1$$

تقریب

$$x_s = \begin{cases} 1 & \text{اگر عضو مجموعه باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$



$f$ : بهترین نگارای که یک عنصر در مجموعه ها دیده است.

$$f = 5$$

$$z_s = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad x_s^* \geq \frac{1}{f}$$

در این صورت

$$C = \{s \mid z_s = 1\}$$



\* جواب شدن است.

اثبات برهان خلف: اگر عضو  $e \in U$  وجود داشته باشد

که در مجموعه جواب نباشد، یعنی برای  $e$

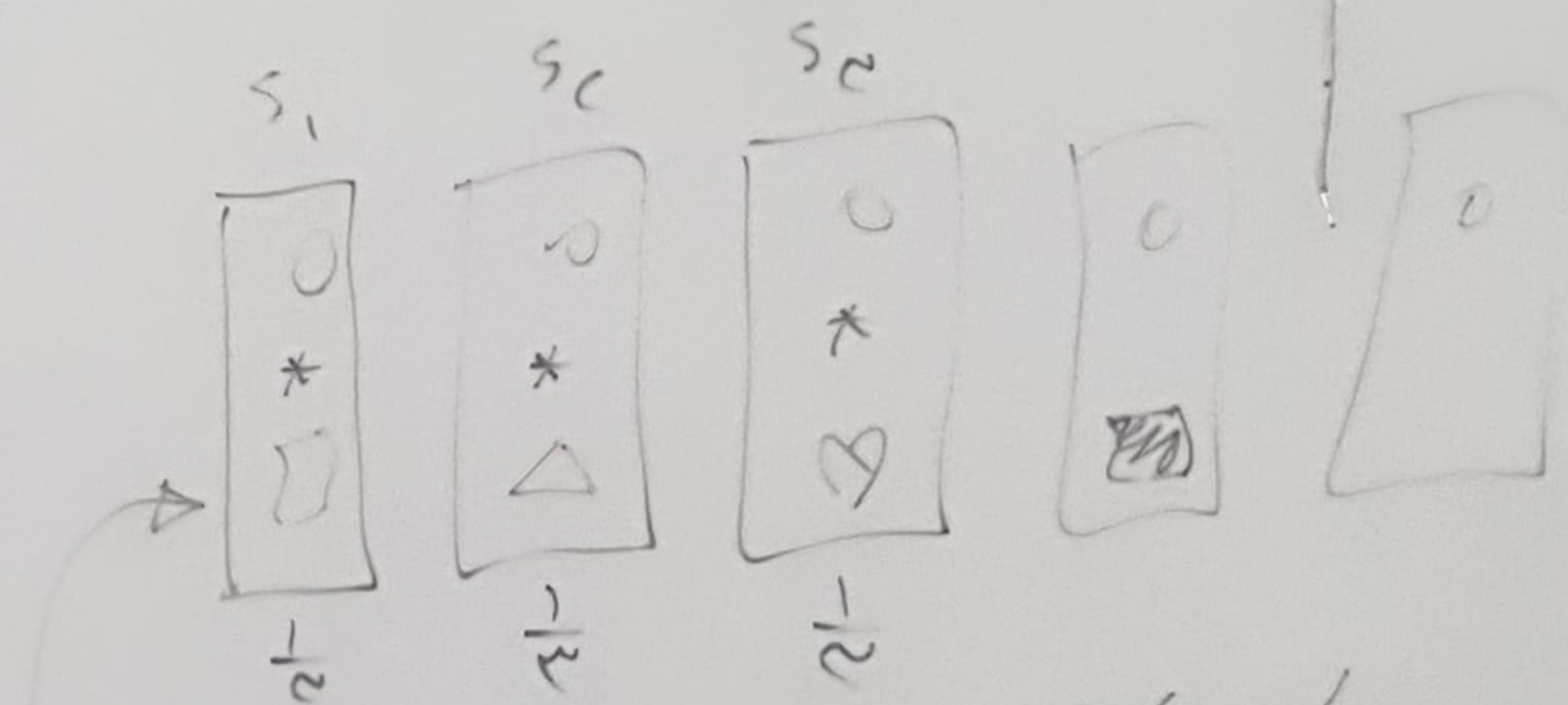
هیچ یک از  $s \in F$ ,  $s \in S$ , انتخاب شده اند

یعنی  $\forall s, e \in S \quad z_s = 0$

یعنی  $x_s^* < \frac{1}{p}$  و با جمع اینها داریم

$$\sum_{e \in S} x_s^* < 1$$

که با قید مسئله LP تناقض دارد.



$f$ : بیشترین تعدادی که یک عضو در مجموعه ها آمده است.

$$f = 5$$

$$z_s = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$x_s^* \geq \frac{1}{p}$$

در این صورت

$$\forall s \in F \quad C = \{s \mid z_s = 1\}$$



القرعة ٢.

اثبات ضرب ضرب ضرب

$$Alg \leq f_{opt}$$

$$\forall s: z_s \leq f \cdot x_s^*$$

$$\overset{\text{هزینه}}{Alg} = \sum_{s \in F} w_s z_s \leq f \underbrace{\sum_{s \in F} w(s) x_s^*}_{\text{مقدار هزینه LP}}$$

که می‌دانیم از مقدار هزینه LP  
کمتر است. (OPT)