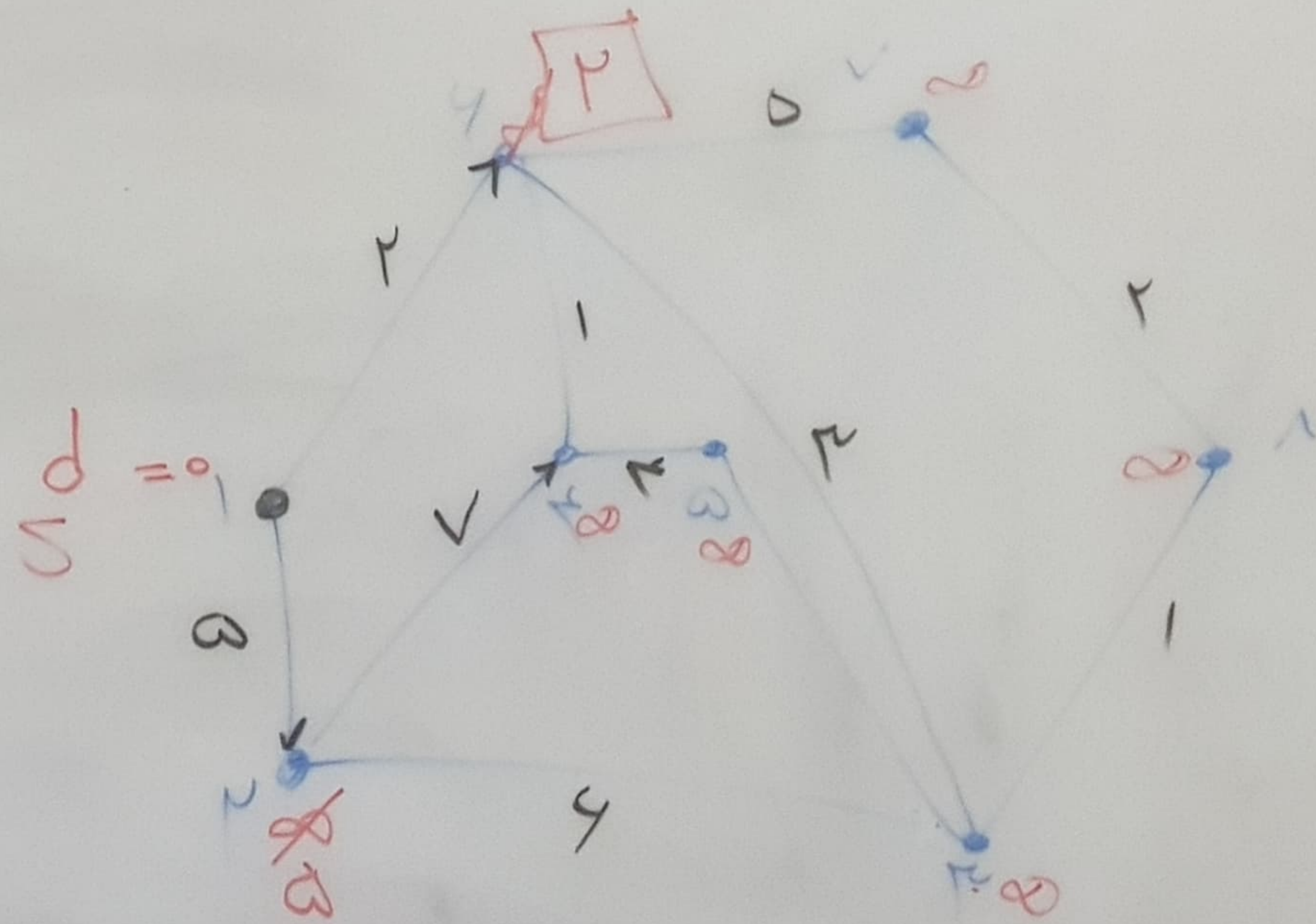


shortest path



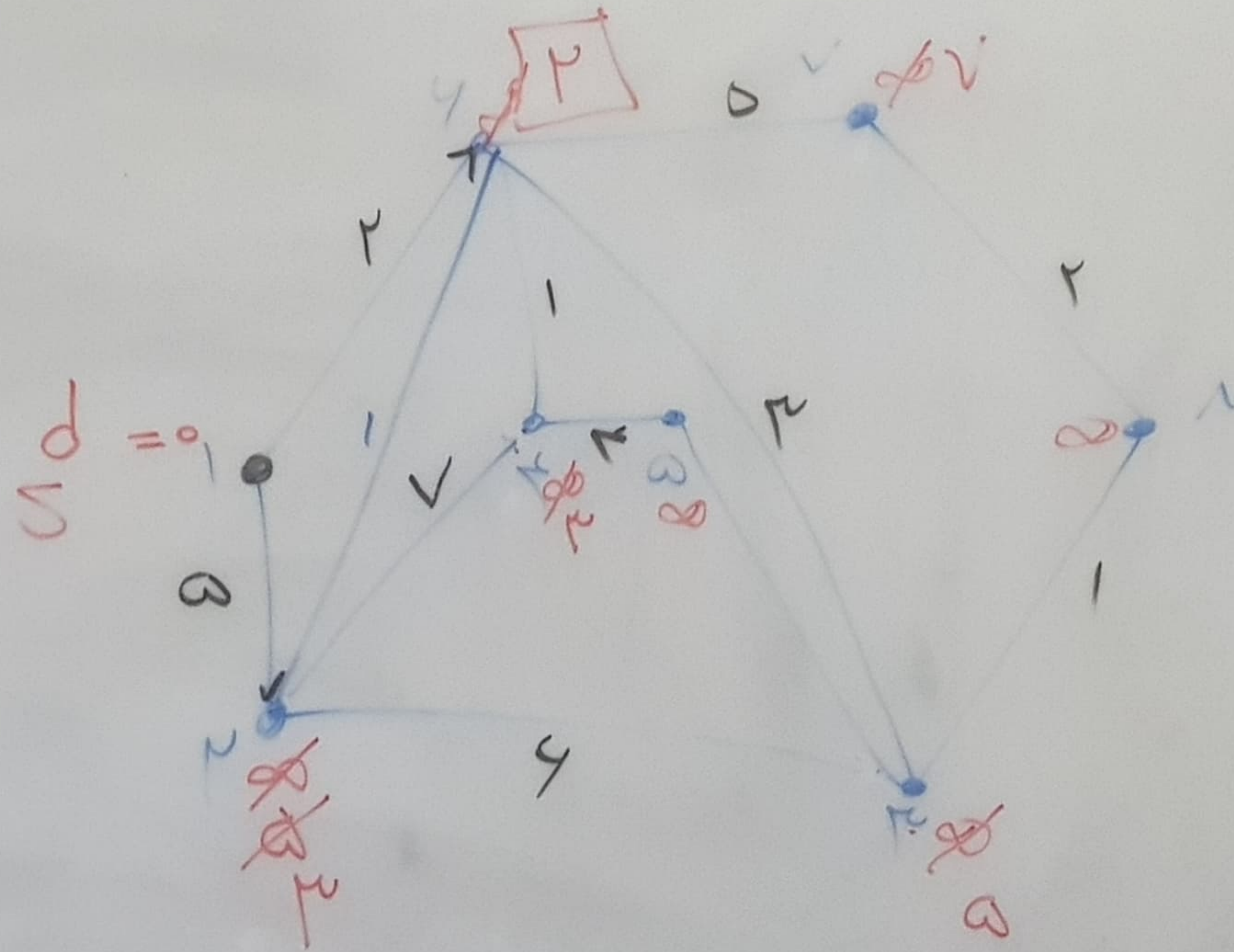
بنام خدا.

$$G = (V, E)$$

$\forall e, w_e$ طول
هر یال
(هزینه هر یال)

$s \in V$ مبدأ

shortest path



بنام خدا.

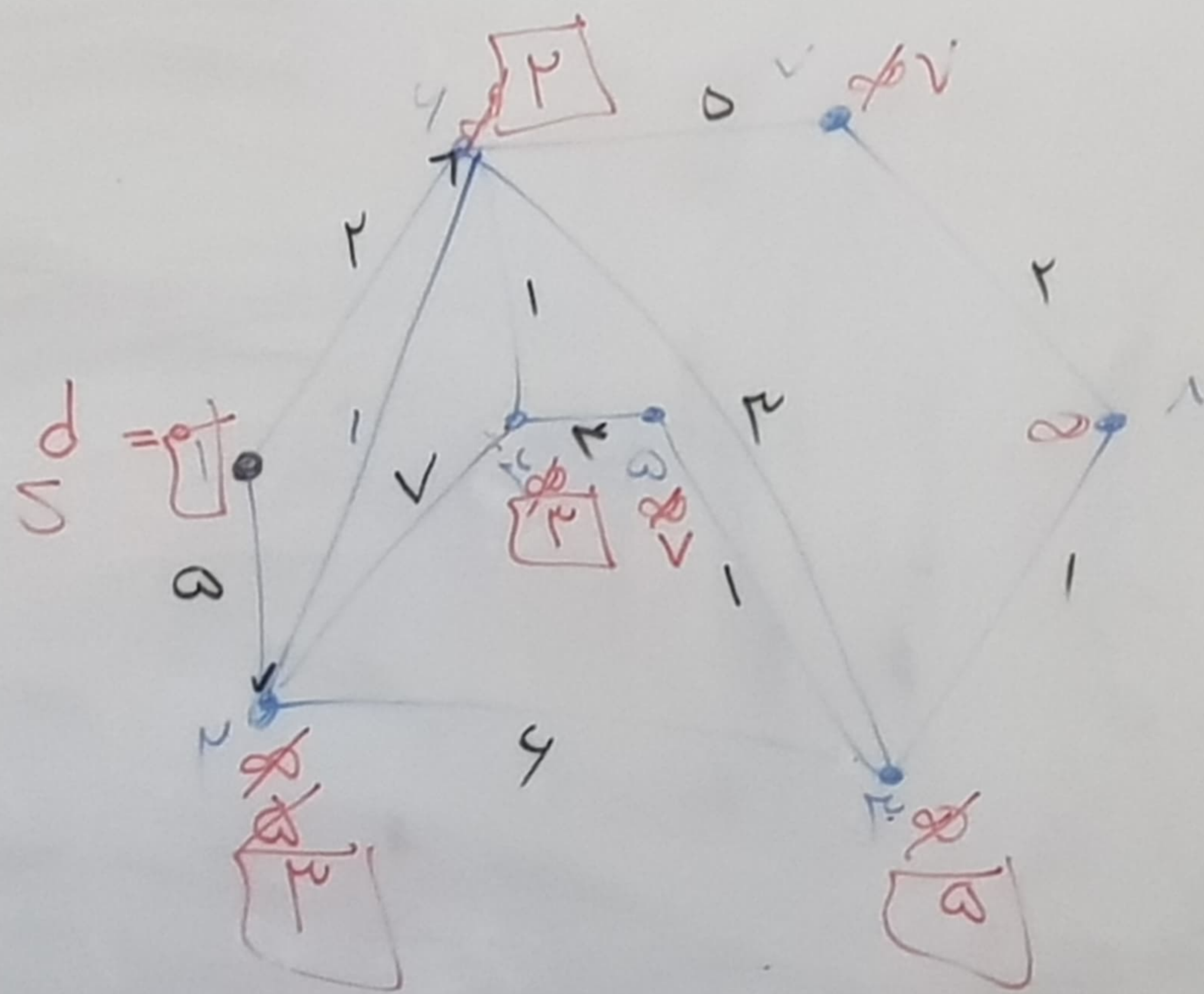
$$G = (V, E)$$

$\forall e, w_e$ طول
هر یال

$s \in V$ مبدا.

(منتهی صریح)

shortest path



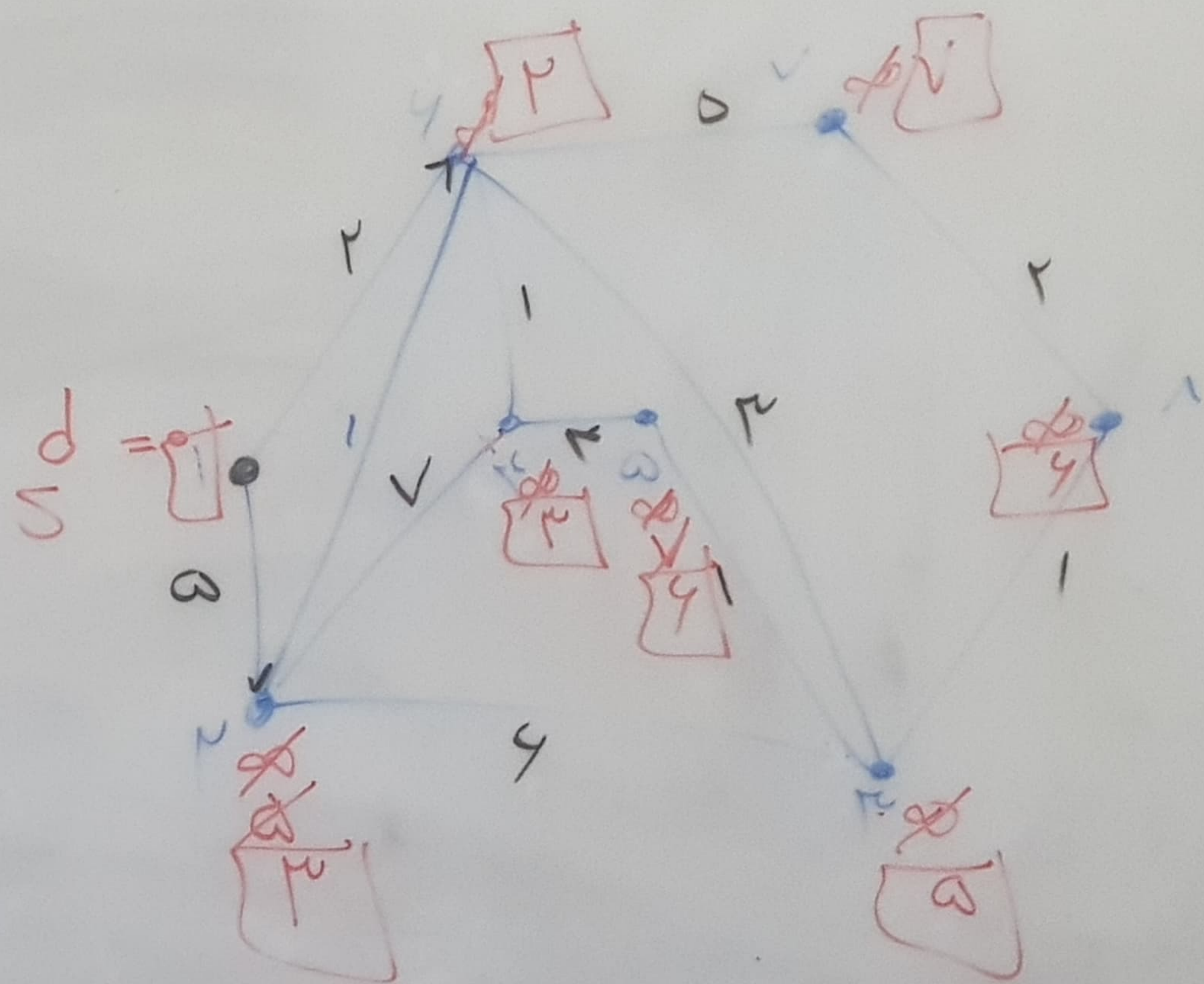
بنام خدا.

$$G = (V, E)$$

$\forall e, w_e$ طول
هر یال
(هزینه هر یال)

$s \in V$ مبدأ.

shortest path



بنام خدا

$$G = (V, E)$$

طول
هر یال
(هزینه هر یال)

$s \in V$ مبدأ

[مجموعه نهایی شده که در هر گام با راسی با حداقل
فاصله به روز می شود]

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, N\}$$

d

∞					
	1	2	3	4	5

Mark

	1	2	3	4	5

$$S = \{1, 4; 2; 3; \infty, \infty, \infty\}$$

Alg Dijkstra:

while $S \neq V$:

$$d(s) = 0$$

$$d(v) = \infty$$

$$S = \{s\}$$

$$\forall v \in V - \{s\}$$

قضیه: تمام برچسب‌های Δ در انتهای الگوریتم رایج میسر است.

طول کوتاه‌ترین مسیر را به k تیره Δ از k نشان می‌دهد.

اثبات: استقرا. در گام k ام الگوریتم، برچسب‌هایی که

قطع شده‌اند، طول کوتاه‌ترین مسیر را می‌دهند.

به عبارت دیگر، اگر k ، مجموعه تیره‌هایی باشند که کوتاه‌ترین

k ام در مجموعه k قرار گرفته‌اند، برچسب آن‌ها طول کوتاه‌ترین

مسیر را از Δ به آن‌ها نشان می‌دهد.

$S_1 = \{s\}$ و بدیهی است.

حال فرض کنیم در گام $k-1$ ، تمام تیره‌هایی که در

S_{k-1} هستند، برچسب‌دهی دارند.

می‌خواهیم نشان دهیم برچسب تیره‌های S_k نیز

درستی است.

فرض کنیم Δ رأس باشد که در گام k به S_k

افزوده شده است. یعنی $\Delta \in S_k$ و $\Delta \notin S_{k-1}$

قضیه: تمام برصیب های Δ در اشکال Δ و Δ دایره ای

طول کوتاه ترین مسیر را به k تیره k از k نشان می دهد.

اثبات: استقرا. در $k=1$ ام الکواریم، برصیب هایی که

قطع شده اند، طول کوتاه ترین مسیر را می دهند.

به عبارت دیگر، اگر k ، مجموعه k تیره هایی باشند که k تیره

k ام در مجموعه k قرار گرفته اند، برصیب آن ها طول کوتاه ترین

مسیر را از k به آن ها نشان می دهد.

$S_1 = \{s\}$ و بدیهی است.

حال فرض کنیم در $k-1$ ، تمام k تیره هایی که در

S_{k-1} هستند، برصیب هستند.

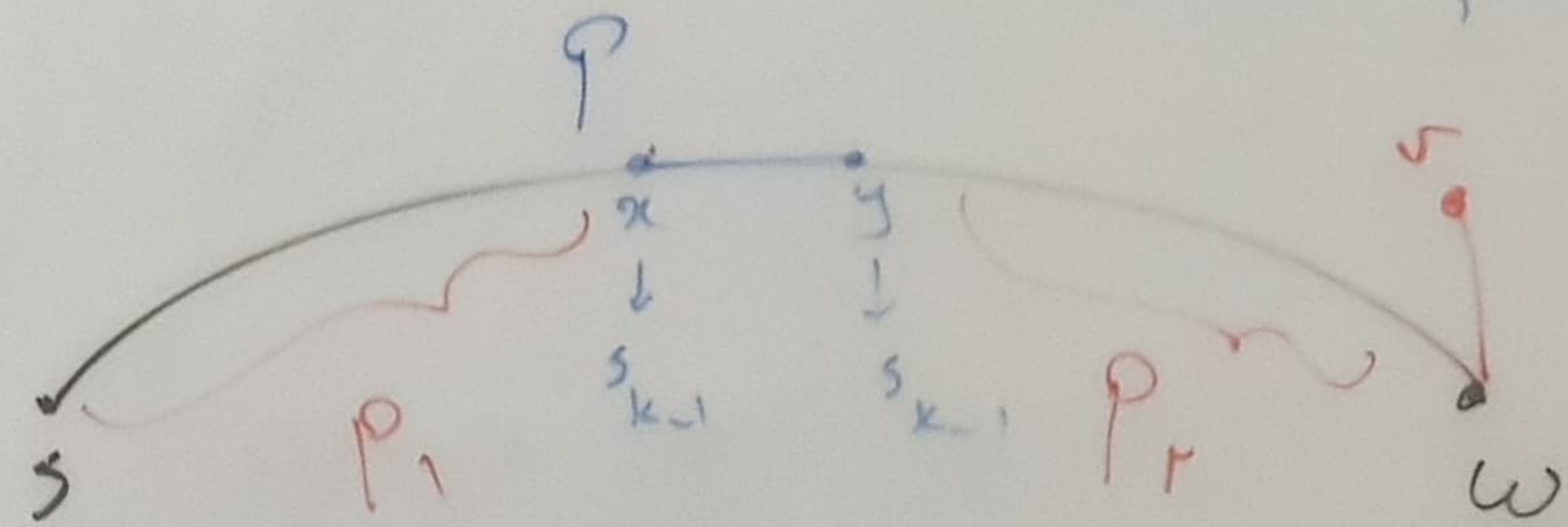
می خواهیم نشان دهیم برصیب k تیره ها در S_k نیز
هستند.

فرض کنیم s k تیره باشد که در k ام به S

افزوده شده است. یعنی $s \in S_{k-1}$ و $s \notin S_{k-1}$

بنام خدا

۱



$$w_p = w_{p_1} + w_{xy} + w_{p_2}$$

$$w_p > w_{p_1} + w_{xy}$$

با توجه به فرض استقامت $w_{p_1} > d(x)$

$$(*) w_p > d(x) + w_{xy}$$

p عبوری از s به w باشد نه برآید با عبور از p برای رسیدن به w از s نیست. اولین گره از p که در s_{k-1} است را x و گره مجاور آن را y و s_{k-1} را

یا s_{k-1}

$S_1 = \{s\}$ و بدیهی است.

حال فرض کنیم در $k-1$ تکرار، تمام گره‌هایی که در S_{k-1} هستند، بر چوب گهنة دارند.

می‌خواهیم نشان دهیم بر چوب گره‌ها در S_k گهنة

گهنة است.

فرض کنیم w گره باشد که در تکرار k ام به S وارد طریق یال w می‌شود.

افزوده شده است یعنی $S_k = S_{k-1} \cup \{w\}$

$v \in S_{k-1}, x \in S_{k-1}$
 w
 y

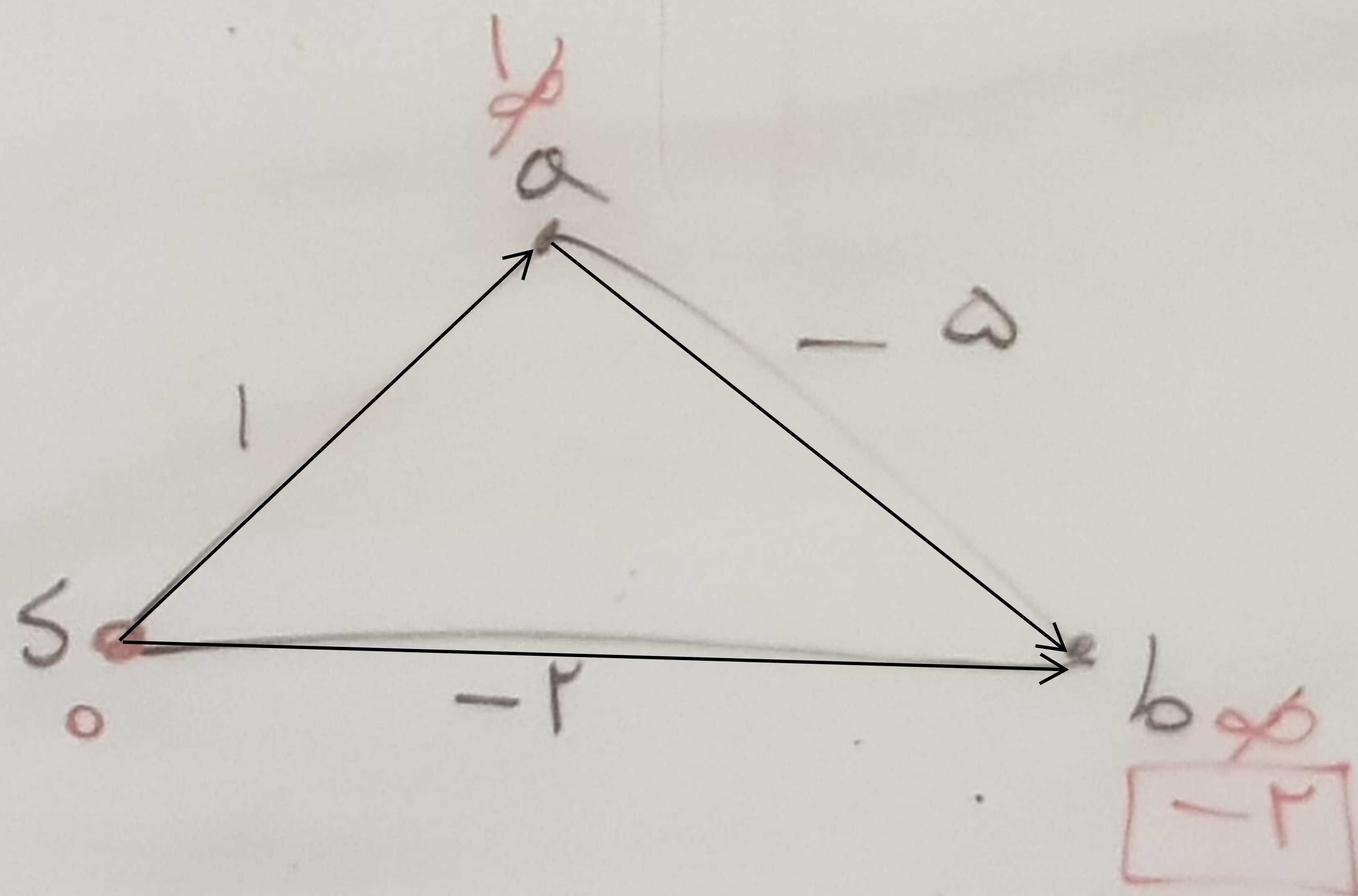
با توجه به اینکه در تکرار k ام w انتخاب شده است و در

$$d(x) + w_{xy} \geq d(v) + w_{vw}$$

در نتیجه

$$w_p \geq d(v) + w_{vw}$$

$$w_p \geq d(w)$$



مشکل در یال با وزن منفی

بنام خدا

All pairs shortest
path

گراف جهت دار (V, E) که هر یال uv

دارای هزینه (طول) w_{uv} و دور با طول

منفی ندارد، مفروض است. (هزینه‌ها می‌توانند

منفی باشند)

هر حرف یا متن طول کم هزینه‌ترین مسیر بین

هر صفت از گره‌های گراف است.