

$$|V| = n \quad |E| = m$$

به نام خدا

Vertex cover  
پوشش دایره

$$G = (V, E)$$

هر رأس  $v$  وزن  $c_v$

Cardinality.

هدف: زیر مجموعه ای از رئوس با کمترین وزن (تعداد  $V$ )

را انتخاب کنیم که هر یال  $uv \in E$  یا  $u$  یا  $v$  در این

مجموعه است. (مجموعه پوشش)

برای هر  $v \in V$ ,

$$x_v = \begin{cases} 1 & \text{اگر رأس } v \text{ انتخاب شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\min \sum_{v \in V} c_v x_v$$

s.t

$$x_u + x_v \geq 1 \quad \forall uv \in E$$

$$x_v \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V$$



$$|V| = n \quad |E| = m$$

به نام خدا

Vertex cover

پوشش رأس

$$G = (V, E)$$

هر رأس  $v$  وزن  $c_v$

Cardinality

هدف: زیر مجموعه ای از رأس با کمترین وزن (تعداد  $V$ )

را انتخاب کنیم که برای  $u, v \in E$  یا  $u$  یا  $v$  در این

مجموعه است. (مجموعه پوشش)

برای هر  $v \in V$ ,

$$x_v = \begin{cases} 1 & \text{آنها رأس انتخاب شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\sum_{v \in V} c_v x_v$$

(LP)

min

s.t

$$x_u + x_v \geq 1 \quad \forall u, v \in E$$

$$x_v \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V$$

مثلاً



پاسخ نهایی

جواب بهینه فکته اگر ادا شده.

$$C = \left\{ \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right\}$$

$$Z_v = \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$x_v^* \geq \frac{1}{2}$$

در فکته این ضرورت

\* اثبات:  $C$  صفا پوشش راسی می باشد از ادرینه این ضرورت



$$Z_u = 0 \text{ و } Z_v = 0$$

$$\Rightarrow x_u^* < \frac{1}{2} \text{ و } x_v^* < \frac{1}{2}$$

$$x_u^* + x_v^* < 1$$

Relaxed LP

$$\min \sum_{v \in V} C_v x_v$$

s.t

$$x_u + x_v \geq 1$$

$$0 \leq x_v$$

$$(x_v \leq 1 \text{ زائد})$$



به نام خدا

الگوریتم ۳. (بر اساس مدل ۱۹)

۱- در زمان حین جمله شش آزاد شده می‌شود، اصل می‌کند

جواب می‌دهد، با  $x^*$  نشان می‌دهد.

۲- تقریب می‌کند  $Z_v = \begin{cases} 1 & x_v^* \geq \frac{1}{4} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$

۳.  $C = \{v \mid z_v = 1\}$

قضیه: ضریب تقریب الگوریتم ۳ برابر با دو است.  $Alg \leq 2 opt$

$opt$  مقدار تابع هدف می‌باشد.

$$Alg = \sum_{v \in V} C_v z_v$$

$Alg$ : مقدار تابع هدف الگوریتم ۳.

اثبات:

$$\forall v \in V: z_v \leq 2 x_v^*$$

$$\forall v \in V: C_v z_v \leq 2 C_v x_v^*$$

$$\sum_{v \in V} C_v z_v \leq 2 \sum_{v \in V} C_v x_v^*$$

$$\Rightarrow Alg \leq 2 opt$$

بدیهی:

$$\sum_{v \in V} C_v x_v^* \leq opt$$



الگوریتم تقریبی

۱- جواب درسته

۲- در زمان چند عملی ای

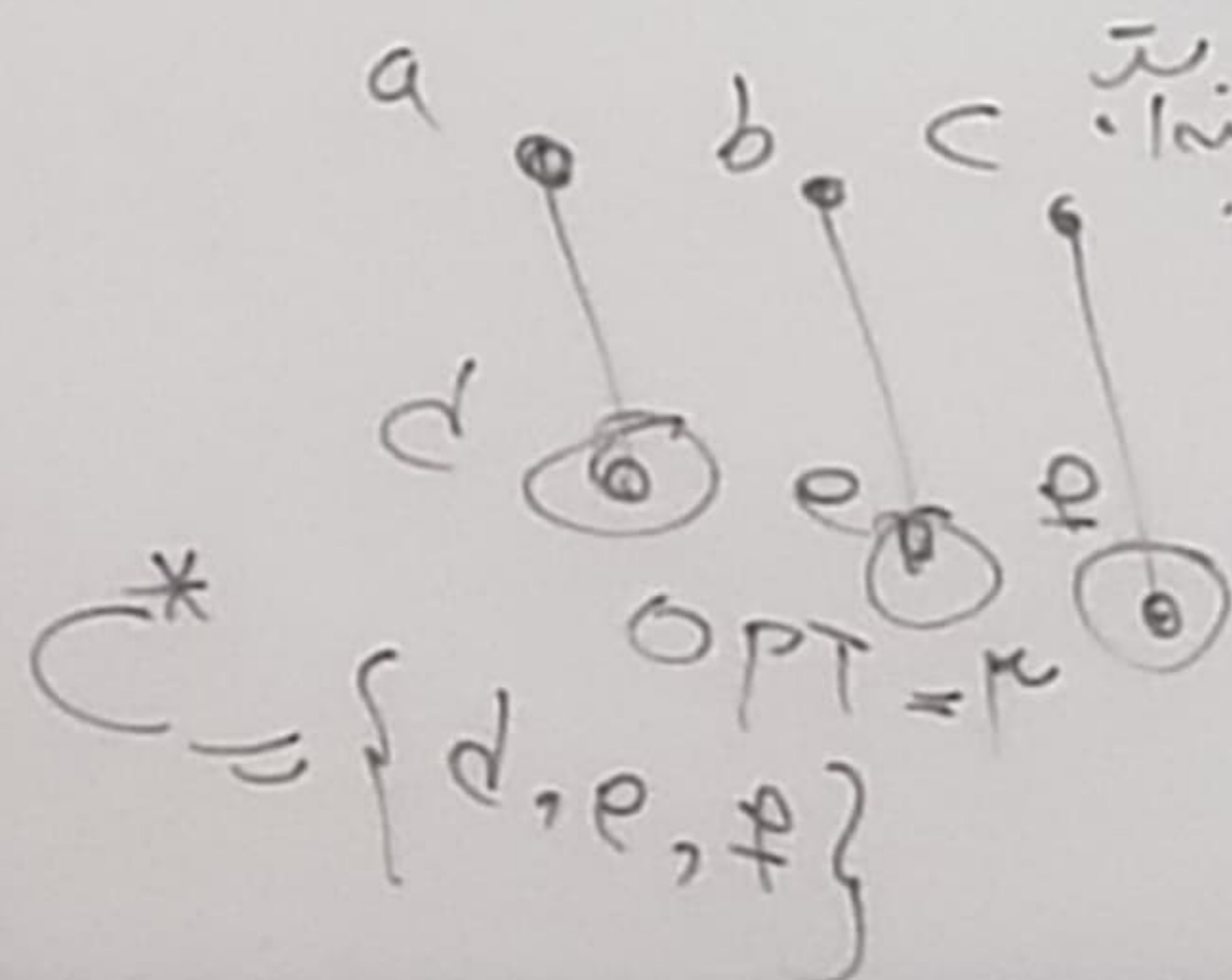
جواب  $\leq 2 \times$    
 هزینه  $\leq$    
 $opt \leq 2 \times$

۳- ضرب تقریب  $\alpha$

۴- مثال light (نماد)

ارائه شدن به هم برای آن مثال

جواب الگوریتم  $\alpha$  برای جواب بهینه است



$$Alg \leq 2 \cdot opt$$

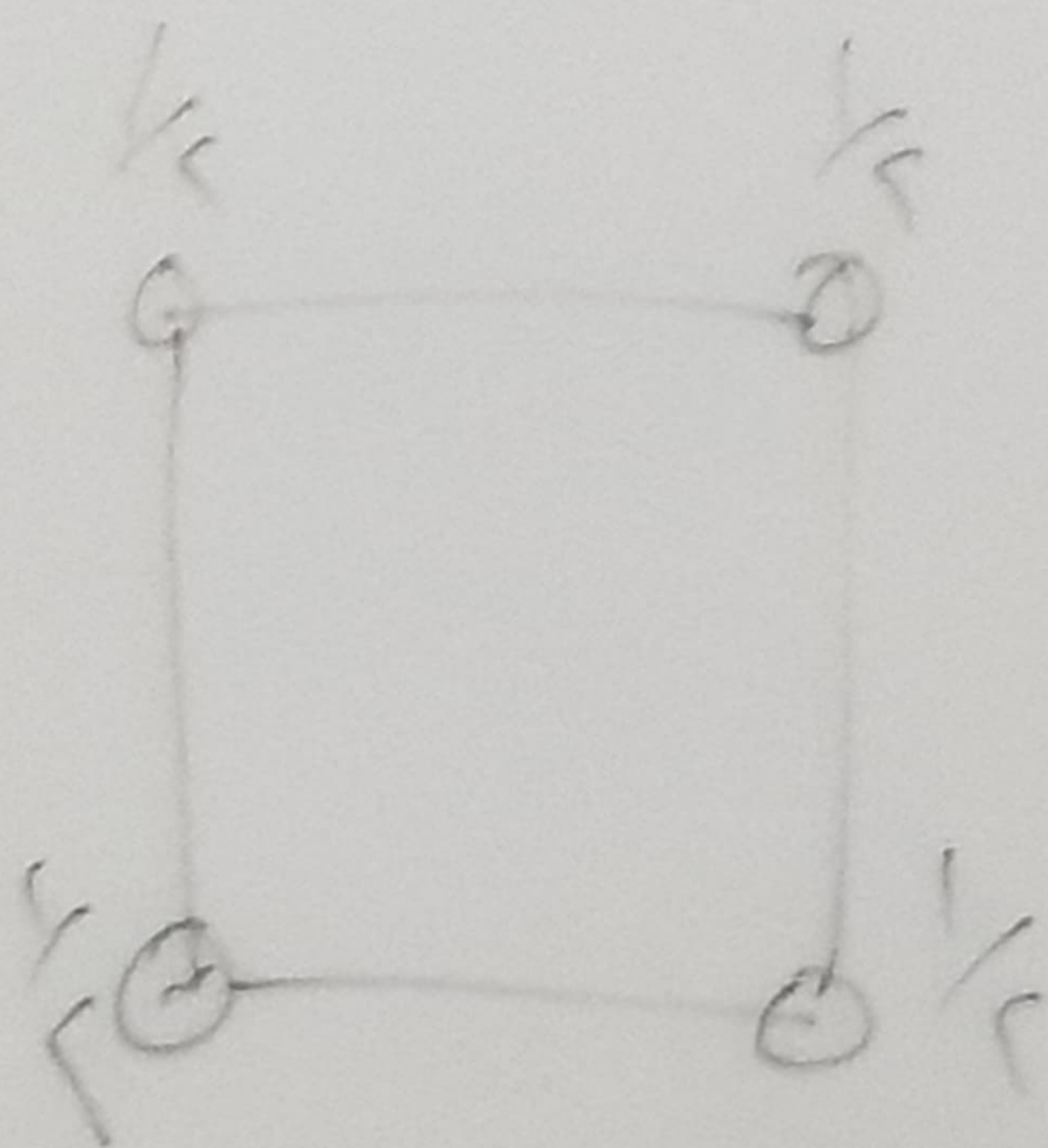
opt

optimal value

مقدار بهینه مسئله

آیا می توانیم حدیثت؟






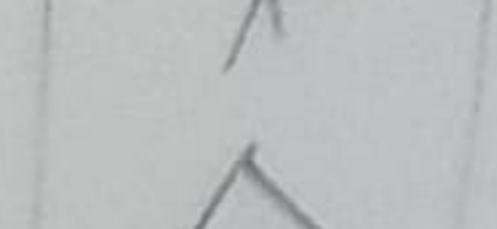
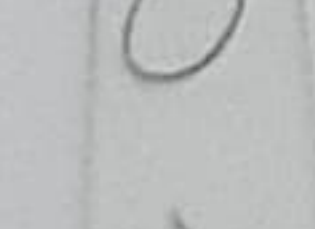
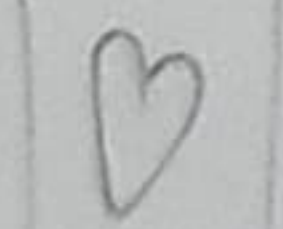
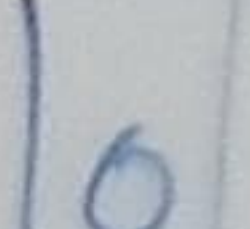
$$Alg = \mathcal{F}$$

$$op \mathcal{T} = \mathcal{F}$$



$$U = \{ \underset{\checkmark}{\square}, \underset{\checkmark}{\triangle}, \bigcirc, \underset{\checkmark}{*}, \heartsuit \}$$

$F = \{$

				
$\wedge$	$\vee$	$\sim$		$ $

$\}$

بہنام خدا

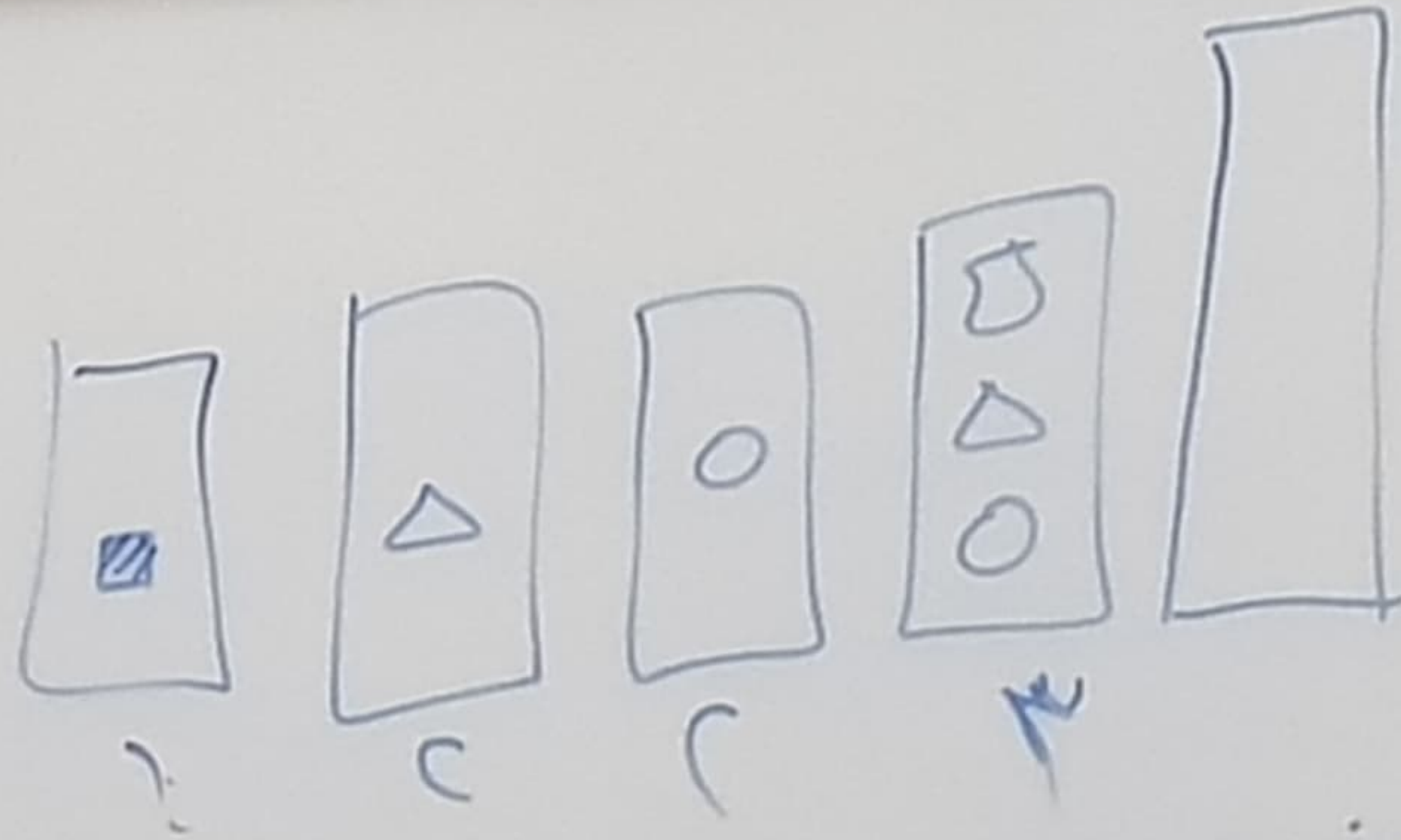
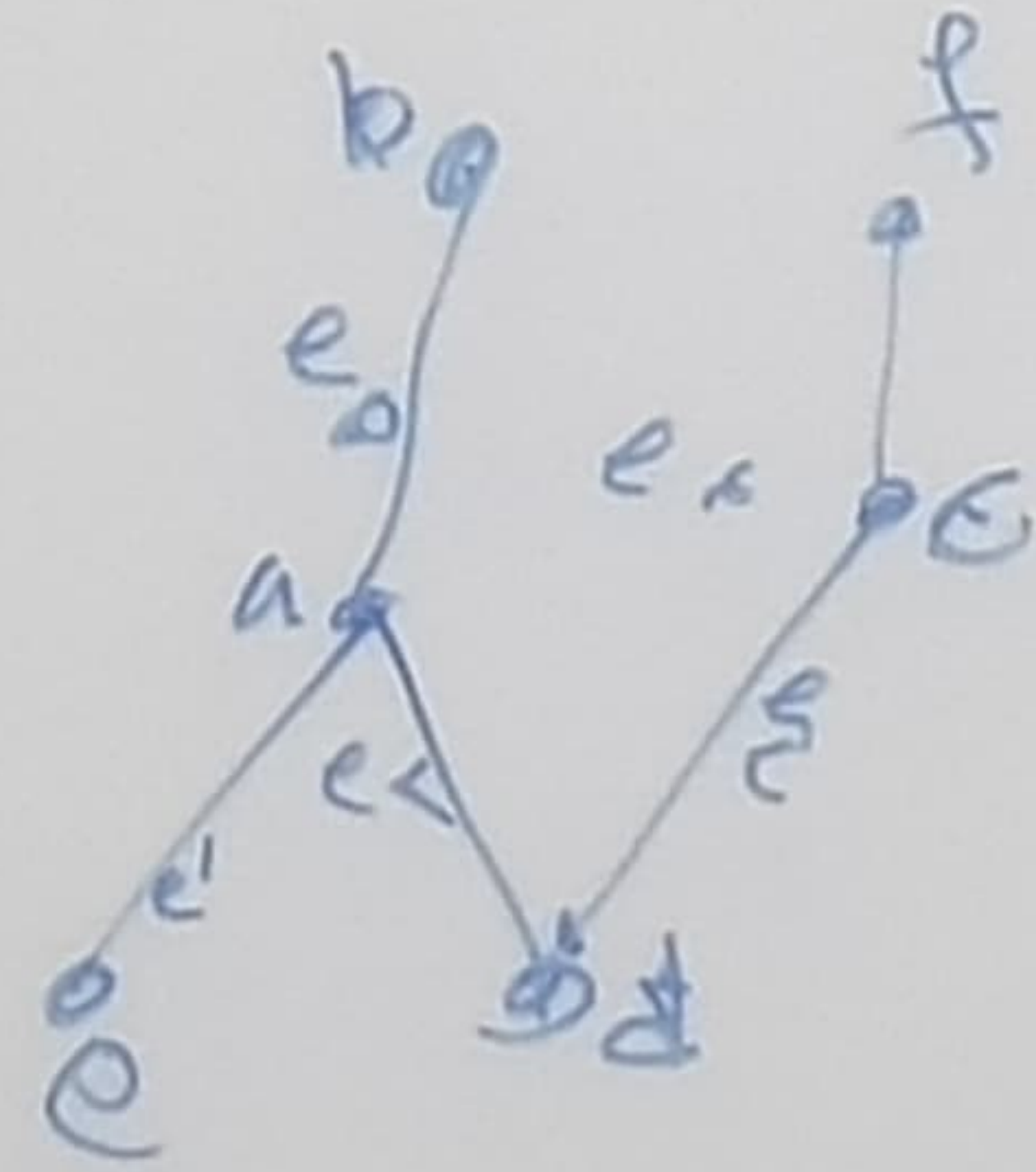
set cover (پوشش مجموعه ای)

۵: مجموعه مروج از عناصر

عزیزه ♀ برای ♀ ترفیعی شود

هدف یافتن زیرمجموعه از عناصر با کمترین هزینه است  
که تمام اعضای آن پوشش داده شود.





روشش رأسی حالت خاص منتهی روشش مجموعه ای است

$$U = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$$

$$U = E$$

$$F = \left\{ \underbrace{\{e_1, e_2, e_3\}}_a, \underbrace{\{e_5\}}_b, \underbrace{\{e_4, e_6\}}_c, \underbrace{\{e_2, e_3\}}_d, \underbrace{\{e_1\}}_e \right\}$$