



دانشگاه تهران
دانشکده فنی

دانشکده علوم مهندسی
طراحی الگوریتم، پاییز ۱۴۰۳



تمرین‌های الگوریتم‌های تخمین

۱. بابک برای حل سوال $vertex - cover$ یک الگوریتم از خود ارائه داده است. به این شیوه که هر بار آن راسی که بیشترین درجه را در گراف فعلی دارد انتخاب می‌کنیم و همه یال‌های مجاورش را حذف می‌کنیم. این کار را آنقدر ادامه می‌دهیم تا همه یال‌ها از گراف پاک شوند. این بار شما یک مثال ارائه دهید که نشان دهد، الگوریتم بابک، دارای نسبت کارایی ۲ نیست. (الگوریتمی دارای نسبت کارایی ۲ است که جوابی می‌دهد که حداکثر تا ۲ برابر بدتر از جواب بهینه باشد).

۲. فرض کنید شما با یک شرکت باربری همکاری می‌کنید. امروز قرار است n جعبه مختلف را به مقصدی یکسان ارسال کنید. وزن جعبه i برابر است با w_i . شما در حال حاضر m کامیون برای ارسال جعبه‌ها در اختیار دارید. فرض کنید A_j مجموعه‌ی جعبه‌هایی باشد که قرار است کامیون j به مقصد برساند. در این صورت $L_j = \sum_{i \in A_j} w_i$ برابر است با مجموع وزن جعبه‌های که کامیون j به سمت مقصد حمل می‌کند که به عنوان بار آن کامیون در نظر گرفته می‌شود. اما کامیون‌های شرکت فرسوده هستند؛ لذا مدیر شرکت از شما می‌خواهد طوری جعبه‌ها را به کامیون‌ها اختصاص دهید که مقدار $\max(L_j)$ ها کمینه شود. برای این منظور یک الگوریتم تقریبی با تقریب $\frac{3}{2}$ ارائه دهید.

تمرین‌های برنامه ریزی خطی

۳. در یک شهر، شبکه‌ای از برج‌های مخابراتی وجود دارد که هر کدام برای پوشش محدوده‌ای از شهر به کار گرفته شده‌اند. برج‌های نزدیک به یکدیگر ممکن است در استفاده از فرکانس‌های رادیویی تداخل داشته باشند. برای جلوگیری از این تداخل، باید به هر برج یک کانال فرکانسی اختصاص داده شود، به گونه‌ای که برج‌های مجاور نتوانند از کانال‌های یکسان استفاده کنند. هدف این است که تعداد کانال‌های فرکانسی مورد استفاده در کل شبکه حداقل شود، به طوری که هیچ دو برج مجاور از یک کانال مشترک استفاده نکنند. این مسئله را به طور مناسب مدلسازی کنید و برای آن یک برنامه‌ریزی خطی صحیح مناسب بنویسید.

۴. در کهکشان آرومدا، پس از یک طوفان عظیم کیهانی، منابع غذایی بین سیاره‌ها به شدت نامتعادل شده است. برخی از سیاره‌ها منابع غذایی فراوانی دارند و می‌توانند به دیگر سیاره‌ها کمک کنند، اما برخی دیگر دچار قحطی شده‌اند و برای زنده ماندن به منابع فوری نیاز دارند. شورای بین کهکشانی تصمیم گرفته است که منابع را از سیاره‌های تامین‌کننده به سیاره‌های نیازمند انتقال دهد. هر سیاره تامین‌کننده مقدار مشخصی ظرفیت دارد و هر سیاره نیازمند به مقدار مشخصی آذوقه احتیاج دارد. انتقال آذوقه از هر سیاره تامین‌کننده به هر سیاره نیازمند، مقدار مشخصی هزینه دارد. هدف این است که با کمترین هزینه ممکن آذوقه مورد نیاز سیاره‌های نیازمند را تامین کنیم. این مسئله را به کمک برنامه ریزی خطی مدل کنید.