

# طراحی و بررسی الگوریتم‌ها

## مجموعه سؤالات حریصانه

(۱) مجموعه‌ای از  $n$  نقطه حقیقی بر روی یک خط راست داریم. الگوریتم بهینه‌ای ارائه دهید که با کوچکترین مجموعه از بازه‌های بسته به طول ۱، تمام این نقاط را بپوشاند.

(۲) تعدادی سخنرانی زمان‌بندی شده داریم. می‌خواهیم بیشترین تعداد سخنرانی‌ها را در یک سالن برگزار کنیم به طوریکه هیچ دو سخنرانی‌ای با هم اشتراک زمانی نداشته باشند. الگوریتمی برای اینکار ارائه دهید.

(۳) در سؤال قبل اگر به تعداد نامحدود سالن در اختیار داشته باشیم و هدف، برگزاری تمامی سخنرانی‌ها بدون تداخل و با استفاده از کمترین تعداد سالن باشد، الگوریتم قبلی چه تغییری می‌کند؟

(۴) دو مجموعه  $A$  و  $B$  از اعداد صحیح مثبت داریم که اندازه هر یک برابر  $n$  می‌باشد. به اعضای این دو مجموعه طوری اندیس دهید که حاصل  $\prod_{i=1}^n a_i^{b_i}$  ماکسیمم شود. زمان اجرای الگوریتم را به دست آورید.

(۵) می‌خواهیم مبلغی را با سکه‌های ۱، ۲ و ۵ تومانی پرداخت کنیم. از هر سکه به تعداد نامحدود داریم. الگوریتمی ارائه دهید که با کمترین تعداد سکه این کار را انجام دهد.

(۶) آیا اگر سؤال قبل از سکه‌های ۱، ۴ و ۵ تومانی استفاده کنیم، الگوریتم حریصانه جواب می‌دهد؟ آیا این یک تناقض است؟

(۷) اگر سکه‌ها به صورت توان‌های یک عدد صحیح بزرگتر از یک مانند  $c$  باشد (مانند:  $1, c, c^2, \dots$ )، ثابت کنید که الگوریتم حریصانه همیشه درست جواب می‌دهد.

(۸) در یک جمع  $N$  زن و  $N$  مرد داریم که می‌خواهند ازدواج کنند! هر کس یک لیست  $N$  تایی مرتب از جنس مخالف دارد که اولویت ازدواجش را مشخص می‌کند. می‌خواهیم به همه زوج مناسبشان را پیشنهاد کنیم به‌طوری‌که این پیشنهاد شرایط زیر را برآورده کند:

- به هر زن مردی را پیشنهاد کنیم که به آن مرد، آن زن را پیشنهاد کردیم! (بدیهه!)
- دو زوج  $(m_1, z_1)$  و  $(m_2, z_2)$  وجود نداشته باشد که  $m_1$ ،  $z_2$  را بیش از  $z_1$  خودش دوست داشته باشد و به طور متقابل!  $z_2$ ،  $m_1$  را بیش از مرد خودش دوست داشته باشد!

الگوریتمی برای اینکار ارائه دهید. (راهنمایی: جای دوری نروید! به زندگی روزمره توجه کنید!)

۹) یک کامپیوتر چندپردازنده‌ای داریم که دو عمل جمع و ضرب دارد. مدت زمان عمل جمع «آ» و عمل ضرب «ب» می‌باشد. کامپیوتر ما می‌تواند چند عمل را همزمان انجام دهد و لذا زمان محاسبه  $A \circ B$  برابر بیشینه زمان محاسبه  $A$  و  $B$ ، به اضافه زمان محاسبه عمل  $\circ$  می‌باشد. الگوریتمی ارائه دهید که «آ» و «ب» و عبارت ریاضی شامل جمع و ضرب را دریافت کرده و کمترین زمان محاسبه عبارت را بدست آورد.

**توضیح:** بدیهی است که در تمامی سؤالات الگوریتم کارا مد نظر است. (و حتی حریصانه!)