

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

Asignatura:

Fundamentos Físicos de la Informática

Autor:

Fernando José Mateos Gómez

Última Modificación: **14 de Junio del 2021**

≈ 'τ πύγρς ζ μ . 'τ κρρς ρρ 'τ θ ≈
≈ γ'τμρς πγρμδ . ζ μ ≈

Indice

1. Introducción	3
1.1. Movimiento	3
1.1.1. MRU y MRUA	3
1.1.2. MCU y MCUA	3
1.2. Vectores	4
1.3. Trigonometría	4
1.4. Números Complejos	5
1.4.1. Fasores	5
2. Tema 1: Campo Electrostatico	6
2.1. Cargas	6
2.2. Ley de Coulumb	6
2.3. Campo Electrostatico	6
2.4. Distribución de Cargas	7
2.5. Ley de Gauss	7
2.5.1. Plano Infinito	8
2.5.2. Cilindro en un plano infinito	8
2.5.3. Esfera cargada	8
2.6. Balance de Energías	9
2.7. Superficies Equipotenciales	9
2.8. Conductores	9
2.8.1. Jaula de Faraday	10
2.8.2. Capacidad de un Conductor	10
2.9. Condensador	10
2.9.1. Condensador de Placas Planas y Paralelas	11
2.10. Energía Almacenada en un Condensador	11
2.10.1. Aislantes	11
2.10.2. Permitividad relativa	11
2.11. Asociación de condensadores	12
2.11.1. En serie	12
2.11.2. En paralelo	12
3. Tema 2: Campo Magnetostático	13
3.1. Fuerza Magnética	13
3.1.1. Conservación de la Energía, Trabajo y Movimiento	13
3.2. Ley de Lorentz	14
3.2.1. Selector de Velocidades	14
3.3. Fuerza Magnética en un hilo conductor	14
3.4. Espira	14
3.5. Ley de Biot y Savart	15
3.5.1. Espira Circular	15
3.6. Ley de Ampere	15
3.6.1. Solenoide	15
4. Tema 3: Circuitos de Corriente Continua	16
4.1. Intensidad de Corriente	16
4.2. Vector Densidad de Corriente	16
4.2.1. Campo Electrostatico y Densidad de Corriente	16
4.3. Conductores Ohmicos	16
4.3.1. Resistencia	17

4.4.	Joule	17
4.5.	Baterías	17
4.6.	Leyes de Kirchoff	17
4.6.1.	Leyes de los Nudos	17
4.6.2.	Leyes de las Mayas	17
4.6.3.	Circuitos simples y Paralelos	18
4.6.4.	Simples	18
4.6.5.	Paralelos	18
4.7.	Transistores	18
5.	Tema 4: Inducción Electromagnética	19
6.	Tema 5: Circuitos de Corriente Alterna	20
7.	Tema 6: Ondas Electromagnéticas	21

1. Introducción

1.1. Movimiento

En este apartado veremos un repaso de los movimientos más básicos.

1.1.1. MRU y MRUA

Partiendo de la 2ª Ley de Newton, sabemos que la Fuerza es igual a la masa por su aceleración:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Podemos descomponer la fuerza en sus componentes horizontales y verticales:

$$\begin{aligned}\vec{F}_x &= \frac{\partial^2 \vec{x}}{\partial t^2} m \rightarrow m \frac{\partial^2 \vec{x}}{\partial t^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial^2 \vec{x}}{\partial t^2} = 0 \\ \vec{F}_y &= F_y \hat{j} \rightarrow \vec{F}_y = m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \Leftrightarrow \frac{\vec{F}_y}{m} = \vec{a}_y\end{aligned}$$

Es decir, cuando $\vec{F}_x = 0\text{N} \rightarrow \vec{a} = 0\text{m/s}^2$, por lo que la velocidad es constante, $\vec{v} = cte$, solo si $\vec{F}_y \neq 0\text{N}$ y $\vec{a}_y = \vec{a} = \frac{\vec{F}_y}{m} = cte$.

Sabiendo esto y las expresiones de la aceleración y la velocidad, podemos definir las expresiones del **MRU** y **MRUA**:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \text{ Y } \vec{v} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial t}$$

Obtenemos:

$$\begin{aligned}\int_0^t \vec{a} \partial t &= \int_0^t \partial t \rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t} \\ \int_0^t \vec{v} \partial t &= \int_0^t \partial \vec{x} \rightarrow \boxed{\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_o t}\end{aligned}$$

$$\text{Si } \vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t \text{ y } \vec{a} = cte \rightarrow \boxed{\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_o t + \frac{\vec{a}t^2}{2}}$$

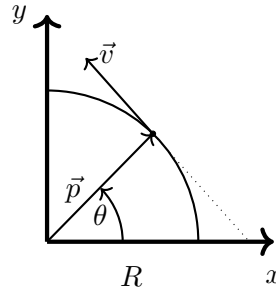
1.1.2. MCU y MCUA

El **MCU** o Movimiento Circular Uniforme, se genera en las rotaciones de un cuerpo respecto a un punto \mathbf{p} en un radio \mathbf{R} . Podemos analizar la posición de un punto cualquiera, en función de las componentes horizontales y verticales:

$$\boxed{\vec{P}(t) = (\vec{x}(t), \vec{y}(t)) = R(\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j})}$$

Sabemos que el modulo de $\vec{P}(t)$ es lo mismo que: $|\vec{P}| = R$ y que al derivar un angulo cualquiera en función del tiempo, obtenemos la velocidad angular por unidad de tiempo:

$$\boxed{\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{v}{R} = \omega}$$



Por lo tanto, podemos concluir con lo siguiente

$$\vec{v} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = R (w \cos \theta \vec{j} - w \sin \theta \vec{i}) = \boxed{Rw (\cos \theta \vec{j} - \sin \theta \vec{i})}$$

Y que el modulo de la velocidad es constante:

$$|\vec{v}| = wR = cte$$

Evidentemente podemos calcular a partir de la velocidad, el vector aceleración:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -Rw^2 (\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}) = \boxed{-w^2 \vec{P}}$$

De esta expresión podemos deducir que el vector \vec{a} es Antiparalelo a $\vec{P}(t)$ y el modulo de la aceleración es $\boxed{|\vec{a}| = \frac{v^2}{R}}$

1.2. Vectores

Un vector es un elemento matemático dotado de dirección, sentido y modulo, es decir, el vector se mueve de cierta forma a un punto, de una forma concreta a una distancia. Aquí aparecerán las operaciones y transformaciones más relevantes:

Considerando los vectores $\vec{u}, \vec{w}, \vec{u} \in \mathbb{R}^n$ tenemos:

- Producto escalar: $\vec{v} \cdot \vec{w} = |v| |w| \cos \alpha = |u|$
- Producto vectorial: $\vec{v} \times \vec{w} = |v| |w| \sin \alpha = \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix} =$

$$= \vec{i} \begin{vmatrix} v_y & v_z \\ w_y & w_z \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} v_x & v_z \\ w_x & w_z \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} v_x & v_y \\ w_x & w_y \end{vmatrix}$$

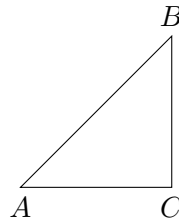
En el Tema 3, veremos algunas propiedades interesantes, sin embargo, con esto será suficiente.

- Vector unitario: Un vector, igual en todo sentido a \vec{u} pero de longitud 1 $\Rightarrow \hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$

1.3. Trigonometría

Veremos como calcular las funciones trigonométricas y posteriormente algunas de sus propiedades

- $\sin \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$
- $\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$
- $\tan \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$
- $\csc \alpha = \sin \alpha^{-1} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$
- $\sec \alpha = \cos \alpha^{-1} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$
- $\cot \alpha = \tan \alpha^{-1} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$



Al hablar en trigonometría usaremos los radianes **$k\pi$ rad** y en función del ángulo que tengamos, lo podemos simplificar a otro que sea inferior a $\frac{\pi}{2}$ rad:

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos \alpha$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha$
- $\sin\left(\pi \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha$
- $\cos\left(\pi \pm \alpha\right) = -\cos \alpha$
- $\sin\left(3\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cos \alpha$
- $\cos\left(3\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha$

1.4. Números Complejos

1.4.1. Fasores

2. Tema 1: Campo Electrostático

2.1. Cargas

La carga es una unidad cuantizable, a partir de la carga del electrón e^- , siendo posible la carga una unidad de magnitud positiva o negativa.

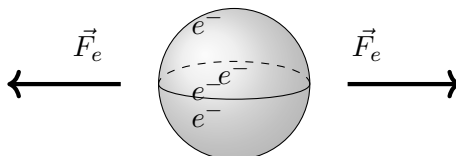
Esta unidad afecta a nivel de la Fuerza Electrostática, el Campo Electrostático y sus magnitudes, y podemos considerar que todas las cargas poseen masa.

Además, dado un sistema, siempre la suma de todas las cargas va a ser cero. De este enunciado podemos decir dos principios:

- Principio de Conservación de la Carga: La suma de todas las cargas del Universo vale cero, es decir, la carga total es **cte**
- Principio de Conservación local de la Carga: La suma de todas las cargas en un sistema, es **cte** es decir, vale 0.

2.2. Ley de Coulumb

Esta es la ley fundamental que describe la interacción entre dos cargas puntuales en un medio, independientemente del tamaño del cuerpo. Consideramos la carga total del sistema, y no la unitaria por cada sección del cuerpo.



Cada cuerpo generará su propio campo y si consideramos las cargas puntuales, la fuerza entre ambas cargas será:

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r} = K \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad N$$

Siendo esta, el vector fuerza que ejerce la carga q_1 sobre la carga q_2 .

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

Y evidentemente, el vector fuerza que ejerce la carga q_2 sobre la carga q_1 es opuesta al vector fuerza que ejerce la carga q_1 sobre la carga q_2

De esta forma podemos concluir con lo siguiente.

- Las cargas de igual signo se repelen, mientras que las de signo diferente se atraen.
- Los vectores de posición son respecto a un punto de referencia. Siendo \vec{r}_2 el vector del punto destino, y \vec{r}_1 el vector del punto de partida.
- K es la constante de Coulomb en el vacío y es lo mismo que $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, siendo ϵ_0 la permitividad en el vacío.

2.3. Campo Electrostático

El campo es la manifestación de la perturbación en el espacio generado por una carga puntual:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{Q} = Kq \frac{\vec{r} - \vec{r}^i}{|\vec{r} - \vec{r}^i|^3} \quad V/m$$

Siendo \vec{r}^i el vector entre el punto de referencia y la carga y \vec{r} es el vector entre el punto de estudio y el punto de referencia

Solo podemos calcular el campo cuando la carga q es muy pequeña, o lo que es lo mismo: $\lim_{q \rightarrow 0} \vec{E} \approx 0$

Sabiendo como se expresa el campo electrostático, nos interesaría conocer algunos casos puntuales dignos de consideración:

- Dado un plano con dos cargas puntuales en el mismo eje de coordenadas, y queriendo calcular el campo en un punto cualquiera a una distancia equidistante respecto a las dos cargas es igual a:
 - $\vec{E}_x = 2 |\vec{E}| \cos \alpha \hat{i}$
 - $\vec{E}_y = 2 |\vec{E}| \sin \alpha \hat{j}$
- Las cargas actúan como sumideros.
- El campo generado por una carga eléctrica se emite de forma radial y constante, y su número indica su intensidad.

2.4. Distribución de Cargas

Hemos considerado un cuerpo cualquiera con carga, como una carga puntual que genera un \vec{E} , ya que la carga se distribuía de forma continua. Sin embargo en la realidad no es así, y dependiendo del cuerpo que tengamos, su forma y tamaño afectarán al cálculo del campo. Para esto, deberemos de calcular sección por sección del cuerpo de estudio con el fin de obtener una aproximación del campo total. En esta parte veremos la distribución de cargas por unidad de longitud que la denotaremos por:

$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

Siendo Q la carga y l la unidad de longitud

Estudiaremos un caso muy particular, el campo generado por una barra metálica infinitamente larga.

$$\overline{\quad\quad\quad} \quad |\partial l|$$

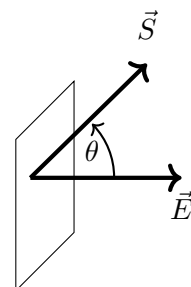
$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \int_a^b \lambda \frac{\hat{r}}{r^2} dl = K\lambda \int_a^b \frac{\vec{r}}{r^3} dl = K\lambda \int_a^b \left(\frac{y}{h} \vec{j} - \frac{x}{h} \vec{i} \right) dl$$

Siendo $h = \sqrt{x^2 + y^2}$ y las incógnitas x e y como la distancia de un punto cualquiera en la barra para las coordenadas X e Y respectivamente. Los valores a y b de la integral, no son más que dos extremos cualquiera de la barra cargada.

2.5. Ley de Gauss

La ley de Gauss define el flujo de \vec{E} a través de una superficie cerrada. Podemos considerar un caso general, donde dado un espacio cualquiera, con tamaño y forma indefinidos el flujo del campo eléctrico se denota por:

$$\phi = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{\infty} \vec{E}_i \Delta S = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_o}$$



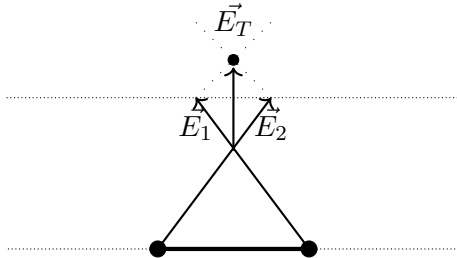
Dada esta expresión podemos deducir que el flujo total es la suma, infinitesimal de cada una de las secciones sobre la que ejerce el campo eléctrico sobre la superficie, y que el flujo ϕ es proporcional a la carga interna $\Rightarrow \boxed{\phi \propto q}$

Por lo tanto podemos estudiar el valor del campo \vec{E} en casos de extrema simetría. Para esto consideraremos una nueva magnitud σ que denota la distribución superficial de carga.

$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{S}}$$

No confundir la superficie del cuerpo de estudio con la superficie Gaussiana, esta es variable y depende de quien la estudie.

2.5.1. Plano Infinito



Dado el diagrama propuesto, todos los puntos situados en el mismo plano, poseen la misma Distribución Superficial de Carga, y por ende todos los puntos poseen el mismo

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2\vec{E}$$

2.5.2. Cilindro en un plano infinito

Si situáramos un cilindro en un plano infinitamente largo, observamos que el flujo corresponde a la suma del flujo que pasa por cada una de las tapas y la cubierta lateral del cilindro. De esta forma, debido a que la cubierta lateral es paralela al vector normal al campo, el flujo que pasa por ahí es nulo. Por ende:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{SL} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \oint_{S^+} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \oint_{S^-} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2 \oint_{S^+} \vec{E} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \phi = 2 |\vec{E}| |\vec{S}| = 2ES$$

$$2ES = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_o} \Rightarrow E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_o} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_o} \hat{n}}$$

Posteriormente veremos que si el cuerpo está cargado y analizamos el campo \vec{E} , este valdrá 0, y por ende su potencial es *cte* aunque no sepamos cuanto pueda valer. **El vector \hat{n} es el vector normal a la superficie.**

2.5.3. Esfera cargada

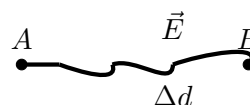
Aplicando la Ley de Gauss y considerando R el radio de la superficie Gaussiana, y r el radio de la esfera:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} \Rightarrow |\vec{E}| 4\pi R^2 = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_o}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_o 4\pi R^2} \hat{n} = \frac{\sigma r^2}{\epsilon_o R^2} \hat{n}}$$

2.6. Balance de Energías

Debido a que la fuerza electrostática es una fuerza conservativa, no importa la ruta recorrida, sino las posiciones inicial y final para calcular el trabajo requerido para mover la carga de un punto **A** al **B**.



De esta forma podemos aplicar El Teorema de las Fuerzas Vivas por lo que

$$W_{A \rightarrow B} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2) \quad J$$

Por lo tanto el trabajo requerido para mover una carga de un punto A a otro B, es igual

$$a \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -q\Delta V$$

Por convenio diremos que E_c es la energía cinética, E_p es la energía potencial (ambas en Julios **J**) y V es el potencial eléctrico, en Valtios **V**

$$\text{En funcion del signo} \rightarrow \begin{cases} \text{Si } W > 0, q \text{ se mueve a favor del campo} \\ \text{Si } W < 0, q \text{ requiere de un } W_{\text{ext}} \text{ para moverse.} \\ \text{Si la carga se queda quieta al recorrer ese trayecto, diremos que} \\ W_{\text{ext}} = -W \end{cases}$$

Gracias al conocimiento del trabajo, podemos decir que las unidades del Campo Eléctrico pueden ser tanto **N/C** como **V/m**

2.7. Superficies Equipotenciales

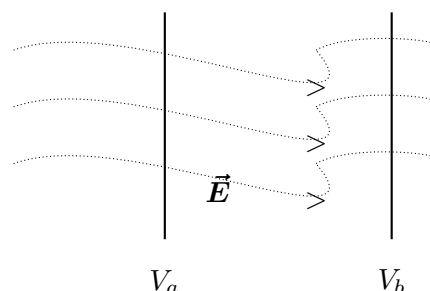
Estos son aquellos espacios donde la diferencia de potencial ΔV vale siempre cero, es decir, tienen el mismo potencial en todos los puntos.

Los espacios que satisfacen esta situacion son aquellos situados paralelamente, en sentido del campo eléctrico.

Es decir:

$$\Delta V = -E d \cos \alpha \Rightarrow dV = -\vec{E} d\vec{r}$$

Dada esta expresión, dos puntos son equipotenciales cuando $\cos \alpha = 0$. Como se puede ver en el diagrama, todos los puntos paralelos, en función de las líneas de cambio, son equipotenciales entre si.



2.8. Conductores

Las cargas en un conductor tenderán a moverse, mientras circula un campo \vec{E} , hasta que la carga neta del sistema se estabilice y quede en equilibrio, alrededor de unos 10^{-14} segundos.

Estos materiales poseen una serie de propiedades, estudiándolos internamente, estas son:

Propiedades:

1. \vec{E} en el interior es nulo, (Si no, las cargas no tenderían a equilibrarse)

2. El potencial es *cte* en todo el conductor, interior y superficie, es decir, todo el conductor es una superficie equipotencial.
3. La carga neta tenderá a acumularse en la superficie del conductor, esto se puede demostrar con la Ley de Gauss:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = 0 \Leftrightarrow Q_{\text{int}} = 0$$

4. El campo \vec{E} en la superficie, hará que la carga se mueva a los bordes, por lo que $\vec{E} \not\perp \vec{S}$
5. \vec{E} en la superficie vale $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$

En la realidad, un conductor no es completamente puro, no siempre, por lo que si este se encontrase en un campo eléctrico externo, \vec{E} interna tenderá a cero, mientras que las cargas internas se moverán a favor del campo externo.

2.8.1. Jaula de Faraday

Son estructuras que son cargadas con carga eléctrica hasta el punto del Campo de Ruptura, un estado en el cual el material servirá como aislante frente a campos eléctricos externos.

2.8.2. Capacidad de un Conductor

La expresión de la capacidad \mathcal{C} que se mide en **Faradios**, F , no es más que el cociente entre la carga del sistema entre su potencial:

$$\mathcal{C} = \frac{Q}{V}$$

Esta expresión se consigue a partir de la integración del potencial en un punto de la superficie del conductor, considerando que la distribución superficial de carga σ es igual al cociente entre la derivada de la carga en función de la superficie. Es decir:

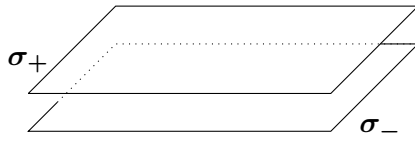
$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

$$V(p) = \int \frac{\sigma K}{r} dS \approx Q = V\mathcal{C}$$

2.9. Condensador

Un condensador es un elemento formado por dos conductores de influencia total, es decir, poseen la misma carga pero de signos distintos. Un caso particular es el condensador de placas planas y paralelas

2.9.1. Condensador de Placas Planas y Paralelas



Asumiendo que $E = \frac{\sigma}{\epsilon_o}$ es el valor dentro de las dos placas, y d la distancia entre ambas placas, siendo muy pequeña:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Ed} = \boxed{\frac{\epsilon_o S}{d}}$$

Posteriormente veremos como, dado un ambiente diferente al vacío, ϵ_o puede valer otra cosa en función de otra variable.

2.10. Energía Almacenada en un Condensador

Partiendo de que tenemos dos condensadores, uno cargado y otro vacío, ambos con la misma carga pero signos opuestos, las cargas se moverán en función del campo eléctrico que afecta al sistema, redistribuyendo las cargas de forma que cuanto más carga eléctrica se mueva, el potencial eléctrico aumenta proporcionalmente. De esta forma podemos calcular el trabajo, o energía, que se almacena entre las placas:

$$dW = V(q) dq$$

$$W = \int_0^Q V(q) dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} \Big|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

A veces se denota por la letra μ , y evidentemente se mide en Julios.

$$\boxed{\mu = \frac{Q^2}{2C} = C \frac{\Delta V^2}{2}}$$

Analizándolo de una forma espacial, la energía almacenada no es más que una expresión que relaciona la permitividad del medio y el volumen del campo entre ambas placas:

$$\boxed{\mu = E^2 \frac{\epsilon_o}{2} S d}$$

Siendo Sd el volumen entre ambas placas, y ϵ_o la permitividad en el vacío, la cual podemos ajustar a cualquier medio.

2.10.1. Aislantes

Al introducir un aislante entre dos placas cualesquiera, C aumenta, ya que los aislantes se polarizan cuando se someten a un campo eléctrico.

\vec{E} separa las cargas, agrupandolas por su signo y en función de la orientación del propio \vec{E}

Es decir, las cargas se polarizan, en la superficie, y estas tenderán a ser la misma que la polarizada cuanto más cerca estén de la superficie. Pasado un tiempo, la variación de la polarización se invertirá:

$$E = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\epsilon_o}$$

2.10.2. Permitividad relativa

La permitividad relativa κ indica la facilidad con la que la corriente fluye a través de un medio:

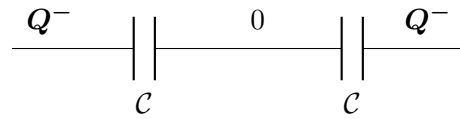
$$\boxed{\epsilon_R = \kappa \epsilon_o}$$

Siendo ϵ_R la permitividad en un medio R y κ la permitividad relativa

2.11. Asociación de condensadores

2.11.1. En serie

Por cada uno de los condensadores hay una caída de tensión, pero la intensidad es la misma en todo, por lo que la carga es *cte*



$$C_T = C_{eq} = \frac{1}{\sum_{n=1}^k \frac{1}{C_n}}$$

$$V_T = \sum_{i=1}^n V_n$$

$$Q_n = Q_1 = \dots = Q_k = cte$$

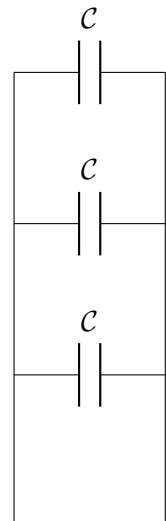
2.11.2. En paralelo

Por cada uno de los condensadores la tensión es la misma, es *cte*, pero la carga no, por lo que la intensidad depende de cada capacitor:

$$C_T = C_{eq} = \sum_{n=1}^k C_n$$

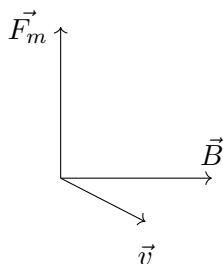
$$V_n = V_1 = \dots = V_k = cte$$

$$Q_T = \sum_{n=1}^k Q_n$$



3. Tema 2: Campo Magnetostático

3.1. Fuerza Magnética



La fuerza magnética actúa sobre las cargas en movimiento y se define, para una carga en movimiento como:

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

\vec{F}_m es perpendicular \perp a \vec{B} y a \vec{v} y siempre irá en el sentido que indique la carga, la velocidad y el campo, por lo que la Fuerza magnética es proporcional a la carga, el campo y a la velocidad.

Algunas propiedades que nos vendrán bien a la hora de calcular son las siguientes, respecto al producto vectorial:

1. $\hat{i} \times \hat{i} = \mathbf{0}$ Y lo mismo ocurre para cualquier otra combinación.
2. $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$, $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$.
3. $\vec{v} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{v}$
4. El módulo es $|\vec{v}| |\vec{B}| \sin$.
5. La dirección, es la perpendicular entre \vec{v} y \vec{B} .
6. El sentido viene indicado por la regla de la mano derecha.

Además consideraremos \otimes para cuando el campo vaya hacia dentro del papel y \odot cuando sea hacia fuera.

3.1.1. Conservación de la Energía, Trabajo y Movimiento

La Fuerza Magnética no es una fuerza conservativa por lo que la energía requerida para mover un cuerpo, en un caso inicial, una carga entre dos puntos, depende de su trayectoria.

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = q \int_1^2 \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0 \text{ J}$$

De esta expresión podemos sacar varias conclusiones:

- Al ser el trabajo nulo, $\Delta E_c = 0 \Rightarrow \vec{v} = cte$ & $\vec{v} \times \vec{B} \perp d\vec{r}$
- Por esta misma razón la fuerza no puede ser nula, por lo que la aceleración tampoco y por ende, la velocidad tampoco $\vec{F} \neq 0 \Rightarrow \vec{a} \neq 0 \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$.
- $\vec{F}_m = \vec{F}_\tau + \vec{F}_n$ La fuerza magnética es la suma de sus componentes normal \vec{F}_n y tangencial \vec{F}_τ .

- El movimiento de un cuerpo afectado por el \vec{B} es variable y complejo, por eso solo estudiamos casos específicos, por ejemplo en el caso de un Helicoidal, el campo tiene una forma de cuello de botella y no lo estudiaremos, pero el resto, en casi todos los casos que veremos, se moverán a favor de \vec{B} .

Si consideramos solamente la fuerza tangencial $\vec{F}_\tau = 0$ podemos obtener una expresión con la cual calcular la velocidad con la que gira la partícula y el radio de la circunferencia con la que gira:

$$\begin{aligned} \vec{F}_m &= \vec{F}_n \\ q \vec{v} \times \vec{B} &= m \vec{a} \\ q |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \alpha &= m \frac{|\vec{v}|^2}{R} \end{aligned}$$

$$v = \frac{qBR}{m} \sin \alpha$$

Siendo R el radio de la circunferencia y \vec{v} la velocidad normal.

3.2. Ley de Lorentz

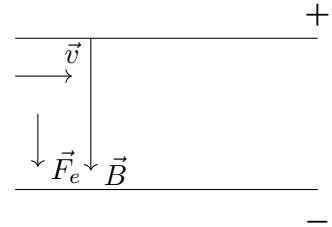
Esta es una expresión bastante simple que relaciona la fuerza magnética y la electrostática:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_m + \vec{F}_e = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

3.2.1. Selector de Velocidades

Este es un caso muy particular para aplicar la ley de Lorentz. Al tener un espacio donde actúan la fuerza magnética y la eléctrica, e introducimos una carga con cierta velocidad podemos concluir en lo siguiente:

$$\begin{aligned} \vec{F}_\tau &= 0 \\ \vec{F}_m &= -\vec{F}_e \end{aligned}$$



Son la misma fuerza, pero en sentidos opuestos

3.3. Fuerza Magnética en un hilo conductor

$$\vec{F}_m = I \vec{l} \times \vec{B}$$

No nos interesa saber como llegar a esta expresión, ya que hay que trabajar con la Densidad de Carga y la definición de Intensidad, por lo que no se explicará, en un principio en este documento.

3.4. Espira

Si consideramos una espira rectangular, con un $\vec{B} \perp \vec{S}$ de la espira, y hacia dentro \otimes la Fuerza magnética será la misma en aquellos lados con la misma longitud.

Con esta premisa, podemos ser capaces de calcular el momento magnético que nos indica la fuerza necesaria para mantener en equilibrio, o desplazar la espira de un punto en equilibrio a uno inestable.

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = IN \vec{S} \times \vec{B}$$

Esta expresión nos dice dos cosas, la primera y más importante es que el momento está afectado por la orientación del campo y el de la superficie de la espira, para que estén en equilibrio, el campo y la superficie deben de ser **paralelos** entre si, no **antiparalelos**, es decir, que aunque el ángulo entre ambos sea cero, tienen sentidos opuestos.

La segunda, es que el sentido de la corriente, y por ende la dirección del vector superficie \vec{S} va en función de la corriente, aplicando la regla de la mano derecha.

3.5. Ley de Biot y Savart

3.5.1. Espira Circular

3.6. Ley de Ampere

3.6.1. Solenoide

4. Tema 3: Circuitos de Corriente Continua

4.1. Intensidad de Corriente

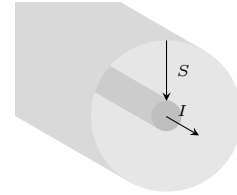
Definimos la Intensidad como la cantidad de corriente que circula por una sección de un conductor:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

De esta formula podemos también obtener los valores de dq y por ende I :

$$dq = n |q| v_d S dt$$

$$I = n |q| v_d S$$



Siendo las incógnitas:

- n : Es el número de cargas que fluyen por unidad de volumen C/V .
- v_d : Es la velocidad de deriva con que se mueven las cargas m/s .
- S : Es la sección transversal, su superficie.
- q : Es el valor de la carga que circula, tomaremos en un principio valores positivos, es decir en valor absoluto.

4.2. Vector Densidad de Corriente

Esta es una magnitud vectorial con la cual podemos medir la intensidad que atraviesa una superficie:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \Rightarrow J = \left| \frac{I}{S} \right|$$

4.2.1. Campo Electrostático y Densidad de Corriente

Entre \vec{J} y \vec{E} existe una relación muy estrecha, y es que cuanto \vec{E} aumenta, debido a que v_d se incrementa, \vec{J} crece proporcionalmente:

$$\vec{J} \propto \vec{E}$$

4.3. Conductores Ohmicos

Conocemos ya dos conceptos que nos permitirán deducir la resistividad que posee un material, el Campo Eléctrostático y la Densidad de Corriente, además de la Ley de Ohm $V = IR$, que relaciona la Tensión con la Resistencia y la Intensidad:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

Siendo σ la Conductividad Eléctrica en Siemens entre metros S/m y ρ la Resistividad Eléctrica en ohmios por metro ωm

4.3.1. Resistencia

Considerando que la caída de tensión entre los extremos de una resistencia vale $\Delta V_{ba} = V_b - V_a \Rightarrow \Delta V_{ba} = \mathbf{E}d\mathbf{l}$ y teniendo en cuenta la definición de \vec{J} podemos concluir en lo siguiente:

$$\frac{V}{I} = \frac{Edl}{\sigma ES} = \frac{dl}{\sigma S} = \frac{\rho dl}{S} = R = cte$$

4.4. Joule

Este es un efecto, que se produce en una resistencia, que define que hay una disipación de la energía en forma de calor, ya que al pasar por una resistencia, la tensión que sale V_b es menor que la que entra V_a :

$$\begin{aligned} dQ &= cte = I \\ dV &= dQ \Delta V_{ba} \\ -\frac{dv}{dt} &= \frac{dQ}{dt} \Delta V_{ab} = \boxed{P_{disipada} = VI[\mathbf{W}]} \end{aligned}$$

4.5. Baterías

Las baterías están formadas por un generador interno y una resistencia en serie, este generador produce una f.e.m (ε). Idealmente:

$$\begin{aligned} W &= \Delta U = \Delta QV \\ \varepsilon &= \frac{W}{\Delta Q} = V \end{aligned}$$

Es decir: $\boxed{P_{suministrada} = \varepsilon I - I^2 r}$ en una situación ideal $r = 0\Omega$

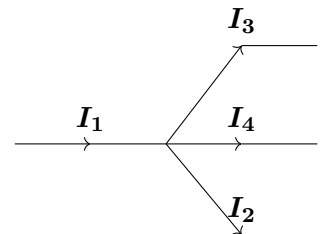
4.6. Leyes de Kirchoff

Se aplica a circuitos que no se pueden resolver aplicando las leyes de Ohm solamente, se basa en el uso de mallas que dividen la corriente y su sentido, en función de la orientación de las pilas

4.6.1. Leyes de los Nudos

También conocida como **LCK**, define como aparece en el esquema que la intensidad que circula por un circuito, es igual a la suma de todas aquellas intensidades que se generan al pasar por un nodo y bifurcarse. Se define como:

$$\boxed{I_T = \sum_{n=1} I_n}$$



4.6.2. Leyes de las Mayas

También conocida como **LTK** define que la suma de todas las tensiones de cada malla, debe ser igual a cero:

$$\boxed{\sum_{n=1} V_n = 0V}$$

Por defecto consideraremos que si la corriente va del polo positivo al negativo de la pila, tiene sentido negativo, y positivo en el contrario. Esta misma regla se aplicará a las resistencias. Las resistencias de una misma corriente se sumarán, y en función del sentido de la corriente con la que puedan coincidir, se sumarán si van en el mismo sentido.

4.6.3. Circuitos simples y Paralelos

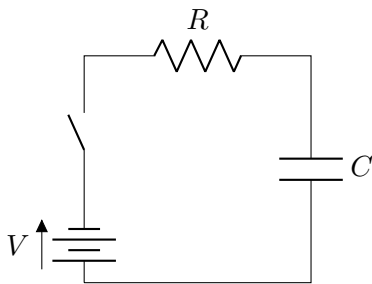
4.6.4. Simples

- Tensión: La tensión total es la suma de todas las tensiones.
- Intensidad: es **cte**.
- Resistencia: La resistencia total es la suma de todas las resistencias.

4.6.5. Paralelos

- Tensión: Es **cte** porque la carga es la misma en cada rama.
- Intensidad: La intensidad total es la suma de todas las intensidades.
- Resistencia: La resistencia total es la suma de todas las resistencias, inversas, y nuevamente inversa: $\frac{1}{R_T} = \sum_{n=1} \frac{1}{R_n}$

4.7. Transistores



El circuito de la figura es un circuito RC, es decir, posee una resistencia y un condensador. Vamos a estudiar este circuito para dos momentos concretos en el tiempo, en el instante inicial y cuando ha transcurrido mucho tiempo, indefinido.

Cuando el circuito se enciende por primera vez, $t = 0$ en el momento en el que se pulsa el interruptor, la intensidad que circula por el circuito es la misma en todo momento, ya que el condensador está vacío y actúa como un cable.

Cuando ha pasado un tiempo indefinido $t \rightarrow \infty$, deja de circular corriente, porque el condensador se ha cargado y ahora funciona como un cable roto, hay cortocircuito.

Ecuaciones:

- $Q(t) = Q_f(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
- $I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$
- $V_R(t) = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}}$
- $V_C(t) = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

5. Tema 4: Inducción Electromagnética

6. Tema 5: Circuitos de Corriente Alterna

7. Tema 6: Ondas Electromagnéticas