

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

Asignatura:
Lógica Informática

Autor:
Fernando José Mateos Gómez

Ultima Modificacion: **2 de Octubre del 2021**

≈ 'τ πύγρ' ζ μ . 'τ κρρ' ρο 'τ ϑ ≈
≈ γ'τμρ' πγρμδ . ζ μ ≈

Indice

1. Tema 1: Sintaxis y semántica de la lógica proposicional Internet	2
1.1. Introducción	2
1.2. Sintaxis básica	2
1.2.1. Fórmulas Proposicionales	2
1.3. Árboles de análisis y Subfórmulas	2
1.3.1. Árboles de análisis	2
1.3.2. Subfórmulas	2
1.4. Tablas de Verdad	3
1.5. Interpretaciones	3
1.6. Conjuntos	3
2. Tema 2: Deducción natural proposicional	4
2.1. Reglas	4
2.1.1. Reglas de la Conjunción	4
2.1.2. Reglas de la Doble Negación	4
2.1.3. Reglas del Condicional	4
2.1.4. Reglas de la Disyunción	4
2.1.5. Reglas de la Negación	4
2.1.6. Reglas del Bicondicional	5
2.2. Reglas Derivadas	5
2.2.1. Regla derivada Modus Tollens	5
2.2.2. Regla de Reducción al Absurdo	5
3. Tema 3: Tableros semánticos proposicionales	6
4. Tema 4: Formas Normales	7
5. Tema 5: Resolución proposicional	8

1. Tema 1: Sintaxis y semántica de la lógica proposicional

Internet

1.1. Introducción

Cualquier sentencia la podemos descomponer en un lenguaje formal del cual podemos analizar su veracidad y su sentido, sin error a no comprenderlo. Para lograr esto debemos seleccionar las ideas y dividir las en proposiciones, para así poder juntarlas.

1.2. Sintaxis básica

Usaremos 5 operadores para replicar el sentido de las sentencias en proposiciones:

- \neg : Operador de negación.
- \wedge : Operador de conjunción.
- \vee : Operador de disyunción.
- \rightarrow : Operador “implica que...”.
- \leftrightarrow : Operador “si y solo si”.

Podemos eliminar los paréntesis de una expresión, pero para mantener el sentido original, debemos de respetar una regla, además de no quitar los parentesis que violen parte del sentido original, y es colocar o poner los paréntesis en función del orden establecido arriba en la lista.

1.2.1. Fórmulas Proposicionales

$$(\neg p \rightarrow (\neg(q \wedge t) \vee p)) \leftrightarrow \neg q$$

Esta expresión es una fórmula proposicional, hemos añadido los paréntesis para mejorar su legibilidad.

1.3. Árboles de análisis y Subfórmulas

1.3.1. Árboles de análisis

Dada la expresión de arriba podemos dividirla en segmentos para despedazarla en subfórmulas:

$$\begin{array}{ccccc} \neg p & \rightarrow & (\neg(q \wedge t) \vee p) & & \neg q \\ \neg p & & \neg(q \wedge t) \vee p & & q \\ & & p & \neg(q \wedge t) & p \\ & & & q \wedge t & \\ & & & q & t \end{array}$$

Hemos dividido la expresión en partes.

1.3.2. Subfórmulas

Una subfórmula no es más que una proposición compleja, o no, que forma parte de la fórmula. Por ejemplo, q es una expresión atómica y $\neg(q \wedge t)$ es una subfórmula compleja.

1.4. Tablas de Verdad

$I_n(T)$	F	G	$\neg F$	$\neg G$	$F \wedge G$	$F \vee G$	$F \rightarrow G$	$F \leftrightarrow G$
I_0	1	1	0	0	1	1	1	1
I_1	0	0	1	1	0	0	1	1
I_2	1	0	0	1	0	1	0	0
I_3	0	1	1	0	0	1	1	0

Mediante esta tabla seremos capaces de extraer todas las conclusiones que querramos. Siendo G y F sentencias complejas lógicas.

1.5. Interpretaciones

Como su nombre indica no son más que las combinaciones que tiene una sentencia al variar los valores de sus variables, a cada interpretación verdadera la denominamos como “*modelo*”. Los modelos se expresan de esta forma:

$$\boxed{I \models F}$$

Las podemos dividir en distintos tipos:

- **Satisfacibles:** Fórmulas que tienen algún modelo que verifica que es cierta la proposición. Se le oponen las interpretaciones **Insatisfacibles**).
- **Tautologías:** Todas las interpretaciones son un modelo, son ciertas. Se le denominan *válidas*. Se escriben como:

$$\models F$$

- Se le oponen las **Contingentes**, que verifican que no es una tautología pero tampoco todas son insatisfacibles.

1.6. Conjuntos

Varias fórmulas que podemos agrupar, dan lugar a un conjunto:

$$\boxed{S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \leftrightarrow I \models \{S\}}$$

Al igual que las fórmulas, podemos distinguir distintos tipos de conjuntos:

- **Consistente:** Se le llama a aquel conjunto que posee algún modelo, se le oponen los *inconsistentes*
- **Consecuencia Lógica:** Todos los modelos de S son modelos de la fórmula o cuando hay inconsistencias en el conjunto. Lo representamos como:

$$\boxed{S \models F}$$

Siendo F la fórmula.

2. Tema 2: Deducción natural proposicional

2.1. Reglas

2.1.1. Reglas de la Conjunción

Introducción:

$$\boxed{\frac{F \quad G}{F \wedge G} \wedge i}$$

Eliminación:

$$\boxed{\frac{F \wedge G}{F} \wedge e_1 \quad \frac{F \wedge G}{G} \wedge e_2}$$

2.1.2. Reglas de la Doble Negación

Introducción:

$$\boxed{\frac{F}{\neg\neg F} \neg\neg i}$$

Eliminación:

$$\boxed{\frac{\neg\neg F}{F} \neg\neg e}$$

2.1.3. Reglas del Condicional

Introducción:

$$\boxed{\frac{\boxed{\begin{array}{c} F \\ \dots \\ G \end{array}}}{F \rightarrow G} \rightarrow i}$$

Eliminación:

$$\boxed{\frac{F \quad F \rightarrow G}{G} \rightarrow e}$$

2.1.4. Reglas de la Disyunción

Introducción:

$$\boxed{\frac{F}{F \vee G} \vee i_1 \quad \frac{G}{F \vee G} \vee i_2}$$

Eliminación:

$$\boxed{\frac{F \vee G \quad \boxed{\begin{array}{c} F \\ \dots \\ H \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} G \\ \dots \\ H \end{array}}}{H} \vee e}$$

2.1.5. Reglas de la Negación

Introducción, siendo \perp una contradicción:

$$\boxed{\boxed{\begin{array}{c} F \\ \dots \\ \perp \end{array}}} \neg F \neg i$$

Eliminación:

$$\frac{\perp}{F} \perp e$$

$$\frac{F \quad \neg F}{\perp} \neg e$$

2.1.6. Reglas del Bicondicional

Introducción:

$$\frac{F \rightarrow G \quad G \rightarrow F}{F \leftrightarrow G} \leftrightarrow i$$

Eliminación:

$$\frac{F \leftrightarrow G}{F \rightarrow G} \leftrightarrow e_1 \quad \frac{F \leftrightarrow G}{G \rightarrow F} \leftrightarrow e_2$$

2.2. Reglas Derivadas

2.2.1. Regla derivada Modus Tollens

Expresión:

$$\frac{F \rightarrow G \quad \neg G}{\neg F} MT$$

2.2.2. Regla de Reducción al Absurdo

Expresión:

$$\boxed{\boxed{\begin{array}{c} F \\ \dots \\ \perp \end{array}}} \quad RAA \\ \hline F$$

3. Tema 3: Tableros semánticos proposicionales

4. Tema 4: Formas Normales

5. Tema 5: Resolución proposicional