

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра робототехники и автоматизации
производственных систем (РАПС)

Пояснительная записка к Курсовой работе
по дисциплине "Информатика"

Санкт-Петербург 2018

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата				
	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			
	Разраб.	Пономарев В. В.						
	Пров.	Прокшин А. Н.						
	Н. контр.							
Утв.								
Вариант 20								
						Лит.	Лист	Листов
							1	19

Содержание

1. Цель и тема курсовой работы.....	3
2. Задание на курсовую работу.....	4
3. Введение.....	5
4. Исследование функции.....	6
5. Исследование кубического сплайна.....	10
6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов.....	16
7. Вывод.....	18
8. Список литературы.....	19

[illegible]

Цель курсовой работы: уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

Тема курсовой работы: решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab"или "Reduce-algebra".

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант 20					Лист
										3
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2. Задание на курсовую работу

1. Даны функции $f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$, $g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$

а) Решить уравнение $f(x)=g(x)$.

б) Исследовать функцию $h(x)=f(x)-g(x)$ на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4] \quad V_y = [6, 5.9, 6.875, 6.667, 5.833]$$

Построить на графике функции $f(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции.

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_{ij} потребления отдельного i -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого j -го вида. Известна прибыль π_j получаема от выпуска единицы продукции j -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1. 20

Используемые ресурсы a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i
	I_1	I_2	I_3	I_4	
Песок	3	9	9	7	19
Щебень	4	5	6	5	8
Цемент	5	8	7	8	32
Прибыль, Π_j	38	48	36	24	

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата	Вариант 20					Лист
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						4

3. Введение

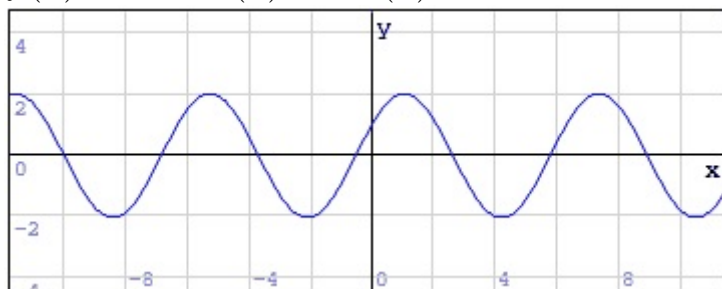
В современном мире технологии неудержимо летят вперед, с каждым годом электронно вычислительная техника становится мощнее, компактнее и сложнее, а людям приходится решать все более сложные задачи. С этим людям стали помогать математические пакеты и системы компьютерной алгебры, которые во много раз сокращают время на решение сложнейших задач, с бесчисленным количеством чисел, сейчас такие программы доступны каждому хоть и не все они бесплатные.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата						
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 20					Лист
										5

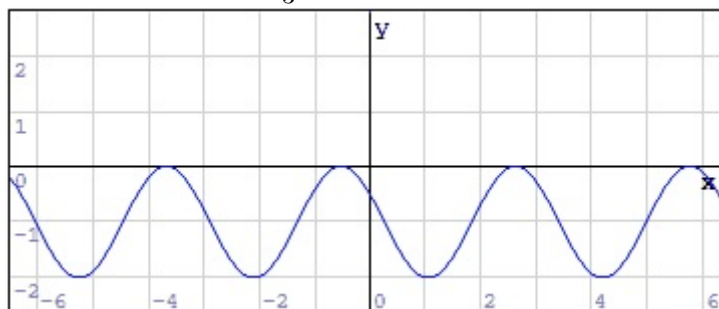
4. Исследование функции

1. Даны функции:

$$f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$$



$$g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



а) Решить уравнение $f(x) = g(x)$.

б) Исследовать функцию $h(x) = f(x) - g(x)$ на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

Решение уравнения.

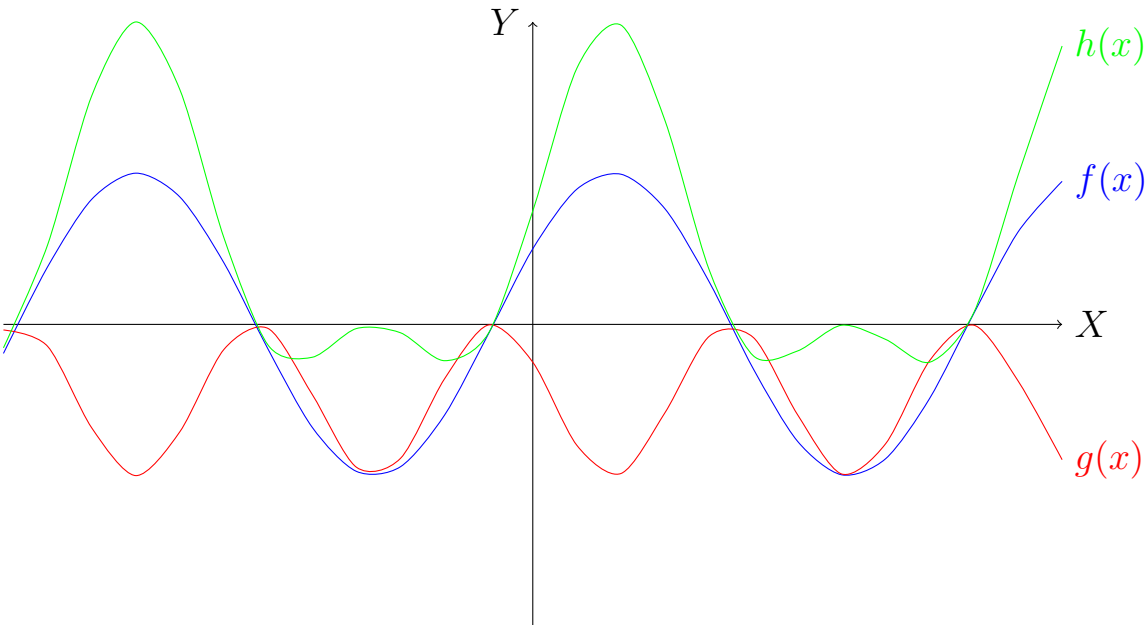
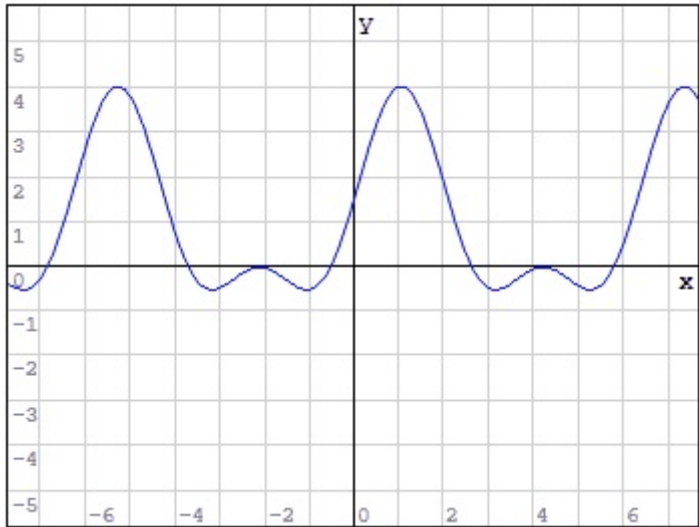
$$h(x) = f(x) - g(x)$$

$$\text{solve}(f(x) - g(x), x) = \begin{bmatrix} -19.3732 \\ -16.2316 \\ -13.09 \\ -9.9484 \\ -6.8068 \\ -3.6652 \\ -0.5236 \\ 2.618 \\ 5.7596 \\ 8.9012 \\ 12.0428 \\ 15.1844 \\ 18.326 \end{bmatrix}$$

Инв. № подл.		Подп. и дата		Взам. инв. №		Инв. № дубл.		Подп. и дата	

Корни функции $f(x)=g(x)$ совпадают с корнями исследуемой функции $h(x)=f(x)-g(x)$ и представлены выше.

$h(x)=f(x)-g(x)$



Инв. № подл.	Подп. и дата
Взам. инв. №	Инв. № дубл.
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4] \quad V_y = [4, 3.9, 4.575, 4.667, 5.833]$$

Построить на графике функции $f(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке $x=2.8$ Вычислить значение функции в точке $x=1.8$

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
<p style="text-align: center;">Вариант 20</p>				Лист
				10

Для того что бы не было излома сплайна, добавляем три уровня с производными певого порядка, по одному на каждое соединение.

$$\begin{aligned} A_{11} + 2 \cdot A_{12} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{13} \cdot X_2^2 &:= A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_2^2 \\ A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_3^2 &:= A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_3^2 \\ A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_4^2 &:= A_{41} + 2 \cdot A_{42} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{43} \cdot X_4^2 \end{aligned}$$

Для получения одинакового изгиба с каждой стороны стыков, добавляем три уровня с производными второго порядка.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_2 &:= 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_2 \\ 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_3 &:= 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_3 \\ 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_4 &:= 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_4 \end{aligned}$$

Добавим уровнения отвечающие за положение концов сплайна, в нашем случае они оставлены свободно.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_1 &:= 0 \\ 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_5 &:= -0 \end{aligned}$$

Инва. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инва. № дубл.	Подп. и дата

$$2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_1 := 0$$

$$2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_5 := -0$$

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 20	Лист
						12

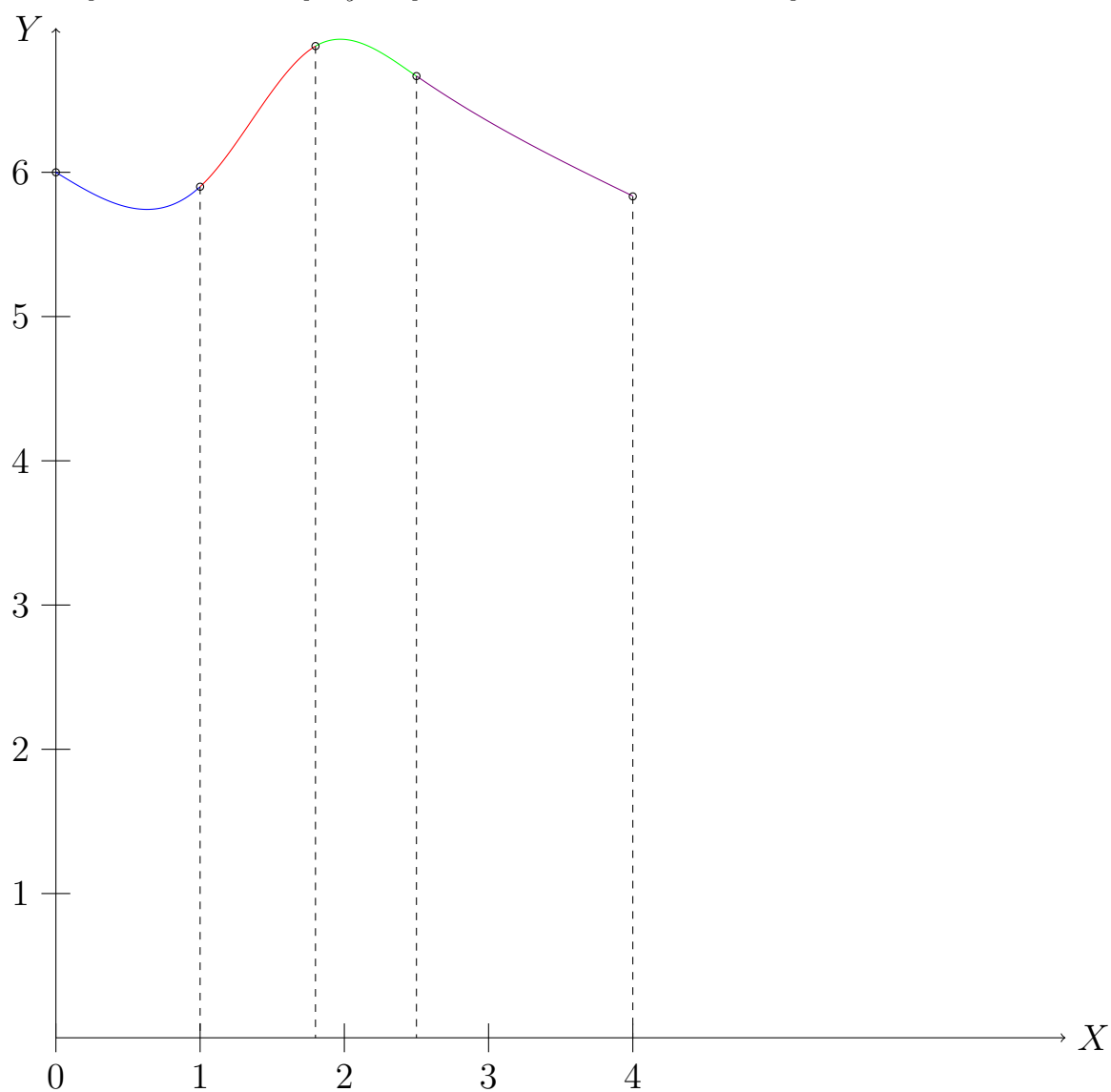
Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

Получаем окончательное уравнение сплайна.

$$F4 := -0,0299 \cdot x^3 + 0,3593 \cdot x^2 - 1,9258 \cdot x + 9,7038$$

построение кубического сплайна.

$$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4] \quad V_y = [6, 5.9, 6.875, 6.667, 5.833]$$



Воспользовавшись функцией interp в пакете Mathcad я нашел значение сплайна в точке $x = 1.8$ в данной точке функция равна 6.875

Инв. № подл.	Подп. и дата	Инв. № дубл.	Подп. и дата
Взам. инв. №			
Инв. № докум.	Лист	№ докум.	Подп. Дата
Вариант 20			
14			

Оценка погрешности интерполяции эрмитовыми кубическими сплайнами

Для того что бы найти погрешность данным способом нам нужно получить четвертую производную функции и подставить ее в формулу:

$$X_1 := 0 \quad Y_1 := 6$$

$$X_2 := 1 \quad Y_2 := 5,9$$

$$X_3 := 1,8 \quad Y_3 := 6,875$$

$$X_4 := 2,5 \quad Y_4 := 6,667$$

$$X_5 := 4 \quad Y_5 := 5,833$$

$$F'_1 := \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad F'_2 := \frac{Y_3 - Y_2}{X_3 - X_2} \quad F'_3 := \frac{Y_4 - Y_3}{X_4 - X_3} \quad F'_4 := \frac{Y_5 - Y_4}{X_5 - X_4}$$

$$F'_1 = -0,1 \quad F'_2 = 1,2188 \quad F'_3 = -0,2971 \quad F'_4 = -0,556$$

$$F''_1 := \frac{F'_2 - F'_1}{X_3 - X_1} \quad F''_2 := \frac{F'_3 - F'_2}{X_4 - X_2} \quad F''_3 := \frac{F'_4 - F'_3}{X_5 - X_3}$$

$$F''_1 = 0,7326 \quad F''_2 = -1,0106 \quad F''_3 = -0,1177$$

$$F'''_1 := \frac{F''_2 - F''_1}{X_4 - X_1} \quad F'''_2 := \frac{F''_3 - F''_2}{X_5 - X_2}$$

$$F'''_1 = -0,6973 \quad F'''_2 = 0,2976$$

$$F''''_1 := \frac{F'''_2 - F'''_1}{X_5 - X_1}$$

$$F''''_1 = 0,2487$$

$$Pog := \frac{1}{384} \cdot (2,8 - 2,5)^4 \cdot |F''''_1|$$

$$Pog = 5,2467 \cdot 10^{-6}$$

Подставив производную в формулу мы видим что погрешность в точке $X=2.8$ не превышает 0.0000052467

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата
Изн.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
Вариант 20				Лист
				15

6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов.

Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_{ij} потребления отдельного i -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого j -го вида. Известна прибыль p_j получаема от выпуска единицы продукции j -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Исходные данные:

Таблица 1. 20

Используемые ресурсы a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i
	I_1	I_2	I_3	I_4	
Песок	3	9	9	7	19
Щебень	4	5	6	5	8
Цемент	5	8	7	8	32
Прибыль, P_j	38	48	36	24	

Так как данная задача является целочисленной задачей линейного программирования, стандартная функция мат. пакета «SciLab» для решения задач линейного программирования `karmarkar` не даст верного решения, так как не учитывает целочисленное ограничение. Для решения задачи воспользуемся пакетом `lpsolve`:

$$[x,f] = lp_solve(F, a, b, e, vlb, [], xint), :$$

a – матрица значений технологической норм

B – вектор ограничений на объем используемого сырья

F – вектор значений целевой функции - прибыли

e – вектор, определяющий оператор отношения для ограничений ($\leq = \geq$)

vlb – вектор, задающий нижнюю границу переменных

$xint$ – вектор, задающий целочисленное ограничение на переменные

$$a = [3,9,9,7;4,5,6,5;5,8,7,8];$$

$$B = [19,8,32]';$$

$$F = [38,48,36,24];$$

$$e = [-1,-1,-1];$$


```

vlb = [0,0,0];
xint = [1,2,3,4];
[x,f] =lp_solve(F,a,B,e,vlb,[],xint)
x = [2;0;0;0]
f = 72.

```

Таким образом, искомым целочисленным решением доставляющим максимум целевой функции является вектор $[2;0;0;0]$, а значением целевой функции, отвечающему этому вектору $= 72$. Следовательно что бы получить максимальную прибыль равной 72 условных единиц, заводу нужно произвести изделие I_1 в размере двух штук.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант 20</div>					Лист
										17
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

7. Вывод

Были изучены возможности разных математических программ, получено умение выбирать для работы программу наиболее эффективную для решения поставленной задачи. Были решены задачи по исследованию функции, построению сплайна и нахождению его погрешности, решению задачи с целочисленным программированием.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 20	Лист			
						18			

8. Список литературы

- 1.Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980.
- 2.Introduction in SciLab
- 3.<http://www.nsc.ru/win/docs/TeX/Tobias/lshort2e.html>
- 4.<http://lpsolve.sourceforge.net/5.1/Scilab.htm>
- 5.smash studio user's manual

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант 20</div>					Лист
										19
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						