МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра робототехники и автоматизации производственных систем (РАПС)

Пояснительная записка к Курсовой работе по дисциплине "Информатика"

Подп. и дата					
Инв. № дубл.					
Взам. инв. №					
Подп. и дата					Санкт-Петербург 2018
Цоді	Изм Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N20
Инв. № подл.	Разраб.	Пономарев В.В.			Лит. Лист Листов 1 19

Содержание 2. Задание на курсовую работу.......4 3. Введение.......5 5. Исследование кубического сплайна......10 8. Список литературы......19 Лист Вариант N20

Инв. № подл.

№ докум.

Подп.

Дата

			Цель к	урсовоі	й раб	боты: уметь применять персональный компьютер в
	ма	тема	атически	е пакеть	и при	кладных программ в инженерной деятельности.
			Тема к	урсовой	i pa	боты: решение математических задач с использова
	ни	ем м	атемати	ческого	пакет	та "Scilab"или "Reduce-algebra".
Подп. и дата						
П. И						
Под						
цубл.						
Инв. № дубл.						
Инв						
$N_{ar{o}}$						
инв.						
Взам. инв.						
B						
ra						
Подп. и дата						
одп.						
П						
Л.						
$И$ нв. N $^{\underline{o}}$ подл.	<u> </u>	Ī				<u> </u>
tB. M	$\vdash \vdash$					Bариант $N20$
$M_{ m E}$	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	3

а) Решить уравнение f(x)=g(x).

б) Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке $[0;\frac{5\pi}{6}]$

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

 $V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4] \ V_y = [6, 5.9, 6.875, 6.667, 5.833]$

Построить на графике функции f(x),полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции.

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма $c_i j$ требления отдельного i-го вида сырь для изготовления единицы продукции каждого j-го вида. Известна прибыль π_j получаема от выпуска единицы продукции j-го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1.20

Используемые	Изі	готавлив	аемые и	зделия	Наличие
ресурсы a_i	И1	И2	Из	И4	ресурсов, а
Песок	3	9	9	7	19
Щебень	4	5	6	5	8
Цемент	5	8	7	8	32
Прибыль, Π_j	38	48	36	24	

Изм Лист № докум. Подп. Дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Вариант N20

3. Введение

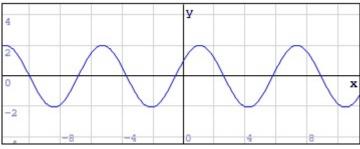
В современном мире технологие неудержимо летят вперед, с каждым годом электронно вычеслительная техника становиться мощьнее, компактнее и сложнее, а людям приходиться решать все более сложные задачи. С этим людям стали помогать математические пакеты и системы компьютерной алгебры, которые во много раз сокращают время на решение сложнейших задачь, с безчисленым количеством чисел, сейчас такие программы доступны каждому хоть и не все они бесплатные.

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

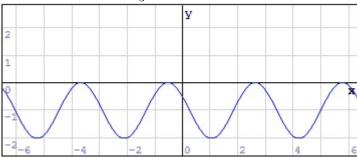
4. Исследование функции

1. Даны функции:

$$f(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x)$$



$$g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



- а) Решить уравнение f(x)=g(x).
- б) Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке $[0;\frac{5\pi}{6}]$

-19.3732 -16.2316

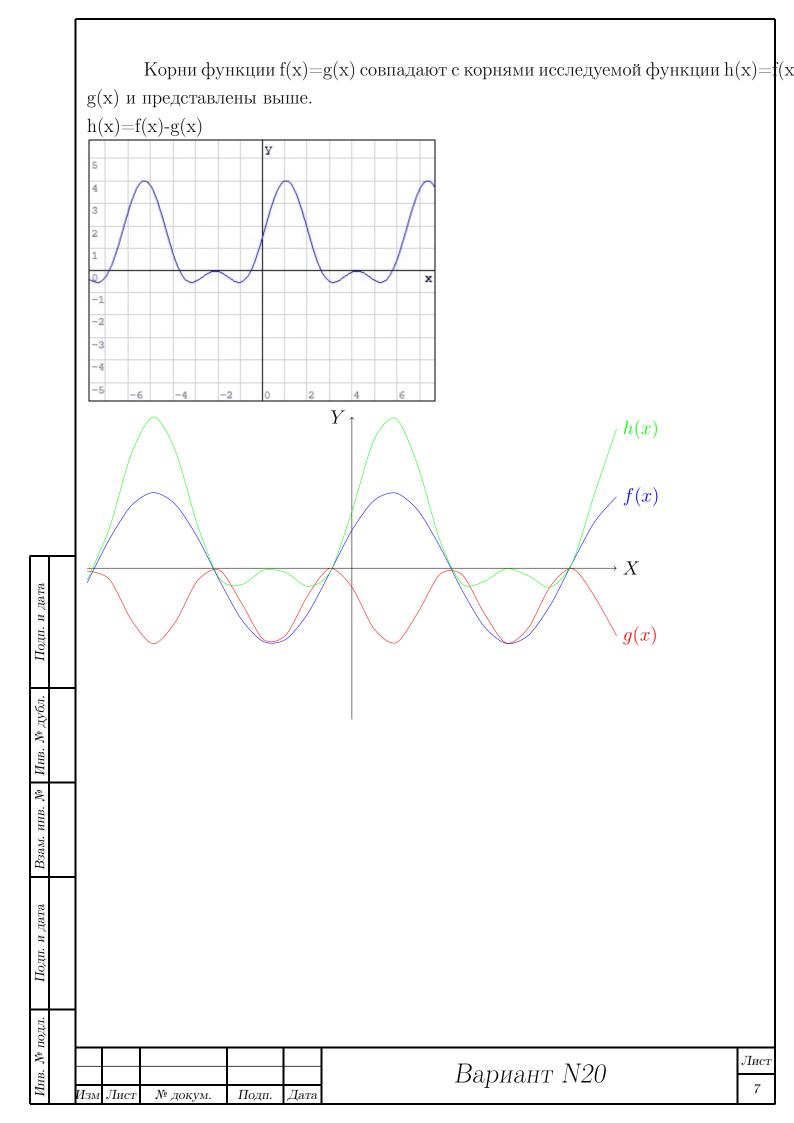
Решение уравнения.

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

Взам. инв. №

Hнв. $\mathcal{N}^{\underline{o}}$ подл.

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата



Область определения функции задана и равна от x=0 до $x=\frac{5\pi}{6}$

X

Так как функция h(x)является функцией общего вида то и на области определения она также обладает общим видом если брать функцию h(x)полностью то она переодична так как повторяется при каждом изменении x на $6*\frac{5\pi}{6}$ но так как область определения составляет 1/6 от периода повтора функция не повторяется в области определения что означает y нее отсутствует периодичность

1.Найдем пересечение с осью Х

$$x := \frac{5\pi}{6}$$

$$\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = 0$$

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

2.Найдем пересечение с осью У

$$x := 0$$

$$\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \left(\cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right) = 1.5$$

Вариант N20

Лист

3. Найдем экстремум в пределах области определения:

$$\mathbf{h}(x) := \left(\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x)\right) - \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$$

$$\frac{d^1}{dx^1}h(x) \rightarrow 2 \cdot sin\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot x\right) - sin(x) + \sqrt{3} \cdot cos(x)$$

extr := root
$$\left(\frac{d^1}{dx^1}h(x), x, 0, 5 \cdot \frac{\pi}{6}\right)$$

$$extr = 1.047$$

$$h(extr) = 4$$

- 4. Функция не имеет разрывов
- 5. Так как функция являеться изначально синусоидальной асимптот не имеет
- 6.Имеет выпуклость (0;2618)
- 7. Точек перегибов не имеет

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	Подп		
Ме подл. и Дата Подп. и Дата Лист	∑ō		
м	инв.		
ж Лист Дист	И		
	Инв. № подл.		Лист

5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 1, 1.8, 2.5, 4] \ V_y = [4, 3.9, 4.575, 4.667, 5.833]$$

Построить на графике функции f(x),полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке x=2.8 Вычислить значение функции в точке x=1.8

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

Подп. и дата		
Инв. № дубл.		
Взам. инв. №		
Подп. и дата		
Инв. № подл.	IIII Banuaht N2U ⊢	ист 10

Нахождение коэффициентов кубического сплайна.

Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точкек (x_1, y_1) , $(x_2, y_2), (x_3, y_3)(x_4, y_4)$. Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки(сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, значит мы можем представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$$

По такому же принципу состовляем 8 уровнений, по два на каждый участок кривой.

y1 := A	10 + A	11 · X1	+ A	12 · X1	2 + A	13	х1 ³
y2 := A	10 + A	11 · X2	2 + A	12 · X2	2 + A	13	X2 3
y2 := A	20 + A	21 · X2	2 + A	22 · X2	2 + A	23	<i>X2</i> 3
у3 := A	20 + A	21 · X3	3 + A	22 · X3	3 ² + A	23	<i>хз</i> ³
у3 := A	30 + A	31 · X3	3 + A	32 · <i>X</i> 3	3 ² + A	33	<i>хз</i> ³
y4 := A	30 + A	31 · X4	4 + A	32 · <i>X</i> 4	2 + A	33	X4 ³
y4 := A	40 + A	41 · X4	4 + A	42 · X4	2 + A	43	X4 3
y5 := A	40 + A	41 · X5	5 + A	42 · X5	² + A	43	X5 3

иоди. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	

Инв. № подл.

Для того что бы не было излома сплайна, добавляем три уровнения с производными певого порядка, по одному на каждое соединение.

Для получения одинакового изгиба с каждой стороны стыков, добавляем три уровнения с производными второго порядка.

$$2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_{2} := 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_{2}$$
 $2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_{3} := 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_{3}$
 $2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_{4} := 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_{4}$

Добавим уровнения отвечающие за положение концов сплайна, в нашем случае они оставлены свободно.

2 · A 12 + 6 · A	13 · X 1 := 0 ■
2 · A 42 + 6 · A	$_{43} \cdot x_{5} := -0^{-}$

Подп. 1					
Инв. № подл.				1	I I
Инв. Л	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Взам. инв. №

Ва	риант	N20
Da_{i}	primi	1 120

Таким образов были найдены 16 уровнений из которых можно составить матрицу размерностью 16х16. С ее помощью, решая матричное уровнение, находим коофиценты кубического сплайна.

																-1				
1	<i>X</i> 1	X1 2	X1 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0]				
1	Х2	x2 2	<i>X2</i> 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
0	1	2 · <i>X2</i>	3 · X2 2	0	-1	-2· <i>X2</i>	-3·X2 ²	0	0	0	0	0	0	0	0		Y1 \ Y2		6 -0,6112	
0	0	2	6 · X2	0	0	-2	-6·X2	0	0	0	0	0	0	0	0		0		0	l
0	0	0	0	1	X2	X2 2	X2 3	0	0	0	0	0	0	0	0		0		0,5112	
0	0	0	0	1	ΧЗ	хз ²	жэ ³	0	0	0	0	0	0	0	0		Y2 Y3		7,9654	
0	0	0	0	0	1	2 · <i>X3</i>				-2·X3	-3·X3 ²	0	0	0	0		0		-6,5074 5,8962	
0	0	0	0	0	0	2	6 · X3		0	-2			0	0	0	_	0	_	-1,4542	
0	0	0	0	0	0	0	0	1	ΧЗ	хз ²	<i>x3</i> 3	0	0	0	0		Y3 Y4		-6,3225 17,3057	
0	0	0	0	0	0	0	0	1	X4	X4 2	X4 3	0	0	0	0		0		-7,3333	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2 · X4				-2·X4	-3·X4 ²		0 Y4		0,9957	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6 · X4		0	-2	-6·X4		Y5		9,7038 -1,9258	l
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	X4	_{X4} ²	X4 3		0		0,3593	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	<i>X</i> 5	X5 2	X5 3	[0		-0,0299	
0	0	2	6 · X1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6 · X5					

Получаем окончательное уровнение сплайна.

$$F1 := 0,5112 \cdot x^{3} + 0 - 0,6112 \cdot x + 6$$

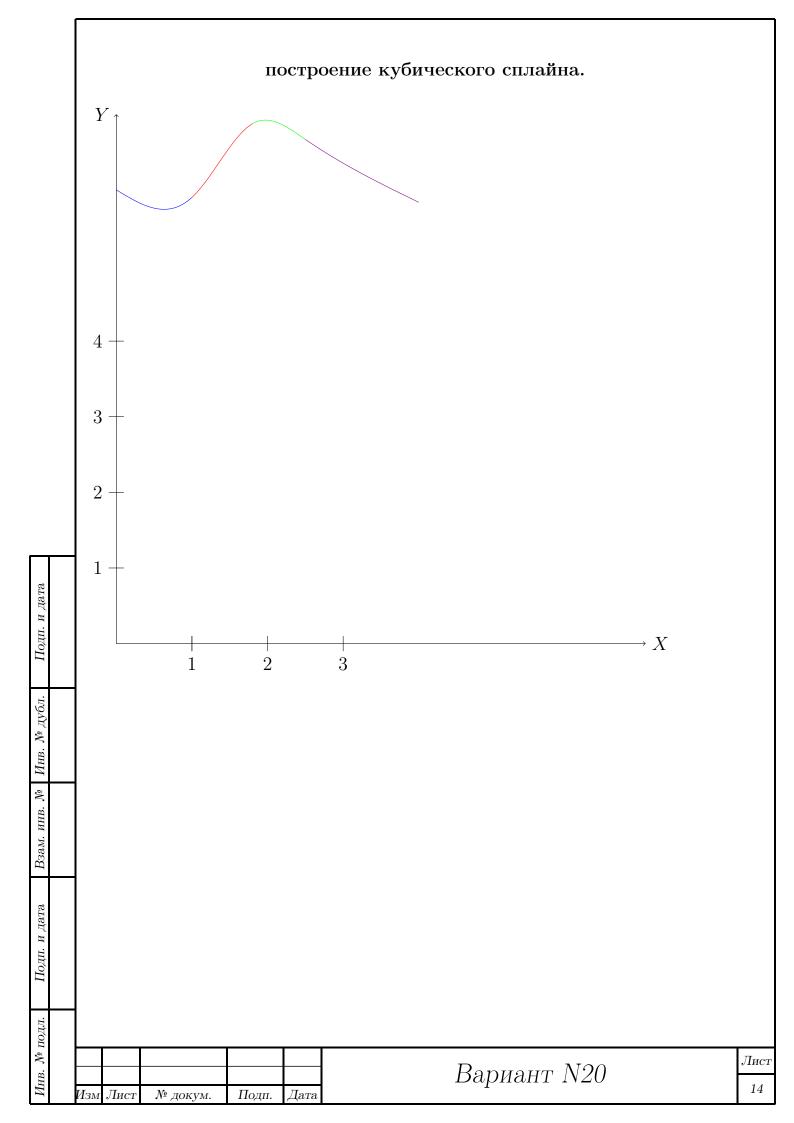
$$F2 := -1,4542 \cdot x^{3} + 5,8962 \cdot x^{2} - 6,5074 \cdot x + 7,9654$$

$$F3 := 0,9957 \cdot x^{3} - 7,3333 \cdot x^{2} + 17,3057 \cdot x - 6,3225$$

$$F4 := -0,0299 \cdot x^{3} + 0,3593 \cdot x^{2} - 1,9258 \cdot x + 9,7038$$

Подп. и дата	
$H_{ m HB}$. $N^{ar e}$ Ду 6 Л.	
B зам. инв. N $^{\underline{o}}$	
Подп. и дата	
в. № подл.	

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата



Для того что бы найти погрешность данным способом нам нужно получить четвертую производную функции и подставить ее в формулу:

$$X1 := 0$$
 $Y1 := 6$

$$X2 := 1$$
 $Y2 := 5,9$

$$X3 := 1,8 \quad Y3 := 6,875$$

$$X4 := 2,5 \quad Y4 := 6,667$$

$$X5 := 4$$
 $Y5 := 5,833$

$$F`1 := \frac{Y2-Y1}{X2-X1} \quad F`2 := \frac{Y3-Y2}{X3-X2} \quad F`3 := \frac{Y4-Y3}{X4-X3} \quad F`4 := \frac{Y5-Y4}{X5-X4}$$

$$F^1 = -0,1$$
 $F^2 = 1,2188$ $F^3 = -0,2971$ $F^4 = -0,556$

$$F``1 := \frac{F`2 - F`1}{X2 - X1 - X3 - X2} \quad F``2 := \frac{F`3 - F`2}{X3 - X2 - X4 - X3} \quad F``3 := \frac{F`4 - F`3}{X4 - X3 - X5 - X4}$$

$$F``1 = -0,7326$$
 $F``2 = 0,4331$ $F``3 = 0,0446$

$$F```1 := \frac{F``2 - F``1}{X2 - X1 - X3 - X2 - \left(X3 - X2 - X4 - X3\right)} \ F```2 := \frac{F``3 - F``2}{X3 - X2 - X4 - X3 - \left(X4 - X3 - X5 - X4\right)}$$

$$F^{1} = 0,6857$$
 $F^{1} = 2 = -0,1689$

$$F```1 := \frac{F```2 - F```1}{X2 - X1 - X3 - X2 - (X3 - X2 - X4 - X3) - (X3 - X2 - X4 - X3 - (X4 - X3 - X5 - X4))}$$

$$Pog := \frac{1}{384} \cdot (2,8-2,5)^4 \cdot F \cdot \cdot \cdot \cdot 1$$

$$Pog = 3,0046 \cdot 10^{-5}$$

Подставив производную в формулу мы видим что погрешность в точке $X{=}2.8$ не превышает 0.000030046

Изм	Лист	$N_{\overline{o}}$ докум.	Подп.	Дата

Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i .Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма $c_i j$ требления отдельного і-го вида сырь для изготовления единицы продукции каждого ј-го вида. Известна прибыль j получаема от выпуска единицы продукции ј-го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Исходные данные:

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Таблица 1.20

Используемые	Изі	Наличие			
ресурсы a_i	И1	И2	Из	И4	ресурсов, а
Песок	3	9	9	7	19
Щебень	4	5	6	5	8
Цемент	5	8	7	8	32
Прибыль, Π_j	38	48	36	24	

Так как данная задача является целочисленной задачей линейного программирования, стандартная функция мат. пакета «SciLab» для решения задач линейного программирования karmarkar не даст верного решения, так как не учитывает целочисленное ограничение Для решения задачи воспользуемся пакетом lpsolve:

 $[\mathbf{x},\mathbf{f}] = lp_solve(F, a, b, e, vlb, [], xint), :$

а – матрица значений технологической норм

В – вектор ограничений на объем используемого сырья

F – вектор значений целевой функции - прибыли

е – вектор, определяющий оператор отношения для ограничений ($\leq = \geq$)

vlb – вектор, задающий нижнюю границу переменных

xint – вектор, задающий целочисленное ограничение на переменные

c = [3,9,9,7;4,5,6,5;5,8,7,8];

a = [19,8,32]

b = [38,48,36,24];

e = [-1,-1,-1];

	_			_
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

```
\begin{split} vlb &= [0,0,0];\\ xint &= [1,2,3,4];\\ [x,f] &= linpro(c,A,b,e,vlb,[],xint)\\ x &= [2;0;0;0]\\ f &= 72. \end{split}
```

Таким образом, искомым целочисленным решением доставляющим максимум целевой функции является вектор [2;0;0;0], а значением целевой функции, отвечающему этому вектору = 72. Следовательно что бы получить максимальную прибыль равной 72 условных единиц, заводу нужно произвести изделие $И_1$ в размере двух штук.

Подп. и дата		
Инв. № дубл.		
Взам. инв. №		
Подп. и дата		
Инв. № подл.	— Вариант N20 — — — — — — — — — — — — — — — — — — —	

7. Вывод

Были изучены возможности разных математических программ, получено умение выбирать для работы программу наиболее эфективную для решения поставленной задачи. Были решены задачи по исследованию функции, построению сплайна и нахождению его погрешности, решению задачи с целочисленным програмированием.

Подп. и дата										
Инв. № дубл.										
Взам. инв. №										
Подп. и дата										
$M_{ m HB}$. $N^{ m e}$ подл.	Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		Вариа	ант N20		Лист

8. Список литературы 1.Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980. 2.Introduction in SciLab 3. http://www.nsc.ru/win/docs/TeX/Tobias/lshort2e.html4. http://lpsolve.sourceforge.net/5.1/Scilab.htm5.smath studio user's manual Лист Вариант N20 19 Подп. Изм. Лист № докум. Дата

Взам. инв. №

Подп. и дата

Hнв. $N^{\underline{o}}$ подл.