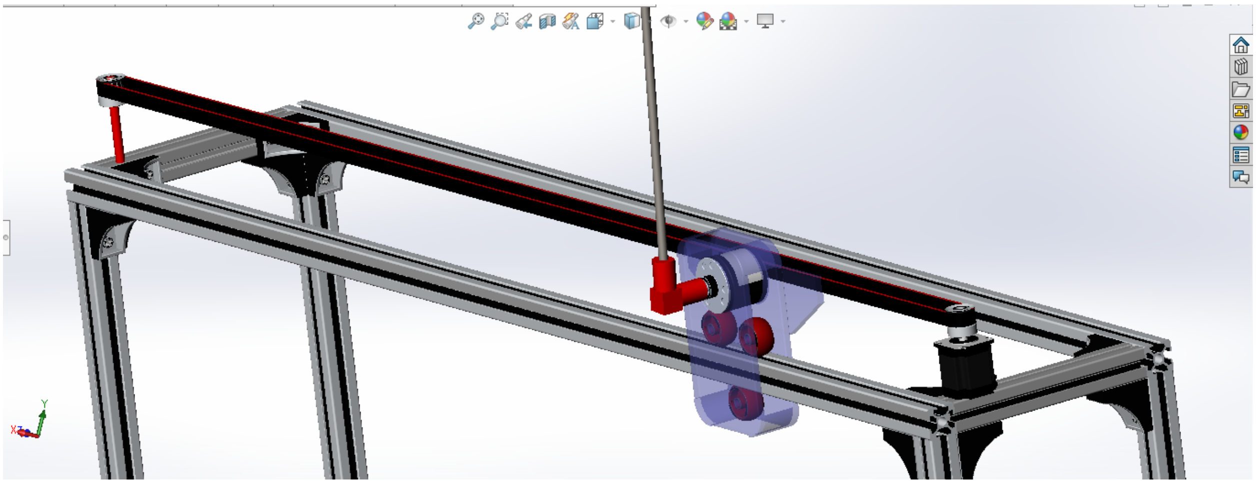
TP

Pendule inversé



1. Présentation du pendule inversé

Le pendule inversé est construit à partir d'un balancier constitué par une masse à l'extrémité d'une tige que l'on installe sur un chariot mobile. Dans notre application, le chariot se déplace en translation sur un rail. Le balancier est relié au chariot par une articulation à un degré de liberté qui lui permet une rotation dans le sens de déplacement du chariot. Le pendule est dit inverse car la masse du balancier est au dessus du chariot.

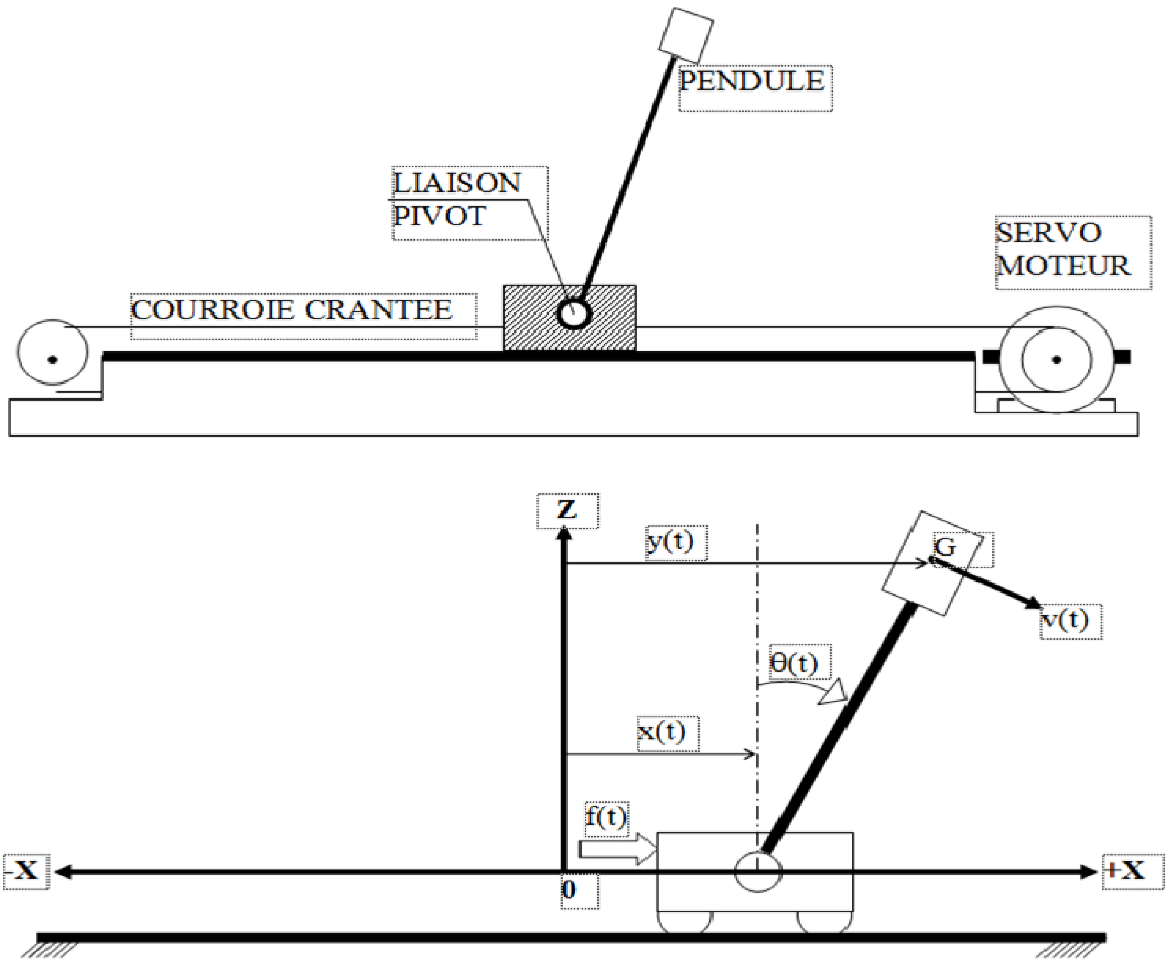


Figure 1

2. Objectif de la commande

Maintenir la tige du balancier verticale $\theta(t) = 0$ tout en maîtrisant la positon $y(t)$ de sa masse d'extrémité en appliquant une force $f(t)$ pour déplacer le chariot.

Ce système intrinsèquement instable est l'illustration du problème de balistique que rencontre une fusée constamment perturbée par son système de propulsion, les changements de gravité, le vent. On maintient son équilibre et on corrige sa course par action sur ses déflecteurs latéraux.

2. Hypothèses et notations

Le balancier est supposé être une masse ponctuelle m ramenée au centre de gravité G et animée d'une vitesse $v(t)$.

- Les coordonnées du centre de gravité G sont notées x_G et z_G.
- La tige de longueur l est sans masse.
- M est la masse du chariot.
- T est l'énergie cinétique.

- V est l'énergie potentielle.
- $x(t)$ est la position du chariot.
- $\theta(t)$ est l'angle formé entre la tige et la verticale.
- v_1 *est* la vitesse du chariot.
- v_2 est la vitesse de la masse m.
- g est l'accélération de la pesanteur $(g = 9.81\,Kg\,m^2)$.
- ω_{0b} est la pulsation propre du balancier.

3. Modélisation du pendule inversé

L'équation de Lagrange, pour chaque degré de liberté, est donnée par la relation suivante :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\delta L}{\delta \dot{q}}\right] - \left[\frac{\delta L}{\delta q}\right] = F_q \text{, avec :}$$

- q : coordonnée généralisée du degré de liberté.
- L : Lagrangien = Energie cinétique totale - Energie potentielle totale.
- F_q : composante généralisée de la force appliquée.

Les équations différentielles qui régissent le comportement dynamique du système sont à établir à partir de l'équation de Lagrange.

$$L = T - V$$

On a ainsi : $L = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 - m\,g\,l\cos\theta$

On peut exprimer v_1 et v_2 à partir de x et θ :

$$\begin{cases} v_1^2 = \dot{x}^2 \\ v_2^2 = (\dot{x} + l\dot{\theta}\cos\theta)^2 + (l\dot{\theta}\sin\theta)^2 = \dot{x}^2 + 2\dot{x}\,l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2 \end{cases}$$

Le lagrangien est donné par :

$$L = \frac{1}{2}(M + m)\dot{x}^2 + ml\,\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + \frac{1}{2} ml^2\dot{\theta}^2 - m\,g\,l\cos\theta$$

Les équations du mouvement sont donc : $\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left[\dfrac{\delta L}{\delta \dot{x}}\right] - \left[\dfrac{\delta L}{\delta x}\right] = F \\ \dfrac{d}{dt}\left[\dfrac{\delta L}{\delta \dot{\theta}}\right] - \left[\dfrac{\delta L}{\delta \theta}\right] = 0 \end{cases}$

En simplifiant ces équations, on obtient les équations, non-linéaires, du mouvement du pendule : $\begin{cases} (M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - m\,l\dot{\theta}^2\sin\theta = F \\ l\ddot{\theta} + \ddot{x}\cos\theta = g\sin\theta \end{cases}$

1) Dans l'hypothèse d'une faible valeur de θ et on éliminant le terme de non linéarité, montrer que : $\begin{cases} (M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} = F \\ \ddot{x} + l\ddot{\theta} = g\theta \end{cases}$

2) Montrer que le modèle linéarisé du pendule peut se mettre sous la forme suivante : $\begin{cases} \ddot{\theta} = a_1\theta - a_2F \\ \ddot{x} = -b_1\theta + b_2F \end{cases}$, avec $a_1 = \dfrac{(M+m)g}{Ml}$, $a_2 = \dfrac{1}{Ml}$, $b_1 = \dfrac{m}{M}g$ et $b_2 = \dfrac{1}{M}$.

3) Montrer que la fonction de transfert du balancier est : $\dfrac{\theta(p)}{X(p)} = \dfrac{Kp^2}{-\dfrac{p^2}{\omega_{0b}^2} + 1}$, avec $\begin{cases} K = \dfrac{1}{g} \\ \omega_{0b} = \sqrt{\dfrac{g}{l}} \end{cases}$.

4) Sachant que $y = x + l\theta$, montrer que $\dfrac{Y(p)}{X(p)} = \dfrac{1}{(1+\tau_b p)(1-\tau_b p)}$, avec $\tau_b = \sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

5. Commande et stabilisation :

La commande et la stabilisation d'un pendule inverse sont des concepts essentiels dans le domaine du contrôle automatique des systèmes dynamiques :

✓ Objectifs de la commande dans le cas de pendule inverse

La principale mission de la commande dans le cas du pendule inverse est de maintenir le système dans une position d'équilibre souhaitée malgré les perturbations. Dans le contexte du pendule inverse, cette position d'équilibre est généralement la position verticale stable. La commande vise à compenser les effets de la gravité et d'autres perturbations, permettant ainsi au pendule inverse de rester équilibré et de suivre un mouvement souhaité**.**

✓ Utilisation de la rétroaction (feedback) pour stabiliser le pendule inverse :

La rétroaction est cruciale pour la stabilisation du pendule inverse. En utilisant des capteurs appropriés, tels que des capteurs d'angle ou des capteurs de position, on mesure continuellement l'état actuel du pendule. Ces informations sont ensuite comparées à la position désirée, et la différence (erreur) est utilisée pour ajuster la commande appliquée au système.

- **Contrôle proportionnel (P) :** Un contrôle proportionnel ajuste la commande proportionnellement à l'erreur actuelle. Cela signifie que plus l'erreur est grande, plus la commande est forte. Cela contribue à ramener le pendule vers la position verticale.

- **Contrôle intégral (I) :** Le contrôle intégral agit en fonction de l'intégrale de l'erreur au fil du temps. Cela aide à éliminer les erreurs persistantes et à rendre le système plus stable à long terme.

- **Contrôle dérivé (D) :** Le contrôle dérivé prend en compte la dérivée de l'erreur, ce qui permet de réduire la réaction aux changements brusques et d'améliorer la réponse dynamique du système.

En combinant ces trois composants dans un régulateur PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé), on peut concevoir un système de commande capable de stabiliser efficacement le pendule inverse.

5. Partie pratique (LABVIEW) :

1-Interface Homme-Machine (IHM) :

Q1-1- Utilisez LabVIEW pour créer une IHM conviviale permettant à l'utilisateur de visualiser et de contrôler le pendule inverse.

Q1-2- Intégrez des indicateurs graphiques pour afficher l'angle du pendule, la consigne, et d'autres paramètres pertinents.

Q1-3- Ajoutez des boutons et des commandes pour démarrer, arrêter, et ajuster les paramètres de la commande.

2-Simulation et Analyse :

Q2-1- Mettez en place une simulation du pendule inverse dans LabVIEW en utilisant des blocs de fonctions pour modéliser le système dynamique.

Q2-2- Utilisez des graphiques pour représenter graphiquement le mouvement du pendule et les signaux de commande.

Q2-3- Intégrez des outils d'analyse de données pour évaluer la performance du contrôle.

3-Contrôle en Temps Réel :

Q3-1- Utilisez LabVIEW pour implémenter un algorithme de contrôle en temps réel du pendule inverse.

Q3-2- Connectez LabVIEW à des capteurs pour mesurer l'angle du pendule en temps réel.

Q3-3- Appliquez un contrôle PID ou d'autres algorithmes de contrôle à la plateforme matérielle en utilisant les modules et les drivers appropriés.

4-Expérimentation Réelle :

Q4-1- Intégrez LabVIEW avec des dispositifs de contrôle physique tels que des moteurs, des actionneurs et des capteurs pour créer un ensemble expérimental complet.

Q4-2- Utilisez LabVIEW pour collecter et enregistrer des données expérimentales en temps réel.

Q4-3- Implémentez des routines de test automatisées pour évaluer la robustesse du système de contrôle.

.

5-Étude des Paramètres de Contrôle :

Q5-1- Utilisez LabVIEW pour automatiser le processus d'ajustement des paramètres PID.

Q5-2- Implémentez des algorithmes d'optimisation pour trouver les paramètres de contrôle optimaux qui garantissent la stabilité et la performance du système.

Q5-3- Conclure les avantages et limites de la commande PID avec LabVIEW .

PID avec LabVIEW :