

Les étudiants sont autorisés à utiliser des supports pendant l'épreuve.

Si nécessaire, on peut utiliser les algorithmes de manipulation des structures vues en cours (pileVide, estVide, sommet, empiler, depiler, enfiler, defiller, l'ajout d'un élément à la fin d'une liste, etc.)
--

Question 1 (3 points)

On considère l'algorithme suivant :

Algorithme 1: B(n,b)

```

1: Entrée : {n : Entier}
2: PréC : {n >= 3}
3: Sortie : {b : boolean}
4: b ← vrai
5: i ← 2
6: Tantque (i < n ∧ b) faire
7:   Si (n mod i = 0) Alors
8:     b ← faux
9:   i ← i + 1

```

1. En fonction de n , combien de fois l'instruction à la ligne 9 s'exécute-t-elle dans le meilleur de cas ? même question dans le pire de cas ?
2. Que fait cet algorithme ?
3. Proposez une modification afin de réduire la complexité en pire de cas de cet algorithme ?

Question 2 (3 points)

On considère l'algorithme récursif suivant :

Algorithme 2: A(m, n)

```

1: Entrée : {m, n : Entier}
2: PréC : {m >= 0 ∧ n >= 0}
3: Sortie : {A(m, n) : Entier}
4: Si m = 0 Alors
5:   A(m, n) ← n + 1
6: Sinon Si (m > 0 ∧ n = 0) Alors
7:   A(m, n) ← A(m - 1, 1)
8: Sinon
9:   A(m, n) ← A(m - 1, A(m, n - 1))

```

1. En appelant l'algorithme A avec $m = 2, n = 2$, donnez le résultat en traçant l'arbre d'appel récursif ?
2. Donnez le résultat avec $m = 2, n = 3$

Question 3 (8 points)**Manipulation de gros chiffres :**

Nous voulons dépasser la limite des machines en termes de calcul arithmétique en utilisant des structures chaînées. Nous allons représenter un nombre entier par une structure dont chaque élément contient un chiffre (entre 0 et 9) de ce nombre. Il faut également que cette structure puisse distinguer les nombres positifs de ceux négatifs.

Le résultat des opérations (addition, multiplication) sur cette structure doit être représenté de la même façon.

1. Proposer une structure de données adéquate pour cette représentation ?
2. Écrire un algorithme qui prend un nombre entier et renvoi sa représentation par cette structure?
3. Écrire un algorithme qui compare deux nombres entiers?
4. Écrire un algorithme qui additionne 2 nombres entiers positifs en utilisant cette représentation ?
5. Écrire un algorithme qui multiplie un nombre entier par 10
6. Proposez un algorithme qui multiplie 2 nombres entier en utilisant cette structure ?

Question 4 (3 points)

Pour exécuter des tâches sur un processeur on peut utiliser le mécanisme suivant :

- Les tâches sont rangées dans une liste selon l'ordre de leurs arrivées
- Si une nouvelle tâche arrive, on la mets à la fin de la liste
- On exécute la tâche en tête de liste, i de durée p_i pendant δ *ns*. Si sa durée est inférieure ou égale à δ on l'éjecte de la liste. Sinon on la mets à la fin de liste avec une mise à jour de sa durée
- On continue jusqu'à ce que la liste soit vide

Par exemple si la liste contient les tâches des durées : 3, 4, 1, 8 (la tâche de durée 3 est en tête) et le $\delta = 2$. Dans ce cas le processeur exécute les tâches dans cet ordre : 1, 2, 3,4, 1, 2,4, 4, 4

1. Quelle est la bonne structure de donnée pour modéliser ce problème ?
2. Écrire un algorithme qui prend la liste des tâches avec leur durée, la valeur de δ et affiche l'ordre d'exécution des tâches.

Question 5 (3 points)

Écrire un algorithme qui vérifie si deux arbres binaires ont la même représentation graphique (même topologie)

Question 6 (3 points)

(Arbres binaires de recherche)

1. Donner l'arbre binaire de recherche résultant de l'insertion successive des éléments suivants : 10, 1, 20, 7,6, 15, 8, 21, 13, 16, 9, 4, 30, 14
2. Donner l'arbre binaire de recherche résultant de l'insertion de 17 à la racine de l'arbre précédent.